



[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir) سایت ویژه ریاضیات

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir)

ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

## ریاضی و آمار ۲ ، توابع پلکانی و قدرمطلقی ۷ - سوال

۸۱- برد تابع علامت ( $y = \text{sign}(x)$ ) کدام است؟

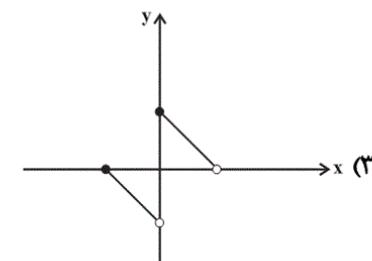
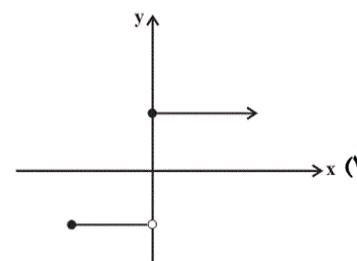
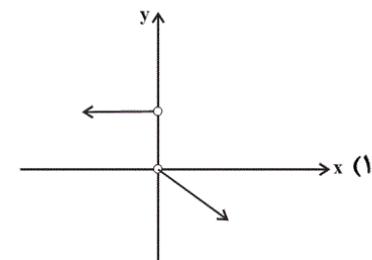
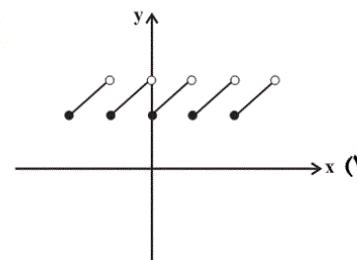
$\mathbf{R}$  (۲)

{1, -1} (۱)

$\mathbf{R} - \{-1, 0, 1\}$  (۴)

{-1, 0, 1} (۳)

۸۲- کدام نمودار زیر، بیانگر یک تابع پلکانی است؟



۸۳- چه تعداد از گزاره‌های زیر صحیح است? ( )، نماد جزء صحیح است.

الف) اگر  $x = 2/2$  و  $y = -1/4$  باشد،  $[x+y] = [x] + [y]$ .

ب) اگر  $x = -2/2$  باشد،  $[2x] = 2[x]$ .

ج) اگر  $x = 2/5$  و  $y = 1/5$  باشد،  $[xy] = [x][y]$ .

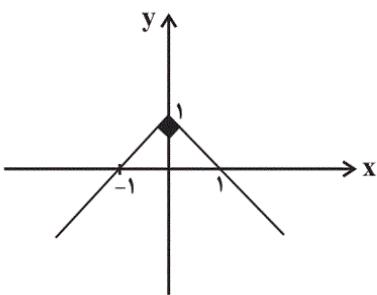
د) اگر  $x = -1/3$  و  $y = -2/8$  باشد،  $[x-y] = [x] - [y]$ .

۴ سه

۳ دو

۲ یک

۱ صفر



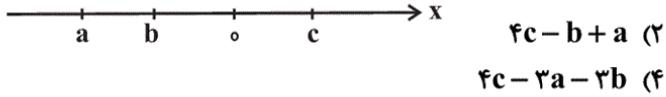
$$y = |x| - 1 \quad (1)$$

$$y = |x| + 1 \quad (2)$$

$$y = -|x| + 1 \quad (3)$$

$$y = -|x| - 1 \quad (4)$$

۸۵- فرض کنید ترتیب قرارگیری  $a$ ,  $b$  و  $c$  روی محور اعداد به شکل زیر باشد. در این صورت حاصل عبارت  $|2a+b| - 2|b-c| + |2c-a|$  کدام است؟



$$4b + a \quad (1)$$

$$b - 3a \quad (3)$$

۸۶- در یک مؤسسه مالی و اعتباری، پرداخت وام به مشتریان به این صورت است که اگر کل مبلغ وام در ماه اول بازپرداخت شود، سود این وام ۴ درصد خواهد بود. در صورتی که بخشی از اقساط وام به ماه دوم موکول شود به آن قسط ۶ درصد سود اضافه خواهد شد و به همین ترتیب، قسط هر ماه نسبت به ماه قبلی، همراه با ۲ درصد افزایش سود پرداخت می‌شود. اگر شخصی ۵ میلیون تومان از این مؤسسه وام بگیرد و بازپرداخت آن را در ۵ ماه و هر ماه یک میلیون تومان (به علاوه سود آن)، پرداخت کند، مؤسسه چقدر سود از این شخص دریافت خواهد کرد؟

$$(1) ۴۰۰ \text{ هزار تومان} \quad (2) ۴۸۰ \text{ هزار تومان} \quad (3) ۳۶۰ \text{ هزار تومان} \quad (4) ۳۲۰ \text{ هزار تومان}$$

