



[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir) سایت ویژه ریاضیات

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir)

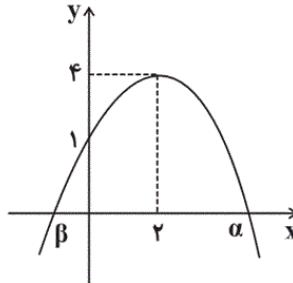
ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

حسابان ۱ - ۱۰ سوال -

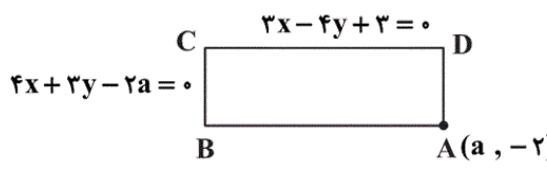
-۸۱- شکل زیر مربوط به تابع درجه دوم  $y = f(x) = \alpha^3 + \beta^3$  کدام است؟



- ۶۰ (۱)  
۷۰ (۲)  
۸۰ (۳)  
۹۰ (۴)

آزمون ۷ فروردین

-۸۲- در شکل فرضی زیر که در آن ضلع  $CD$  روی خط به معادله  $3x - 4y + 3 = 0$  و ضلع  $BC$  روی خط به معادله  $4x + 3y - 2a = 0$  قرار دارد، طول ضلع  $DC = 4$  و  $a < 0$  است، محیط مستطیل کدام است؟



- ۱۴ (۱)  
۱۰ (۲)  
۹ (۳)  
۱۲ (۴)

آزمون ۷ فروردین

-۸۳- نمودار وارون تابع  $f(x) = 1 - \sqrt{x+3}$  از کدام ناحیه محورهای مختصات عبور نمی‌کند؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

آزمون ۷ فروردین

-۸۴- در کدام یک از گزینه‌های زیر توابع داده شده با هم مساوی هستند؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است).

$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{4-x^2} \\ g(x) = \sqrt{2+x} \times \sqrt{2-x} \end{cases} \quad (۲)$$

$$\begin{cases} f(x) = \frac{1}{x+2} \\ g(x) = \frac{x-2}{x^2-4} \end{cases} \quad (۱)$$

$$\begin{cases} f(x) = [x^2] \\ g(x) = [x]^2 \end{cases} \quad (۴)$$

$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 6} \\ g(x) = \sqrt{x-2} \times \sqrt{x-3} \end{cases} \quad (۳)$$

آزمون ۷ فروردین

-۸۵- تابع  $y = f(x)$  به گونه‌ای تعریف شده است که رابطه  $f(x[x]) = x + [x]$  برقرار است. مقدار  $\frac{f(17)}{4}$  کدام است؟ (۱)، نماد جزء صحیح است.

$$\frac{17}{8} \quad (2)$$

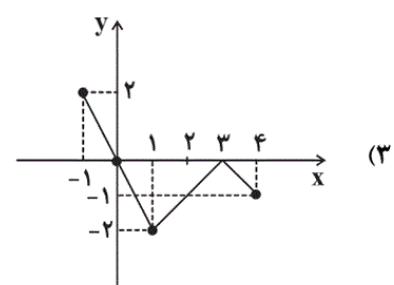
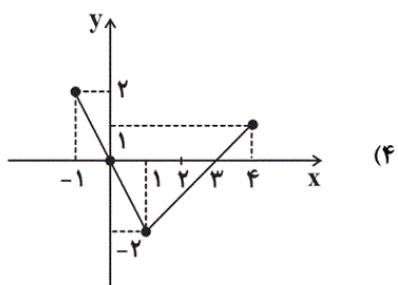
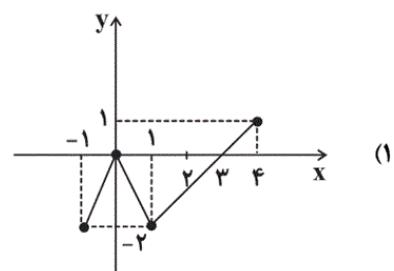
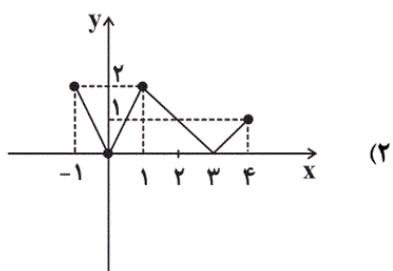
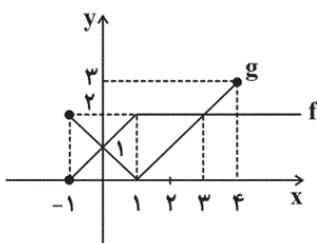
$$\frac{17}{4} \quad (1)$$

$$\frac{33}{4} \quad (4)$$

$$\frac{33}{8} \quad (3)$$

آزمون ۷ فروردین

-۸۶- نمودار توابع  $f$  و  $g$  در شکل زیر رسم شده‌اند. نمودار تابع  $(g-f)(x)$  شبیه کدام یک از نمودارهای زیر است؟



آزمون ۷ فروردین

-۸۷- اگر  $g(x) = 3x^2 + 3x + 26$  و  $(fog)(x) = 3g(x) + 5$  باشد، ضابطه تابع  $(gof)(x)$  کدام است؟

$$x^2 + 4 \quad (4)$$

$$x^2 + 1 \quad (3)$$

$$(x+1)^2 \quad (2)$$

$$x^2 \quad (1)$$

آزمون ۷ فروردین

-۸۸- اگر  $f(x) = 3^x$  باشد، دامنه تابع  $g(x) = \sqrt{\frac{(x+1)f(x)}{x+2}}$  کدام است؟

$$(-2, -1] \cup [0, +\infty) \quad (2)$$

$$(-\infty, -2) \cup [-1, 0] \quad (1)$$

$$[-1, +\infty) \quad (4)$$

$$(-\infty, -1] \quad (3)$$

آزمون ۷ فروردین

-۸۹- دو تابع نمایی  $f(x) = (\frac{1}{3})^{x-3}$  و  $g(x) = 4^x$  یکدیگر را در کدام ناحیه محورهای مختصات قطع می‌کنند؟

$$4) \text{ چهارم}$$

$$3) \text{ سوم}$$

$$2) \text{ دوم}$$

$$1) \text{ اول}$$

۹۰- نیم عمر یک نوع ماده هسته‌ای حدود ۱۰ سال است. اگر جرم نمونه‌ای از این ماده ۱۲۸ میلی‌گرم باشد، جرم باقی‌مانده پس از ۹۰ سال چند میلی‌گرم خواهد شد؟

۰ / ۷۵ (۴)

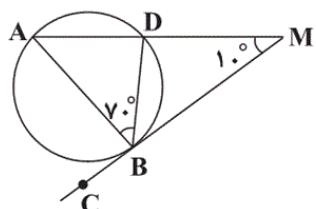
۱ / ۲۵ (۳)

۱ (۲)

۰ / ۲۵ (۱)

## هندسه ۲ - ۱۰ سوال

۱۰۱- در شکل مقابل  $MB$  بر دایره مماس است. اندازه زاویه  $ABC$  چند درجه است؟



۴۰ (۱)

۵۰ (۲)

۶۰ (۳)

۸۰ (۴)

۱۰۲- اگر در یک مثلث قائم‌الزاویه، فاصله مرکز کوچک‌ترین دایره محاطی تا مرکز بزرگ‌ترین دایره محاطی برابر ۴ واحد باشد، شعاع دایره محیطی این مثلث کدام است؟

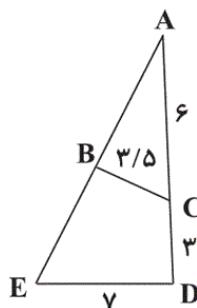
۴ (۴)

$2\sqrt{2}$  (۳)

۲ (۲)

$\sqrt{2}$  (۱)

۱۰۳- در شکل مقابل، چهارضلعی  $BCDE$  هم محاطی و هم محیطی است. اندازه  $AB$  کدام است؟



۳ / ۵ (۱)

۴ (۲)

