



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>



ریاضی ۱، مجموعه های متناهی و نامتناهی - ۱ سوال -

۵۱- اگر بازه $(-۶, ۹]$ مجموعه مرجع باشد و $A = [۲, ۹]$ و $B = (-۶, ۱]$ باشد. در این صورت $A' \cap B'$ کدام است؟

- (۱) $(۱, ۹]$ (۲) $(-۶, ۲]$ (۳) $(۱, ۲)$ (۴) $\emptyset$

ریاضی ۱، متمم یک مجموعه - ۱ سوال

۵۲- در یک کلاس ۳۰ نفره، ۱۵ نفر در درس فیزیک و ۲۰ نفر در درس ریاضی قبول شده‌اند. اگر ۷ نفر در هیچ کدام

از دو درس قبول نشده باشند، چند نفر در هر دو درس قبول شده‌اند؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۰ (۳) ۸ (۴) ۵

ریاضی ۱، دنباله های حسابی و هندسی - ۱ سوال

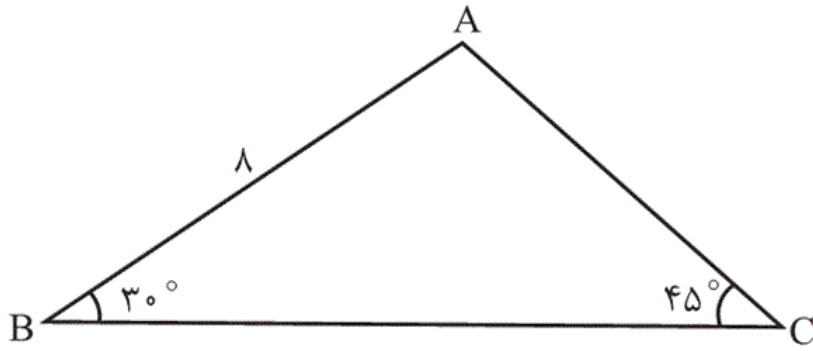
۵۳- اگر جمله های سوم و ششم یک دنباله هندسی با جمله عمومی t_n به ترتیب از راست به چپ ۲۷ و ۸ باشند،

حاصل عبارت $\frac{t_۲ + t_۵ + t_۸ + \dots + t_{۹۵}}{t_۴ + t_۷ + t_{۱۰} + \dots + t_{۹۷}}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{۲}{۳}$ (۲) $\frac{۳}{۲}$ (۳) $\frac{۴}{۹}$ (۴) $\frac{۹}{۴}$

ریاضی ۱، نسبت های مثلثاتی - ۱ سوال

۵۴- مساحت مثلث زیر کدام است؟



(۱) $8(1 + \sqrt{3})$

(۲) $\frac{8\sqrt{3} + 12}{3}$

(۳) ۸

(۴) $\frac{16\sqrt{3} + 24}{3}$

ریاضی ۱، روابط بین نسبت های مثلثاتی - ۲ سوال

۵۵- اگر داشته باشیم $\tan \theta < 0$ و $\cos \theta \cot \theta < 0$ ، زاویه θ در کدام ناحیه مثلثاتی واقع شده است؟

(۴) چهارم

(۳) سوم

(۲) دوم

(۱) اول

۵۶- حاصل عبارت تعریف شده $\frac{1}{\sin^2 \alpha} - \cot \alpha (\cot \alpha + \tan \alpha)$ کدام گزینه است؟

(۴) ۱

(۳) صفر

(۲) -۱

(۱) $\sin \alpha$

ریاضی ۱، توان های گویا - ۱ سوال -

۵۷- اگر $\sqrt[3]{a} < \sqrt[4]{a^3} < \sqrt[6]{a^5}$ باشد، آن گاه کدام گزینه درست نیست؟

(۴) $\sqrt[6]{a^5} < \sqrt[4]{a}$

(۳) $\sqrt[3]{a} < \sqrt{a}$

(۲) $a^3 < a^4$

(۱) $\sqrt[6]{a} < \sqrt[5]{a}$

ریاضی ۱، عبارت های جبری - ۲ سوال

۵۸- حاصل عبارت $(\sqrt{5} - 2)^{\frac{1}{3}} (9 + 4\sqrt{5})^{\frac{1}{6}} (\sqrt{5})^{\frac{1}{75}}$ کدام است؟

(۴) $\sqrt[3]{2}$

(۳) $\sqrt{2}$

(۲) $2\sqrt{2}$

(۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۵۹- حاصل عبارت $A = (1 + \sqrt{3})^3 + (1 - \sqrt{3})^3$ در کدام گزینه آمده است؟

۸ $\sqrt[3]{3}$ (۴)

۲۴ (۳)

۴ $\sqrt[3]{3}$ (۲)

۲۰ (۱)

ریاضی ۱، معادله درجه دوم و روش های مختلف حل آن - ۲ سوال

۶۰- معادله درجه دوم $mx^2 + (m-1)x + 3 = 0$ دارای یک ریشه مضاعف است. مجموع مقادیر ممکن برای m کدام است؟

۱۶ (۴)

۱۴ (۳)

۱۳ (۲)

۱۲ (۱)

۶۸- اگر $f = \{(2, a), (b-1, 3), (c, a-1)\}$ تابع همانی و a ، b و c ضرایب معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ باشند، قدر مطلق تفاضل ریشه های معادله درجه دوم کدام است؟

۲ $\sqrt{2}$ (۴)

$\sqrt{2}$ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

ریاضی ۱، سهمی - ۱ سوال

۶۱- سهمی به معادله $y = ax^2 + 3x + b$ ، محور عرض ها را در نقطه ای به عرض ۱ و محور طول ها را در نقطه ای به طول ۲ قطع می کند. بیش ترین مقدار عرض سهمی کدام است؟

$\frac{15}{8}$ (۴)

$\frac{16}{7}$ (۳)

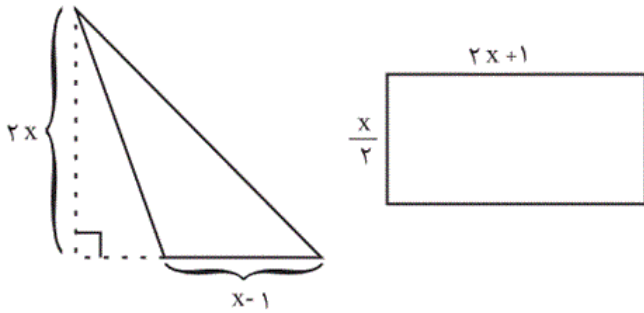
$\frac{6}{7}$ (۲)

$\frac{8}{7}$ (۱)

ریاضی ۱، تعیین علامت - ۱ سوال -

۶۲- در شکل‌های زیر، اگر مساحت مستطیل از مساحت مثلث حداقل ۵ واحد بزرگ‌تر باشد، مجموعه مقادیر x

