سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

# درســـنامه ها و جـــزوه های ریاضـــی

# سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

# نمونه سوالات امتحانات ریاضی

# نرم افزارهای ریاضیات

# و...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)

https://t.me/riazisara

ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)

https://www.instagram.com/riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

## ریاضی 1 ، متمم یک مجوعه - 1 سوال

۵۳- در یک کلاس ۲۵ نفره، ۱۵ نفر عضو تیم فوتبال و ۱۱ نفر عضو تیم بسکتبال کلاس هستند. ۵ نفر از دانش‌آموزان عضو هیچ‌یک از تیم‌ها نیستند. چند نفر فقط در تیم فوتبال حضور دارند؟

۱) ۵
۲) ۶
۳) ۱۵
۴) ۹

## ریاضی 1 ، دنباله هاي حسابي و هندسي - 1 سوال -

۷۰- در دنبالهٔ هندسی $x+1, x, x-1, \ldots$ با قدرنسبت مثبت، حاصل $\frac{t_7}{t_5}$ کدام است؟

۱) $\sqrt{2}-1$
۲) $2-2\sqrt{2}$
۳) $3-2\sqrt{2}$
۴) $4-2\sqrt{2}$

## ریاضی 1 ، دایره مثلثاتي - 1 سوال

۶۵- اگر $\tan\theta = 2$ و انتهای زاویهٔ $\theta$ در ناحیهٔ سوم محورهای مختصات واقع باشد، مجموع مؤلفه‌های اول و دوم نقطهٔ $P$ (محل برخورد انتهای زاویهٔ $\theta$ با دایرهٔ مثلثاتی) کدام است؟

۱) $-\frac{3\sqrt{5}}{5}$
۲) $-\frac{\sqrt{5}}{5}$
۳) $\frac{\sqrt{5}}{5}$
۴) $\frac{3\sqrt{5}}{5}$

## ریاضی 1 ، ریشه n ام - 1 سوال -

۵۴- کدام گزینه درست است؟

۱) $\sqrt[n]{a}\times\sqrt[n]{b}$ را همواره می‌توان به‌صورت $\sqrt[n]{ab}$ نوشت.

۲) $\sqrt[n]{a^m}$ را همواره می‌توان به‌صورت $\left(\sqrt[n]{a}\right)^m$ نوشت.

۳) $\sqrt[n]{ab}$ را همواره می‌توان به‌صورت $\sqrt[n]{a}\times\sqrt[n]{b}$ نوشت.

۴) $\sqrt[4]{x^4}$ برابر است با $\pm x$ .

## ریاضي 1 ، معادله درجه دوم و روش هاي مختلف حل آن - 1 سوال

۵۸- عددی مثبت از مربع خود، ۲ واحد کم‌تر است، چند مقدار برای این عدد یافت می‌شود؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) صفر

## ریاضي 1 ، سهمي - 1 سوال

۶۳- یک سهمی در نقاطی به طول ۱ و ۳ محور $x$ها را قطع می‌کند و بر خط $y=4$ مماس است. عرض از مبدأ این سهمی کدام است؟

۱) $-3$
۲) $-6$
۳) $-8$
۴) $-12$

## ریاضي 1 ، تعيين علامت - 2 سوال

۶۴- حدود $m$ کدام باشد تا $\frac{mx^2-x+1}{-1+3x-4x^2}<0$ به ازای همهٔ مقادیر $x$ برقرار باشد؟ $(m\neq 0)$

۱) $m>0$
۲) $0<m<\frac{1}{4}$
۳) $m>\frac{1}{4}$
۴) $m<-\frac{1}{4}$

۶۸- مجموعهٔ جواب نامعادلهٔ $\left|\frac{x-1}{2}-\frac{2x+1}{3}\right|\geq 2$ کدام است؟

۱) $-17\leq x\leq 7$
۲) $7\leq x\leq 17$
۳) $x\leq -17$ یا $x\geq 7$
۴) $x\leq 7$ یا $x\geq 17$

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

## ریاضی 1 ، مفهوم تابع و بازنمایی های آن - 2 سوال -

۵۶- به ازای کدام مقادیر m، مجموعهٔ $\{(۰,۵m),(m-\sqrt{۲},۲),(۱,۷),(۵,m^۲),(۵,۲m+۱)\}$ نشان‌دهندهٔ یک تابع است؟

۱) $۱+\sqrt{۲}$ و $۱-\sqrt{۲}$

۲) هیچ مقدار

۳) $۱+\sqrt{۲}$

۴) $۱-\sqrt{۲}$

۵۱- چند مورد از رابطه‌های زیر، لزوماً بیانگر یک تابع است؟

الف) رابطه‌ای که به هر شخص، سال تولد او را نسبت می‌دهد.

ب) رابطه‌ای که به هر شخص، رنگ‌های مورد علاقهٔ او را نسبت می‌دهد.

پ) رابطه‌ای که به هر استان، مرکز آن را نسبت می‌دهد.

ت) رابطه‌ای که به هر دایره، مساحت آن را نسبت می‌دهد.

۱) ۴

۲) ۳

۳) ۲

۴) ۱

## ریاضی 1 ، دامنه و برد تابع - 6 سوال -

۵۲- طول یک مستطیل ۵ واحد بیشتر از عرض آن است. کدام‌یک از گزینه‌های زیر، مساحت این مستطیل را برحسب طول آن نمایش می‌دهد؟

۱) $f(x)=۴x-۱۰$

۲) $f(x)=۴x+۱۰$

۳) $f(x)=x^۲-۵x$

۴) $f(x)=x^۲+۵x$

۵۵- برای تابع خطی f می‌دانیم: $f(۱)-f(۰)=۳$. مقدار $f(-۱)-f(۱)$ کدام است؟

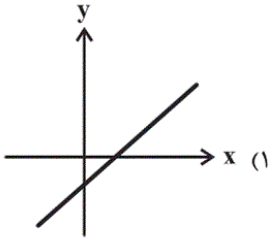
۱) ۳

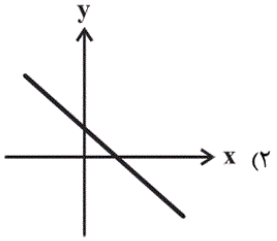
۲) $-۳$

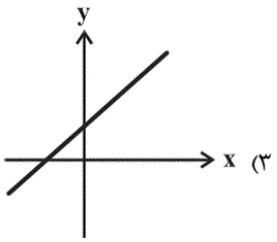
۳) ۶

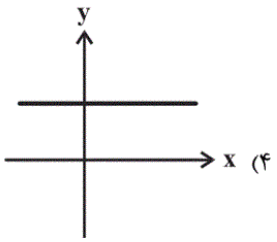
۴) $-۶$

۵۷- اگر a و b دو عدد حقیقی و $ab>۰$ باشد، کدام‌یک از نمودارهای زیر می‌تواند مربوط به خط $y=ax+b$ باشد؟

۱)



۲)



۳)



۴)



www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۶۹- اگر $f(\frac{x-1}{x})+f(3)=5x+4$ باشد، مقدار $f(9)$ کدام است؟

۱) $\frac{21}{4}$

۲) $\frac{13}{8}$

۳) $\frac{21}{8}$

۴) $\frac{13}{4}$

۶۶- اگر تابع $y=(a^2-\frac{3}{2}a)x^2+2ax+4$ یک تابع خطی و نقطهٔ $(2,10)$ عضو این تابع باشد، این تابع محور طول‌ها را در چه طولی قطع می‌کند؟

۱) $\frac{-2}{3}$

۲) ۴

۳) $\frac{-3}{4}$

۴) $\frac{-4}{3}$

۶۱- اگر دامنهٔ تابع $f(x)=-2x+3$ برابر $D_f=(-2,5]$ و برد تابع $g(x)=-x+4$ برابر $R_g=(2,14]$ باشد، آنگاه $R_f \cap D_g$ ( اشتراک دامنهٔ تابع $g(x)$ و برد تابع $f(x)$) چند عضو طبیعی دارد؟

۱) ۲

۲) ۹

۳) ۱

۴) صفر

## ریاضي 1 ، انواع تابع - 4 سوال

۶۲- اگر تابع $f(x)=\begin{cases} x+k & x\geq 2 \\ x^2+1 & x\leq 2 \end{cases}$ و $g(x)=\begin{cases} x+4a & x\leq 2 \\ 2a & x=2 \\ 3x-1 & x>2 \end{cases}$ مفروض باشند، $f(a)+g(k)$ کدام است؟

۱) ۱

۲) ۱۰

۳) ۸

۴) ۶

۶۷- اگر تابع ثابت $g$ و سهمی به معادلهٔ $f(x)=2(x+1)^2-4$ فقط در یک نقطه تماس داشته باشند (مماس باشند)، $g(\sqrt{3}-1)$ کدام است؟

۱) $-1$

۲) $\sqrt{3}-1$

۳) $-4$

۴) $-\sqrt{3}+1$

www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا

۵۹- نمودار یک سهمی را دو واحد به سمت راست و سپس یک واحد به سمت پایین انتقال می‌دهیم. در این صورت ضابطهٔ سهمی حاصل به صورت $y=-x^2+6x$ خواهد بود. ضابطهٔ سهمی اولیه کدام است؟

۱) $y=-(x-5)^2+10$

۲) $y=-x^2+2x+9$

۳) $y=-x^2+6x+2$

۴) $y=(x-3)^2$

۶۰- اگر دامنهٔ تابع $f(x)=\left|\frac{x-2}{3}+1\right|-1$، بازهٔ $(-2,2)$ و برد آن $[a,b]$ باشد، بزرگترین مقدار $b-a$ کدام است؟

۱) $\frac{2}{3}$

۲) ۱

۳) $\frac{1}{3}$

۴) ۲

## هندسه 1، ترسیم های هندسی - 1 سوال

۹۱- نقطهٔ $M$ به فاصلهٔ $2a+1$ از خط $d$ قرار دارد. اگر هیچ نقطه‌ای به فاصلهٔ ۷ از نقطهٔ $M$ روی خط $d$ وجود نداشته باشد، $a$ کدام می‌تواند باشد؟