۴ / ۵ (۳)

۵ (۴)

۱۰۴- اگر اندازه مماس مشترک‌های دو دایره متتارج ۴ و ۶ باشد، حاصل ضرب طول شعاع‌های این دو دایره کدام است؟

۶ (۴)

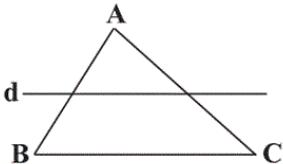
۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

۱۰۵ - مطابق شکل مثلث ABC را نسبت به خط d که از وسط اضلاع AB و AC می‌گذرد، بازتاب می‌دهیم. اگر ناحیه محصور بین ABC و

تصویر آن ۵ باشد، مساحت مثلث ABC کدام است؟



۲۵ (۱)

۱۰ (۲)

۱۲/۵ (۳)

۱۵ (۴)

آزمون ۷ فروردین

۱۰۶ - در یک دایره دو وتر عمود بر هم AB و CD یکدیگر را در نقطه P قطع کرده‌اند، به طوری که  $PA = 1$  و  $PC = PD = 3$  است. طول خط

مماس بر دایره از نقطه‌ای به فاصله ۱۳ از مرکز آن دایره کدام است؟

۸ (۲)

۵ (۱)

۱۲ (۴)

۱۰ (۳)

آزمون ۷ فروردین

۱۰۷ - در مثلث ABC، طول سه ارتفاع مثلث ۱۲، ۱۵ و ۲۰ است. اگر نیمساز زاویه A (بزرگترین زاویه) ضلع BC را در D قطع کند و I محل

برخورد نیمسازهای داخلی مثلث باشد، نسبت  $\frac{AI}{DI}$  کدام است؟

۲/۴ (۲)

۱/۴ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

آزمون ۷ فروردین

۱۰۸ - کدام گزینه در مورد تبدیلات نادرست است؟

(۱) هر تبدیل طولپا اندازه زاویه را حفظ می‌کند.

(۲) هر تبدیل طولپا اندازه محیط و مساحت اشکال را حفظ می‌کند.

(۳) در بازتاب، هر نقطه روی محور بازتاب نقطه ثابت تبدیل است.

(۴) تبدیل بازتاب هیچ‌گاه شبی خطوط و جهت شکل را حفظ نمی‌کند.

آزمون ۷ فروردین

- ۱۰۹ - مربعی به طول ضلع ۲ درون دایره‌ای محاط است. عمودمنصف‌های اضلاع این مربع را رسم می‌کنیم تا دایره را در چهار نقطه قطع کند. این

چهار نقطه با رئوس مربع تشکیل یک هشت‌ضلعی می‌دهند. طول ضلع این هشت‌ضلعی کدام است؟

$$2\sqrt{2} \tan 22^\circ / 5^\circ \quad (2)$$

$$2\sqrt{2} \sin 22^\circ / 5^\circ \quad (1)$$

$$4 \tan 22^\circ / 5^\circ \quad (4)$$

$$4 \sin 22^\circ / 5^\circ \quad (3)$$

آزمون ۷ فروردین

- ۱۱۰ - نقطه A و خط d به فاصله واحد از آن مفروض است. اگر تبدیل S، بازتاب نسبت به خط d باشد، فاصله نقطه A از S کدام است؟

۱ (۲)

(۱) صفر

۳ (۴)

۲ (۳)

آزمون ۷ فروردین

## حسابان ۱ - گواه - ۱۰ سوال

- ۹۱ - مجموع ۱۰۰ جمله اول از یک دنباله هندسی با قدرنسبت  $q = 4$ ، چند برابر مجموع جملات ردیف فرد آن ۱۰۰ جمله است؟

۱۵ (۴)

۵ (۳)

۳ (۲)

۱۶ (۱)

آزمون ۷ فروردین

- ۹۲ - اگر  $f(x) = x - 3$  و  $g(x) = 2 - x$ ، در چه بازه‌ای  $|f(x) + g(x)| = |f(x)| + |g(x)|$  برقرار است؟

(۲, +∞) (۴)

[۲, ۳] (۳)

$R - [۲, ۳]$  (۲)

$R - (۲, ۳)$  (۱)

آزمون ۷ فروردین

- ۹۳ - برد تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{x^3 - x}{x^2 - x}$  کدام است؟

$R - \{0, 1, 2\}$  (۴)

R (۳)

$R - \{0, 1\}$  (۲)

$R - \{1, 2\}$  (۱)

آزمون ۷ فروردین

- ۹۴ - نمودار تابع  $y = 2 \left[ \frac{x}{2} \right] + 1$ ؛  $x \in [-2, 6]$  از چند پاره خط مساوی هم، تشکیل شده است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است).

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

آزمون ۷ فروردین

- ۹۵ - تابع  $f$  با ضابطه  $x > 3 : f(x) = x^3 - Ax + 3$  وارون پذیر است. اگر  $f^{-1}(-5) = f^{-1}(-2)$  باشد، آنگاه  $A$  کدام است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

- ۹۶ - اگر  $f + g = \{(2, 4), (1, 6), (d, 6)\}$  باشد، مجموع مقادیر  $g$  کدام است؟

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

- ۹۷ - تابع با ضابطه  $g(x) = x - \sqrt{x}$  مفروض است. اگر نمودار تابع  $f$  محور  $x$  ها را در دو نقطه به طول های ۶ و  $\frac{1}{4}$  قطع کند، آنگاه نمودار تابع

$fog$  محور  $x$  ها را با کدام طول ها قطع می کند؟

(۴) ۹ و ۴

(۳)  $\frac{1}{4}$  و ۱۶(۲)  $\frac{1}{4}$  و ۹(۱)  $\frac{1}{9}$  و ۴

- ۹۸ - نمودار دو تابع  $y = 3^x + \frac{\lambda}{x}$  در نقطه  $A$  متقطع اند. فاصله نقطه  $A$  از نقطه  $(1, -1)$  کدام است؟

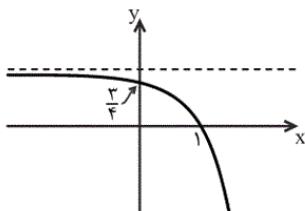
(۴)  $\sqrt{5}$ 

(۳) ۲

(۲)  $\sqrt{2}$ 

(۱) ۱

- ۹۹ - اگر نمودار تابع با ضابطه  $y = a - 4^{x-b}$  مطابق شکل زیر باشد،  $a+b$  کدام است؟



(۱) صفر

(۲) ۳

(۳) ۱

(۴) ۲

- ۱۰۰ - مجموعه جواب نامعادله  $5x-x^3-8 < 0$  کدام است؟

(۱, ۵) (۴)

(۳, ۴) (۳)

(۲, ۳) (۲)

(۱, ۴) (۱)

## آمار و احتمال - ۱۰ سوال

- ۱۱۱ - اگر ارزش گزاره  $(q \vee r) \Rightarrow p$  نادرست باشد، ارزش کدام یک از گزاره های زیر با بقیه متفاوت است؟

 $q \Rightarrow r$  (۲) $q \Rightarrow p$  (۱) $r \Rightarrow q$  (۴) $p \Rightarrow r$  (۳)

۱۱۲ - اگر  $X = A \cup B' - C'$  باشد، آن‌گاه  $A \subseteq B \subseteq C$  و  $I(A \cup B') - C' = X$  مجموعه مرجع است.