کدام است؟



(۱) $[4, +\infty)$

(۲) $(\frac{5}{3}, \frac{10}{3}]$

(۳) $[\frac{5}{3}, +\infty)$

(۴) $[\frac{10}{3}, +\infty)$

ریاضی ۱، مفهوم تابع و بازنمایی‌های آن - ۱ سوال

۶۳- اگر رابطه R به هر عدد طبیعی از ۳ تا ۶، مقسوم‌علیه‌های طبیعی آن عدد را نسبت دهد، با حذف حداقل چند

زوج مرتب از R ، این رابطه تبدیل به تابع می‌شود؟

(۴) ۸

(۳) ۶

(۲) ۵

(۱) ۷

ریاضی ۱، دامنه و برد تابع - ۱ سوال

۶۴- اگر برد تابع $f(x) = -2x + 3$ ، بازه $[-2, 3]$ باشد، دامنه این تابع شامل چند عدد طبیعی است؟

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

ریاضی ۱، انواع تابع - ۵ سوال

۶۵- اگر مجموعه تک عضوی $\{16\}$ برد تابع $f(x) = (a^2 + b)x^2 + (b^2 + c)x + c^2$ و مجموعه اعداد حقیقی

R دامنه آن باشد، حاصل $b + c$ کدام است؟

(۴) -۶

(۳) ۶

(۲) -۲

(۱) ۲

۶۶- اگر f تابع همانی، g تابع ثابت و $\frac{g(5)f(5)}{f(5)+g(5)} = 1$ باشد، آن گاه حاصل $\frac{f(4)+g(4)}{g(4)+1}$ کدام است؟

(۴) $\frac{2}{7}$

(۳) $\frac{7}{2}$

(۲) $\frac{7}{3}$

(۱) $\frac{3}{7}$

۶۷- برد تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & , x \leq -1 \\ x^2 & , -1 < x < 1 \\ x + 1 & , x \geq 1 \end{cases}$ کدام است؟

(۲) $(-\infty, -1) \cup [2, +\infty)$

(۱) $[0, 1) \cup [2, +\infty)$

(۴) $(-1, 1) \cup [2, +\infty)$

(۳) $(-\infty, 2]$

۶۹- مساحت محدود به نمودار $f(x) = 2 - |x - 2|$ و محور طول ها کدام است؟

(۴) ۳۲

(۳) ۱۶

(۲) ۸

(۱) ۴

۷۰- یک سهمی را روی محور x ها ۲ واحد به سمت چپ و روی محور y ها ۳ واحد به سمت بالا منتقل کردیم که

در انتها معادله سهمی به صورت $y = -x^2$ تبدیل شد. معادله سهمی اولیه کدام بوده است؟

$$y = -(x-1)^2 \quad (۱)$$

$$y = -x^2 - 3 \quad (۲)$$

$$y = -(x+2)^2 + 3 \quad (۳)$$

$$y = -x^2 + 4x - 7 \quad (۴)$$

ریاضی ۱ - سوالات موازی ، مجموعه های متناهی و نامتناهی - ۱ سوال

۷۱- اگر بازه $(-6, 9]$ مجموعه مرجع باشد و $A = [2, 9]$ و $B = (-6, 1]$ باشد. در این صورت $A' \cap B'$ کدام است؟

$$(۱) \quad (1, 9] \quad (۲) \quad (-6, 2] \quad (۳) \quad (1, 2) \quad (۴) \quad \emptyset$$

ریاضی ۱ - سوالات موازی ، متمم یک مجوعه - ۱ سوال -

۷۲- در یک کلاس ۳۰ نفره ، ۱۵ نفر در درس فیزیک و ۲۰ نفر در درس ریاضی قبول شده‌اند. اگر ۷ نفر در هیچ کدام

از دو درس قبول نشده باشند، چند نفر در هر دو درس قبول شده‌اند؟

$$(۱) \quad ۱۲ \quad (۲) \quad ۱۰ \quad (۳) \quad ۸ \quad (۴) \quad ۵$$

ریاضی ۱ - سوالات موازی ، دنباله های حسابی و هندسی - ۱ سوال

۷۳- اگر جمله‌های سوم و ششم یک دنباله هندسی با جمله عمومی t_n به ترتیب از راست به چپ ۲۷ و ۸ باشد،

حاصل عبارت $\frac{t_2 + t_5 + t_8 + \dots + t_{95}}{t_4 + t_7 + t_{10} + \dots + t_{97}}$ کدام است؟

(۴) $\frac{9}{4}$

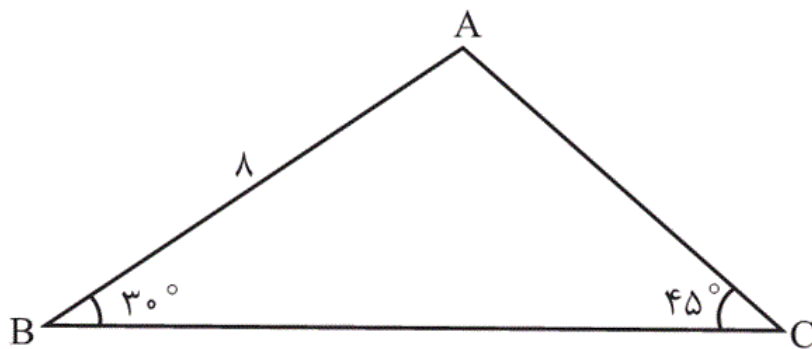
(۳) $\frac{4}{9}$

(۲) $\frac{3}{2}$

(۱) $\frac{2}{3}$

ریاضی ۱-سوالات موازی ، نسبت های مثلثاتی - ۱ سوال

۷۴- مساحت مثلث زیر کدام است؟



(۱) $8(1 + \sqrt{3})$

(۲) $\frac{8\sqrt{3} + 12}{3}$

(۳) ۸

(۴) $\frac{16\sqrt{3} + 24}{3}$

ریاضی ۱-سوالات موازی ، روابط بین نسبت های مثلثاتی -

۷۵- اگر داشته باشیم $\tan \theta < 0$ و $\cos \theta \cot \theta < 0$ ، زاویه θ در کدام ناحیه مثلثاتی واقع شده است؟

(۴) چهارم

(۳) سوم

(۲) دوم

(۱) اول

۷۶- حاصل عبارت تعریف شده $\frac{1}{\sin^2 \alpha} - \cot \alpha (\cot \alpha + \tan \alpha)$ کدام گزینه است؟

(۴) ۱

(۳) صفر

(۲) -۱

(۱) $\sin \alpha$

ریاضی ۱ - سوالات موازی ، **توان های گویا** - ۲ سوال

۷۷- اگر $\sqrt[3]{a} < \sqrt[4]{a^3} < \sqrt[5]{a}$ باشد، آن گاه کدام گزینه درست نیست؟