۱) ۱

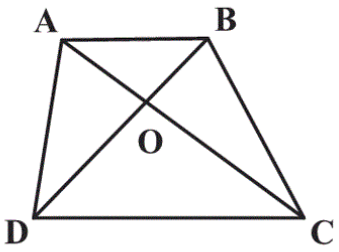
۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

## هندسه 1، نسبت و تناسب در هندسه - 1 سوال

۹۲- چهارضلعی $ABCD$ در شکل زیر ذوزنقه است $(AB \parallel CD)$. اگر مساحت مثلث‌های $DOC$ و $AOD$ به‌ترتیب برابر ۱۲ و ۶ باشند، آنگاه مساحت چهارضلعی $ABCD$ کدام است؟




۱) ۲۴

۲) ۲۷

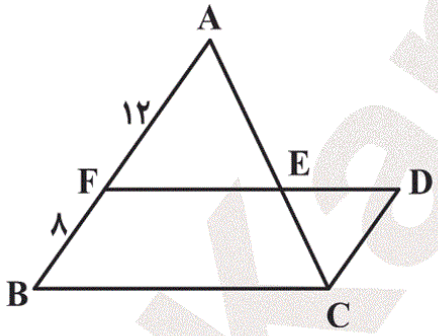
۳) ۳۰

۴) ۳۲

## هندسه 1، تشابه مثلث ها - 1 سوال -

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۳- در شکل زیر، چهارضلعی FDCB متوازی‌الاضلاع است. نقطهٔ E، ضلع FD را به چه نسبتی تقسیم کرده است؟




۱) $\frac{۳}{۲}$

۲) $\frac{۵}{۲}$

۳) $\frac{۴}{۳}$

۴) $\frac{۵}{۳}$

## هندسه 1، چندضلعي ها و ويژگي هايي از آن ها - 2 سوال

۹۴- در مثلث ABC، $AB = ۴$ و $AC = ۲\sqrt{۲}$ است. اگر محل تلاقی عمودمنصف‌های این دو ضلع بر روی ضلع BC قرار داشته باشد، آنگاه فاصلهٔ نقطهٔ همرسی ارتفاع‌ها تا نقطهٔ همرسی عمودمنصف‌های اضلاع مثلث ABC کدام است؟

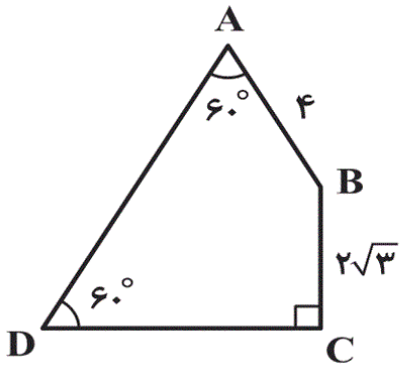
۱) $\sqrt{۲}$

۲) $\sqrt{۳}$

۳) ۲

۴) $\sqrt{۶}$

۹۶- مساحت چهارضلعی شکل مقابل کدام است؟




۱) $۸\sqrt{۳}$

۲) $۱۱\sqrt{۳}$

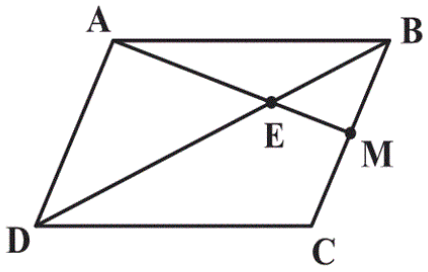
۳) $۱۴\sqrt{۳}$

۴) $۱۶\sqrt{۳}$

## هندسه 1، مساحت و كاربردهاي آن - 5 سوال

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۷- در متوازی‌الاضلاع ABCD ، نقطهٔ M وسط ضلع BC است. حاصل $\frac{S_{ABE}^{\triangle}}{S_{BCD}^{\triangle}}$ کدام است؟




۱) $\frac{۱}{۳}$

۲) $\frac{۱}{۴}$

۳) $\frac{۲}{۵}$

۴) $\frac{۴}{۹}$

۹۸- در یک مثلث متساوی‌الاضلاع، فاصله نقطهٔ دلخواه F درون مثلث از سه ضلع آن به‌ترتیب برابر ۱، ۲ و ۳ می‌باشد. مجموع فواصل نقطهٔ همرسی میانه‌ها از سه رأس این مثلث کدام است؟

۱) ۶

۲) ۹

۳) ۱۲

۴) ۱۸

۹۹- اگر تعداد نقاط مرزی و درونی یک چندضلعی شبکه‌ای را دو برابر کنیم، مساحت آن چندضلعی چگونه تغییر می‌کند؟

۱) دقیقاً دو برابر می‌شود.

۲) کمتر از دو برابر می‌شود.

۳) بیشتر از دو برابر می‌شود.

۴) بسته به تعداد نقاط مرزی و درونی چندضلعی، هریک از سه حالت امکان‌پذیر است.

۱۰۰- کمترین مساحت ممکن برای یک چندضلعی شبکه‌ای که حاصل‌ضرب تعداد نقاط درونی و نقاط مرزی آن ۴۰ باشد، کدام است؟

۱) ۷/۵

۲) ۸

۳) ۹/۵

۴) ۱۱

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۵- قطر یک مستطیل با یکی از اضلاع آن، زاویهٔ ۱۵ درجه می‌سازد. یک نقطه روی بزرگ‌ترین ضلع مستطیل از دو قطر آن به فاصله‌های ۱ و ۲ قرار دارد. اندازهٔ مساحت مستطیل کدام است؟

۱) ۱۸
۲) ۳۶
۳) ۴۸
۴) ۷۲

## ریاضی 1 -سوالات موازی ، متمم یک مجوعه - 1 سوال

۷۳- در یک کلاس ۲۵ نفره، ۱۵ نفر عضو تیم فوتبال و ۱۱ نفر عضو تیم بسکتبال کلاس هستند. ۵ نفر از دانش‌آموزان عضو هیچ‌یک از تیم‌ها نیستند. چند نفر فقط در تیم فوتبال حضور دارند؟

۱) ۵
۲) ۶
۳) ۱۵
۴) ۹

## ریاضی 1 -سوالات موازی ، دنباله هاي حسابي و هندسي - 1 سوال

۹۰- در دنبالهٔ هندسی $x-1, x, x+1, \ldots$ با قدرنسبت مثبت، حاصل $\frac{t_۷}{t_۵}$ کدام است؟

۱) $\sqrt{۲}-۱$
۲) $۲\sqrt{۲}-۲$
۳) $۲\sqrt{۲}-۳$
۴) $۲\sqrt{۲}-۴$

## ریاضی 1 -سوالات موازی ، دایره مثلثاتي - 1 سوال

۸۷- اگر $\tan\theta = ۲$ و انتهای زاویهٔ $\theta$ در ناحیهٔ سوم محورهای مختصات واقع باشد، مجموع مؤلفه‌های اول و دوم نقطهٔ $P$ (محل برخورد انتهای زاویهٔ $\theta$ با دایرهٔ مثلثاتی) کدام است؟

۱) $-\frac{۳\sqrt{۵}}{۵}$
۲) $-\frac{\sqrt{۵}}{۵}$
۳) $\frac{\sqrt{۵}}{۵}$
۴) $\frac{۳\sqrt{۵}}{۵}$

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

## ریاضي 1 -سوالات موازي ، ریشه n ام - 1 سوال -

**۷۵- کدام گزینه درست است؟**

۱) $\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b}$ را همواره می‌توان به صورت $\sqrt[n]{ab}$ نوشت.

۲) $\sqrt[n]{a^m}$ را همواره می‌توان به صورت $\left(\sqrt[n]{a}\right)^m$ نوشت.

۳) $\sqrt[n]{ab}$ را همواره می‌توان به صورت $\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b}$ نوشت.

۴) $\sqrt[4]{x^4}$ برابر است با $\pm x$ .

## ریاضي 1 -سوالات موازي ، معادله درجه دوم و روش هاي مختلف حل آن - 1 سوال -

**۸۰- عددی مثبت از مربع خود، ۲ واحد کم‌تر است، چند مقدار برای این عدد یافت می‌شود؟**

۱) ۱ ۲) ۲

۳) ۳ ۴) صفر

## ریاضي 1 -سوالات موازي ، سهمي - 1 سوال

**۸۶- یک سهمی در نقاطی به طول ۱ و ۳ محور $x$ ها را قطع می‌کند و بر خط $y = 4$ مماس است. عرض از مبدأ این سهمی کدام است؟**

۱) $-3$ ۲) $-6$

۳) $-8$ ۴) $-12$

## ریاضي 1 -سوالات موازي ، تعيين علامت - 6 سوال -

۸۸- مجموع اعداد صحیحی که در نامعادلهٔ $\left|\frac{۲x-۳}{۴}-۲\right| \leq \frac{۱}{۲}$ صدق می‌کنند، کدام است؟

۱) ۱۱
۲) ۹
۳) $-۹$
۴) $-۱۱$

۸۹- عبارت $A=\frac{-۲}{a}x^۲+ax-۳$ فقط در بازهٔ $(a,b)$ منفی است. در این صورت عبارت $A$ در کدام‌یک از بازه‌های زیر همواره مثبت است؟

۱) $(-۱,\frac{۳}{۲})$
۲) $(۱,\frac{۳}{۲})$
۳) $(\frac{۳}{۲},+\infty)$
۴) $(-\infty,۱)$

۸۱- عبارت $P(x)=\frac{x^۳-x}{(x+۱)^۲}$ در کدام‌یک از بازه‌های زیر همواره مثبت است؟

۱) $(\frac{۱}{۳},\frac{۱}{۲})$
۲) $(-۲,-۱)$
۳) $(۰,۱)$
۴) $(-\frac{۱}{۲},-\frac{۱}{۳})$

۸۲- به ازای کدام مقادیر $m$، عبارت درجهٔ دوم $(m^۲-۴m+۴)x^۲+(۲m-۴)x+۱$ همواره مثبت است؟ $(m \neq ۲)$

۱) $\mathbb{R}$
۲) $(۲,+\infty)$
۳) $\varnothing$
۴) $(-\infty,-\frac{۱}{۲})$

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۸۳- مجموعهٔ جواب نامعادلهٔ $۲x^۳+۳x^۲-۳x+۶\le ۲x(x+۱)^۲$ کدام است؟

۱) $-۶\le x\le ۱$

۲) $x\le -۶$ یا $x\ge ۱$

۳) $-۱\le x\le ۶$

۴) $x\le -۱$ یا $x\ge ۶$

۷۴- با توجه به جدول تعیین علامت زیر، $a+b$ کدام است؟

| x | $-\infty$ | | b | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $ax^۲+bx-۴$ | | + | ۰ | − | |

۱) ۲

۲) صفر

۳) $-۲$

۴) ۱

## ریاضي 1 -سوالات موازي ، مفهوم تابع و بازنمايي هاي آن - 2 سوال

۷۲- چند مورد از رابطه‌های زیر، لزوماً بیانگر یک تابع است؟

الف) رابطه‌ای که به هر شخص، سال تولد او را نسبت می‌دهد.