۸۷- نمودار دو تابع  $y = -|x - 3| + 2$  و  $y = |x - 3| + 2$  در چند نقطه با یکدیگر برخورد دارند؟

$$(1) ۳ \quad (2) ۲ \quad (3) ۱ \quad (4) \text{ هیچ}$$

## ریاضی و آمار ۲، اعمال بر روی توابع - ۳ سوال

۸۸- با فرض آن که  $\frac{f+g}{h}$  کدام تابع باشد،  $h = \{(-1, 2), (5, 1), (6, 23)\}$ ,  $g = \{(5, 10), (6, 20)\}$ ,  $f = \{(0, 2), (5, 8), (6, 3)\}$  است؟

$$\{(0, 18), (5, 1), (6, 2)\} \quad (2)$$

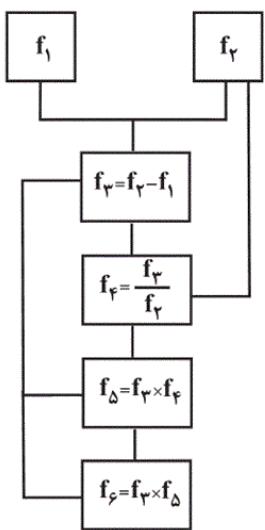
$$\{(5, 6), (6, 2)\} \quad (4)$$

$$\{(-1, 18), (5, 18), (6, 1)\} \quad (1)$$

$$\{(5, 18), (6, 1)\} \quad (3)$$

-۸۹- با توجه به ضابطه‌های ۱ - گواه،  $f_1(x) = |x - 3|$  و  $f_2(x) = x^2 - 1$  کدام است؟

۱۶ (۱)

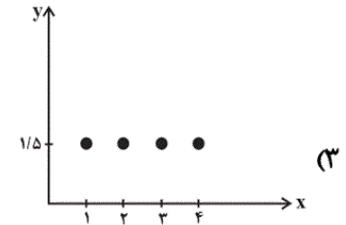
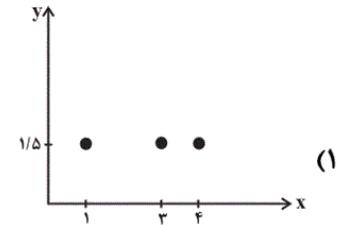
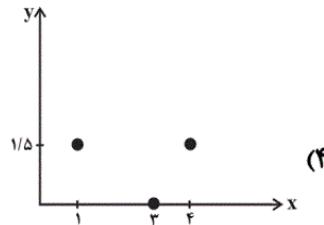
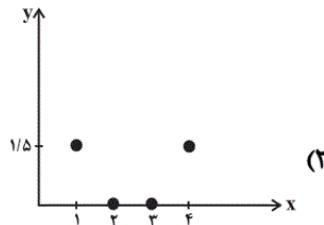
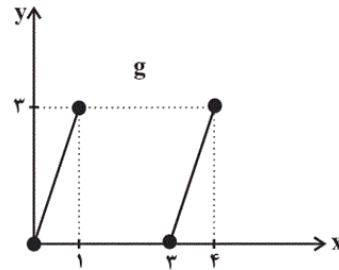
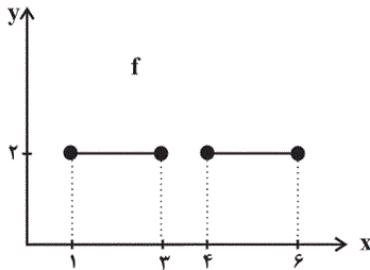


۱۴ (۲)

۱۸ (۳)

۱۲ (۴)

-۹۰- با توجه به نمودار توابع  $f$  و  $g$  نمودار تابع  $\frac{g}{f}$  کدام است؟



## ریاضی و آمار ۲ - گواه ، توابع پلکانی و قدرمطلقی - ۶ سوال -

-۹۱- اگر  $f(x) = \text{sign}(x)$  باشد، مقدار  $\frac{f(-\infty/9) + 2f(1/1)}{f(0) - 3f(9850)}$  کدام است؟

$-\frac{1}{2}$  (۴)

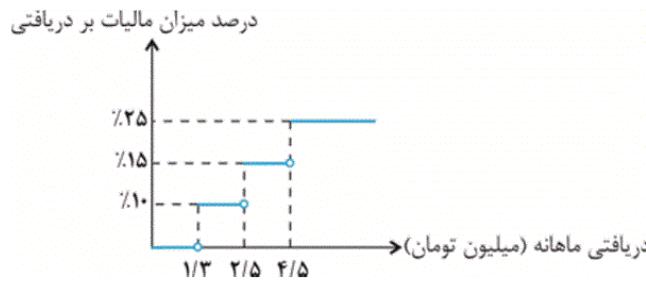
$\frac{1}{2}$  (۳)

$-\frac{1}{3}$  (۲)