U (۴)

$\emptyset$  (۳)

C (۲)

A (۱)

آزمون ۷ فروردین

۱۱۳ - اگر  $(-2, 3) = A$  و  $(-1, 2) = B$  باشند، مساحت ناحیه متناظر با مجموعه  $A \times B - B \times A$  کدام است؟

۶ (۴)

۴ (۳)

۲ (۲)

۱) صفر

آزمون ۷ فروردین

۱۱۴ - چه تعداد از موارد زیر مربوط به علم آمار است؟

الف) چه تعداد از دانشآموزان پایهٔ یازدهم مدرسهٔ شما به ورزش دوچرخه‌سواری علاقه دارند؟

ب) درآمد کارمندان شرکت نفت چقدر است؟

پ) ۷۰ نفر از ۱۵۰ نفر دانشآموز پایهٔ یازدهم به ورزش والیبال علاقه دارند. اگر ۲۰ نفر از آن‌ها را انتخاب کنیم، چقدر ممکن است که

لاقل ۱۲ نفر آن‌ها به والیبال علاقه‌مند باشند؟

ت) از دانشآموزان پایهٔ یازدهم یک مدرسه، ۲۵ نفر را انتخاب کرده‌ایم و مشاهده کردیم ۴ نفر آن‌ها چپ دست هستند. در این صورت

از ۱۰۰ نفر دانشآموز پایهٔ یازدهم این مدرسه، ممکن است چند نفر چپ دست باشند؟

۱) یک

۲) دو

۳) سه

۴) چهار

آزمون ۷ فروردین

۱۱۵ - در یک مدرسه احتمال این‌که دانشآموزی ساعت مچی داشته باشد، ۶/۰ و احتمال این‌که مو مشکی باشد، ۷/۰ است. همچنین احتمال این‌که

ساعت مچی داشته باشد و مو مشکی نباشد، ۲/۰ است. فردی را به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال این‌که ساعت مچی نداشته باشد و مو مشکی

نباشد، چقدر است؟

۰/۴ (۲)

۰/۱ (۱)

۰/۹ (۴)

۰/۸ (۳)

آزمون ۷ فروردین

۱۱۶ - اگر  $S = \{a, b, c, d, e\}$  فضای نمونه‌ای یک آزمایش تصادفی و  $C = \{b, d, e\}$  و  $B = \{b, c\}$ ،  $A = \{a, b\}$  سه پیشامد از این فضای

نمونه‌ای باشند به‌طوری که  $P(C) = \frac{1}{3}$  و  $P(B) = \frac{1}{4}$ ، حاصل  $P(\{a, b, c\})$  کدام است؟

$\frac{5}{12}$  (۲)

$\frac{17}{24}$  (۱)

$\frac{5}{24}$  (۴)

$\frac{7}{12}$  (۳)

آزمون ۷ فروردین

۱۱۷ - در پرتاب یک چهار وجهی که اعداد ۱، ۲، ۳ و ۴ روی آن حک شده است، احتمال رو شدن هر وجه متناسب با عکس مجذور عدد روی آن وجه است.

احتمال رو شدن عدد زوج در یک بار پرتاب این چهار وجهی کدام است؟

$$\frac{3}{41} \quad (2)$$

$$\frac{9}{41} \quad (1)$$

$$\frac{32}{41} \quad (4)$$

$$\frac{23}{41} \quad (3)$$

آزمون ۷ فروردین

۱۱۸ - در پرتاب ۳ تاس، اگر حاصل ضرب اعداد رو شده مکعب کامل باشد، با کدام احتمال مجموع اعداد رو شده زوج است؟

$$\frac{1}{3} \quad (2)$$

$$\frac{1}{4} \quad (1)$$

$$\frac{4}{7} \quad (4)$$

$$\frac{3}{7} \quad (3)$$

آزمون ۷ فروردین

۱۱۹ - اگر A و B دو پیشامد ناتهی از فضای نمونه‌ای S باشند، کدام رابطه صحیح نیست? (اشتراک A و B ناتهی است).

$$\frac{P(A | B)}{P(B | A)} = \frac{P(A)}{P(B)} \quad (1)$$

$$\frac{P(A \cap B)}{P(A | B)} = P(A) \quad (2)$$

$$P(A | A) = 1 \quad (3)$$

$$P(A | S) = P(A) \quad (4)$$

آزمون ۷ فروردین

۱۲۰ - کدام یک از گزینه‌های زیر، قانون ضرب احتمال برای سه پیشامد غیرتنهی  $A_1$ ،  $A_2$  و  $A_3$  را به درستی نشان می‌دهد؟

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = P(A_2 | A_1)P(A_3 | (A_1 \cap A_2)) \quad (1)$$

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = P(A_1)P(A_2 | A_1)P(A_3 | (A_1 \cap A_2)) \quad (2)$$

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = P(A_1)P(A_1 | A_2)P(A_3 | (A_1 \cap A_2)) \quad (3)$$

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = P(A_1)P(A_2)P(A_3) \quad (4)$$

آزمون ۷ فروردین

(علی شهرابی)

-۸۱

معادله سهمی با رأس ( $x_S, y_S$ ) به صورت  $f(x) = a(x - x_S)^2 + y_S$  است. چون رأس سهمی نقطه  $(2, 4)$  است، پس معادله آن به صورت  $f(x) = a(x - 2)^2 + 4$  است. نقطه  $(0, 1)$  روی نمودار این سهمی قرار دارد، پس:

$$f(0) = 1 \Rightarrow 4a + 4 = 1 \Rightarrow a = -\frac{3}{4}$$

بنابراین معادله سهمی به صورت زیر است:

$$f(x) = -\frac{3}{4}(x - 2)^2 + 4 \Rightarrow f(x) = -\frac{3}{4}x^2 + 3x + 1$$

$\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله  $-\frac{3}{4}x^2 + 3x + 1 = 0$  هستند. مقدار  $S$  و  $P$  را

حساب می‌کنیم:

$$\left\{ \begin{array}{l} S = -\frac{b}{a} = -\frac{-3}{-\frac{3}{4}} = 4 \\ P = \frac{c}{a} = \frac{1}{-\frac{3}{4}} = -\frac{4}{3} \end{array} \right.$$

پس:

$$\alpha^3 + \beta^3 = S^3 - 3PS = 4^3 - 3(-\frac{4}{3})(4) = 64 + 16 = 80$$

(مسابان ا- جبر و معادله- صفحه‌های ۷ تا ۱۶)

۱

۲✓

۳

۴

$$\Rightarrow \text{فاصله } A \text{ تا ضلع } BC \text{ برابر طول } DC \text{ است} \Rightarrow \frac{|4a - 6 - 2a|}{\sqrt{16+9}} = 4$$

$$\Rightarrow \frac{|2a - 6|}{5} = 4 \Rightarrow \begin{cases} 2a - 6 = 20 \Rightarrow a = 13 \\ 2a - 6 = -20 \Rightarrow a = -7 \end{cases}$$

$A(-7, -2)$

$$\text{فاصله نقطه } A \text{ تا ضلع } AD = DC \text{ طول} = \frac{|3(-7) - 4(-2) + 3|}{\sqrt{25}} = \frac{10}{5} = 2$$

$$\Rightarrow \text{محیط} = (2+4) \times 2 = 12$$

(مسابان ا- هیر و معادله- صفحه‌های ۲۵ تا ۲۸ و ۳۳ تا ۳۶)

۴ ✓

۳

۲

۱

آزمون ۷ فروردین

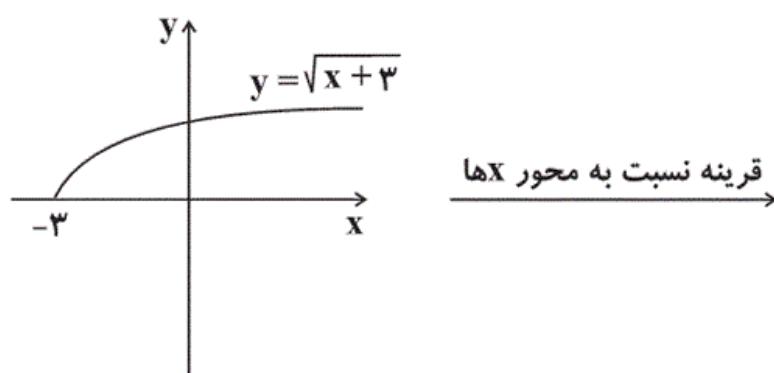
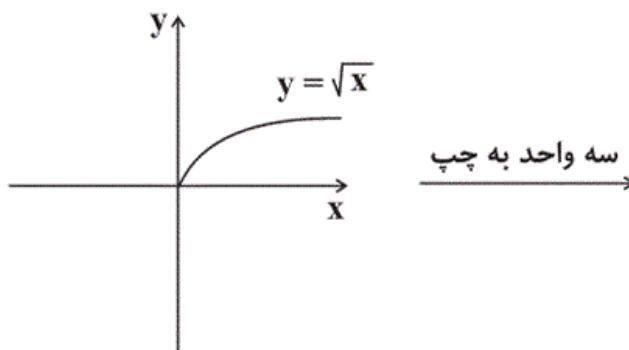
(ایمان پیش فروشان)