ب) رابطه‌ای که به هر شخص، رنگ‌های مورد علاقهٔ او را نسبت می‌دهد.

پ) رابطه‌ای که به هر استان، مرکز آن را نسبت می‌دهد.

ت) رابطه‌ای که به هر دایره، مساحت آن را نسبت می‌دهد.

۱) ۴

۲) ۳

۳) ۲

۴) ۱

۷۷- به ازای کدام مقادیر m، مجموعهٔ $\{(۰,۵m),(m-\sqrt{۲},۲),(۱,۷),(۵,m^۲),(۵,۲m+۱)\}$ نشان‌دهندهٔ یک تابع است؟

۱) $۱+\sqrt{۲}$ و $۱-\sqrt{۲}$

۲) هیچ مقدار

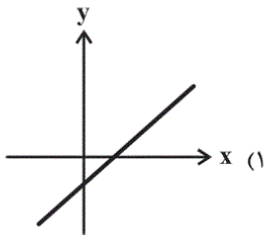
۳) $۱+\sqrt{۲}$

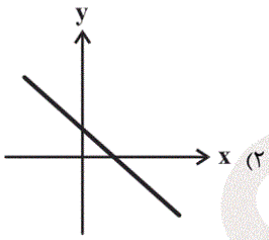
۴) $۱-\sqrt{۲}$

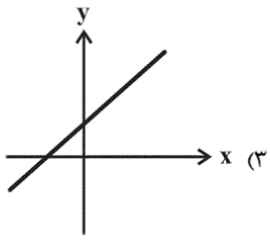
www.riazisara.ir

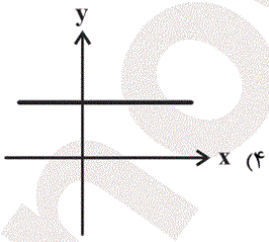
دانلود از سایت ریاضی سرا

۷۸- اگر $a$ و $b$ دو عدد حقیقی و $ab > 0$ باشد، کدام‌یک از نمودارهای زیر می‌تواند مربوط به خط $y = ax + b$ می‌باشد؟

۱) 


۲) 


۳) 


۴) 


۷۹- چه تعداد از گزاره‌های زیر نادرست است؟

الف) اگر تعداد اعضای دامنهٔ یک رابطه، متناهی و کمتر از تعداد اعضای برد آن باشد، آن رابطه قطعاً تابع نیست.

ب) اگر تعداد اعضای برد یک رابطه، متناهی و کمتر یا مساوی تعداد اعضای دامنهٔ رابطه باشد، ممکن است رابطه تابع نباشد.

ج) اگر تعداد اعضای دامنه و برد یک رابطه، نامتناهی باشد، آن رابطه قطعاً تابع است.

د) اگر برد رابطه‌ای دقیقاً یک عضو داشته باشد، آن رابطه قطعاً تابع است.

۱) صفر

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳

۷۶- تابع خطی $f$ با شرایط $f(-2) = 1$ و $f(2) = -3$، محور طول‌ها را با چه طولی قطع می‌کند؟

۱) صفر

۲) ۱

۳) $-1$

۴) $\frac{3}{2}$

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۸۴- اگر دامنهٔ تابع $f(x)=\left|\frac{x-۲}{۳}+۱\right|-۱$، $(-۲,۲)$ و برد آن $[a,b)$ باشد، بزرگترین مقدار $b-a$ کدام است؟

۱) $\frac{۲}{۳}$

۲) ۱

۳) $\frac{۱}{۳}$

۴) ۲

۸۵- برای تابع خطی $f$ می‌دانیم $f(۰)=۶$ و $\frac{f(۴)}{f(۲)}=۳$ برقرار است. حاصل $f(-۲)+f(۲)$ کدام است؟

۱) صفر

۲) ۶-

۳) ۶

۴) ۱۲

۷۱- شمعی ۲۵ سانتی‌متر طول دارد. اگر در هر ساعت ۵ سانتی‌متر از آن بسوزد، کدام گزینه نشان‌دهندهٔ تابع تغییرات طول شمع برحسب زمان می‌باشد؟ (منظور از $h$، ارتفاع بر حسب سانتی‌متر و از $t$ مدت‌زمان سپری‌شده برحسب ساعت می‌باشد.)

۱) $h(t)=۲۵+۵t$

۲) $\frac{h(t)}{۵}=۵-t$

۳) $۵h(t)=۲۵+۵t$

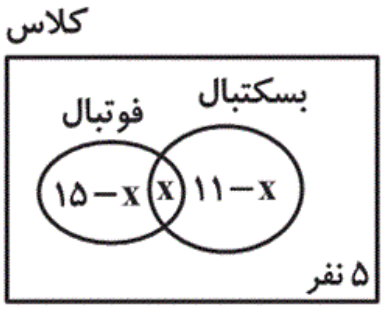
۴) $۵h(t)=۲۵-۵t$

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

**۵۳-** *(عاطفه خان‌محمدی)*

با استفاده از نمودار ون داریم:




$$\text{تعداد کل نفرات} = ۲۵ \Rightarrow ۱۵ - x + \cancel{x} + ۱۱ - \cancel{x} + ۵ = ۲۵$$

$$۳۱ - x = ۲۵ \Rightarrow x = ۶$$

پس $۱۵ - x = ۱۵ - ۶ = ۹$ نفر فقط در تیم فوتبال هستند.

*(ریاضی ۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)*

۱ ۲ ۳ ۴✓

**-۷۰** *(ابراهیم نجفی)*

$$\underbrace{۱+x}_{a},\underbrace{x}_{b},\underbrace{۱-x}_{c},\ldots \xrightarrow{b^۲=ac} x^۲=(۱-x)(۱+x)$$

$$\Rightarrow x^۲=۱-x^۲ \Rightarrow x^۲=\frac{۱}{۲} \Rightarrow x=\pm\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

$$x=\frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow ۱+\frac{\sqrt{۲}}{۲},\frac{\sqrt{۲}}{۲},۱-\frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow \frac{۲+\sqrt{۲}}{۲},\frac{\sqrt{۲}}{۲},\frac{۲-\sqrt{۲}}{۲}$$

$$\Rightarrow \text{قدرنسبت}: r=\frac{\frac{۲-\sqrt{۲}}{۲}}{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}=\frac{۲-\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}\times\frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}} \Rightarrow r=\frac{۲\sqrt{۲}-۲}{۲}=\sqrt{۲}-۱$$

$$\xrightarrow{t_n=t_۱r^{n-۱}} \frac{t_۷}{t_۵}=\frac{t_۱r^۶}{t_۱r^۴}=r^۲=(\sqrt{۲}-۱)^۲=۲-۲\sqrt{۲}+۱=۳-۲\sqrt{۲}$$

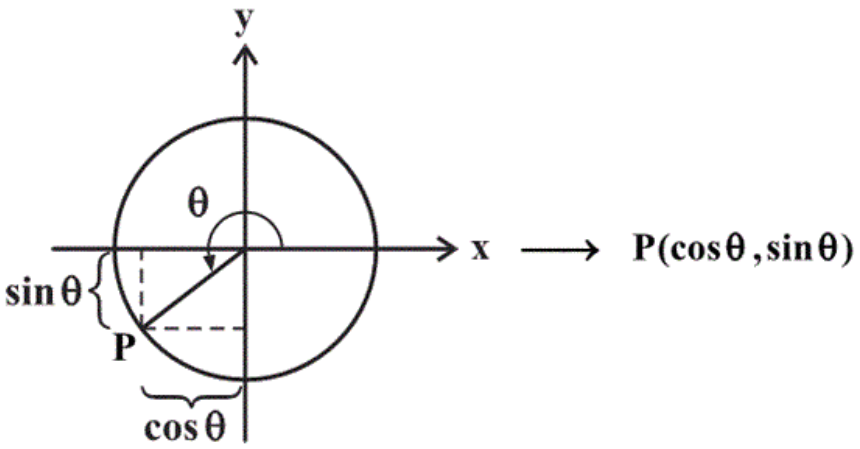
* دقت کنید که اگر $x=-\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ باشد، قدرنسبت دنباله منفی خواهد بود.

*(ریاضی ۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)*

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

**-۶۵** (ابراهیم نجفی)




$$\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}\Rightarrow ۲=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}\Rightarrow \sin\theta=۲\cos\theta \qquad (۱)$$

$$\xrightarrow{\sin^۲\theta+\cos^۲\theta=۱} (۲\cos\theta)^۲+\cos^۲\theta=۱\Rightarrow ۵\cos^۲\theta=۱$$

$$\Rightarrow \cos^۲\theta=\frac{۱}{۵}\Rightarrow \cos\theta=\pm\frac{۱}{\sqrt{۵}}$$

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

**-۵۴** (مهسا زمانی)

گزینهٔ «۲»: به‌طور مثال تساوی زیر برقرار نیست:

$$\sqrt[۶]{(-۲)^۴}\neq\left(\sqrt[۶]{-۲}\right)^۴$$

گزینهٔ «۳»: $\sqrt[۴]{(-۲)(-۳)}\neq\sqrt[۴]{-۲}\times\sqrt[۴]{-۳}$

گزینهٔ «۴»: $\sqrt[۴]{x^۴}=|x|$

*(ریاضی ۱، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۵۴ تا ۵۸)*

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

**-۵۸** *(علیرضا پورقلی)*

$$x^۲ - x = ۲ \Rightarrow x^۲ - x - ۲ = ۰$$

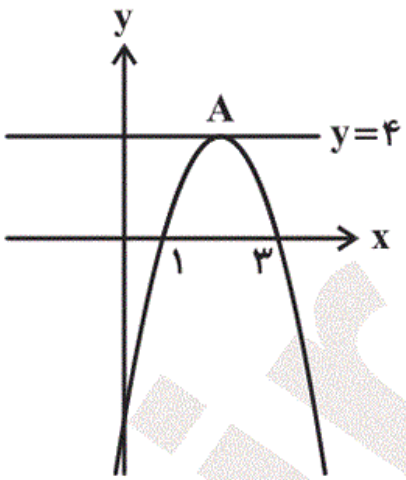
$$\Rightarrow (x+۱)(x-۲) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = -۱ \\ x = +۲ \end{cases}$$

چون عدد مثبت موردنظر است پس فقط $x = ۲$ قابل قبول است.