$\frac{1}{3}$  (۱)

۹۲- اگر نمودار درصد مالیات بر حسب میزان دریافتی کارمندان یک شرکت به صورت زیر باشد، دریافتی شخصی که ۶۷۰۰۰۰ تومان مالیات پرداخت

می‌کند، برحسب میلیون تومان کدام است؟



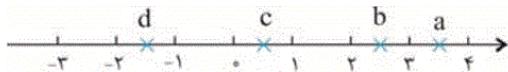
۴ / ۵ (۱)

۵ / ۵ (۲)

۵ (۳)

۳ / ۲ (۴)

۹۳- جزء صحیح کدام عدد نادرست است؟



[d] = -۲ (۴)

[c] = ۱ (۳)

[b] = ۲ (۲)

[a] = ۳ (۱)

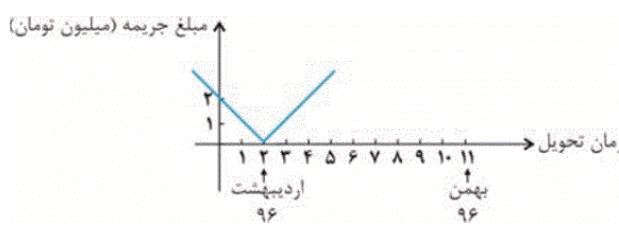
۹۴- مطابق نمودار زیر، اگر پیمانکار در ماه بهمن ۹۶ پروژه را تحويل دهد، چند میلیون تومان جریمه می‌شود؟

۱۰ (۱)

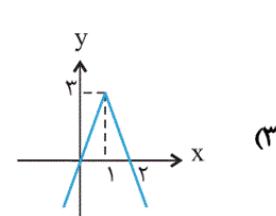
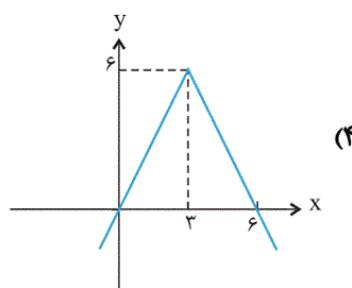
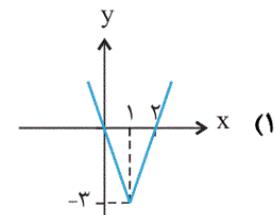
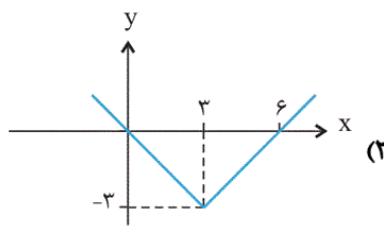
۹ (۲)

۸ (۳)

۱۱ (۴)



۹۵- نمودار تابع  $y = -|3x - 3| + 3$  کدام است؟



۹۶- مقدار تابع  $f(x) = \left[ \frac{2}{|x|+1} \right]$  به ازای  $x = -3$  کدام است؟ ( ) ، علامت جزء صحیح است.

۴) صفر

۳) ۳

۲) ۲

۱) ۱

## ریاضی و آمار ۲ - گواه ، اعمال بر روی توابع - ۴ سوال

۹۷- اگر  $\frac{f}{g}$  باشد، تابع  $g = \{(1,0), (2,-1), (3,2)\}$  و  $f = \{(-2,1), (1,-1), (2,2)\}$  کدام است؟

۱)  $\{(-2,2)\}$

۲)  $\{(-2,2), (1,0)\}$

۳)  $\{(2,-2)\}$

۴)  $\{(2,-2), (1,0)\}$

۹۸- اگر  $g + 2f$  باشد، تابع  $g = \{(-1,4), (7,2), (4,3), (0,1)\}$  و  $f = \{(1,2), (-1,3), (4,5), (2,3)\}$  کدام است؟

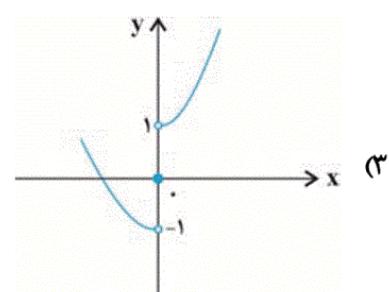
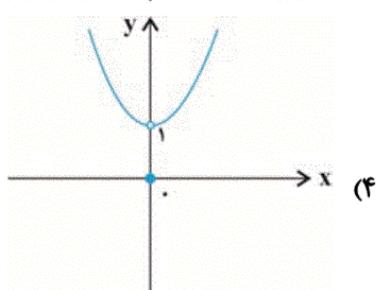
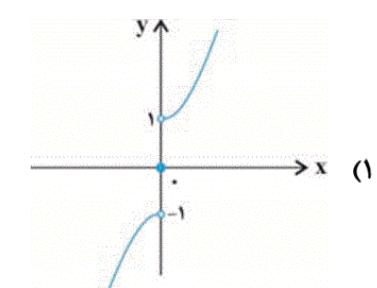
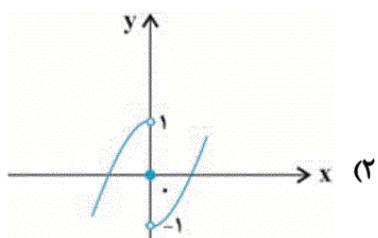
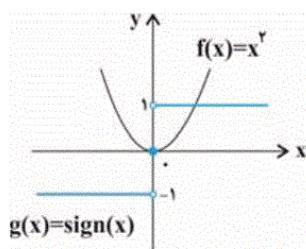
۱)  $\{(-1,10), (4,13)\}$