(۴) $\sqrt[6]{a^5} < \sqrt[4]{a}$

(۳) $\sqrt[3]{a} < \sqrt{a}$

(۲) $a^3 < a^4$

(۱) $\sqrt[6]{a} < \sqrt[5]{a}$

۷۹- حاصل عبارت $A = (1 + \sqrt{3})^3 + (1 - \sqrt{3})^3$ در کدام گزینه آمده است؟

(۴) $8\sqrt[3]{3}$

(۳) ۲۴

(۲) $4\sqrt[3]{3}$

(۱) ۲۰

ریاضی ۱ - سوالات موازی ، **عبارت های جبری** - ۱ سوال

۷۸- حاصل عبارت $\frac{1}{(9 + 4\sqrt{5})^{\frac{1}{3}} (\sqrt{5} - 2)^{\frac{1}{3}}} (4)^{0/75}$ کدام است؟

(۴) $\sqrt[3]{2}$

(۳) $\sqrt{2}$

(۲) $2\sqrt{2}$

(۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

ریاضی ۱ - سوالات موازی ، **معادله درجه دوم و روش های مختلف حل آن** - ۱ سوال

۸۰- معادله درجه دوم $mx^2 + (m-1)x + 3 = 0$ دارای یک ریشه مضاعف است. مجموع مقادیر ممکن برای m

کدام است؟

۱۶ (۴)

۱۴ (۳)

۱۳ (۲)

۱۲ (۱)

ریاضی ۱ - سوالات موازی ، **سهمی** - ۲ سوال

۸۱- سهمی به معادله $y = ax^2 + 3x + b$ ، محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض ۱ و محور طول‌ها را در نقطه‌ای

به طول ۲ قطع می‌کند. بیش‌ترین مقدار عرض سهمی کدام است؟

$\frac{15}{8}$ (۴)

$\frac{16}{7}$ (۳)

$\frac{6}{7}$ (۲)

$\frac{8}{7}$ (۱)

۹۰- اگر محور تقارن سهمی به معادله $y = x^2 + bx - 3$ ، خط $x = 1$ باشد و سهمی قسمت مثبت محور x ها را

در نقطه‌ای به طول M و محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض N قطع کند، $M + N$ کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

ریاضی ۱ - سوالات موازی ، **تعیین علامت** - ۲ سوال

۸۹- مجموعه جواب نامعادله $\frac{x^3 - 5x + 9}{x^2 - x + 1} \leq x$ کدام است؟

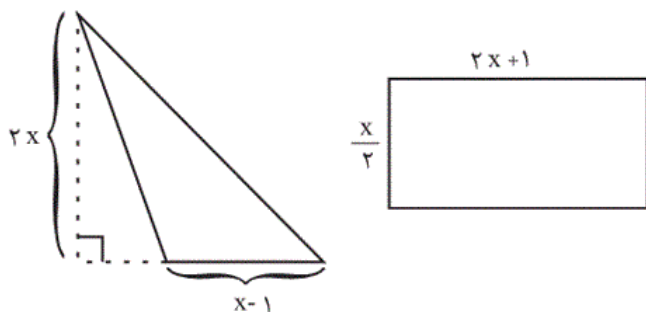
(۲) $[3, +\infty)$

(۱) $(-1, 1)$

(۴) $\{3\}$

(۳) $\{ \}$

۸۲- در شکل‌های زیر، اگر مساحت مستطیل از مساحت مثلث حداقل ۵ واحد بزرگ‌تر باشد، مجموعه مقادیر x



کدام است؟

(۱) $[4, +\infty)$

(۲) $(\frac{5}{3}, \frac{10}{3}]$

(۳) $[\frac{5}{3}, +\infty)$

(۴) $[\frac{10}{3}, +\infty)$

ریاضی ۱-سوال‌ت موازی، مفهوم تابع و بازنمایی‌های آن - ۲ سوال -

۸۳- اگر رابطه R به هر عدد طبیعی از ۳ تا ۶، مقسوم‌علیه‌های طبیعی آن عدد را نسبت دهد، با حذف حداقل چند

زوج مرتب از R ، این رابطه تبدیل به تابع می‌شود؟

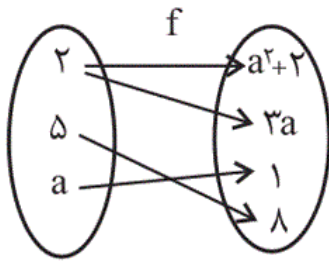
(۴) ۸

(۳) ۶

(۲) ۵

(۱) ۷

۸۸- به ازای چند مقدار a ، نمودار زیر، یک تابع را مشخص می‌کند؟



(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) بی‌شمار

(۴) هیچ مقدار

ریاضی ۱-سوالات موازی، دامنه و برد تابع - ۴ سوال

۸۴- اگر برد تابع $f(x) = -2x + 3$ ، بازه $[-2, 3]$ باشد، دامنه این تابع شامل چند عدد طبیعی است؟

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

۸۵- اگر برد تابع $f = \{(1, 1), (-3, 3), (2, n^2 - 1), (1, m), (n, 4)\}$ شامل عدد ۸ باشد، آن‌گاه مقدار $m + n$

کدام است؟

(۴) ۹

(۳) ۵

(۲) -۲

(۱) ۴

۸۶- اگر $f = \{(5, -2a), (3, -4), (-5, 0), (3, a-1)\}$ یک تابع باشد، برد تابع شامل چند عدد طبیعی است؟

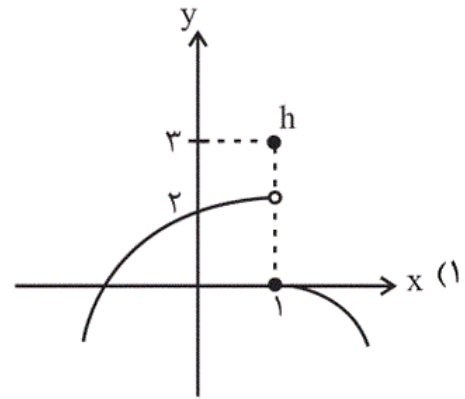
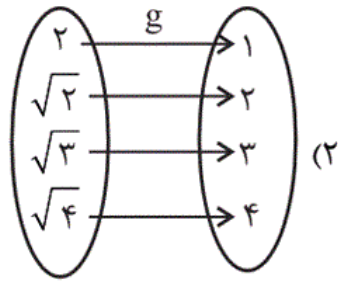
(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