*(ریاضی ۱، معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)*

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

**-۶۳** *(غلامرضا نیازی)*




معادلهٔ سهمی $y = k(x-۱)(x-۳)$

$\xrightarrow{\text{خط تقارن}}$ بین دو ریشه $x = ۲$

سهمی $A\begin{vmatrix} ۲ \\ ۴ \end{vmatrix} \in$ از طرفی

$$\Rightarrow k(۲-۱)(۲-۳) = ۴$$

$$\Rightarrow -k = ۴ \Rightarrow k = -۴$$

معادلهٔ سهمی : $y = -۴(x-۱)(x-۳)$

$\xrightarrow[\text{عرض از مبدأ}]{x=۰}$ $y = -۱۲$

*(ریاضی ۱، معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)*

۱ ۲ ۳ ۴ ✓

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

**-۶۴** *(غلامرضا نیازی)*

در عبارت مخرج $\Delta = -۷ < ۰$ است و $a < ۰$، درنتیجه علامت مخرج همواره منفی است. بنابراین علامت صورت همواره باید مثبت باشد تا کسر منفی شود. پس:

$$mx^۲ - x + ۱ > ۰ \Rightarrow \begin{cases} \Delta < ۰ \Rightarrow ۱ - ۴m < ۰ \Rightarrow m > \frac{۱}{۴} & (۱) \\ a > ۰ \Rightarrow m > ۰ & (۲) \end{cases}$$

$$(۱)\,,\,(۲) : m > \frac{۱}{۴}$$

*(ریاضی ۱، معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۸۶ تا ۹۳)*

۱ ۲ ۳✓ ۴

**-۶۸** *(حسن تهاجمی)*

می‌دانیم: $|u| \geq k \Rightarrow u \geq k$ یا $u \leq -k$

$$\left|\frac{x-۱}{۲} - \frac{۲x+۱}{۳}\right| \geq ۲ \Rightarrow \left|\frac{۳x-۳-۴x-۲}{۶}\right| \geq ۲ \Rightarrow \left|\frac{-x-۵}{۶}\right| \geq ۲$$

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

**۵۶-** *(عاطفه خان‌محمدی)*

$$(۵,۲m+۱),(۵,m^۲)$$

$$\Rightarrow ۲m+۱=m^۲ \Rightarrow m^۲-۲m-۱=۰ \Rightarrow \Delta=۴+۴=۸$$

$$m_۱=\frac{۲+۲\sqrt{۲}}{۲}=۱+\sqrt{۲}$$

$$\Rightarrow \{(۵,۳+۲\sqrt{۲}),(۱,۷),(۱,۲),(۰,۵+۵\sqrt{۲})\}$$ تابع نیست

$$m_۲=\frac{۲-۲\sqrt{۲}}{۲}=۱-\sqrt{۲}$$

$$\Rightarrow \{(۵,۳-۲\sqrt{۲}),(۱,۷),(۱-۲\sqrt{۲},۲),(۰,۵-۵\sqrt{۲})\}$$ تابع است

پس به ازای $m_۲=۱-\sqrt{۲}$ مجموعهٔ داده شده، نشان‌دهندهٔ یک تابع است.

*(ریاضی ۱، تابع، صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۰)*

۱ ۲ ۳ ۴✓

**۵۱-** *(سعید آذرحزین)*

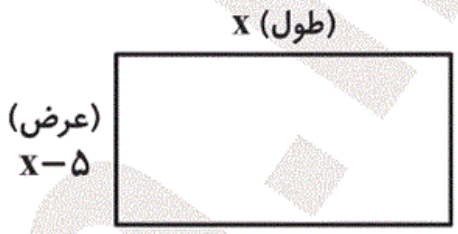
رابطهٔ (ب) تابع نیست زیرا یک فرد می‌تواند به چند رنگ علاقه داشته‌باشد.

*(ریاضی ۱، تابع، صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۰)*

۱ ۲✓ ۳ ۴

**۵۲-** *(افشین زهتاب)*

ابتدا طول را برابر متغیر $x$ در نظر می‌گیریم و عرض مستطیل را برحسب طول آن محاسبه کرده و سپس مساحت مستطیل را به‌دست می‌آوریم:




$$\text{مساحت مستطیل} = \text{طول} \times \text{عرض} = x(x-۵)=x^۲-۵x$$

$$\longrightarrow f(x)=x^۲-۵x$$

*(ریاضی ۱، تابع، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸)*

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

**۵۵-** *(کاظم اجلالی)*

نمایش جبری تابع خطی به صورت $f(x)=ax+b$ است.

$$f(۰)=b \ , \ f(۱)=a+b \ , \ f(-۱)=-a+b$$

بنابراین:

$$f(۱)-f(۰)=a=۳ \Rightarrow f(-۱)-f(۱)=-۲a=-۶$$

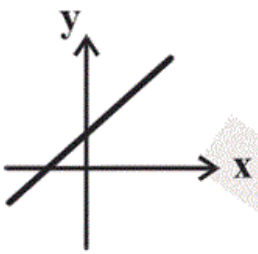
*(ریاضی ۱، تابع، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸)*

۱ ۲ ۳ ۴✓

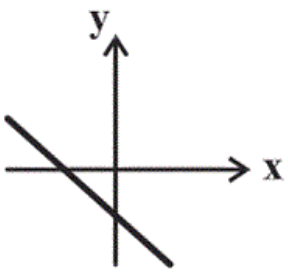
**۵۷-** *(کریم نصیری)*

اگر $ab>۰$ باشد، مقادیر $a$ و $b$ هر دو مثبت یا هر دو منفی هستند.

اگر $a$ و $b$ هر دو مثبت باشند، یعنی شیب خط مثبت است و خط محور $y$ها را در نیمهٔ مثبت قطع می‌کند (شکل مقابل).




اگر $a$ و $b$ هر دو منفی باشند، یعنی شیب خط منفی است و خط محور $y$ها را در نیمهٔ منفی قطع می‌کند (شکل مقابل).




از میان گزینه‌ها، تنها گزینهٔ «۳» می‌تواند درست باشد.

*(ریاضی ۱، تابع، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸)*

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

**-۶۹** *(آرش کریمی)*

ابتدا مقدار $f(۳)$ را محاسبه می‌کنیم. برای این کار کافی است $\frac{x-۱}{x}$ را برابر ۳ قرار دهیم و $x$ را پیدا کنیم و در معادله داده شده قرار دهیم:

$$\frac{x-۱}{x}=۳ \Rightarrow x-۱=۳x \Rightarrow ۲x=-۱ \Rightarrow x=-\frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow f(۳)+f(۳)=۵\times(-\frac{۱}{۲})+۴ \Rightarrow ۲f(۳)=\frac{۳}{۲} \Rightarrow f(۳)=\frac{۳}{۴}$$

$$\Rightarrow f(\frac{x-۱}{x})+\frac{۳}{۴}=۵x+۴ \Rightarrow f(\frac{x-۱}{x})=۵x+\frac{۱۳}{۴}$$

حال کافی است $\frac{x-۱}{x}$ را برابر ۹ قرار داده، $x$ را پیدا کنیم و در معادلهٔ قرار دهیم تا حاصل $f(۹)$ به‌دست آید:

$$\frac{x-۱}{x}=۹ \Rightarrow x-۱=۹x \Rightarrow x=-\frac{۱}{۸} \Rightarrow f(۹)=۵\times(-\frac{۱}{۸})+\frac{۱۳}{۴}$$

$$\Rightarrow f(۹)=\frac{۲۶-۵}{۸} \Rightarrow f(۹)=\frac{۲۱}{۸}$$

*(ریاضی ۱، تابع، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۱۷)*

۱ ۲ ۳✓ ۴

**-۶۶** *(سعید آذرحزین)*

ضابطهٔ تابع خطی به صورت $y=ax+b$ است، پس ضریب $x^۲$ باید صفر باشد:

$$a^۲-\frac{۳}{۲}a=۰ \Rightarrow a(a-\frac{۳}{۲})=۰ \Rightarrow \begin{cases} a=۰ \\ a=\frac{۳}{۲} \end{cases} \quad (۱)$$

$$\xrightarrow{\text{عضو تابع }(۲,۱۰)} ۱۰=۰+۲a\times۲+۴ \Rightarrow ۶=۴a \Rightarrow a=\frac{۳}{۲} \quad (۲)$$

$$(۱)\cap(۲) \Rightarrow a=\frac{۳}{۲}$$

$$y=۳x+۴ \xrightarrow{y=۰} ۰=۳x+۴ \Rightarrow ۳x=-۴ \Rightarrow x=-\frac{۴}{۳}$$

این تابع خطی محور طول‌ها را در نقطهٔ $(-\frac{۴}{۳},۰)$ قطع می‌کند.