۲)  $\{(4,10), (-1,6)\}$

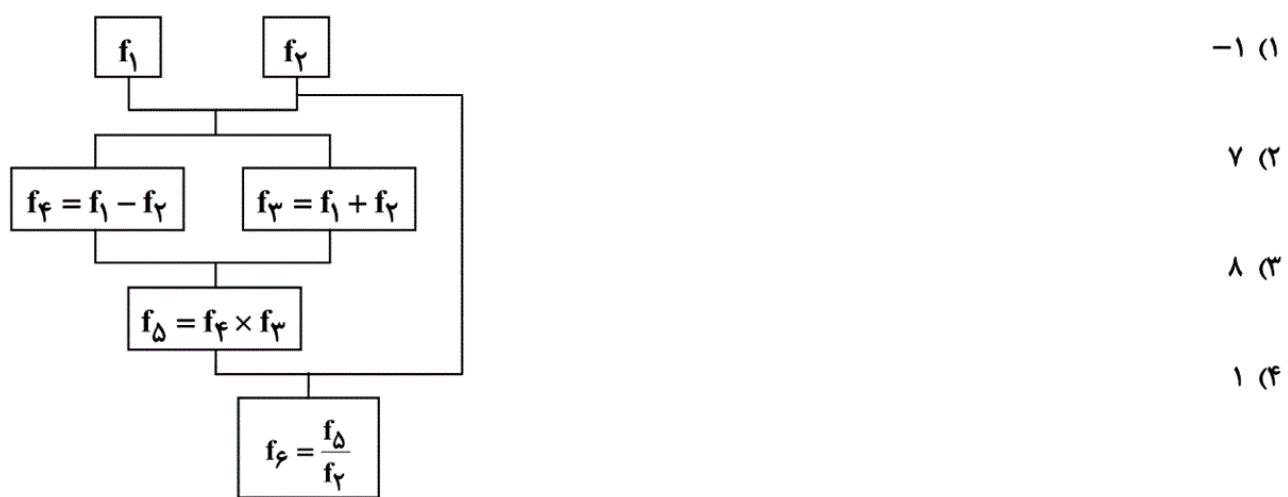
۳)  $\{(-1,6), (4,8)\}$

۴)  $\{(7,2), (4,3), (0,1)\}$

۹۹- اگر نمودار توابع  $f$  و  $g$  به صورت رو به رو باشد، در این صورت نمودار تابع  $(f+g)(x)$  کدام است؟



اگر  $f_1(x) = 2x - 3$  و  $f_2(x) = x + 1$  باشد، مقدار تابع  $f_3$  بهازی کدام است؟



-۸۱ (اسماعیل زارع، توابع پلکانی و قدر مطلقی، صفحه‌ی ۳۵ و ۳۶)

با توجه به تعریف تابع علامت  $y = \text{sign}(x)$ ، برد تابع برابر  $\{-1, 0, 1\}$  است.

$$f(x) = \begin{cases} 1 & , x > 0 \\ 0 & , x = 0 \\ -1 & , x < 0 \end{cases}$$

 ۴ ۳ ۲ ۱

-۸۲ (همید زرین کفش، توابع پلکانی و قدر مطلقی، صفحه‌ی ۳۴ تا ۳۶)

نمودار یک تابع چندضابطه‌ای را که در هر ضابطه، مقدار تابع عددی ثابت است، تابع

پلکانی می‌گویند.

 ۴ ۳ ۲ ۱

تک تک گزاره‌ها را بررسی می‌کنیم:

الف)  $x = 2/2, y = -1/4 \Rightarrow \begin{cases} [x] = [2/2] = 2 \\ [y] = [-1/4] = -2 \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} [x+y] = [2/2 - 1/4] = [0/8] = 0 \\ [x]+[y] = 2 - 2 = 0 \end{cases} \text{ صحیح است.}$$

ب)  $x = -2/2 \Rightarrow [x] = -3 \Rightarrow \begin{cases} [2x] = [2 \times (-2/2)] = [-4/4] = -5 \\ 2[x] = 2 \times (-3) = -6 \end{cases}$  غلط است.