۸۷- کدام گزینه مربوط به یک تابع است؟



$$k = \{(2, 5), (3, \sqrt{4} + 3), (4, 6 - 1)\} \quad (4)$$

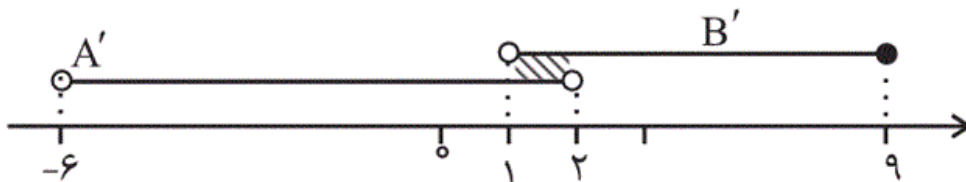
$$f = \{(3, 2), (\sqrt{9}, 3), (4, 1)\} \quad (3)$$

-۵۱

«رئیم مشتاق نظم»

$$U = (-6, 9], A = [2, 9], B = (-6, 1]$$

در شکل زیر A' و B' روی محور اعداد نشان داده شده‌اند:



$$A' \cap B' = (1, 2)$$

(صفحه‌های ۳ تا ۵ و ۸ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۴

۳ ✓

۲

۱

-۵۲

«علی ارجمند»

A: مجموعه افرادی که در درس ریاضی قبول شده‌اند.

B: مجموعه افرادی که در درس فیزیک قبول شده‌اند.

مجموعه افرادی که در هیچ یک از درس‌های فیزیک و ریاضی قبول

نشده‌اند، مجموعه $(A \cup B)'$ است. داریم:

$$n((A \cup B)') = n(U) - n(A \cup B) \Rightarrow 7 = 30 - n(A \cup B)$$

$$\Rightarrow n(A \cup B) = 23$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow 23 = 20 + 15 - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow n(A \cap B) = 12$$

(صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$\begin{cases} t_3 = 27 \\ t_6 = 8 \end{cases} \Rightarrow \frac{t_6}{t_3} = r^3 = \frac{8}{27} \Rightarrow r = \frac{2}{3}$$

$$\frac{t_2 + t_5 + t_8 + \dots + t_{95}}{t_4 + t_7 + t_{10} + \dots + t_{97}} = \frac{t_2 + t_5 + t_8 + \dots + t_{95}}{r^2 t_2 + r^2 t_5 + r^2 t_8 + \dots + r^2 t_{95}}$$

$$= \frac{t_2 + t_5 + t_8 + \dots + t_{95}}{r^2 (t_2 + t_5 + t_8 + \dots + t_{95})}$$

$$= \frac{1}{r^2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

(صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۴ ✓

۳

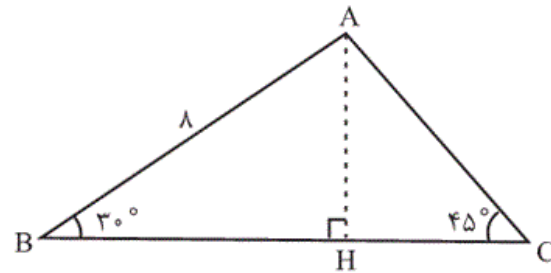
۲

۱

$$\sin 30^\circ = \frac{AH}{AB} \Rightarrow AH = 4$$

$$\tan 45^\circ = \frac{AH}{HC} \Rightarrow HC = AH \Rightarrow HC = 4$$

$$\tan 30^\circ = \frac{AH}{BH} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{4}{BH} \Rightarrow BH = 4\sqrt{3}$$



۴

۳

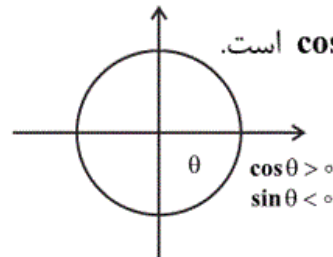
۲

۱ ✓

$$\tan \theta < 0 \Rightarrow \frac{\sin \theta}{\cos \theta} < 0 \Rightarrow \sin \theta \text{ و } \cos \theta \text{ هم علامت نیستند}$$

$$\cos \theta \times \cot \theta < 0 \Rightarrow \cos \theta \times \frac{\cos \theta}{\sin \theta} < 0 \Rightarrow \frac{\cos^2 \theta}{\sin \theta} < 0$$

$\cos^2 \theta$ مقداری همواره نامنفی دارد، پس باید $\sin \theta < 0$ باشد.



چون $\sin \theta$, $\cos \theta$ هم علامت نیستند، پس $\cos \theta > 0$ است.

پس θ در ناحیه چهارم قرار دارد.

(صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹ و ۴۲ کتاب درسی) (مثلثات)

۴ ✓

۳

۲

۱

ابتدا از اتحاد مثلثاتی $\frac{1}{\sin^2 \alpha} = 1 + \cot^2 \alpha$ استفاده می‌کنیم.

$$\frac{1}{\sin^2 \alpha} - \cot \alpha (\cot \alpha + \tan \alpha) = 1 + \cot^2 \alpha - (\cot^2 \alpha + \overbrace{\tan \alpha \cot \alpha}^1)$$

$$= 1 + \cot^2 \alpha - (\cot^2 \alpha + 1) = 0$$

(صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶ کتاب درسی) (مثلثات)

۴

۳ ✓

۲

۱

با توجه به نامساوی $\sqrt[3]{a} < \sqrt[4]{a^3}$ یا به عبارت دیگر $\frac{1}{a^3} < \frac{3}{a^4}$ ،
 نتیجه می‌شود که $a > 1$ است، توجه کنید که برای اعداد بزرگ‌تر از یک،
 هر چه توان عدد بزرگ‌تر شود، مقدار عدد بزرگ‌تر می‌شود. لذا گزینه «۴»
 درست نمی‌باشد.

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt[6]{a^5} = a^{\frac{5}{6}} \\ \sqrt[4]{a} = a^{\frac{1}{4}} \end{array} \right. \xrightarrow[a > 1]{\frac{5}{6} > \frac{1}{4}} a^{\frac{5}{6}} > a^{\frac{1}{4}}$$

(صفحه‌های ۵۴ تا ۶۱ کتاب درسی) (توان‌های گویا و عبارت‌های جبری)

☐ ۴ ✓

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

عبارت‌ها را ساده می‌کنیم و در ادامه از اتحاد مزدوج استفاده می‌کنیم:

$$4^{0/75} = 4^{\frac{3}{4}} = (2^2)^{\frac{3}{4}} = 2^{\frac{3}{2}} = \sqrt{2^3} = 2\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} (\sqrt{5}-2)^{\frac{1}{3}} &= \sqrt[3]{\sqrt{5}-2} = \sqrt[3]{2(\sqrt{5}-2)^2} = \sqrt[6]{5-4\sqrt{5}+4} \\ &= \sqrt[6]{9-4\sqrt{5}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow (4^{0/75})(\sqrt{5}-2)^{\frac{1}{3}}(9+4\sqrt{5})^{\frac{1}{6}} &= (2\sqrt{2})(\sqrt[6]{9-4\sqrt{5}})(\sqrt[6]{9+4\sqrt{5}}) \\ &= (2\sqrt{2})\sqrt[6]{(9-4\sqrt{5})(9+4\sqrt{5})} = (2\sqrt{2})\sqrt[6]{81-80} = 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