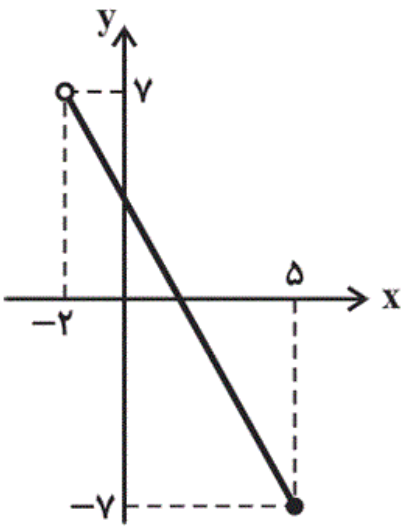
*(ریاضی ۱، تابع، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸)*

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

**۶۱-** (سهند ولی‌زاده)

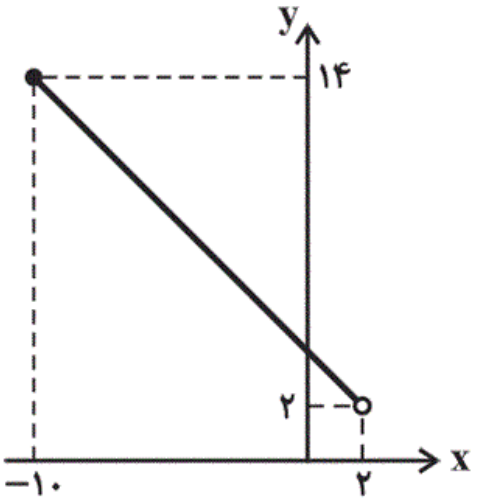
$$f(x) \text{ تابع} \Rightarrow \begin{array}{c|cc} x & -۲ & ۵ \\ \hline y & ? & ? \end{array} \Rightarrow \begin{cases} f(-۲)=۷ \\ f(۵)=-۷ \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{c|cc} x & -۲ & ۵ \\ \hline y & ۷ & -۷ \end{array}$$



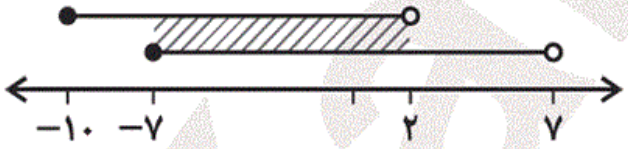

$$R_f = [-۷, ۷)$$

$$g(x) \text{ تابع} \Rightarrow \begin{cases} g(x)=۲ \Rightarrow -x+۴=۲ \Rightarrow x=۲ \\ g(x)=۱۴ \Rightarrow -x+۴=۱۴ \Rightarrow x=-۱۰ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{array}{c|cc} x & ۲ & -۱۰ \\ \hline y & ۲ & ۱۴ \end{array}$$




$$D_g = [-۱۰, ۲)$$




$$\Rightarrow R_f \cap D_g = [-۷, ۲) \rightarrow \text{عدد طبیعی} = \{۱\}$$

(ریاضی ۱، تابع، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

**-۶۲** *(سهند ولی‌زاده)*

برای این‌که $f$ تابع باشد باید به ازای $x=۲$ ضابطهٔ بالا و پایین دارای مقدار یکسان باشند و تابع $g$ نیز به همین صورت.

$$f: ۲+k=۲^۲+۱ \Rightarrow ۲+k=۵ \Rightarrow k=۳$$

$$g: ۲+۴a=۲a \Rightarrow a=-۱$$

$$f(-۱)+g(۳)=\big((-۱)^۲+۱\big)+(۳\times ۳-۱)=۲+۸=۱۰$$

*(ریاضی ۱، تابع، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۳)*

۱ ۲✓ ۳ ۴

**-۶۷** *(سهند ولی‌زاده)*

چون تابع $g$ ثابت است، لذا $g(x)=k$ و نمودار آن موازی محور $x$ها خواهد بود.

پس نمودار به صورت

خواهد بود.

پس تابع ثابت در رأس سهمی بر تابع $f$ مماس است. لذا باید عرض رأس سهمی را پیدا کنیم.

عرض رأس سهمی برابر $-۴$ است. پس ضابطهٔ تابع ثابت $g(x)=-۴$ خواهد بود،

بنابراین: $g(\sqrt{۳}-۱)=-۴$

*(ریاضی ۱، تابع، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۷)*

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

**۵۹-** (رحیم مشتاق‌نظم)

$$y=-x^2+6x=-(x^2-6x)=-(x^2-6x+9-9)$$

$$=-(x-3)^2+9 \xrightarrow[\text{به‌سمت بالا}]{\text{یک‌واحد}} y=-(x-3)^2+10$$

$$\xrightarrow[\text{به‌سمت چپ}]{\text{دو واحد}} y=-(x-3+2)^2+10=-(x-1)^2+10$$

$$=-(x^2-2x+1)+10=-x^2+2x+9$$

(ریاضی ۱، تابع، صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

**۶۰-** *(امین نصراله)*

راه حل اول:

$$-۲<x<۲ \Rightarrow -۴<x-۲<۰ \Rightarrow -\frac{۴}{۳}<\frac{x-۲}{۳}<۰$$

$$\Rightarrow -\frac{۱}{۳}<\frac{x-۲}{۳}+۱<۱ \Rightarrow ۰\le \left|\frac{x-۲}{۳}+۱\right|<۱$$

$$\Rightarrow -۱\le \left|\frac{x-۲}{۳}+۱\right|-۱<۰ \Rightarrow -۱\le f(x)<۰$$

$$\Rightarrow \text{برد تابع} = [-۱,۰) = [a,b) \Rightarrow b-a=۰-(-۱)=۱$$

راه حل دوم:

$$(۱)\quad -۱\le x<۲ \Rightarrow f(x)=\frac{x-۲}{۳}+۱-۱=\frac{x-۲}{۳}$$

$$\Rightarrow \text{برد تابع} = [-۱,۰)$$

$$(۲)\quad -۲<x<-۱ \Rightarrow f(x)=\frac{۲-x}{۳}-۱-۱=\frac{۲-x}{۳}-۲=\frac{-x-۴}{۳}$$

$$\Rightarrow \text{برد تابع} = (-۱,-\frac{۲}{۳})$$

$$(۱)\cup(۲)=[-۱,۰)\cup(-۱,-\frac{۲}{۳})=[-۱,۰)$$

$$\Rightarrow \text{برد تابع} = [-۱,۰) = [a,b) \Rightarrow b-a=۰-(-۱)=۱$$

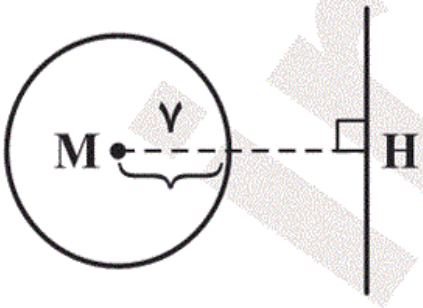
*(ریاضی ۱، تابع، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸ و ۱۱۶)*

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

**۹۱-** *(سینا محمدپور)*

می‌دانیم نقاطی که از $M$ به فاصلهٔ ۷ قرار دارند، دایره‌ای به مرکز $M$ و به شعاع $R=۷$ را تشکیل می‌دهند. بنا به فرض مسئله نتیجه می‌شود که این دایره، خط مذکور را قطع نمی‌کند. بنابراین داریم:




$$MH > R \Rightarrow ۲a+۱ > ۷$$

$$\Rightarrow ۲a > ۶ \Rightarrow a > ۳$$

بنابراین از میان گزینه‌ها، تنها مقدار $a=۴$ قابل قبول است.

*(هندسه ۱، ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)*

۱ ۲ ۳ ۴✓

**۹۲-** *(سینا محمدپور)*

می‌دانیم مساحت دو مثلث $ACD$ و $BCD$ به دلیل مشترک بودن قاعدهٔ $CD$ و برابر بودن ارتفاع هر دو مثلث یکسان است. لذا با توجه به اینکه مثلث $COD$ بین این دو مثلث مشترک می‌باشد، داریم:

$$S_{AOD}^{\triangle} = S_{BOC}^{\triangle} \Rightarrow S_{BOC}^{\triangle} = ۶$$

حال با توجه به این‌که ارتفاع رسم‌شده از رأس $D$ در دو مثلث $AOD$ و $DOC$ یکسان است، داریم:

$$\frac{S_{AOD}^{\triangle}}{S_{DOC}^{\triangle}} = \frac{OA}{OC} = \frac{۶}{۱۲} = \frac{۱}{۲}$$

همچنین داریم:

$$\frac{S_{AOB}^{\triangle}}{S_{BOC}^{\triangle}} = \frac{OA}{OC} \Rightarrow \frac{S_{AOB}^{\triangle}}{۶} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow S_{AOB}^{\triangle} = ۳$$

بنابراین مساحت ذوزنقهٔ $ABCD$ برابر است با:

$$S_{ABCD} = S_{AOB}^{\triangle} + S_{BOC}^{\triangle} + S_{COD}^{\triangle} + S_{AOD}^{\triangle} = ۳+۶+۱۲+۶ = ۲۷$$

*(هندسه ۱، قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)*

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

با توجه به این‌که چهارضلعی $FDCB$ متوازی‌الاضلاع است، پس $DC = FB = ۸$ و $FB \parallel CD$ است.

$$\left.\begin{array}{l} FB \parallel CD \text{ مورب و } FD \Rightarrow \hat{F}_۱ = \hat{D} \\ \hat{E}_۱ = \hat{E}_۲ \text{ (متقابل به رأس)} \end{array}\right\} \Rightarrow \overset{\triangle}{AFE} \sim \overset{\triangle}{CDE}$$

$$\Rightarrow \frac{AF}{CD} = \frac{EF}{ED} \Rightarrow \frac{EF}{ED} = \frac{۱۲}{۸} = \frac{۳}{۲}$$

*(هندسه ۱، قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)*

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

**۹۴-** *(امیرحسین ابومحبوب)*

نقطهٔ همرسی عمودمنصف‌های اضلاع یک مثلث تنها در صورتی روی یکی از اضلاع مثلث واقع است که مثلث مورد نظر قائم‌الزاویه باشد. در این صورت نقطهٔ همرسی عمودمنصف‌ها دقیقاً وسط وتر قرار دارد. پس ضلع $BC$ وتر این مثلث قائم‌الزاویه است و داریم:

$$BC^۲ = AB^۲ + AC^۲ = ۱۶ + ۸ = ۲۴ \Rightarrow BC = ۲\sqrt{۶}$$

در مثلث قائم‌الزاویه، نقطهٔ همرسی ارتفاع‌های مثلث بر روی رأس قائمه واقع است؛ پس فاصلهٔ نقطهٔ همرسی ارتفاع‌ها تا نقطهٔ همرسی عمودمنصف‌ها برابر طول میانهٔ وارد بر وتر، یعنی نصف طول وتر است که با توجه به طول وتر این مثلث، مقدار آن برابر $\sqrt{۶}$ است.