ج)  $x = 2, y = 1/5 \Rightarrow \begin{cases} [xy] = [2 \times 1/5] = [3] = 3 \\ [x][y] = [2][1/5] = 2 \times 1 = 2 \end{cases}$  غلط است.

د)  $x = -1/3, y = -2/8 \Rightarrow \begin{cases} [x-y] = [-1/3 - (-2/8)] = [1/5] = 1 \\ [x]-[y] = [-1/3] - [-2/8] = -2 - (-3) \\ = -2 + 3 = 1 \end{cases}$

موارد «الف» و «د» صحیح است.

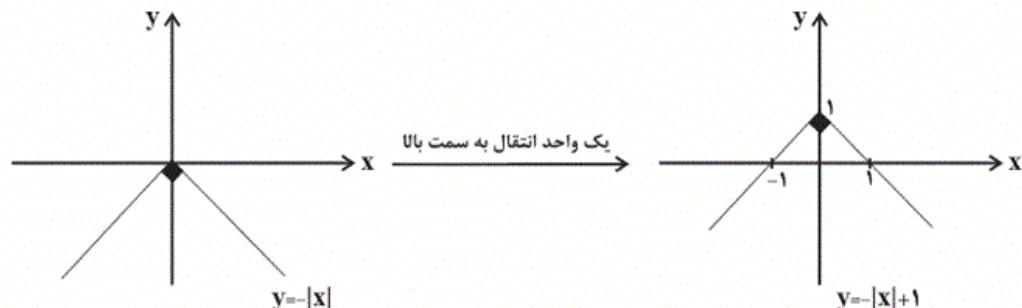
۴

۳✓

۲

۱

با توجه به نمودار تابع  $|x| - y$  کافی است نمودار را به اندازه یک واحد به سمت بالا منتقل کنیم:



۴

۳✓

۲

۱

طبق تعریف قدرمطلق داریم:

$$|u| = \begin{cases} u & , \quad u \geq 0 \\ -u & , \quad u < 0 \end{cases}$$

$$|2a+b| : a < 0, b < 0 \Rightarrow 2a+b < 0 \Rightarrow |2a+b| = -2a-b$$

$$|b-c| : b < 0, c > 0 \Rightarrow -c < 0 \Rightarrow b-c < 0 \Rightarrow |b-c| = c-b$$

$$|2c-a| : c > 0, a < 0 \Rightarrow -a > 0 \Rightarrow 2c-a > 0 \Rightarrow |2c-a| = 2c-a$$

از روابط فوق داریم:

$$|2a+b| - 2|b-c| + |2c-a| = -2a-b - 2(c-b) + 2c-a$$

$$= -2a-b-2c+2b+2c-a = b-3a$$

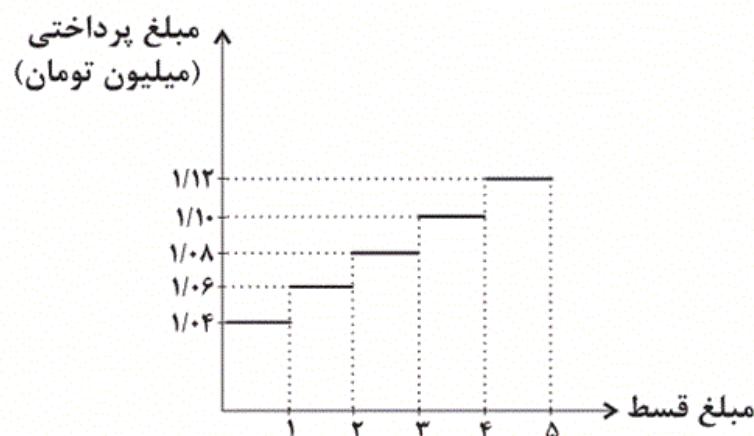
۴

۳ ✓

۲

۱

نمودار پله‌ای قسط پرداخت شده به صورت زیر است. سود ۴ درصد معادل با  $1/04$  مبلغ آن قسط است که در ماه‌های بعدی این سود افزایش یافته است. کل مبلغ پرداخت شده برابر است با مساحت سطح زیر نمودار.



$$S = 1 \times 1/04 + 1 \times 1/06 + 1 \times 1/08 + 1 \times 1/10 + 1 \times 1/12 \Rightarrow S = 5/40$$

$$\Rightarrow 5/40 \times 1,000,000 = 5,000,000 \Rightarrow \text{سود مؤسسه} = 40,000,000 \text{ تومان}$$