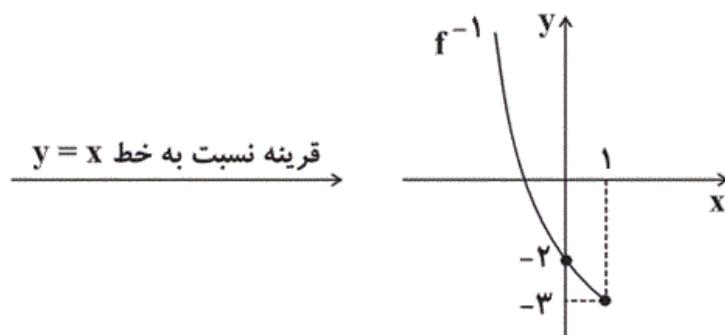
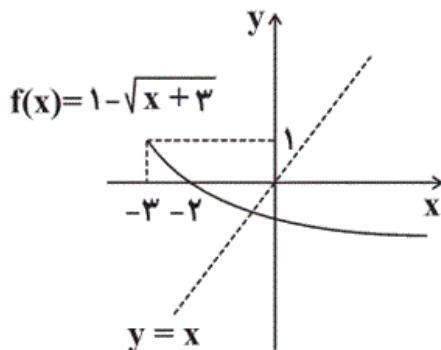
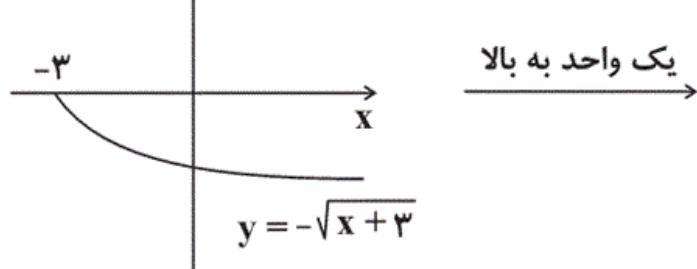
-۸۳

نمودار تابع  $f(x) = 1 - \sqrt{x+3}$  را با استفاده از انتقال نمودار

تابع  $y = \sqrt{x}$  رسم می‌کنیم و سپس نمودار را نسبت به خط  $x = y$  قرینه

می‌کنیم تا نمودار تابع  $f^{-1}$  به دست آید:





پس  $f^{-1}$  از ناحیه اول عبور نمی‌کند.

(مسابقات اتحادیه های ۱۴۸ تا ۱۴۶ و ۵۳ تا ۶۲)

۴

۳

۲

۱

آزمون ۷ فروردین

(مهرداد اسپیدکار)

-۸۴

برای آن که دو تابع مساوی باشند باید دامنه هایشان با هم برابر و ضابطه هایشان یکسان باشد. گزینه ها را بررسی می کنیم.

گزینه «۱»:

$$f(x) = \frac{1}{x+2} \quad D_f = \mathbb{R} - \{-2\}$$

$$g(x) = \frac{x-2}{x^2-4} \quad D_g = \mathbb{R} - \{-2, 2\}$$

پس توابع  $f$  و  $g$  در گزینه «۱» برابر نیستند.

گزینه «۲»:

$$D_f : 4 - x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 4 \Rightarrow |x| \leq 2$$

$$\Rightarrow -2 \leq x \leq 2 \Rightarrow D_f = [-2, 2]$$

$$g(x) = \sqrt{2+x} \times \sqrt{2-x}$$

$$D_g : \begin{cases} 2+x \geq 0 \Rightarrow x \geq -2 \\ 2-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 2 \end{cases} \Rightarrow D_g : x \geq -2 \cap x \leq 2 \Rightarrow D_g = [-2, 2]$$

$$g(x) = \sqrt{2+x} \times \sqrt{2-x} = \sqrt{(2+x)(2-x)} = \sqrt{4-x^2} = f(x)$$

تابع موجود در گزینه «۲» دارای دامنه و ضابطه برابر هستند، پس با هم مساوی‌اند.

گزینه «۳»:

$$D_f : x^2 - 5x + 6 \geq 0 \Rightarrow (x-2)(x-3) \geq 0$$

$$\Rightarrow D_f = (-\infty, 2] \cup [3, +\infty)$$

$$D_g : x-3 \geq 0 \cap x-2 \geq 0 \Rightarrow D_g = [3, +\infty)$$

تابع موجود در گزینه «۳» دارای دامنه برابر نیستند، پس مساوی نمی‌باشند.

گزینه «۴»:

$$f(x) = [x^2] \quad f(1/5) = [1/5^2] = [2/25] = 2 \Rightarrow f(x) \neq g(x)$$

$$g(x) = [x]^2 \quad g(1/5) = [1/5]^2 = 1^2 = 1$$

تابع موجود در گزینه «۴» دارای دامنه برابر هستند ( $D_f = D_g = \mathbb{R}$ )

اما ضابطه‌های دو تابع یکسان نمی‌باشند. زیرا مقدار دو تابع به ازای یک

مقدار مشترک برای  $x$ ، مثل  $1/5$ ، برابر نمی‌شود.

(مسابان ا- تابع - صفحه‌های ۱۴ تا ۵۳)

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۷ فروردین

$$fog(x) = x + [x]$$

حال برای یافتن مقدار  $f\left(\frac{17}{4}\right)$  کافی است جواب معادله  $g(x) = \frac{17}{4}$  را پیدا کنیم و آن را در ضابطه  $fog(x)$  جایگذاری کنیم.

$$0 \leq x < 1 \Rightarrow g(x) = 0$$

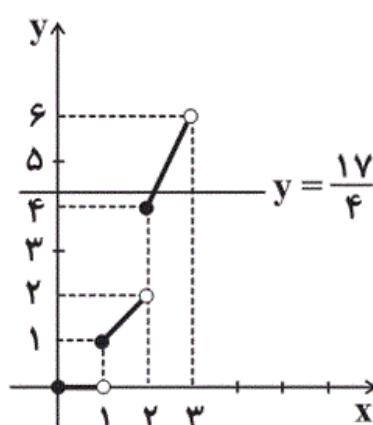
$$1 \leq x < 2 \Rightarrow g(x) = x$$

$$2 \leq x < 3 \Rightarrow g(x) = 2x$$

نمودار تابع  $y = g(x)$  در شکل زیر رسم شده است. برای یافتن جواب

معادله  $y = \frac{17}{4}$ ، کافی است خط  $y = 2x$  را با خط  $y = \frac{17}{4}$  (مطابق

شکل) تقاطع دهیم، بنابراین داریم:



$$2x = \frac{17}{4} \Rightarrow x = \frac{17}{8}$$

$$\Rightarrow f\left(\frac{17}{8}\right) = fog\left(\frac{17}{8}\right) = \frac{17}{8} + \left[\frac{17}{8}\right] = \frac{17}{8} + 2 = \frac{33}{8}$$

(مسابان ا- تابع - صفحه‌های ۱۴۹ تا ۱۵۳ و ۶۶ تا ۷۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون ۷ فروردین

با توجه به نمودار توابع  $f$  و  $g$ ، مقادیر تابع  $g - f$  را به ازای اعداد صحیح  $-1, 0, 1, 2, 3$  و  $4$  پیدا می‌کنیم و از روش رد گزینه‌های نادرست استفاده می‌کنیم.

$$D_f \cap D_g = [-1, 4]$$

$$(g - f)(-1) = g(-1) - f(-1) = 2 - 0 = 2$$

$$(g - f)(0) = 1 - 1 = 0$$

$$(g - f)(1) = 0 - 2 = -2$$

$$(g - f)(2) = 2 - 2 = 0$$

$$(g - f)(3) = 3 - 2 = 1$$

پس گزینه‌های «۱» تا «۳» نادرست هستند.

(مسابان ا- تابع - صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

۴ ✓

۳

۲

۱

آزمون ۷ فروردین

برای تشکیل تابع  $(fog)(x)$  باید به جای  $x$  در تابع  $f(x)$ ، تابع  $g(x)$  را قرار دهیم. بنابراین ضابطه تابع  $f(x)$  به صورت  $3x + 5$  می‌باشد.

$$(fog)(x) = f(g(x)) = 3g(x) + 5 \Rightarrow f(x) = 3x + 5$$

$$(gof)(x) = g(f(x)) = 9x^2 + 3 \cdot x + 26$$

$$\Rightarrow g(3x + 5) = 9x^2 + 3 \cdot x + 26 = (3x + 5)^2 + 1$$

$$\xrightarrow{t=3x+5} g(t) = t^2 + 1$$

(مسابقات ا- تابع - صفحه‌های ۶۶ تا ۶۰)

۴

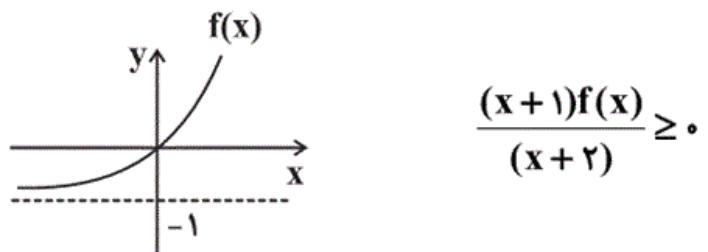
۳ ✓

۲

۱

آزمون ۷ فروردین

با توجه به نمودار تابع  $1 - 3^x$ ، جواب  $f(x) = 0$  برابر  $x = 0$  است.



$x$	- $\infty$	-۲	-۱	۰	+ $\infty$
$f(x)$	-	-	-	+	+
$x+1$	-	-	+	+	+
$x+2$	-	+	+	+	+
	-	+	+	-	+

ج ت ن ج

$$\Rightarrow D_g = (-2, -1] \cup [0, +\infty)$$

(مسابقات تکمیلی - صفحه‌های ۷۹ تا ۱۴۶ و ۷۲ تا ۷۹)

 ۴ ۳ ۲ ۱

آزمون ۷ فروردین

$$f(x) = \left( \frac{1}{2} \right)^{x-3} \quad g(x) = 2^x \quad \Rightarrow \left( \frac{1}{2} \right)^{x-3} = 2^x$$

$$\Rightarrow 2^{-x+3} = 2^x \Rightarrow -x+3 = x$$

$$\Rightarrow -2x = -3 \Rightarrow x = 1$$

$$g(1) = 2^1 = 2 \Rightarrow A(1, 2)$$

نقطه تقاطع دو تابع:

بنابراین دو تابع  $f$  و  $g$  یکدیگر را در ناحیه اول قطع می‌کنند.

(مسابقات توانی و لگاریتمی - صفحه‌های ۷۹ تا ۷۲)

 ۴ ۳ ۲ ۱

آزمون ۷ فروردین

به مدت زمانی که طول می‌کشد تا مقدار معینی از یک ماده به نصف مقدار اولیه خود برسد نیم عمر آن ماده گفته می‌شود. اگر نیم عمر یک ماده  $T$  باشد و مقدار جرم اولیه  $m_0$  در دسترس باشد، پس از گذشت زمان  $t$  مقدار ماده از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$m(t) = m_0 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

پس در این سوال داریم:

$$m(90) = 128 \times 2^{-\frac{90}{10}} = 2^7 \times 2^{-9} = 2^{-2} = \frac{1}{4} = 0.25 \text{ میلی گرم}$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۷۲ تا ۷۹)

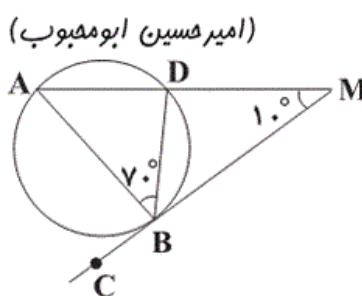
۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون ۷ فروردین



زاویه  $\hat{ABD}$  محاطی است، پس:

$$\hat{A}\hat{B}\hat{D} = \frac{\widehat{AD}}{2} = 70^\circ \Rightarrow \widehat{AD} = 140^\circ$$

مجموع اندازه کمان‌های یک دایره برابر  $360^\circ$  درجه است، بنابراین:

$$\widehat{AD} + \widehat{BD} + \widehat{AB} = 360^\circ \xrightarrow{\widehat{AD}=140^\circ} \widehat{AB} + \widehat{BD} = 220^\circ$$

حال با توجه به این‌که  $\hat{AMB} = \frac{\widehat{AB} - \widehat{BD}}{2} = 10^\circ$  داریم:

$$\begin{cases} \widehat{AB} - \widehat{BD} = 20^\circ \\ \widehat{AB} + \widehat{BD} = 220^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \widehat{AB} = 120^\circ \\ \widehat{BD} = 100^\circ \end{cases}$$

در نهایت با توجه به این‌که زاویه  $\hat{ABC}$  ظلی است، داریم:

$$\hat{A}\hat{B}\hat{C} = \frac{\widehat{AB}}{2} = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$$

(هنرسه - ۲ - دایره - صفحه‌های ۹ تا ۱۷)

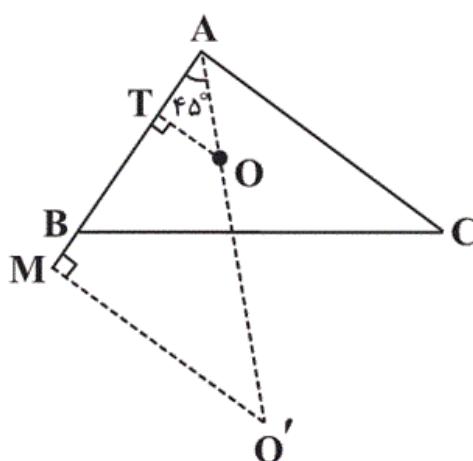
۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون ۷ فروردین



$$\Rightarrow OO' = AO' - AO = a\sqrt{2} = 4 \Rightarrow a = 2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow R = \frac{a}{2} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

(هنرسه - ۲ - دایره - صفحه‌های ۲۱ تا ۳۱)

۴

۳

۲

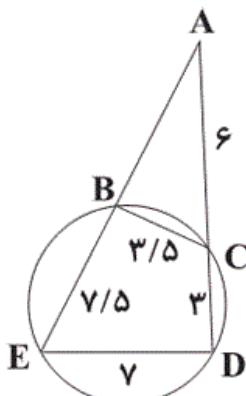
۱ ✓

آزمون ۷ فروردین

چهارضلعی BCDE محیطی است. داریم:

$$BC + DE = CD + BE \Rightarrow BE = \frac{3}{5} + 7 - 3 = \frac{7}{5}$$

چهارضلعی BCDE همچنین محاطی نیز هست، پس دایره محیطی آن را رسم می کنیم. طبق روابط طولی در دایره داریم:



$$AB \times AE = AC \times AD$$

$$\Rightarrow AB(AB + \frac{7}{5}) = 6 \times 9$$

$$\Rightarrow AB = \frac{4}{5}$$

(هنرسه ۲ - دایره - صفحه های ۱۸، ۱۹، ۲۷ و ۲۸)

۴

۳✓

۲

۱

آزمون ۷ فروردین

(علی فتح‌آبادی)

نکته: همواره طول مماس مشترک خارجی از طول مماس مشترک داخلی دو دایره بزرگ‌تر است، حال با توجه به روابط آنها داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} 6 = \sqrt{|O_1O_2|^2 - (R_1 - R_2)^2} : \text{طول مماس مشترک خارجی} \\ 4 = \sqrt{|O_1O_2|^2 - (R_1 + R_2)^2} : \text{طول مماس مشترک داخلی} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 36 = |O_1O_2|^2 - (R_1 - R_2)^2 \\ 16 = |O_1O_2|^2 - (R_1 + R_2)^2 \end{array} \right.$$

$$\xrightarrow{\text{تفريق}} 20 = (R_1 + R_2)^2 - (R_1 - R_2)^2 \Rightarrow 20 = 4R_1R_2$$

$$\Rightarrow R_1R_2 = 5$$

(هنرسه ۲ - دایره - صفحه های ۲۰ تا ۲۳)

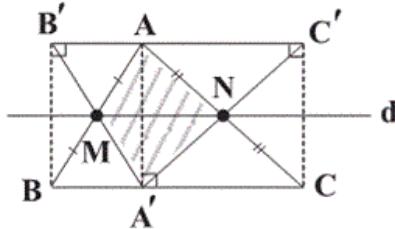
۴

۳✓

۲

۱

آزمون ۷ فروردین



$$S_{\Delta BMA'} = S_{\Delta AMA'}, \quad S_{\Delta NA'C} = S_{\Delta ANA'}$$

$$\begin{aligned} S_{\Delta ABC} &= S_{\Delta ABA'} + S_{\Delta ACA'} = 2S_{\Delta AMA'} + 2S_{\Delta ANA'} \\ &= 2(S_{\Delta AMA'} + S_{\Delta ANA'}) = 2 \times 5 = 10 \end{aligned}$$

(هندسه - ۲ - تبدیل های هندسی و کاربردها - صفحه های ۳۴ تا ۳۰)

۴

۳

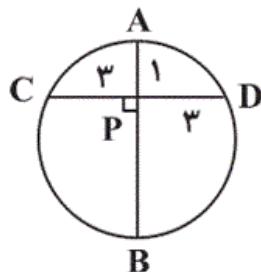
۲ ✓

۱

آزمون ۷ فروردین

-۱۰۶

اگر وتری از یک دایره، وتر دیگری را نصف کرده و بر آن عمود باشد، آن گاه آن وتر قطر دایره است. پس در این مساله  $AB$  قطر دایره است.  
حال با توجه به روابط طولی در دایره داریم:

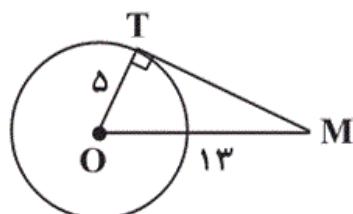


$$PA \times PB = PC \times PD$$

$$\Rightarrow 10 \times PB = 3 \times 3 \Rightarrow PB = 9$$

$$\Rightarrow AB = 10 \Rightarrow r = \frac{AB}{2} = 5$$

حال با توجه به شکل مقابل طول مماس به دست می آید:



$$MO^2 = MT^2 + OT^2$$

$$\Rightarrow 13^2 = MT^2 + 5^2 \Rightarrow MT = 12$$

(هندسه - ۲ - دایره - صفحه های ۹ تا ۱۹)

۴ ✓

۳

۲

۱

آزمون ۷ فروردین

$$\xrightarrow[\text{تالس}]{AH \parallel IH'} \frac{DI}{AD} = \frac{IH'}{AH} = \frac{5}{12} \Rightarrow DI = 5k, \quad AD = 12k$$

$$\Rightarrow AI = 7k \Rightarrow \frac{AI}{DI} = \frac{7k}{5k} = 1/4$$

(هندسه - ۲ - دایره - صفحه های ۲۵ تا ۳۱)

۴

۳

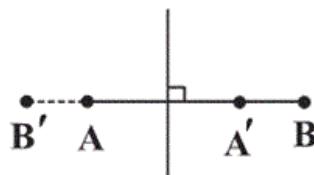
۲

۱ ✓

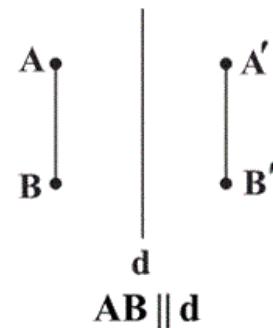
-۱۰۸

(امیر هوشتنگ فمسه)

تبديل بازتاب در حالتی که خط عمود یا موازی محور بازتاب باشد، شیب خط را حفظ می‌کند.



$$AB \perp d$$



$$AB \parallel d$$

(هنرسه ۲ - تبدیل های هندسی و کاربردها - صفحه های ۳۷ تا ۴۰)

۴ ✓

۳

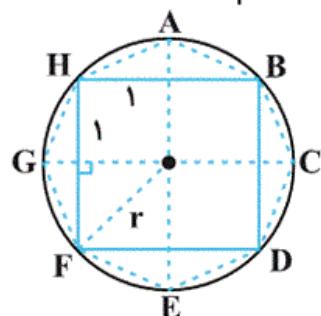
۲

۱

(کتاب نوروز)

-۱۰۹

طول ضلع این مربع برابر ۲ واحد است. طبق شکل داریم:



$$r^2 = 1^2 + 1^2 \rightarrow r = \sqrt{2}$$

هر  $n$  ضلعی منتظم محاطی است و اندازهٔ ضلع آن برابر

است. بنابراین داریم:

$$2r \sin \frac{180^\circ}{n} = 2\sqrt{2} \sin \frac{180^\circ}{8} = 2\sqrt{2} \sin 22.5^\circ$$

(هنرسه ۲ - دایره - صفحه های ۲۷ تا ۳۱)

۴

۳

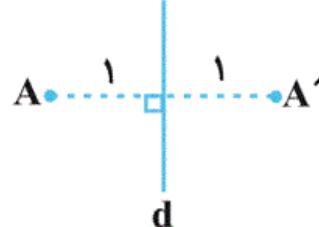
۲

۱ ✓

(کتاب نوروز)

اگر فاصله نقطه A از خط d برابر یک باشد، فاصله بازتاب یافته آن از خط d نیز برابر یک است، داریم:

$$S(\underbrace{S(S(A))}_{A'}) = S(\underbrace{S(A')}_A) = S(A) = A'$$



پس خواسته مسأله به دست آوردن فاصله A تا A' است که برابر ۲ می‌باشد.

(هنرسه ۲ - تبدیل‌های هندسی و کاربردها - صفحه‌های ۳۷ تا ۴۱)

 ۴ ۳ ۲ ۱

آزمون ۷ فروردین

(کتاب آبی)

جملات ردیف فرد یک دنباله هندسی با قدرنسبت q، یک دنباله هندسی

با قدرنسبت  $q^2$  تشکیل می‌دهند، بنابراین:

$$\frac{a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{100}}{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{99}} = \frac{\frac{a_1(1-q^{100})}{1-q}}{\frac{a_1(1-(q^2)^{50})}{1-q^2}}$$

$$= \frac{1-q^2}{1-q} = \frac{(1-q)(1+q)}{1-q} = 1+q = 1+4 = 5$$

(حسابان ۱ - جبر و معادله - صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

 ۴ ۳ ۲ ۱

آزمون ۷ فروردین

تساوی  $|f(x) + g(x)| = |f(x)| + |g(x)|$  تنها در حالتی برقرار است که  $f(x)$  و  $g(x)$  هم علامت باشند یا حداقل یکی از آنها صفر باشد. در نتیجه شرط  $f(x) \times g(x) \geq 0$  برقرار است.

$$f(x) \times g(x) \geq 0 \Rightarrow (x - 3)(2 - x) \geq 0$$

x		2	3	
2 - x	+	0	-	-
x - 3	-	-	0	+
(x - 3)(2 - x)	-	0	+	-

$\Rightarrow x \in [2, 3]$

(مسابان ا- ترکیبی- صفحه‌های ۲۳ تا ۲۸ و ۶۳ تا ۶۶)

 ۴ ۳ ۲ ۱

آزمون ۷ فروردین

$$f(x) = \frac{x^3 - x}{x^2 - x} = \frac{x(x^2 - 1)}{x(x - 1)}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{\cancel{x(x-1)}(x+1)}{\cancel{x(x-1)}} \xrightarrow{x \neq 0, 1} f(x) = x + 1$$

تابع  $f$ ، برابر  $1$  است که فقط در دو نقطه به طول‌های  $x = 0$  و  $x = 1$  تعریف نمی‌شود. برد تابع خطی غیرافقی،  $R$  است، پس برد تابع  $f$  مجموعه اعداد حقیقی، بجز مقدار تابع در این دو نقطه یعنی  $x = 0$  و  $x = 1$  است.

$$\begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 0 + 1 = 1 \\ x = 1 \Rightarrow y = 1 + 1 = 2 \end{cases} \Rightarrow R_f = R - \{1, 2\}$$

(مسابان ا- تابع- صفحه‌های ۳۴ تا ۳۵ و ۴۵)

 ۴ ۳ ۲ ۱

آزمون ۷ فروردین

$$-2 \leq x < 6 \Rightarrow -1 \leq \frac{x}{2} < 3$$

با بر تعریف جزء صحیح، چهار بازه و چهار پاره خط مساوی خواهیم داشت، به عنوان نمونه توجه کنید:

$$(1) \quad -1 \leq \frac{x}{2} < 0 \Rightarrow \left[ \frac{x}{2} \right] = -1$$

$$-2 \leq x < 0 \Rightarrow y = 2(-1) + 1 = -1$$

$$(2) \quad 0 \leq \frac{x}{2} < 1 \Rightarrow \left[ \frac{x}{2} \right] = 0$$

$$0 \leq x < 2 \Rightarrow y = 2 \times 0 + 1 = 1$$

راه حل دوم: در تابع  $f(x) = \frac{1}{|a|}x$ ، طول هر پله است، پس در تابع

$$f(x) = 2 \left[ \frac{x}{2} \right] + 1$$

بازه  $(-2, 6]$ ، طول هر پله ۲ است، پس تابع در این بازه،  $\frac{1}{2}$  پله با

طول مساوی خواهد داشت.

(مسابان ا- تابع- صفحه‌های ۱۴۹ تا ۱۵۳)

۱

۲

۲✓

۳

آزمون ۷ فروردین

$$f^{-1}(-5) = 4 \Rightarrow f(4) = -5$$

$$f(4) = 4^2 - 4A + 3 = -5 \Rightarrow A = 6$$

بنابراین  $3 + 3$  خواهیم داشت:  $f^{-1}(-2)$  برای محاسبه  $f(x) = x^2 - 6x + 3$

$$f^{-1}(-2) = a \Leftrightarrow -2 = f(a)$$

$$\Rightarrow -2 = a^2 - 6a + 3$$

$$\Rightarrow a^2 - 6a + 5 = 0 \Rightarrow (a-1)(a-5) = 0$$

$$\xrightarrow{x>3} a = 5 \Rightarrow f^{-1}(-2) = 5$$

(مسابقات اتحادیه های ۱۴۲۷ تا ۵۰) تابع  $-x^2 + 6x + 3$

۱

۳ ✓

۲

۱

آزمون ۷ فروردین

می‌دانیم، دو تابع را در دامنه مشترکشان می‌توان با هم جمع کرد، با توجه به توابع داده شده، در دو زوج مرتب با مولفه اول برابر ۲ داریم:

$$\begin{aligned}(f+g)(2) &= 4 \Rightarrow f(2)+g(2) = 4 \\ \Rightarrow 3+a &= 4 \Rightarrow a = 1\end{aligned}$$

با توجه به این که داریم  $f(c)+g(b) = 5$  و عدد ۵ در برد تابع  $f+g$  وجود ندارد، پس باید  $c \neq b$  باشد، یعنی باید  $b = 1$  باشد. در این صورت داریم:

$$g = \{(2, 1), (1, 4), (3, 5)\} \quad \text{و} \quad f = \{(2, 3), (1, 2), (c, 1)\}$$

حال دو حالت ممکن است اتفاق بیفتد:

(۱) که در این صورت داریم:  $c = d = 3$

$$f+g = \{(2, 4), (1, 6), (3, 6)\}$$

(۲) که در این صورت داریم:  $d = 1$

$$f+g = \{(2, 4), (1, 6)\}$$

توجه کنید که در این صورت ۳ نمی‌تواند مقادیر ۱، ۲ و ۳ را داشته باشد.

$$d = 1 + 3 = 4 \quad \text{مجموع مقادیر}$$

(مسابان ا- تابع - صفحه‌های ۶۴ تا ۶۶)

۴ ✓

۳

۲

۱

آزمون ۷ فروردین

برای حل این معادله هم ابتدا ریشه‌های  $f$  را می‌یابیم. چون  $f$  در دو

نقطه به طول‌های ۶ و  $\frac{-1}{4}$  محور  $x$  را قطع می‌کند، پس:

$$f(x) = 0 \Rightarrow x = 6, x = \frac{-1}{4}$$

$$\Rightarrow f(g(x)) = 0 \Rightarrow g(x) = 6, g(x) = \frac{-1}{4}$$

از آنجا که  $g(x) = x - \sqrt{x}$ ، بنابراین:

$$x - \sqrt{x} = 6 \quad \text{و} \quad x - \sqrt{x} = \frac{-1}{4}$$

با توجه به گزینه‌ها  $x = 9$  ریشه معادله اول و  $x = \frac{1}{4}$  ریشه معادله دوم

است.

(مسابقات ترکیبی - صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲ و ۶۶ تا ۷۰)

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۷ فروردین

برای یافتن نقطه تلاقی نمودارهای دو تابع، ضابطه‌های دو تابع را برابر قرار

می‌دهیم:

$$\begin{cases} y = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^x \\ y = 3^x + \frac{\lambda}{3} \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^x = 3^x + \frac{\lambda}{3}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^x = 3^x + \frac{\lambda}{3}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^x = 3^x + \frac{\lambda}{3}$$

با فرض  $3^x = t$  ( $t > 0$  داریم):

$$3^x = t \Rightarrow \frac{1}{3^x} = \frac{1}{t}$$

$$\Rightarrow \text{معادله: } \frac{1}{t} = t + \frac{\lambda}{3} \xrightarrow{\times 3t} 3 = 3t^2 + \lambda t$$

$$\Rightarrow 3t^2 + \lambda t - 3 = 0 \Rightarrow (3t - 1)(t + 3) = 0$$

$$\xrightarrow{t > 0} t = \frac{1}{3} \xrightarrow{t = 3^x} 3^x = \frac{1}{3} = 3^{-1} \Rightarrow x = -1$$

$$\xrightarrow{y = 3^x + \frac{\lambda}{3}} y = 3^{-1} + \frac{\lambda}{3} = \frac{1}{3} + \frac{\lambda}{3} = \frac{9}{3} = 3 \Rightarrow A(-1, 3)$$

فاصله این نقطه از نقطه  $B(-1, 1)$  برابر است با:

$$AB = \sqrt{(-1 - (-1))^2 + (3 - 1)^2} = 2$$

(مسابان ا- ترکیبی - صفحه‌های ۷، ۱۳، ۱۷، ۲۹، ۵۱، ۵۷ و ۷۲)

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون ۷ فروردین

طبق نمودار، عرض از مبدأ و طول از مبدأ نمودار تابع  $y = a - e^{x-b}$

به ترتیب از راست به چپ برابر با  $\frac{3}{4}$  و ۱ است، پس نقاط به مختصات

$(0, \frac{3}{4})$  و  $(1, 0)$  در ضابطه تابع صدق می‌کنند:

$$y = a - e^{x-b} \xrightarrow{(0, \frac{3}{4})} \frac{3}{4} = a - e^{0-b}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{4} = a - e^{-b} \quad (1)$$

$$y = a - e^{x-b} \xrightarrow{(1, 0)} 0 = a - e^{1-b}$$

$$\Rightarrow a = e^{1-b} \Rightarrow a = e \times e^{-b} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \frac{3}{4} = e \times e^{-b} - e^{-b} \Rightarrow \frac{3}{4} = e \times e^{-b}$$

$$\Rightarrow e^{-b} = \frac{1}{4} \Rightarrow b = 1, a = e \times e^{-1} = 1$$

پس  $a + b = 2$  است.

(مسابقات - توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۷۲ تا ۷۹)

۴ ✓

۳

۲

۱

آزمون ۷ فروردین

با استفاده از خواص توان، خواهیم داشت:

$$(0/2)^{5x-x^2-8} < 625 \Rightarrow (5^{-1})^{5x-x^2-8} < 5^4$$

$$\Rightarrow 5^{x^2-5x+8} < 5^4$$

در نامساوی بالا، پایه‌ها برابر و بزرگ‌تر از یک هستند، پس با برداشتن

پایه‌ها جهت نامساوی عوض نمی‌شود.

$$\Rightarrow x^2 - 5x + 8 < 4 \Rightarrow x^2 - 5x + 4 < 0$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$\Rightarrow (x-4)(x-1) < 0 \Rightarrow 1 < x < 4 \Rightarrow x \in (1, 4)$$

(حسابان ا- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۷۲ تا ۷۹)

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون ۷ فروردین

اگر ارزش  $r \Rightarrow p$  نادرست باشد، گزاره  $p$  درست و گزاره  $r \vee p$  نادرست باشد.

نادرست است، پس لزوماً هر دو گزاره  $r$  و  $p$  نادرست هستند.

$$q \vee r \equiv F \Rightarrow q \equiv r \equiv F$$

با بررسی گزینه‌ها داریم:

۱)  $(q \Rightarrow p) \equiv (F \Rightarrow T) \equiv T$

۲)  $(q \Rightarrow r) \equiv (F \Rightarrow F) \equiv T$

۳)  $(p \Rightarrow r) \equiv (T \Rightarrow F) \equiv F$

۴)  $(r \Rightarrow q) \equiv (F \Rightarrow F) \equiv T$

بنابراین تنها ارزش گزاره  $r \Rightarrow p$  با سایر گزاره‌ها متفاوت است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات - صفحه‌های ۷ تا ۱۱)

۱

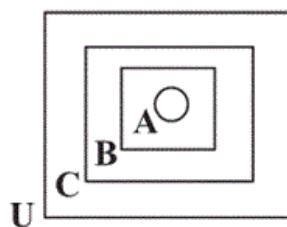
۲✓

۳

۴

آزمون ۷ فروردین

نمودار ون مقابله را در نظر می‌گیریم:



با توجه به نمودار، طرف چپ تساوی صورت سوال را ساده‌تر می‌کنیم:

$$(A \cup B') - C = C' \xrightarrow{\text{متهم}} [(A \cup B') - C]' = C$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات - صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

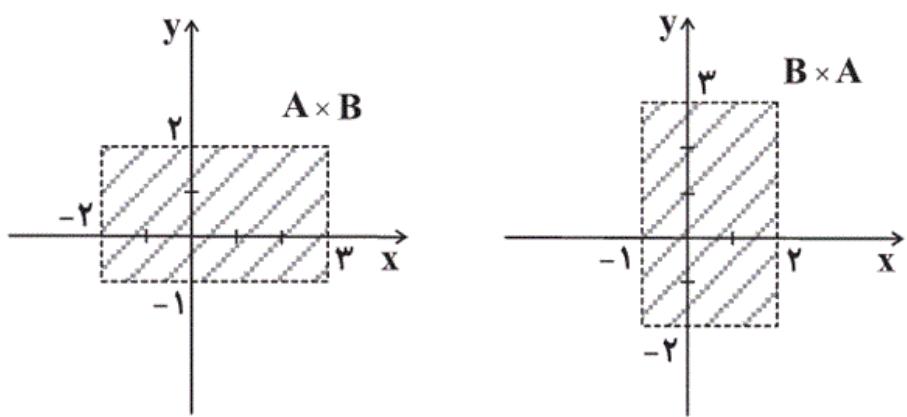
۴

۳

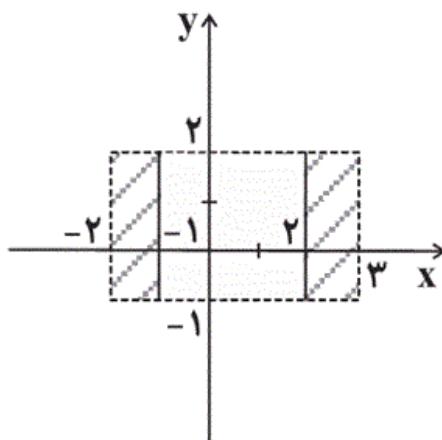
۲ ✓

۱

آزمون ۷ فروردین



بنابراین مجموعه  $A \times B - B \times A$  به صورت زیر است:



مطابق شکل ناحیه موردنظر از دو مستطیل به طول ۳ و عرض ۱ تشکیل شده است. بنابراین مساحت این ناحیه برابر ۶ است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات - صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۴ ✓

۳

۲

۱

آزمون ۷ فروردین

(ندا صالح پور)

-۱۱۴

موارد «الف»، «ب» و «ت» مربوط به علم آمار هستند. دقت کنید که در مورد «پ» اطلاعات در مورد جامعه داریم و سوال در مورد نمونه مطرح شده که مربوط به علم احتمال است ولی در مورد «ت»، اطلاعات نمونه داده شده و در مورد جامعه نامعلوم سوال شده است.

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۴۰ تا ۴۲)

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون ۷ فروردین

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= P(A \cap B') + P(B) = 0/2 + 0/4 = 0/4$$

$$P(A' \cap B') = P[(A \cup B)'] = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0/4 = 0/1$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

۱

۲

۳

۴ ✓

آزمون ۷ فروردین

(علی ارجمند)

-۱۱۶

$$P(A) + P(B) + P(C) = P(S) + 2P(b)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{3} = 1 + 2P(b) \Rightarrow \frac{13}{12} = 1 + 2P(b) \Rightarrow P(b) = \frac{1}{24}$$

$$P(\{a, b, c\}) = P(A) + P(B) - P(b) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{24} = \frac{17}{24}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

۱

۲

۳

۴ ✓

آزمون ۷ فروردین

طبق فرض  $P(n) = \frac{k}{n^2}$  است. بنابراین داریم:

$$\frac{P(2) + P(4)}{P(1) + P(2) + P(3) + P(4)} = \frac{\frac{k}{4} + \frac{k}{16}}{\frac{k}{1} + \frac{k}{4} + \frac{k}{9} + \frac{k}{16}}$$

$$= \frac{\frac{1}{4} + \frac{1}{16}}{1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16}} = \frac{\frac{5}{16}}{\frac{144 + 36 + 16 + 9}{144}} = \frac{45}{205} = \frac{9}{41}$$

(آمار و احتمال - صفحه های ۳۸ تا ۵۱)

 ۴ ۳ ۲ ۱ ✓

آزمون ۷ فروردین

$$A \cap B = \{(2, 2, 2), (4, 4, 4), (6, 6, 6)\} \Rightarrow n(A \cap B) = 3$$

$$n(B) = 6 + 6 = 12$$

↓                    ↓  
جایگشت های      حالت های  
(a, a, a)      (1, 2, 4)

$$P(A | B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

(آمار و احتمال - صفحه های ۵۲ تا ۵۶)

 ۴ ۳ ۲ ۱ ✓

آزمون ۷ فروردین

(علی ارجمند)

رابطه گزینه «۲» نادرست است، زیرا داریم:

$$P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow P(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A | B)}$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

 ۴ ۳ ۲ ۱

آزمون ۷ فروردین

(یاسین سپهر)

طبق قانون ضرب احتمال اگر  $A$  و  $B$  دو پیشامد به شرط  $\circ >$ 

باشند، آن‌گاه:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B | A)$$

حال برای محاسبه  $P(A_1 \cap A_2 \cap A_3)$  دو بار از قانون ضرب احتمال

استفاده می‌کنیم.

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = P((A_1 \cap A_2) \cap A_3)$$

$$= P(A_1 \cap A_2)P(A_3 | (A_1 \cap A_2))$$

$$= P(A_1)P(A_2 | A_1)P(A_3 | (A_1 \cap A_2))$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸)

 ۴ ۳ ۲ ۱

آزمون ۷ فروردین