(صفحه‌های ۵۴ تا ۶۳ کتاب درسی) (توان‌های گویا و عبارت‌های جبری)

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲ ✓

☐ ۱

با فرض $x = 1 + \sqrt{3}$ و $y = 1 - \sqrt{3}$ داریم:

$$\begin{cases} x + y = 1 + \sqrt{3} + 1 - \sqrt{3} = 2 \\ xy = (1 + \sqrt{3})(1 - \sqrt{3}) = 1 - 3 = -2 \end{cases}$$

از طرفی:

$$(x + y)^3 = x^3 + y^3 + 3xy(x + y)$$

$$\Rightarrow (x + y)^3 - 3xy(x + y) = x^3 + y^3$$

$$\Rightarrow A = x^3 + y^3 = 2^3 - 3(-2)(2) \Rightarrow x^3 + y^3 = 8 + 12 = 20$$

(صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷ کتاب درسی) (توان‌های گویا و عبارت‌های جبری)

۴

۳

۲

۱ ✓

معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ دارای ریشه مضاعف است، اگر

$$\Delta = b^2 - 4ac = 0 \text{ باشد، بنابراین:}$$

$$(m - 1)^2 - 4m \times 3 = 0 \Rightarrow m^2 - 2m + 1 - 12m = 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 14m + 1 = 0$$

$$\Delta = (-14)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 196 - 4 = 192$$

$$\begin{cases} m_1 = \frac{14 + \sqrt{192}}{2} \\ m_2 = \frac{14 - \sqrt{192}}{2} \end{cases} \Rightarrow m_1 + m_2 = 14$$

(صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

۴

۳ ✓

۲

۱

چون f تابع همانی است، پس $f(x) = x$ است، در نتیجه:

$$a = 2, b - 1 = 3 \Rightarrow b = 4$$

$$c = a - 1 = 2 - 1 = 1$$

در نتیجه معادله درجه دوم به صورت زیر است:

$$2x^2 + 4x + 1 = 0, \Delta = b^2 - 4ac = 16 - 8 = 8$$

$$x_1, x_2 = \frac{-4 \pm \sqrt{8}}{4} = -1 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$|x_1 - x_2| = \left| \left(-1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) - \left(-1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \right| = \left| -1 + \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right| = \sqrt{2}$$

(صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷ و ۱۱۰ کتاب درسی) (ترکیبی)

۴

۳✓

۲

۱

مختصات نقاط $(0, 1)$ و $(2, 0)$ در ضابطه سهمی صدق می‌کند:

$$1 = 0 + 0 + b \Rightarrow b = 1$$

$$0 = 4a + 6 + b \xrightarrow{b=1} a = -\frac{7}{4}$$

طول رأس سهمی:

$$y = -\frac{7}{4}x^2 + 3x + 1, x_s = -\frac{b}{2a} \Rightarrow x_s = -\frac{3}{2(-\frac{7}{4})} = \frac{6}{7}$$

$$y_s = -\frac{7}{4}\left(\frac{6}{7}\right)^2 + 3\left(\frac{6}{7}\right) + 1 = -\frac{9}{7} + \frac{18}{7} + 1 = \frac{16}{7}$$

بیش‌ترین مقدار سهمی:

(صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

۴

۳✓

۲

۱

مساحت مستطیل از مساحت مثلث حداقل ۵ واحد بزرگتر است، پس:

$$S_{\text{مستطیل}} - S_{\text{مثلث}} \geq 5 \Rightarrow \frac{x}{2}(2x+1) - \frac{2x(x-1)}{2} \geq 5$$

$$\Rightarrow 2x^2 + x - 2x^2 + 2x \geq 10 \Rightarrow 3x \geq 10 \Rightarrow x \geq \frac{10}{3}$$

$$x \in [\frac{10}{3}, +\infty)$$

(صفحه‌های ۱۱ تا ۹۳ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

«شکیب رجبی»

$$R = \{(3,1), (3,3), (4,1), (4,2), (4,4), (5,1), (5,5), (6,1), (6,2),$$

$$(6,3), (6,6)\}$$

برای آن‌که رابطه R تابع باشد، زوج مرتب‌های متمایز با مؤلفه اول یکسان نباید داشته باشد، پس باید حداقل هفت زوج مرتب حذف شوند.

(صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰ کتاب درسی) (تابع)

☐ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☒ ۱

برد تابع بازه $[-2, 3]$ است، پس:

$$y \in [-2, 3] \Rightarrow -2 \leq y \leq 3 \Rightarrow -2 \leq -2x + 3 \leq 3$$

$$\xrightarrow{-3} -2-3 \leq -2x+3-3 \leq 3-3$$

$$\Rightarrow -5 \leq -2x \leq 0 \xrightarrow{\div(-2)} \frac{5}{2} \geq x \geq 0 \Rightarrow x \in [0, \frac{5}{2}]$$

اعداد طبیعی ۱ و ۲ در بازه $[0, \frac{5}{2}]$ قرار دارند.

(صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸ کتاب درسی) (تابع)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

چون مجموعه برد تابع $f(x)$ با دامنه $\mathbf{R}$ ، تک‌عضوی است، پس این تابع

باید تابع ثابت باشد. یعنی:

$$f(x) = (\underbrace{a^2 + b}_0)x^2 + (\underbrace{b^2 + c}_0)x + \underbrace{c^2}_{16}$$

$$\begin{cases} c^2 = 16 \\ b^2 = -c \\ a^2 = -b \end{cases} \xrightarrow{\substack{c < 0 \\ b < 0}} \begin{cases} c = -4 \\ b = -2 \\ a = \pm\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow b + c = -6$$

(صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۱۱ کتاب درسی) (تابع)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

با توجه به این که ضابطه تابع همانی f به صورت $f(x) = x$ می باشد پس
با $f(5) = 5$ با توجه به صورت سؤال داریم:

$$\frac{g(5)f(5)}{f(5)+g(5)} = 1 \Rightarrow \frac{5g(5)}{5+g(5)} = 1 \Rightarrow 5g(5) = 5 + g(5)$$

$$\Rightarrow 4g(5) = 5 \Rightarrow g(5) = \frac{5}{4} \xrightarrow{\text{چون } g \text{ تابع ثابت است}} g(x) = \frac{5}{4}$$

$$\frac{f(4)+g(4)}{g(4)+1} = \frac{4+\frac{5}{4}}{\frac{5}{4}+1} = \frac{\frac{21}{4}}{\frac{9}{4}} = \frac{21}{9} = \frac{7}{3}$$

(صفحه های ۱۰۹ تا ۱۱۳ کتاب درسی) (تابع)

۴

۳

۲✓

۱

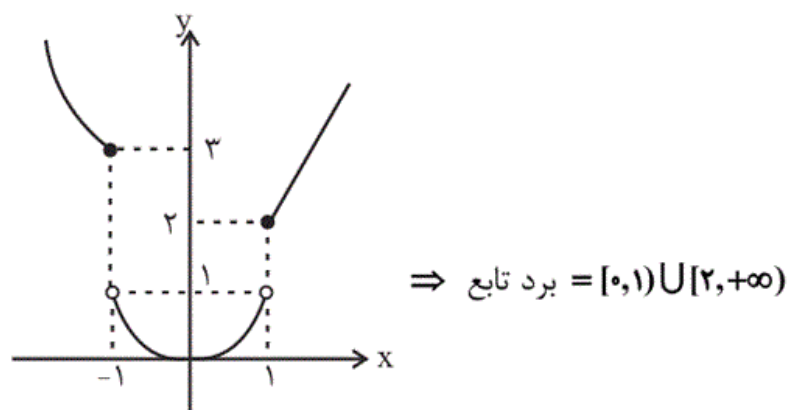
بهترین روش تعیین برد این تابع، رسم نمودار آن است. به این صورت که

ابتدا نمودار $y_1 = x^2 + 2$ را با شرط $x \leq -1$ ، سپس نمودار $y_2 = x^2$

را با شرط $-1 < x < 1$ و در مرحله آخر نمودار تابع $y_3 = x + 1$ را با

شرط $x \geq 1$ رسم می کنیم تا نمودار تابع اصلی به صورت زیر رسم گردد.

تصویر نمودار بر روی محور y ها، بُرد تابع را نتیجه می دهد.



(صفحه های ۱۰۱ تا ۱۱۳ کتاب درسی) (تابع)

۴

۳

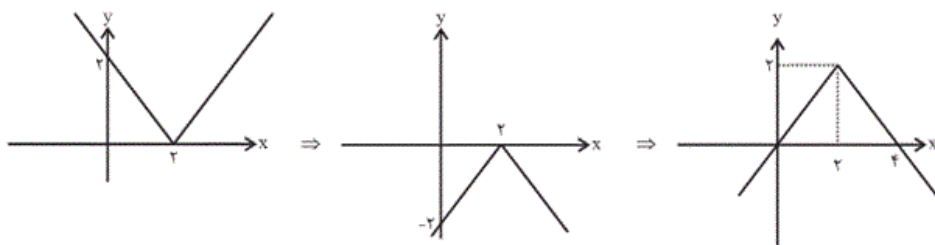
۲

۱✓

نمودار تابع $y = |x|$ را دو واحد به راست می‌بریم، سپس نسبت به محور

x ها قرینه می‌کنیم و سپس دو واحد به بالا انتقال می‌دهیم تا نمودار تابع

$y = 2 - |x - 2|$ به دست آید.



$$y = |x - 2|$$

$$y = -|x - 2|$$

$$f(x) = 2 - |x - 2|$$

سطح محدود به نمودار و محور طول‌ها برابر است با:

$$S = \frac{4 \times 2}{2} = 4$$

(صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۷ کتاب درسی) (تابع)

۴

۳

۲

۱ ✓

برای پیدا کردن معادله اولیه، ابتدا سهمی به معادله $y = -x^2$ را ۳ واحد به

پایین منتقل می‌کنیم تا به معادله $y = -x^2 - 3$ تبدیل می‌شود سپس ۲

واحد سهمی را روی محور x ها به سمت راست منتقل می‌کنیم تا معادله

به صورت زیر شود:

$$y = -(x - 2)^2 - 3 \Rightarrow y = -(x^2 - 4x + 4) - 3 = -x^2 + 4x - 7$$

(صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲ و ۱۱۳ تا ۱۱۷ کتاب درسی) (ترکیبی)

۴ ✓

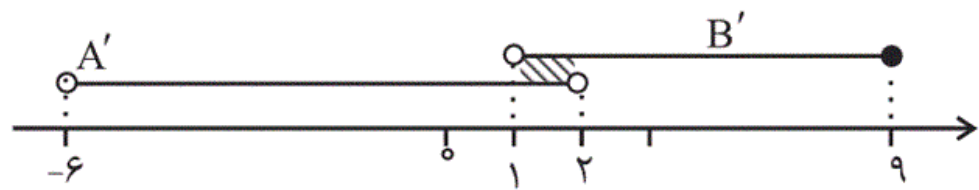
۳

۲

۱

$$U = (-6, 9], \quad A = [2, 9], \quad B = (-6, 1]$$

در شکل زیر A' و B' روی محور اعداد نشان داده شده‌اند:



بنابراین $A' \cap B' = (1, 2)$

(صفحه‌های ۳ تا ۵ و ۸ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۴

۳ ✓

۲

۱

A : مجموعه افرادی که در درس ریاضی قبول شده‌اند.

B : مجموعه افرادی که در درس فیزیک قبول شده‌اند.

مجموعه افرادی که در هیچ یک از درس‌های فیزیک و ریاضی قبول

نشده‌اند، مجموعه $(A \cup B)'$ است. داریم:

$$n((A \cup B)') = n(U) - n(A \cup B) \Rightarrow 7 = 30 - n(A \cup B)$$

$$\Rightarrow n(A \cup B) = 23$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow 23 = 20 + 15 - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow n(A \cap B) = 12$$

(صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$\begin{cases} t_3 = 27 \\ t_6 = 8 \end{cases} \Rightarrow \frac{t_6}{t_3} = r^3 = \frac{8}{27} \Rightarrow r = \frac{2}{3}$$

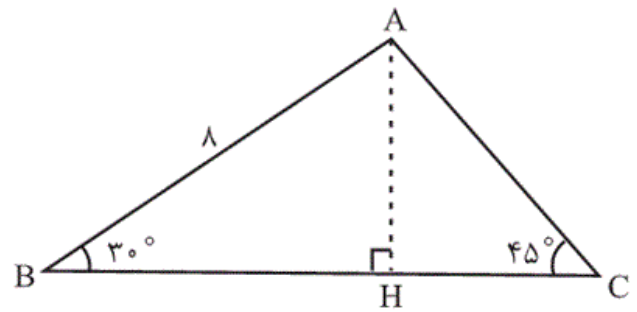
$$\frac{t_2 + t_5 + t_8 + \dots + t_{95}}{t_4 + t_7 + t_{10} + \dots + t_{97}} = \frac{t_2 + t_5 + t_8 + \dots + t_{95}}{r^2 t_2 + r^2 t_5 + r^2 t_8 + \dots + r^2 t_{95}}$$

۴ ✓

۳

۲

۱



$$\sin 30^\circ = \frac{AH}{AB} \Rightarrow AH = 4$$

$$\tan 45^\circ = \frac{AH}{HC} \Rightarrow HC = AH \Rightarrow HC = 4$$

$$\tan 30^\circ = \frac{AH}{BH} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{4}{BH} \Rightarrow BH = 4\sqrt{3}$$

$$BC = BH + HC = 4\sqrt{3} + 4$$

$$S = \frac{1}{2} \times BC \times AH = \frac{1}{2} \times (4\sqrt{3} + 4) \times 4 = 8\sqrt{3} + 8 = 8(\sqrt{3} + 1)$$

(صفحه‌های ۲۹ تا ۳۴ کتاب درسی) (مثلثات)

۴

۳

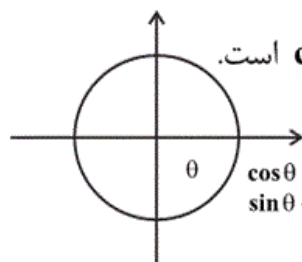
۲

۱ ✓

$$\tan \theta < 0 \Rightarrow \frac{\sin \theta}{\cos \theta} < 0 \Rightarrow \sin \theta \text{ و } \cos \theta \text{ هم علامت نیستند}$$

$$\cos \theta \times \cot \theta < 0 \Rightarrow \cos \theta \times \frac{\cos \theta}{\sin \theta} < 0 \Rightarrow \frac{\cos^2 \theta}{\sin \theta} < 0$$

$\cos^2 \theta$ مقداری همواره نامنفی دارد، پس باید $\sin \theta < 0$ باشد.



چون $\sin \theta$ و $\cos \theta$ هم علامت نیستند، پس $\cos \theta > 0$ است.

پس θ در ناحیه چهارم قرار دارد.

(صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹ و ۴۲ کتاب درسی) (مثلثات)

۴ ✓

۳

۲

۱

ابتدا از اتحاد مثلثاتی $\frac{1}{\sin^2 \alpha} = 1 + \cot^2 \alpha$ استفاده می‌کنیم.

$$\frac{1}{\sin^2 \alpha} - \cot \alpha (\cot \alpha + \tan \alpha) = 1 + \cot^2 \alpha - (\cot^2 \alpha + \overbrace{\tan \alpha \cot \alpha}^1)$$

$$= 1 + \cot^2 \alpha - (\cot^2 \alpha + 1) = 0$$

(صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶ کتاب درسی) (مثلثات)

۴

۳ ✓

۲

۱

با توجه به نامساوی $\sqrt[3]{a} < \sqrt[4]{a^3}$ یا به عبارت دیگر $\frac{1}{a^3} < \frac{3}{a^4}$ ،

نتیجه می‌شود که $a > 1$ است، توجه کنید که برای اعداد بزرگ‌تر از یک،

هر چه توان عدد بزرگ‌تر شود، مقدار عدد بزرگ‌تر می‌شود. لذا گزینه «۴»

درست نمی‌باشد.

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt[6]{a^5} = a^{\frac{5}{6}} \\ \sqrt[4]{a} = a^{\frac{1}{4}} \end{array} \right. \xrightarrow[a > 1]{\frac{5}{6} > \frac{1}{4}} a^{\frac{5}{6}} > a^{\frac{1}{4}}$$

(صفحه‌های ۵۴ تا ۶۱ کتاب درسی) (توان‌های گویا و عبارت‌های جبری)

۴ ✓

۳

۲

۱

با فرض $x = 1 + \sqrt{3}$ و $y = 1 - \sqrt{3}$ داریم:

$$\begin{cases} x + y = 1 + \sqrt{3} + 1 - \sqrt{3} = 2 \\ xy = (1 + \sqrt{3})(1 - \sqrt{3}) = 1 - 3 = -2 \end{cases}$$

از طرفی:

$$(x + y)^3 = x^3 + y^3 + 3xy(x + y)$$

$$\Rightarrow (x + y)^3 - 3xy(x + y) = x^3 + y^3$$

$$\Rightarrow A = x^3 + y^3 = 2^3 - 3(-2)(2) \Rightarrow x^3 + y^3 = 8 + 12 = 20$$

(صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷ کتاب درسی) (توان‌های گویا و عبارت‌های جبری)

۴

۳

۲

۱ ✓

عبارت‌ها را ساده می‌کنیم و در ادامه اتحاد مزدوج استفاده می‌کنیم:

$$4^{0/75} = 4^{\frac{3}{4}} = (2^2)^{\frac{3}{4}} = 2^{\frac{3}{2}} = \sqrt{2^3} = 2\sqrt{2}$$

$$(\sqrt{5}-2)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{\sqrt{5}-2} = \sqrt[3]{2(\sqrt{5}-2)} = \sqrt[3]{2(\sqrt{5}-2)^2} = \sqrt[6]{5-4\sqrt{5}+4}$$

$$= \sqrt[6]{9-4\sqrt{5}}$$

$$\Rightarrow (4^{0/75})(\sqrt{5}-2)^{\frac{1}{3}}(9+4\sqrt{5})^{\frac{1}{6}} = (2\sqrt{2})(\sqrt[6]{9-4\sqrt{5}})(\sqrt[6]{9+4\sqrt{5}})$$

۴

۳

۲✓

۱

معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ دارای ریشه مضاعف است، اگر

$$\Delta = b^2 - 4ac = 0 \text{ باشد، بنابراین:}$$

$$(m-1)^2 - 4m \times 3 = 0 \Rightarrow m^2 - 2m + 1 - 12m = 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 14m + 1 = 0$$

$$\Delta = (-14)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 196 - 4 = 192$$

$$\begin{cases} m_1 = \frac{14 + \sqrt{192}}{2} \\ m_2 = \frac{14 - \sqrt{192}}{2} \end{cases} \Rightarrow m_1 + m_2 = 14$$

(صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

۴

۳ ✓

۲

۱

مختصات نقاط $(۰,۱)$ و $(۲,۰)$ در ضابطه سهمی صدق می‌کند:

$$۱ = ۰ + ۰ + b \Rightarrow b = ۱$$

$$۰ = ۴a + ۶ + b \xrightarrow{b=1} a = -\frac{۷}{۴}$$

طول رأس سهمی:

$$y = -\frac{۷}{۴}x^2 + ۳x + ۱, x_s = -\frac{b}{2a} \Rightarrow x_s = -\frac{۳}{2(-\frac{۷}{۴})} = \frac{۶}{۷}$$

$$y = -\frac{۷}{۴}\left(\frac{۶}{۷}\right)^2 + ۳\left(\frac{۶}{۷}\right) + ۱ = -\frac{۹}{۷} + \frac{۱۸}{۷} + ۱ = \frac{۱۶}{۷}$$

بیش‌ترین مقدار سهمی:

(صفحه‌های ۷۸ و ۸۲ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$x=1 \Rightarrow -\frac{b}{2a}=1 \Rightarrow -\frac{b}{2}=1 \Rightarrow b=-2$$

$$y = x^2 - 2x - 3 \text{ : معادله سهمی}$$

$$\xrightarrow{x=0} y = -3 \Rightarrow N = -3 \text{ تلاقی با محور عرضها}$$

$$\xrightarrow{y=0} x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow (x+1)(x-3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases} \text{ قابل قبول}$$

پس $M = 3$ است.

$$\Rightarrow M + N = 3 + (-3) = 0$$

(صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$\frac{x^3 - 5x + 9}{x^2 - x + 1} \leq x \Rightarrow \frac{x^3 - 5x + 9}{x^2 - x + 1} - x \leq 0 \Rightarrow P(x) = \frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - x + 1} \leq 0$$

$$x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$$

در عبارت درجه دوم $x^2 - x + 1$ دلتا منفی و ضریب x^2 مثبت است،

پس این عبارت درجه دوم همواره مثبت است.

x	۳		
$(x-3)^2$	+	•	+
$x^2 - x + 1$	+	•	+
P	+	•	+

با توجه به جدول تعیین علامت مجموعه جواب نامعادله فقط $\{3\}$ است.

(صفحه‌های ۸۳ تا ۹۳ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

۴ ✓

۳

۲

۱

مساحت مستطیل از مساحت مثلث حداقل ۵ واحد بزرگتر است، پس:

$$S_{\text{مستطیل}} - S_{\text{مثلث}} \geq 5 \Rightarrow \frac{x}{2}(2x+1) - \frac{2x(x-1)}{2} \geq 5$$

$$\Rightarrow 2x^2 + x - 2x^2 + 2x \geq 10 \Rightarrow 3x \geq 10 \Rightarrow x \geq \frac{10}{3}$$

$$x \in [\frac{10}{3}, +\infty)$$

(صفحه‌های ۸۸ تا ۹۳ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

☐ ۴ ✓

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

«شکیب ریپی»

$$R = \{(3,1), (3,2), (4,1), (4,2), (4,4), (5,1), (5,5), (6,1), (6,2)$$

$$, (6,3), (6,6)\}$$

برای آن که رابطه R تابع باشد، زوج مرتب‌های متمایز با مؤلفه اول

یکسان نباید داشته باشد، پس باید حداقل هفت زوج مرتب حذف شوند.

(صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰ کتاب درسی) (تابع)

☐ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☒ ۱ ✓

چون از عضو ۲، دو پیکان خارج شده است، برای تابع بودن باید $a^2 + 2 = 3a$

باشد، پس:

$$a^2 - 3a + 2 = 0 \Rightarrow (a-1)(a-2) = 0 \Rightarrow a=1, a=2$$

$$a=1 \Rightarrow f = \{(2,3), (2,2), (5,8), (1,1)\}$$

$$a=2 \Rightarrow f = \{(2,6), (2,6), (5,8), (2,1)\}$$

به‌ازای $a=2$ ، f تابع نیست، زیرا در آن دو زوج مرتب $(2,6)$ و $(2,1)$

به‌وجود می‌آید.

در نتیجه فقط برای $a=1$ ، f تابع است. پس گزینه «۱» درست است.

(صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰ کتاب درسی) (تابع)

☐ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☒ ۱ ✓

برد تابع بازه $[-۲, ۳]$ است، پس:

$$y \in [-۲, ۳] \Rightarrow -۲ \leq y \leq ۳ \Rightarrow -۲ \leq -۲x + ۳ \leq ۳$$

$$\xrightarrow{-۳} -۲ - ۳ \leq -۲x + ۳ - ۳ \leq ۳ - ۳$$

$$\Rightarrow -۵ \leq -۲x \leq ۰ \xrightarrow{\div(-۲)} \frac{۵}{۲} \geq x \geq ۰ \Rightarrow x \in [۰, \frac{۵}{۲}]$$

اعداد طبیعی ۱ و ۲ در بازه $[۰, \frac{۵}{۲}]$ قرار دارند.

(صفحه‌های ۱۰ تا ۱۰۸ کتاب درسی) (تابع)

۴

۳✓

۲

۱

«علی ارجمند»

برای این‌که برد تابع f شامل عدد ۸ باشد، باید یکی از اعداد m یا

$(n^2 - 1)$ برابر با ۸ باشند، اگر $m = ۸$ باشد آن‌گاه f دارای دو عضو

$(۱, ۱)$ و $(۱, ۸)$ خواهد بود که با فرض تابع بودن f در تناقض است. بنابراین:

$$\begin{cases} m = ۱ \\ n^2 - ۱ = ۸ \Rightarrow n = \pm ۳ \end{cases}$$

حال اگر مقدار n برابر (-۳) باشد، آن‌گاه f دارای دو عضو $(-۳, ۳)$ و

$(-۳, ۴)$ خواهد بود که با فرض تابع بودن f در تناقض است. بنابراین:

$$n = ۳ \Rightarrow m + n = ۴$$

(صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۸ کتاب درسی) (تابع)

۴

۳

۲

۱✓

$$(3, -4), (3, a-1) \in f$$

$$\Rightarrow a-1 = -4 \Rightarrow a = -4+1 \Rightarrow a = -3$$

$$\xrightarrow{a=-3} (5, -2a) = (5, 6)$$

پس تابع به صورت زیر می باشد:

$$f = \{(5, 6), (3, -4), (-5, 0), (3, -4)\}$$

که برد آن فقط یک عضو طبیعی یعنی عدد ۶ را دارد.

(صفحه های ۹۵ تا ۱۰۸ کتاب درسی) (تابع)

۴

۳

۲ ✓

۱

رابطه‌ای از A به B تابع است که به هر عضو از مجموعه A دقیقاً یک عضو از مجموعه B را نسبت دهد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: خطی موازی محور y ها وجود دارد که نمودار تابع را در بیش از یک نقطه قطع کند، پس تابع نیست.

گزینه «۲»:

$$\sqrt{4} = 2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (2,1) \in g \\ (\sqrt{4},4) \in g \Rightarrow (2,4) \in g \end{array} \right.$$

پس g تابع نیست.

گزینه «۳»: زوج‌های مرتب $(3,2)$ و $(\sqrt{9},3)$ در رابطه هستند و $\sqrt{9} = 3$ پس رابطه تابع نیست.

(صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۸ کتاب درسی) (تابع)

☒ ۴ ✓

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