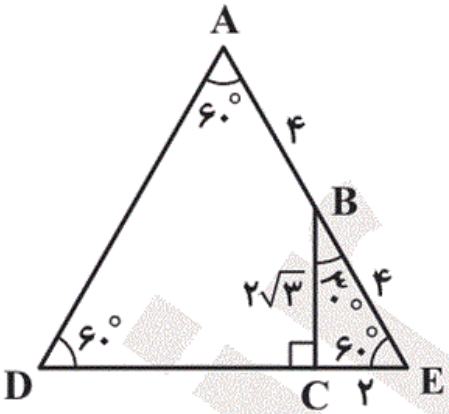
*(هندسه ۱، ترسیم‌های هندسی و استدلال، چندضلعی‌ها، صفحه‌های ۱۸ ، ۱۹ و ۶۰)*

۱ ۲ ۳ ۴ ✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

**۹۶-** (علیرضا نصرالهی)

ضلع $AB$ را امتداد می‌دهیم تا امتداد ضلع $CD$ را در $E$ قطع کند. با توجه به اندازهٔ زاویه‌ها، مثلث $ADE$ متساوی‌الاضلاع است؛ بنابراین:




$$S_{ABCD} = S_{ADE}^{\triangle} - S_{BCE}^{\triangle}$$

می‌دانیم در یک مثلث قائم‌الزاویه، طول ضلع روبه‌رو به زاویهٔ $۶۰^\circ$، $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ طول وتر و طول ضلع روبه‌رو به زاویهٔ $۳۰^\circ$، $\frac{۱}{۲}$ طول وتر است، بنابراین داریم:

$$BCE^{\triangle} : BC = \frac{\sqrt{۳}}{۲} BE \Rightarrow ۲\sqrt{۳} = \frac{\sqrt{۳}}{۲} BE \Rightarrow BE = ۴$$

$$\Rightarrow AD = AE = DE = ۸$$

$$BCE^{\triangle} : CE = \frac{۱}{۲} BE = \frac{۱}{۲} \times ۴ = ۲$$

$$\left.\begin{array}{l} S_{ADE}^{\triangle} = \frac{\sqrt{۳}}{۴} \times (۸)^۲ = ۱۶\sqrt{۳} \\ S_{BCE}^{\triangle} = \frac{BC \times CE}{۲} = \frac{۲\sqrt{۳} \times ۲}{۲} = ۲\sqrt{۳} \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow S_{ABCD} = ۱۶\sqrt{۳} - ۲\sqrt{۳} = ۱۴\sqrt{۳}$$

(هندسه ۱، چندضلعی‌ها، صفحه‌های ۶۴ و ۶۵)

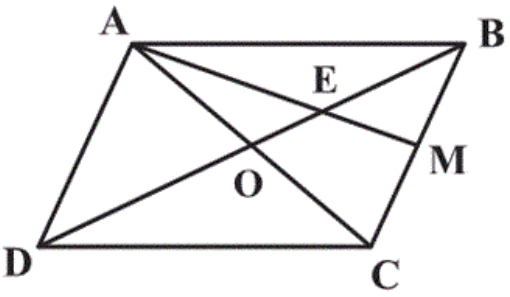
۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

**-۹۷** *(علیرضا نصرالهی)*

قطر $AC$ را رسم می‌کنیم. با توجه به اینکه در متوازی‌الاضلاع قطرها منصف یکدیگرند، پس در مثلث $ABC$، $AM$ و $BO$ میانه هستند و نقطهٔ $E$ محل همرسی میانه‌های این مثلث است. بنابراین داریم:

$$\frac{S_{ABE}^{\triangle}}{S_{ABC}^{\triangle}}=\frac{۱}{۳} \xrightarrow{S_{ABC}^{\triangle}=\frac{۱}{۲}S_{ABCD}} \frac{S_{ABE}^{\triangle}}{S_{ABCD}}=\frac{۱}{۶} \qquad (۱)$$




از طرفی هر قطر متوازی‌الاضلاع، آن را به دو مثلث هم‌مساحت تقسیم می‌کند، پس داریم:

$$\frac{S_{BCD}^{\triangle}}{S_{ABCD}}=\frac{۱}{۲} \qquad (۲)$$

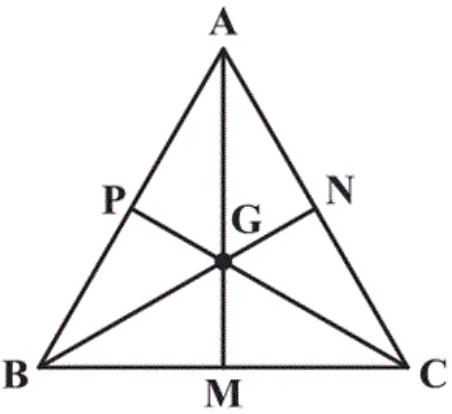
$$(۱)\,,\,(۲) \Rightarrow \frac{\frac{S_{ABE}^{\triangle}}{S_{ABCD}}}{\frac{S_{BCD}^{\triangle}}{S_{ABCD}}}=\frac{\frac{۱}{۶}}{\frac{۱}{۲}} \Rightarrow \frac{S_{ABE}^{\triangle}}{S_{BCD}^{\triangle}}=\frac{۱}{۳}$$

*(هندسه ۱، چندضلعی‌ها، صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹، ۶۶ و ۶۷)*

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

**۹۸-** *(محمد خندان)*




مجموع فواصل هر نقطه درون مثلث متساوی‌الاضلاع از سه ضلع، برابر طول ارتفاع آن است و در مثلث متساوی‌الاضلاع ارتفاع همان میانه است. پس طول هریک از میانه‌های این مثلث، برابر $۱+۲+۳=۶$ است.

از طرفی می‌دانیم میانه‌ها یکدیگر را به نسبت ۲ به ۱ قطع می‌کنند؛ پس فاصله نقطهٔ همرسی میانه‌ها تا هر رأس، $\frac{۲}{۳}$ اندازهٔ میانهٔ نظیر آن رأس است. بنابراین داریم:

$$AG = BG = CG = \frac{۲}{۳}AM = \frac{۲}{۳}\times ۶ = ۴$$

$$AG + BG + CG = ۴+۴+۴ = ۱۲$$

*(هندسه ۱، چندضلعی‌ها، صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹)*

۱ ۲ ۳✓ ۴

**۹۹-** *(رضا عباسی‌اصل)*

اگر $b$ تعداد نقاط مرزی و $i$ تعداد نقاط درونی چندضلعی شبکه‌ای باشد داریم:

$$S = \frac{b}{۲} + i - ۱$$

حال با فرض $b' = ۲b$ و $i' = ۲i$، مساحت چندضلعی شبکه‌ای جدید برابر است با:

$$S' = \frac{b'}{۲} + i' - ۱ = \frac{۲b}{۲} + ۲i - ۱$$

$$۲\left(\frac{b}{۲}\right) + ۲i - ۱ > ۲\left(\frac{b}{۲} + i - ۱\right) \Rightarrow S' > ۲S$$

*(هندسه ۱، چندضلعی‌ها، صفحه‌های ۶۹ تا ۷۱)*

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

**-۱۰۰** *(علیرضا نصرالهی)*

حالت‌های مختلف که حاصل‌ضرب $b$ و $i$ برابر ۴۰ می‌شود را در نظر گرفته و مساحت چندضلعی شبکه‌ای را با توجه به فرمول پیک در حالت‌های مختلف $b$ و $i$ محاسبه می‌کنیم:

| $b$ | ۴ | ۵ | ۸ | ۱۰ | ۲۰ | ۴۰ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $i$ | ۱۰ | ۸ | ۵ | ۴ | ۲ | ۱ |
| $S$ | ۱۱ | ۹/۵ | ۸ | ۸ | ۱۱ | ۲۰ |

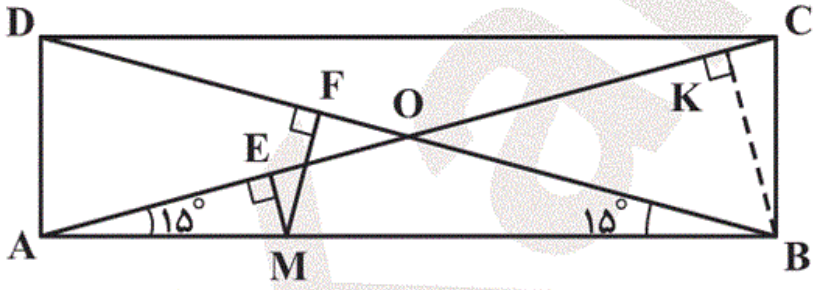
همان‌طور که در جدول مشاهده می‌شود، کم‌ترین مساحت ممکن برای این چندضلعی شبکه‌ای، برابر ۸ است.

تذکر: در هر چندضلعی شبکه‌ای، $b \geq ۳$ است.