۴

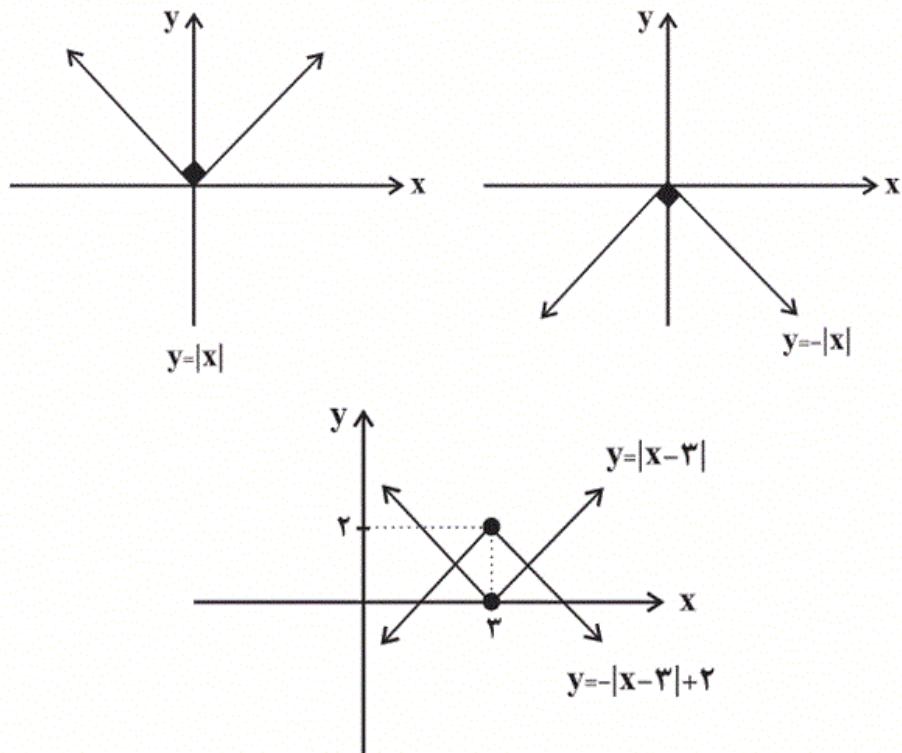
۳

۲

۱ ✓

(امیر زر اندوز، توابع پلکانی و قدر مطلقی، صفحه‌هی ۳۰ تا ۳۲)

برای رسم نمودار  $y = |x - 3|$  کافی است نمودار  $y = |x|$  را ۳ واحد به راست انتقال دهیم. همچنین برای رسم نمودار  $y = -|x - ۳| + ۲$  کافی است نمودار  $y = -|x|$  را ۳ واحد به راست و سپس ۲ واحد به بالا انتقال دهیم. لذا خواهیم داشت:



پس نمودار تابع داده شده، ۲ نقطه بربخورد دارند.

۴ ✓

۳

۲

۱

(امیر زر اندوز، اعمال بر روی توابع، صفحه‌هی ۳۵ تا ۵۳)

ابتدا تابع  $f + g$  را با توجه به دامنه مشترک آن‌ها یعنی  $\{5, 6\}$  بدست می‌آوریم:

$$f + g = \{(5, 8+10), (6, 3+20)\} = \{(5, 18), (6, 23)\}$$

حالا تابع  $f + g$  را بر تابع  $h$  تقسیم می‌کنیم (دامنه مشترک باز هم  $\{5, 6\}$  است).

ضمناً باید حواسمن باشد که مخرج کسر صفر نشود:

$$\frac{f + g}{h} = \left\{ \left( 5, \frac{18}{1} \right), \left( 6, \frac{23}{23} \right) \right\} = \{(5, 18), (6, 1)\}$$

۴

۳ ✓

۲

۱

$$f_1(-1) = (-1)^2 - 1 = 1 - 1 = 0, \quad f_2(-1) = |-1 - 3| = 4$$

$$f_3(-1) = f_2(-1) - f_1(-1) = 4 - 0 = 4, \quad f_4(-1) = \frac{f_3(-1)}{f_2(-1)} = \frac{4}{4} = 1$$

$$f_5(-1) = f_3(-1) \times f_4(-1) = 4 \times 1 = 4, \quad f_6(-1) = f_2(-1) \times f_5(-1) = 4 \times 4 = 16$$

 ۴ ۳ ۲ ۱ ✓

$$x = 1, 3, 4$$

اشتراع دامنه‌های  $f$  و  $g$  عبارتند از:

$$\left(\frac{g}{f}\right)(1) = \frac{g(1)}{f(1)} = \frac{3}{2}$$

$$\left(\frac{g}{f}\right)(3) = \frac{g(3)}{f(3)} = \frac{0}{2} = 0$$

$$\left(\frac{g}{f}\right)(4) = \frac{g(4)}{f(4)} = \frac{3}{2}$$

بنابراین نمودار گزینه «۴» درست است.

 ۴ ✓ ۳ ۲ ۱تابع علامت بهازای  $x > 0$  برابر با ۱، بهازای  $x < 0$  برابر با  $-1$  و بهازای  $x = 0$  برابر با

صفراست. پس:

$$\frac{f(-0/1) + 2f(1/1)}{f(0) - 3f(1850)} = \frac{\text{sign}(-0/1) + 2 \times \text{sign}(1/1)}{\text{sign}(0) - 3 \times \text{sign}(1850)}$$

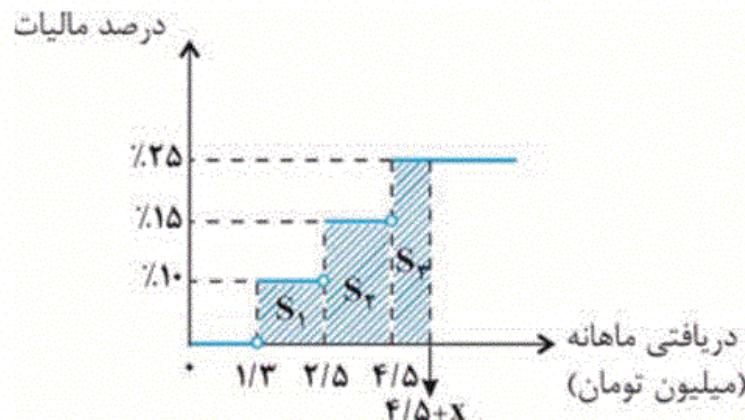
$$= \frac{-1 + 2 \times 1}{0 - 3 \times 1} = -\frac{1}{3}$$

 ۴ ۳ ۲ ✓ ۱

(کتاب جامع، توابع پلکانی و قدر مطلقی، صفحه‌ی ۳۴ تا ۳۶ کتاب درسی)

باید بررسی کنیم که سطح زیر نمودار تا چه دریافتی‌ای برابر با ۶۷۰۰۰۰ تومان یا همان

۶۷ میلیون تومان می‌شود.



$$S_1 = (2/5 - 1/3) \times \frac{10}{100} = 0/12$$

$$S_1 + S_2 = 0/12 + (4/5 - 2/5) \times \frac{15}{100} = 0/42$$

$$S_1 + S_2 + S_3 = 0/42 + x \times \frac{25}{100} = 0/67$$

$$\Rightarrow x \times 0/25 = 0/25 \Rightarrow x = 1$$

در نتیجه دریافتی ماهانه شخص برابر با  $x = 1/5$  است که مساوی ۵ میلیون

تومان می‌شود.

۴

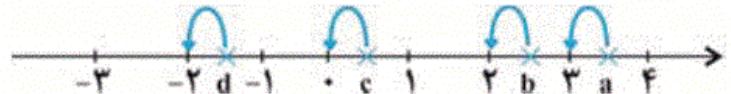
۳

۲✓

۱

(کتاب جامع، توابع پلکانی و قدر مطلقی، صفحه‌ی ۳۷ تا ۳۹ کتاب درسی)

برای پیدا کردن جزء صحیح هر عدد، باید بزرگ‌ترین عدد صحیح کوچک‌تر از آن عدد را بیابیم. روی محور، عدد صحیح قبل از عدد مورد نظر را به عنوان جزء صحیح آن معرفی می‌کنیم.



$$[a] = 3, [b] = 2$$

$$[c] = 0, [d] = -2$$

در نتیجه گزینه‌ی «۳» نادرست است.

۴

۳

۲

۱

(کتاب جامع، توابع پلکانی و قدر مطلقی، صفحه‌ی ۴۰ تا ۴۲ کتاب درسی)

مطابق نمودار، زمان تحويل پروژه اردیبهشت ماه است و پیمانکار به ازای هر ماه تأخیر یا تعجیل در تحويل پروژه، مبلغ ۱ میلیون تومان جریمه می‌شود. پس اگر به جای ماه ۲ (اردیبهشت) در ماه ۱۱ (بهمن) پروژه را تحويل دهد، به اندازه ۹ ماه تأخیر دارد، پس ۹ میلیون تومان جریمه می‌شود.

۴

۳

۲

۱

(کتاب جامع، توابع پلکانی و قدر مطلقی، صفحه‌ی ۴۲ تا ۴۳ کتاب درسی)

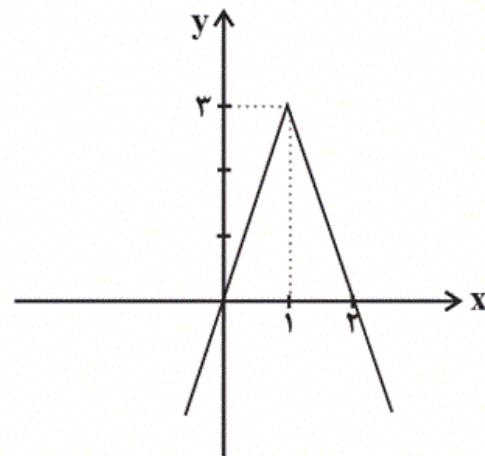
با استفاده از چند ضابطه‌ای کردن تابع داریم:

$$f(x) = -|3x - 3| + 3 = \begin{cases} -(3x - 3) + 3 & , \quad 3x - 3 \geq 0 \\ -(-(3x - 3)) + 3 & , \quad 3x - 3 < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} -3x + 3 + 3 & , \quad 3x \geq 3 \\ 3x - 3 + 3 & , \quad 3x < 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} -3x + 6 & , \quad x \geq 1 \\ 3x & , \quad x < 1 \end{cases}$$

x	1	2
y	3	0
x	0	1
y	0	3



۴

۳ ✓

۲

۱

(کتاب جامع، توابع پلکانی و قدر مطلقی، صفحه‌ی ۴۲ تا ۴۳ کتاب درسی)

مقدار  $x = -3$  را در ضابطه تابع جایگذاری می‌کنیم:

$$\xrightarrow{x=-3} f(-3) = \left[ \frac{2}{|-3|+1} \right] = \left[ \frac{2}{3+1} \right] = \left[ \frac{1}{2} \right] = 0$$

۴ ✓

۳

۲

۱

(کتاب جامع، اعمال بر روی تابع، صفحه‌ی ۴۵ تا ۵۳ کتاب درسی)

$$D_f = \{-2, 1, 2\}, D_g = \{1, 2, 3\}$$

$$\begin{aligned} D_{\frac{f}{g}} &= D_f \cap D_g - \{x \in D_g \mid g(x) = 0\} \\ &= \{1, 2\} - \{1\} = \{2\} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{f}{g} = \left\{ \left( 2, \frac{2}{-1} \right) \right\} = \{(2, -2)\}$$

 ۴ ۳ ۲ ۱

(کتاب جامع، اعمال بر روی تابع، صفحه‌ی ۴۵ تا ۵۳ کتاب درسی)

$$g = \{(-1, 4), (1, 2), (4, 3), (0, 1)\} \Rightarrow D_g = \{-1, 1, 4, 0\}$$

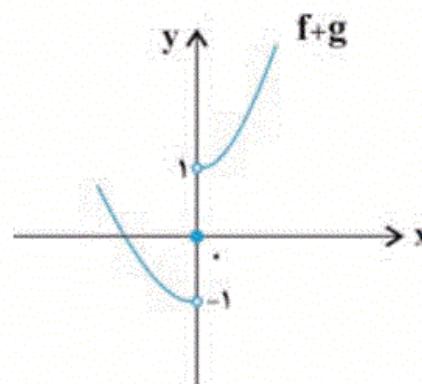
$$2f = \{(1, 4), (-1, 6), (4, 10), (2, 6)\} \Rightarrow D_{(2f)} = \{1, -1, 4, 2\}$$

$$D_g \cap D_{(2f)} = \{-1, 4\} \Rightarrow g + 2f = \{(-1, 10), (4, 13)\}$$

 ۴ ۳ ۲ ۱

(کتاب جامع، اعمال بر روی تابع، صفحه‌ی ۴۵ تا ۵۳ کتاب درسی)

برای  $x > 0$  نمودار تابع  $(g(x) = \text{sign}(x))$  برابر با مقدار ثابت یک است، پس برای رسم نمودار تابع  $f + g$  در محدوده  $x > 0$ ، نمودار تابع  $f$  را یک واحد به سمت بالا انتقال می‌دهیم. همچنین در محدوده  $x < 0$ ، مقدار تابع  $g$  برابر با  $-1$  است، پس در این محدوده برای رسم نمودار تابع  $f + g$ ، نمودار تابع  $f$  را یک واحد به سمت پایین انتقال می‌دهیم.



از طرفی در  $x = 0$  مقدار هر دو تابع صفر است، پس  $f + g$  هم صفر می‌شود.

 ۴ ۳ ۲ ۱

ابتدا ضابطه توابع  $f_3$  و  $f_4$  را به دست می‌آوریم:

$$f_3(x) = f_1(x) + f_2(x) = 2x - 3 + x + 1 = 3x - 2$$

$$f_4(x) = f_1(x) - f_2(x) = (2x - 3) - (x + 1) = x - 4$$

حال ضابطه  $f_5$  را حساب می‌کنیم:

$$f_5(x) = f_4(x) \times f_3(x) = (x - 4)(3x - 2) = 3x^2 - 14x + 8$$

در نتیجه:

$$f_5(x) = \frac{f_5(x)}{f_3(x)} = \frac{3x^2 - 14x + 8}{x + 1}$$

$$\Rightarrow f_5(0) = \frac{3(0)^2 - 14(0) + 8}{0 + 1} = 8$$

۴

۳ ✓

۲

۱