*(هندسه ۱، چندضلعی‌ها، صفحه‌های ۶۹ تا ۷۱)*

۱ ۲✓ ۳ ۴

**-۹۵** *(محمد خندان)*




می‌دانیم قطرهای مستطیل برابرند و یکدیگر را نصف می‌کنند، پس مثلث $AOB$ متساوی‌الساقین است و مجموع فواصل نقطهٔ $M$ از ساق‌های این مثلث برابر ارتفاع وارد بر ساق است. در نتیجه داریم:

$$BK = MF + ME = ۲ + ۱ = ۳$$

از طرفی در مثلث قائم‌الزاویهٔ $ABC$، یک زاویهٔ $۱۵^\circ$ وجود دارد، پس طول ارتفاع وارد بر وتر، $\frac{۱}{۴}$ طول وتر است $(BK = \frac{AC}{۴})$. بنابراین داریم:

$$S_{ABCD} = ۲S_{ABC}^{\triangle} = ۲ \times (\frac{BK \times AC}{۲}) = ۲ \times (\frac{۳ \times ۱۲}{۲}) = ۳۶$$

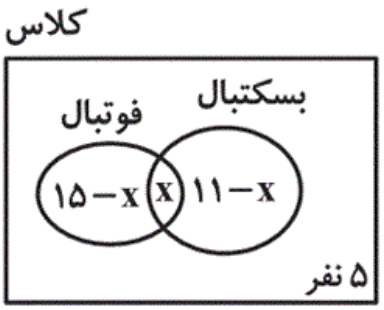
*(هندسه ۱، چندضلعی‌ها، صفحه‌های ۵۹، ۶۰، ۶۴ و ۶۸)*

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

**۷۳-** *(عاطفه خان‌محمدی)*

با استفاده از نمودار ون داریم:




$$\text{تعداد کل نفرات} = ۲۵ \Rightarrow ۱۵-x+\cancel{x}+۱۱-\cancel{x}+۵=۲۵$$

$$۳۱-x=۲۵ \Rightarrow x=۶$$

پس $۱۵-x=۱۵-۶=۹$ نفر فقط در تیم فوتبال هستند.

*(ریاضی ۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)*

۱ ۲ ۳ ۴✓

**۹۰-** *(ابراهیم نجفی)*

$$\underbrace{۱+x}_{a},\underbrace{x}_{b},\underbrace{۱-x}_{c},\ldots \xrightarrow{b^۲=ac} x^۲=(۱-x)(۱+x)$$

$$\Rightarrow x^۲=۱-x^۲ \Rightarrow x^۲=\frac{۱}{۲} \Rightarrow x=\pm\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

$$x=\frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow ۱+\frac{\sqrt{۲}}{۲},\frac{\sqrt{۲}}{۲},۱-\frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow \frac{۲+\sqrt{۲}}{۲},\frac{\sqrt{۲}}{۲},\frac{۲-\sqrt{۲}}{۲}$$

$$\Rightarrow \text{قدرنسبت } : r=\frac{\frac{۲-\sqrt{۲}}{۲}}{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}=\frac{۲-\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}}\times\frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}} \Rightarrow r=\frac{۲\sqrt{۲}-۲}{۲}=\sqrt{۲}-۱$$

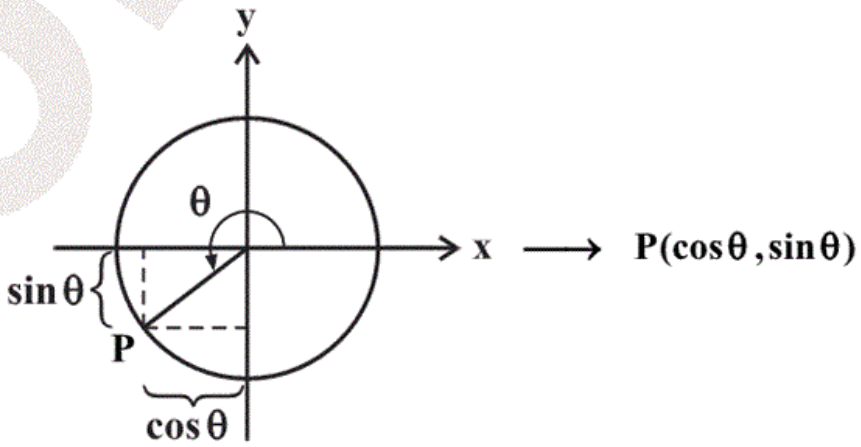
$$\xrightarrow{t_n=t_۱r^{n-۱}} \frac{t_۷}{t_۵}=\frac{t_۱r^۶}{t_۱r^۴}=r^۲=(\sqrt{۲}-۱)^۲=۲-۲\sqrt{۲}+۱=۳-۲\sqrt{۲}$$

* دقت کنید که اگر $x=-\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ باشد، قدرنسبت دنباله منفی خواهد بود.

*(ریاضی ۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)*

۱ ۲ ۳✓ ۴

**-۸۷** (ابراهیم نجفی)




$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \Rightarrow ۲ = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \Rightarrow \sin\theta = ۲\cos\theta \qquad (۱)$$

$$\xrightarrow{\sin^۲\theta+\cos^۲\theta=۱} (۲\cos\theta)^۲ + \cos^۲\theta = ۱ \Rightarrow ۵\cos^۲\theta = ۱$$

$$\Rightarrow \cos^۲\theta = \frac{۱}{۵} \Rightarrow \cos\theta = \pm\frac{۱}{\sqrt{۵}}$$

$$\xrightarrow{\theta \text{ در ناحیه سوم است}} \cos\theta = -\frac{۱}{\sqrt{۵}} \xrightarrow{(۱)} \sin\theta = -\frac{۲}{\sqrt{۵}}$$

$$\Rightarrow P\left(-\frac{۱}{\sqrt{۵}}, -\frac{۲}{\sqrt{۵}}\right) \Rightarrow \text{مجموع مؤلفه‌ها} = -\frac{۱}{\sqrt{۵}} - \frac{۲}{\sqrt{۵}} = -\frac{۳}{\sqrt{۵}}$$

$$= -\frac{۳\sqrt{۵}}{۵}$$

(ریاضی ۱، مثلثات، صفحه‌های ۳۶ تا ۴۳)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

**۷۵-** *(موسا زمانی)*

گزینهٔ «۲»: به‌طور مثال تساوی زیر برقرار نیست:

$$\sqrt[6]{(-2)^4} \neq \left(\sqrt[6]{-2}\right)^4$$

گزینهٔ «۳»: $\sqrt[4]{(-2)(-3)} \neq \sqrt[4]{-2} \times \sqrt[4]{-3}$

گزینهٔ «۴»: $\sqrt[4]{x^4} = |x|$

*(ریاضی ۱، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۵۴ تا ۵۸)*

✓۱ ۲ ۳ ۴

**۸۰-** *(علیرضا پورقلی)*

$$x^2 - x = 2 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (x+1)(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = +2 \end{cases}$$

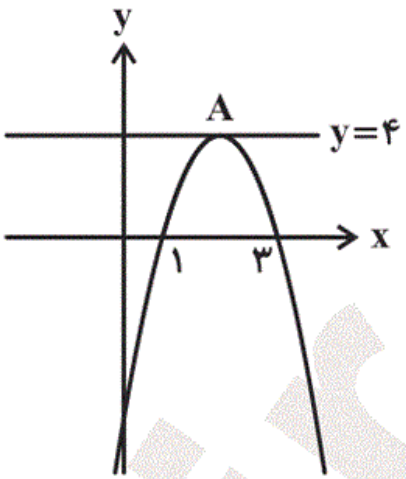
چون عدد مثبت موردنظر است پس فقط $x = 2$ قابل قبول است.

*(ریاضی ۱، معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)*

✓۱ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

**-۸۶** (غلامرضا نیازی)




معادلهٔ سهمی $y = k(x-1)(x-3)$

$\xrightarrow{\text{خط تقارن}}$ بین دو ریشه $x = 2$

سهمی $\in \begin{vmatrix} 2 \\ 4 \end{vmatrix} A$ از طرفی

$\Rightarrow k(2-1)(2-3) = 4$

$\Rightarrow -k = 4 \Rightarrow k = -4$

معادلهٔ سهمی : $y = -4(x-1)(x-3)$

$\xrightarrow[\text{عرض از مبدأ}]{x=0} y = -12$

(ریاضی ۱، معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

$$\Rightarrow 9 \le 2x \le 13 \Rightarrow \frac{9}{2} \le x \le \frac{13}{2} \qquad (1)$$

اعداد صحیحی که در بازهٔ (۱) صدق می‌کنند، ۵ و ۶ هستند. پس:

$$5+6=11$$

(ریاضی ۱، معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

**-۸۹** *(رحیم مشتاق‌نظم)*

چون عبارت $A$ فقط در بازهٔ $(a,b)$ منفی است، پس $a$ و $b$ ریشه‌های عبارت $A$ هستند و هم‌چنین $a$ باید منفی باشد.

$$x=a \Rightarrow -\frac{۲}{a}(a^۲)+a(a)-۳=۰ \Rightarrow -۲a+a^۲-۳=۰$$

$$\Rightarrow a^۲-۲a-۳=۰ \Rightarrow (a-۳)(a+۱)=۰ \Rightarrow a=۳ \text{ یا } a=-۱$$

$a=-۱$ قابل قبول است، بنابراین: $A=۲x^۲-x-۳$

که ریشه‌های آن $-۱$ و $\frac{۳}{۲}$ هستند، پس $a=-۱$ و $b=\frac{۳}{۲}$ و $A$ در بازه‌های $(\frac{۳}{۲},+\infty)$ و $(-\infty,-۱)$ مثبت است.

*(ریاضی ۱، معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۸۶ تا ۹۱)*

۱ ۲ ۳✓ ۴

**-۸۱** *(کریم نصیری)*

$$P(x)=\frac{x(x^۲-۱)}{(x+۱)^۲} \Rightarrow \begin{cases} x=۰ \\ x^۲-۱=۰ \Rightarrow x=\pm ۱ \\ (x+۱)^۲=۰ \Rightarrow x=-۱ \end{cases}$$

بعد از ریشه‌یابی عوامل صورت و مخرج، عبارت $P$ را تعیین علامت می‌کنیم:

| $x$ | | $-۱$ | | $۰$ | | $۱$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | $-$ | | $-$ | ۰ | $+$ | | $+$ |
| $x^۲-۱$ | $+$ | ۰ | $-$ | | $-$ | ۰ | $+$ |
| $(x+۱)^۲$ | $+$ | ۰ | $+$ | | $+$ | | $+$ |
| $P$ | $-$ | ت‌ن | $+$ | ۰ | $-$ | ۰ | $+$ |

عبارت $P$ در بازه‌های $(۱,+\infty)$ و $(-۱,۰)$ همواره مثبت است. از میان گزینه‌های داده شده، بازهٔ $(\frac{-۱}{۳},\frac{-۱}{۲})$ زیرمجموعهٔ $(-۱,۰)$ است.

*(ریاضی ۱، معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۸۶ تا ۹۱)*

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

**-۸۲** (حامد یحیی‌اوغلی)

فرض کنیم: $p(x)=ax^۲+bx+c=(m^۲-۴m+۴)x^۲+(۲m-۴)x+۱$

برای اینکه $p(x)$ همواره مثبت باشد، باید اولاً: $a=(m^۲-۴m+۴)>۰$

ثانیاً: $\Delta=b^۲-۴ac<۰$

اما دقت می‌کنیم که $a=m^۲-۴m+۴=(m-۲)^۲$، بنابراین $a$، همواره نامنفی است. حال $\Delta$ را بررسی می‌کنیم:

$$\Delta<۰ \Rightarrow (۲m-۴)^۲-۴(m^۲-۴m+۴)(۱)<۰$$

$$\Rightarrow ۴m^۲-۱۶m+۱۶-۴m^۲+۱۶m-۱۶<۰$$

$\Rightarrow ۰<۰$ امکان‌پذیر نمی‌باشد

(ریاضی ۱، معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۸۸ تا ۹۱)

۱ ۲ ۳✓ ۴

**-۸۳** (حسن تواجمی)

$$۲x^۳+۳x^۲-۳x+۶\le ۲x(x^۲+۱+۲x)$$

$$۲x^۳+۳x^۲-۳x+۶\le ۲x^۳+۲x+۴x^۲$$

$$-x^۲-۵x+۶\le ۰ \Rightarrow \begin{cases} x_۱=۱ \\ x_۲=-۶ \end{cases}$$

| $x$ | $-\infty$ | | $-۶$ | | $۱$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| عبارت | | $-$ | ۰ | $+$ | ۰ | $-$ | |
| | | ج | | | | ج | |

$x\le -۶$ یا $x\ge ۱$

(ریاضی ۱، معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۸۶ تا ۹۱)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

**۷۴-** *(سهند ولی‌زاده)*

طبق جدول تعیین علامت، عبارت باید درجه اول باشد لذا $a=0$ است و $x=b$ ریشه عبارت می‌باشد پس به‌جای $x$، $b$ را قرار می‌دهیم:

| | $-\infty$ | | $b$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $bx-4$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |

$$b(b)-4=0 \Rightarrow b^2-4=0 \Rightarrow \begin{cases} b=2 & \text{غ ق ق} \\ b=-2 & \text{ق ق} \end{cases}$$

$$\begin{matrix} a=0 \\ b=-2 \end{matrix} \Rightarrow a+b=-2$$

*(ریاضی ۱، معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۸۳ تا ۸۸)*

۱ ۲ ۳✓ ۴

**۷۲-** *(سعید آذرهزین)*

رابطهٔ (ب) تابع نیست زیرا یک فرد می‌تواند به چند رنگ علاقه داشته‌باشد.

*(ریاضی ۱، تابع، صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۰)*

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

**-۷۷** (عاطفه خان‌محمدی)

$$(۵,۲m+۱),(۵,m^۲)$$

$$\Rightarrow ۲m+۱=m^۲ \Rightarrow m^۲-۲m-۱=۰ \Rightarrow \Delta=۴+۴=۸$$

$$m_۱=\frac{۲+۲\sqrt{۲}}{۲}=۱+\sqrt{۲}$$

$$\Rightarrow\{(۵,۳+۲\sqrt{۲}),(۱,۷),(۱,۲),(۰,۵+۵\sqrt{۲})\}$$ تابع نیست

$$m_۲=\frac{۲-۲\sqrt{۲}}{۲}=۱-\sqrt{۲}$$

$$\Rightarrow\{(۵,۳-۲\sqrt{۲}),(۱,۷),(۱-۲\sqrt{۲},۲),(۰,۵-۵\sqrt{۲})\}$$ تابع است

پس به ازای $m_۲=۱-\sqrt{۲}$ مجموعهٔ داده شده، نشان‌دهندهٔ یک تابع است.

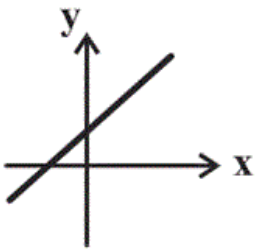
(ریاضی ۱، تابع، صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۰)

۱ ۲ ۳ ۴✓

**-۷۸** (کریم نصیری)

اگر $ab>۰$ باشد، مقادیر $a$ و $b$ هر دو مثبت یا هر دو منفی هستند.

اگر $a$ و $b$ هر دو مثبت باشند، یعنی شیب خط مثبت است و خط محور $y$ها را در نیمهٔ مثبت قطع می‌کند (شکل مقابل)




۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

**-۷۹** *(ابراهیم نجفی)*

الف) فرض کنیم دامنهٔ رابطهٔ $R$ به صورت $D=\{x,y\}$ و برد آن مجموعهٔ اعداد طبیعی باشد:

$$R=\{(x,۱),(x,۲),(x,۳),\ldots,(y,۱),(y,۲),(y,۳),\ldots\}$$

مشخص است که چنین رابطه‌ای قطعاً تابع نیست. بنابراین گزارهٔ الف درست است.

ب) رابطهٔ $R=\{(۰,۱),(۱,۳),(۱,۱)\}$ را در نظر بگیرید تعداد اعضای برد آن متناهی و کمتر یا مساوی تعداد اعضای دامنهٔ آن است اما معرف یک تابع نیست، یعنی گزارهٔ ب نیز درست است.

ج) اگر تعداد اعضای دامنه و برد یک رابطه نامتناهی باشند، تنها در صورتی این رابطه می‌تواند معرف تابع باشد که در آن هیچ دو زوج مرتبی با مؤلفه‌های اول یکسان و مؤلفه‌های دوم متمایز وجود نداشته باشد، بنابراین به طور قطع نمی‌توان گفت که رابطه‌ای با این شرایط معرف تابع است، یعنی گزارهٔ ج نادرست است.

د) اگر برد رابطه‌ای تنها یک عضو داشته باشد، رابطه قطعاً تابع است چون هیچ مؤلفهٔ اولی نمی‌تواند دو یا چند مؤلفهٔ متمایز داشته باشد، بنابراین گزارهٔ «د» درست است.

نمونهٔ بارز این مطلب معادلهٔ خطوط به صورت $y=k$ می‌باشد.

*(ریاضی ۱، تابع، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸)*

۱ ۲✓ ۳ ۴

**-۷۶** *(حسن تهاجمی)*

$$(-۲,۱),(۲,-۳)\in f$$

$$f(x)=mx+h \Rightarrow \begin{cases} ۲m+h=-۳ \\ -۲m+h=۱ \end{cases}$$

$$۲h=-۲ \Rightarrow h=-۱$$

$$\Rightarrow ۲m+(-۱)=-۳ \Rightarrow ۲m=-۲ \Rightarrow m=-۱$$

$$f(x)=-x-۱\ ,\ f(x)=۰ \Rightarrow ۰=-x-۱ \Rightarrow x=-۱$$

*(ریاضی ۱، تابع، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸)*

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

**۸۴-** *(امین نصراله)*

راه حل اول:

$$-۲<x<۲ \Rightarrow -۴<x-۲<۰ \Rightarrow -\frac{۴}{۳}<\frac{x-۲}{۳}<۰$$

$$\Rightarrow -\frac{۱}{۳}<\frac{x-۲}{۳}+۱<۱ \Rightarrow ۰\le \left|\frac{x-۲}{۳}+۱\right|<۱$$

$$\Rightarrow -۱\le \left|\frac{x-۲}{۳}+۱\right|-۱<۰ \Rightarrow -۱\le f(x)<۰$$

$$\Rightarrow \text{برد تابع} =[-۱,۰)=[a,b) \Rightarrow b-a=۰-(-۱)=۱$$

راه حل دوم:

$$(۱)\quad -۱\le x<۲ \Rightarrow f(x)=\frac{x-۲}{۳}+۱-۱=\frac{x-۲}{۳}$$

$$\Rightarrow \text{برد تابع} =[-۱,۰)$$

$$(۲)\quad -۲<x<-۱ \Rightarrow f(x)=\frac{۲-x}{۳}-۱-۱=\frac{۲-x}{۳}-۲=\frac{-x-۴}{۳}$$

$$\Rightarrow \text{برد تابع} =(-۱,-\frac{۲}{۳})$$

$$(۱)\cup(۲)=[-۱,۰)\cup(-۱,-\frac{۲}{۳})=[-۱,۰)$$

$$\Rightarrow \text{برد تابع} =[-۱,۰)=[a,b) \Rightarrow b-a=۰-(-۱)=۱$$

*(ریاضی ۱، تابع، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸)*

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

**۸۵-** (سعید آزرحزین)

ضابطهٔ تابع خطی به شکل $f(x)=ax+b$ است.

$$f(۰)=۶ \Rightarrow a\times ۰+b=۶ \Rightarrow b=۶$$

$$f(x)=ax+۶$$

$$\frac{f(۴)}{f(۲)}=۳ \Rightarrow \frac{a\times ۴+۶}{a\times ۲+۶}=۳ \Rightarrow \frac{۴a+۶}{۲a+۶}=۳$$

$$\Rightarrow ۴a+۶=۶a+۱۸ \Rightarrow ۲a=-۱۲ \Rightarrow a=-۶$$

$$f(x)=-۶x+۶$$

$$\left.\begin{array}{l} f(۲)=-۶\times ۲+۶=-۱۲+۶=-۶ \\ f(-۲)=-۶\times(-۲)+۶=۱۲+۶=۱۸ \end{array}\right\} \Rightarrow f(۲)+f(-۲)=۱۸-۶=۱۲$$

(ریاضی ۱، تابع، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸)

۱ ۲ ۳ ۴✓

**۷۱-** (سیدمهدی خیرالامور)

از آنجایی که ارتفاع اولیهٔ شمع ۲۵ سانتی‌متر است و در هر ساعت ۵ سانتی‌متر از ارتفاع آن کاهش پیدا می‌کند، پس تابع تغییرات ارتفاع آن $h(t)=۲۵-۵t$ می‌باشد.

$$h(t)=۲۵-۵t \xrightarrow{\div ۵} \frac{h(t)}{۵}=۵-t$$

(ریاضی ۱، تابع، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا