



www.riazisara.ir سایت ویژه ریاضیات

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

جبر و احتمال ، استدلال ریاضی - ۵ سوال -

- ۱۲۱- اصل استقرای تعمیم یافته در مورد حکم $\frac{3^n}{n} < 1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1)$ برای اعداد طبیعی $n \geq m$ برقرار است. کوچک‌ترین

مقدار طبیعی m کدام است؟

۵) ۴

۴) ۳

۳) ۲

۲) ۱

آزمون ۷ فروردین

- ۱۲۲- کدام یک از عده‌های زیر، یک مثال نقض برای گزاره «اگر حاصل ضرب ارقام n بر ۹ بخش‌پذیر باشد، آنگاه n بر ۹ قابل قسمت است.» می‌باشد؟

۳) ۱۳

۲) ۱۶

۱) ۸۱

۰) ۳۶

آزمون ۷ فروردین

- ۱۲۳- اگر p و q دو عدد طبیعی باشند و $p^3 = 2q^3$ ، آنگاه چند مقدار برای زوج مرتب (q, p) وجود دارد؟

۴) ۴

۳) ۴

۲) ۲

۱) هیچ

آزمون ۷ فروردین

- ۱۲۴- تعدادی مدادرنگی در چهار رنگ متمایز و از هر رنگ سه اندازه مختلف در یک جعبه وجود دارد. برای آن که اطمینان یابیم که دست کم پنج مداد هم‌رنگ و هم اندازه در جعبه وجود دارد، حداقل چند مدادرنگی باید در جعبه باشد؟

۴) ۲۹

۳) ۳۷

۲) ۶۱

۱) ۴۹

آزمون ۷ فروردین

- ۱۲۵- در تقسیم ۱۵ عدد صحیح دلخواه متمایز بر عدد حداقل عدد وجود دارد که باقی‌مانده یکسان دارند.

۴) ۳-شش

۳) ۵-چهار

۲) ۷-سه

۱) ۴-پنج

آزمون ۷ فروردین

جبر و احتمال ، مجموعه ها - ۵ سوال -

- ۱۲۶- اگر از مجموعه $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ ، سه عضو حذف کنیم، تعداد زیرمجموعه آن ۱۱۲ واحد کم می‌شود. A چند عضو دارد؟

۴) ۸

۳) ۷

۲) ۶

۱) ۵

آزمون ۷ فروردین

(۱) $A = B$ و $A \subseteq B$ اگر و فقط اگر(۲) اگر $A \subseteq B$ و $B \subseteq C$ ، آنگاه $A \subseteq C$ است و برعکس. (A , B ، C سه مجموعه دلخواه هستند).

(۳) مجموعه‌های تک عضوی، زیرمجموعه سره ناتهی ندارند.

(۴) مجموعه‌ای نامتناهی است. $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < 1\}$

آزمون ۷ فروردین

- ۱۲۸ - اگر $\{1, 2, \{3\}, \{1, 3\}, \{2\}, \{3\}\}$ مجموعه توانی A باشد، چه تعداد از اعضای مجموعه A ، عضو $P(A)$ نیز هستند؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

(۱) صفر

آزمون ۷ فروردین

- ۱۲۹ - اگر A و B دو مجموعه دلخواه باشند، آنگاه متمم مجموعه $(B' - A) \cup (A' - B)$ همواره برابر کدام است؟ $A' \cup B'$ (۴) $A' \cap B'$ (۳) $A \cup B$ (۲) $A \cap B$ (۱)

آزمون ۷ فروردین

- ۱۳۰ - مجموعه $[A \cap (A' \cup B)] \cup (A - B) \cup (A - B')$ همواره برابر کدام است؟

A (۴)

A' (۳)

B (۲)

B' (۱)

آزمون ۷ فروردین

ریاضی پایه ، مثلثات - ۸ سوال -

- ۹۶ - اگر $\cot 50^\circ = a$ باشد، آنگاه حاصل $\cos 80^\circ$ برحسب a کدام است؟

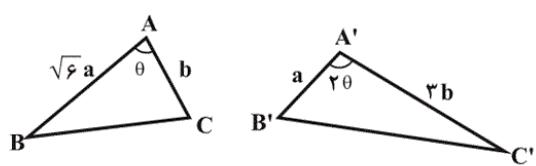
$$\frac{a^2 - 1}{1 + a^2} \quad (۲)$$

$$\frac{1 - a^2}{1 + a^2} \quad (۱)$$

$$\frac{2a}{1 + a^2} \quad (۴)$$

$$\frac{2a^2 - 1}{1 + a^2} \quad (۳)$$

آزمون ۷ فروردین

- ۹۷ - اگر $\tan \theta = \sqrt{7}$ باشد، نسبت مساحت مثلث $A'B'C'$ به مساحت مثلث ABC کدام است؟ $\sqrt{3}$ (۲)

۲ (۴)

 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۱)

۳ (۳)

آزمون ۷ فروردین

$$A = \frac{\cos 55^\circ + \sqrt{3} \cos 35^\circ}{\cos 40^\circ + \sin 40^\circ}$$

- ۹۸ ساده شده عبارت

۲ (۲)

$\sqrt{2}$ (۱)

$$\sqrt{2} \cot 5^\circ$$

$$\sqrt{2} \tan 5^\circ$$

آزمون ۷ فروردین

$$\frac{1 + \cos x + \cos 2x}{\sin x + \sin 2x} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

- ۹۹ جواب کلی معادله

$$k\pi + \frac{\pi}{3}$$

$$2k\pi + \frac{\pi}{3}$$

$$k\pi + \frac{\pi}{6}$$

$$2k\pi + \frac{\pi}{6}$$

آزمون ۷ فروردین

$$\cos 5x + 2 \cos 3x + 2 \cos x = 0$$

- ۱۰۰ مجموع جواب‌های معادله در بازه $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ کدام است؟

$$\frac{9\pi}{10}$$

$$\frac{7\pi}{10}$$

$$\frac{11\pi}{10}$$

$$\frac{3\pi}{5}$$

آزمون ۷ فروردین

$$A = \sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ + \sin^2 3^\circ + \dots + \sin^2 180^\circ$$

- ۱۰۱ حاصل عبارت کدام است؟

۸۹ (۲)

۴۵ (۱)

$$45/5$$

۹۰ (۳)

آزمون ۷ فروردین

$$A = \sin^4 \theta - \cos^4 \theta + \frac{1}{1 + \tan^2 \theta}$$

- ۹۰ باشد، حاصل عبارت $\sin\left(\theta - \frac{5\pi}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ اگر کدام است؟

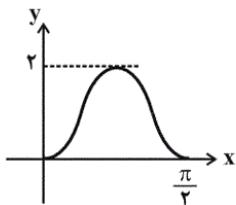
$$\frac{2}{3}$$

۱ (۱)

$$-\frac{2}{3}$$

-۱ (۳)

- ۹۱ - نمودار شکل زیر، تابع $y = a \sin^b(bx)$ را در یک دوره تناب آن نمایش می‌دهد. حاصل $a + b$ کدام می‌تواند باشد؟



۱) ۲

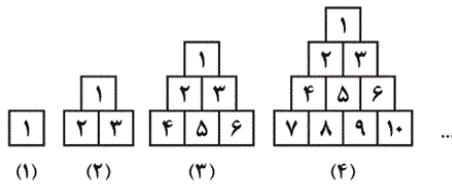
(۱) صفر

۳) ۴

۲) ۳

ریاضی پایه ، مجموعه ، الگو و دنباله - ۳ سوال

- ۸۱ - با توجه به الگوی مقابل، بزرگ‌ترین عدد در شکل پانزدهم کدام است؟



۱۱۰) ۲

۱۰۵) ۱

۱۲۰) ۴

۱۱۵) ۳

- ۸۲ - جمعیت شهر کوچکی سالانه ۸ درصد رشد می‌کند. پس از گذشت چند سال جمعیت این شهر نقریباً سه برابر می‌شود؟

$$(\log 2 \approx 0.3, \log 3 \approx 0.5)$$

۵) ۲

۴) ۱

۷) ۴

۶) ۳

- ۸۳ - اگر A ریشه پنجم عدد $\sqrt[4]{4}$ باشد، مقدار x در تساوی $Ax = \sqrt[4]{4}$ کدام است؟

 $\sqrt[4]{4}$ ۲ $\sqrt[4]{2}$ ۱ $\sqrt[4]{2}$ ۴ $\sqrt[4]{2}$ ۳

ریاضی پایه ، توابع خاص - نامعادله و تعیین علامت - ۵ سوال

- ۸۴ - برد تابع $f(x) = \frac{2}{|x-1| - |x-3|}$ کدام است؟

 $[-1, 1]$ ۲ $(2, +\infty)$ ۱ $\mathbb{R} - (-1, 1)$ ۴ $(-\infty, 2]$ ۳

-۸۵ دامنه تابع $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x - \sqrt{|x|}}}$ کدام است؟

(-1, 1) (۲)

(-1, +∞) (۱)

(1, +∞) (۴)

(-1, 1) - {0} (۳)

آزمون ۷ فروردین

-۸۶ حدود a کدام باشد تا نقطه تقاطع دو خط $y = (2a - 1)x + a$ و $y = ax + 2a - 1$ در ربع اول محورهای مختصات قرار

$$\left(a \neq 0, \frac{1}{2} \right)$$

$\left(-\infty, \frac{1}{3} \right) - \{0\}$ (۲)

$\mathbb{R} - \left\{ 0, \frac{1}{2}, 1 \right\}$ (۱)

$\left[\frac{1}{3}, +\infty \right) - \left\{ \frac{1}{2}, 1 \right\}$ (۴)

$\left(\frac{1}{3}, +\infty \right) - \left\{ \frac{1}{2}, 1 \right\}$ (۳)

آزمون ۷ فروردین

-۸۷ نمودار تابع $f(x) = x^r + ax - 2$ در بازه $(-\infty, -2) \cup (b, +\infty)$ از نمودار تابع $g(x) = x^r + ax - 2$ بالاتر است. a + b کدام

است؟

۱ (۲)

۳ (۱)

۲ (۴)

۴ (۳)

آزمون ۷ فروردین

-۸۸ در کدام بازه، تابع $f(x) = x\sqrt{x} + x\sin x$ بالاتر از تابع $g(x) = x^r + \sqrt{x}\sin x$ قرار می‌گیرد؟

(0, 2) (۲)

(0, +∞) (۱)

(1, +∞) (۴)

(0, 1] (۳)

آزمون ۷ فروردین

ریاضی پایه، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات - ۴ سوال

-۹۲ اعداد طبیعی را به گونه‌ای دسته‌بندی می‌کنیم که اولین جمله هر دسته مربع کامل باشد:

(۱, ۲, ۳), (۴, ۵, ۶, ۷, ۸), (۹, ۱۰, ..., ۱۵), ... مجموع جملات دسته دوازدهم کدام است؟ (در هر دسته فقط یک عدد مربع کامل

وجود دارد.)

۳۸۵۰ (۲)

۳۸۰۰ (۱)

۳۹۵۰ (۴)

۳۹۰۰ (۳)

آزمون ۷ فروردین

-۹۳ اگر $3x^3 + 2x$ بر $x+3$ کدام است؟ $P(2x+1)$ باشد، باقی‌مانده تقسیم

-۸ (۲)

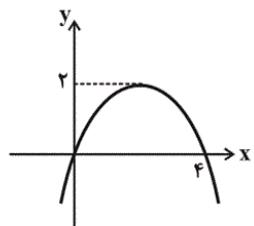
۱۴ (۱)

-۱۴ (۴)

-۳ (۳)

آزمون ۷ فروردین

-۹۴ نمودار سهمی $f(x) = ax^2 + bx + c$ به صورت شکل زیر است. مجموع مربعات جواب‌های معادله $bx^2 + ax + a = 0$ کدام است؟



$\frac{9}{16}$ (۲)

$\frac{31}{64}$ (۱)

$\frac{3}{8}$ (۴)

$\frac{15}{32}$ (۳)

آزمون ۷ فروردین

-۹۵ اگر x_1 و x_2 جواب‌های معادله $(x_1+1)^2 + 3x_1^2 x_2 - 4x_1^2 - 8 = 0$ باشند، حاصل $3x_1^2 + 6x_1 - 8 = 0$ کدام است؟

-۷ (۲)

۷ (۱)

$-\frac{32}{3}$ (۴)

$\frac{11}{3}$ (۳)

آزمون ۷ فروردین

آمار و مدل‌سازی، آمار و مدل سازی - ۱۰ سوال -

- ۱۰۱ - اگر واحد اندازه‌گیری طول ۱ / ۰ سانتی‌متر باشد (خطای اندازه‌گیری خط‌کش معمولی) و طول یک شیء ۵/۷ سانتی‌متر

اندازه‌گیری شده باشد، مقدار واقعی طول از چه عددی نمی‌تواند بیشتر باشد؟

۵/۵ (۴)

۵/۶ (۳)

۵/۷ (۲)

۵/۸ (۱)

آزمون ۷ فروردین

- ۱۰۲ - اگر اندازه جامعه‌ای که می‌خواهیم از آن نمونه را انتخاب کنیم ۲۵۰ باشد و عدد تصادفی تولید شده توسط ماشین حساب

۳۷۹ / ۰ باشد، در این صورت عدد انتخاب شده کدام است؟

۹۷ (۴)

۹۶ (۳)

۹۵ (۲)

۹۴ (۱)

آزمون ۷ فروردین

- ۱۰۳ - در رابطه با موضوع «زمان تأخیر پروازهای داخلی فرودگاه مهرآباد»، زمان تأخیر ۲۰ پرواز داخلی متوالی را در فرودگاه مهرآباد

بررسی کردہ‌ایم. در این موضوع، جامعه‌آماری، متغیر تصادفی و نمونه به ترتیب کدام است؟

۱) کل پروازهای داخلی فرودگاه‌های کشور - ساعت پرواز - پروازهای داخلی فرودگاه مهرآباد

۲) کل پروازهای داخلی فرودگاه مهرآباد - ساعت پرواز - ۲۰ پرواز داخلی متوالی بررسی شده در فرودگاه مهرآباد

۳) کل پروازهای داخلی فرودگاه مهرآباد - زمان تأخیر - ۲۰ پرواز داخلی متوالی بررسی شده در فرودگاه مهرآباد

۴) کل پروازهای داخلی فرودگاه‌های کشور - زمان تأخیر - پروازهای داخلی فرودگاه مهرآباد

آزمون ۷ فروردین

- ۱۰۴ - چه تعداد از موارد زیر متغیر کمی پیوسته است؟

«تعداد بیماران یک پزشک در روز - میزان بارندگی در یک شهر - جنسیت افراد یک شهر - مدت زمان مکالمات تلفنی کارمندان یک اداره»

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

آزمون ۷ فروردین

- ۱۰۵ - تعدادی داده آماری در ۹ دسته، طبقه‌بندی شده‌اند. اگر کران پایین دسته دوم برابر ۲۰ و مرکز دسته وسط برابر ۴۸ باشد،

حداکثر دامنه تغییرات داده‌ها کدام است؟

۶۳ (۲)

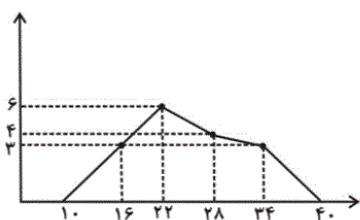
۸۱ (۱)

۷۲ (۴)

۹۰ (۳)

آزمون ۷ فروردین

- ۱۰۶ - در شکل زیر، مساحت زیر نمودار چندبر فراوانی چه قدر است؟



۷۲ (۱)

۸۴ (۲)

۹۶ (۳)

۱۰۸ (۴)

آزمون ۷ فروردین

- ۱۰۷ - اگر میانگین داده های $\{x, y, z\}$ مساوی ۱۵ و میانگین داده های $\{2x, 2y, 2z, u, v\}$ مساوی ۳۱ باشد، آنگاه میانگین داده های $\{u, v\}$ کدام است؟

۳۱/۵ (۲)

۳۲/۵ (۱)

۳۳ (۴)

۳۲ (۳)

آزمون ۷ فروردین

- ۱۰۸ - در داده های آماری ۱۵, ۱۵, ۱۵, ۱۴, ۱۴, ۱۳, ۱۳, ۱۲, ۱۲, ۱۱, ۱۰, ۹, ۹, ۸, ۷, ۶, ۵, ۴, ۳, ۲، میانگین داده های بزرگ تر از چارک اول و کوچک تر از چارک سوم، کدام است؟

۹/۴ (۲)

۹ (۱)

۱۱/۲ (۴)

۱۰/۵ (۳)

آزمون ۷ فروردین

- ۱۰۹ - مجموع ۱۰ داده آماری برابر ۴۰ و مجموع مربعات آنها برابر ۲۰۰ است. میزان پراکندگی این داده ها به ازای هر واحد از میانگین چقدر است؟

۰/۴ (۲)

۰/۵ (۱)

۰/۲ (۴)

۰/۲۵ (۳)

آزمون ۷ فروردین

- ۱۱۰ - اگر میانگین داده های آماری $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ برابر ۳ و انحراف معیار آنها برابر $5/\sqrt{n}$ باشد، آنگاه ضریب تغییرات داده های آماری $\{6x_1 + 2, 6x_2 + 2, \dots, 6x_n + 2\}$ کدام است؟

۰/۱۸ (۲)

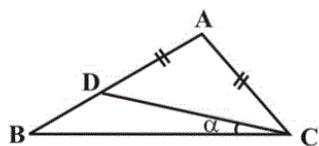
۰/۲۴ (۱)

۰/۱۲ (۴)

۰/۱۵ (۳)

هندسه ۱، هندسه و استدلال - ۲ سوال

- ۱۱۱- با توجه به شکل مقابل، اگر زاویه C در مثلث ABC ، 10° درجه بیشتر از زاویه B باشد، مقدار α کدام است؟ ($AD = AC$)

 10° (۲) 20° (۴) 5° (۱) 15° (۳)

- ۱۱۲- در ذوزنقه متساویالساقین $ABCD$ ، اگر ساق AD برابر قاعده AB و قطر AC برابر قاعده DC باشد، در این صورت $\hat{D}\hat{A}C + \hat{D}\hat{C}A$ برابر کدام است؟

$\hat{D}\hat{A}C + \hat{D}\hat{C}A$ برابر کدام است؟

 112° (۲) 102° (۴) 72° (۱) 108° (۳)

هندسه ۱، مساحت و قضیه ی فیثاغورس - ۳ سوال

- ۱۱۳- در مثلث متساویالاضلاع ABC ، ارتفاع AH توسط نقاط E و F به سه قسمت متساوی تقسیم شده است. اگر مساحت مثلث BFE برابر $6\sqrt{3}$ باشد، طول AH چقدر است؟

 $6\sqrt{3}$ (۲) 6 (۴) $3\sqrt{3}$ (۱) 3 (۳)

- ۱۱۴- ارتفاع وارد بر وتر مثلث قائم الزاویه ABC ، آن را به دو مثلث تقسیم می‌کند که مساحت یکی، چهار برابر مساحت دیگری است.

اگر طول این ارتفاع برابر 3 باشد، مساحت مثلث ABC کدام است؟

 $6\sqrt{3}$ (۲) $12\sqrt{3}$ (۴) $11/25$ (۱) $22/5$ (۳)

$\frac{3}{4}$ (۲)

$\frac{3}{8}$ (۱)

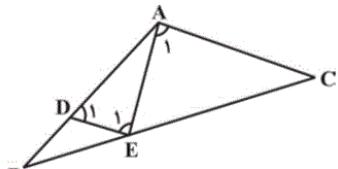
$\frac{2}{3}$ (۴)

$\frac{4}{5}$ (۳)

آزمون ۷ فروردین

هندسه ۱ ، تشابه - ۲ سوال

- ۱۱۶ - در شکل زیر، اگر $\hat{A}_1 = \hat{E}_1 = \hat{D}_1$ باشد، آنگاه نسبت $\frac{BE}{CE}$ برابر کدام است؟



$\frac{3}{4}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

$\frac{1}{3}$ (۴)

$\frac{4}{7}$ (۳)

آزمون ۷ فروردین

- ۱۱۷ - در دو مثلث قائم‌الزاویه ABC و $A'B'C'$ ، به ترتیب نقاط D و D' روی اضلاع BC و $B'C'$ طوری انتخاب شده‌اند که $\hat{ADC} = \hat{A'D'C'}$ است. اگر $\hat{B} = 90^\circ$ ، $\hat{B}' = 90^\circ$ ، $AB = 3$ ، $BC = 2\sqrt{3}$ ، $A'B' = 6$ و $B'C' = 4\sqrt{3}$ باشد، نسبت مساحت مثلث ADC به مساحت مثلث $A'D'C'$ کدام است؟

$\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{1}{4}$ (۱)

$\frac{3}{4}$ (۴)

$\frac{2}{3}$ (۳)

آزمون ۷ فروردین

هندسه ۱ ، شکل‌های فضایی - ۳ سوال

- ۱۱۸ - مساحت کل یک منشور قائم شش‌ضلعی منتظم، که اندازهٔ ضلع قاعدهٔ آن برابر $2\sqrt{3}$ و ارتفاع آن برابر ۵ باشد، کدام است؟

$90\sqrt{3}$ (۲)

$96\sqrt{3}$ (۱)

$84\sqrt{3}$ (۴)

$86\sqrt{3}$ (۳)

آزمون ۷ فروردین

$$4\sqrt{3} \quad (2)$$

$$8 \quad (4)$$

$$2\sqrt{3} \quad (1)$$

$$4 \quad (3)$$

آزمون ۷ فروردین

۱۲۰ - کره‌ای با حجم 36π مفروض است. صفحه‌ای به فاصله $\sqrt{5}$ واحد از مرکز این کره، آن را قطع می‌کند. مساحت سطح مقطع حاصل

چند برابر مساحت کره است؟

$$\frac{1}{5} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{5}}{5} \quad (1)$$

$$\frac{1}{3} \quad (4)$$

$$\frac{1}{9} \quad (3)$$

آزمون ۷ فروردین

(بهزاد نظام‌هاشمی)

$$n=1 \Rightarrow 1 < \frac{3}{1} \quad \checkmark$$

$$n=2 \Rightarrow 1+3 < \frac{9}{2} \quad \checkmark$$

$$n=3 \Rightarrow 1+3+5 < \frac{27}{3} \quad \times$$

$$n=4 \Rightarrow 1+3+5+7 < \frac{64}{4} \quad \checkmark$$

بدیهی است که بزرگ‌ترین عدد در بین گزینه‌ها، حتماً در نامساوی صدق

می‌کند.

توجه: از آنجا که $(2n-1) + \dots + 1 + 3 + 5 = n^2$ است، نامساوی داده

شده با نامساوی $n^3 < 3^n$ معادل می‌باشد.

(جبر و احتمال - استدلال ریاضی: صفحه‌های ۹ تا ۱۱)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(علی‌اصغر فرضی)

مثال نقض برای گزاره داده شده، عددی است که حاصل ضرب ارقامش برابر ۹

بخش‌پذیر بوده اما خودش برابر ۹ بخش‌پذیر نباشد. حاصل ضرب ارقام عدد

۳۱۳، مضرب ۹ بوده ولی خود عدد ۳۱۳ مضرب ۹ نیست.

(ببر و اهتمال - استدلال ریاضی: صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

 ۴✓ ۳ ۲ ۱

آزمون ۷ فروردین

(سروش موئینی)

اگر $p^3 = 2q^3$ باشد، آنگاه $\sqrt[3]{2} = \frac{p}{q}$ ؛ اما چون $p, q \in \mathbb{N}$ ، این امکان ندارد

چون $\sqrt[3]{2}$ گویا نیست. پس هیچ مقدار طبیعی برای p و q نداریم.

البته دقت کنید که $p = q = 0$ در این معادله صدق می‌کند، اما این جواب‌ها

جزء اعداد طبیعی نیستند.

(ببر و اهتمال - استدلال ریاضی: صفحه‌های ۲۶ تا ۲۸)

 ۴ ۳ ۲ ۱✓

آزمون ۷ فروردین

(فرهاد و خایی)

دانلود از سایت ریاضی سرا

 $4 \times 3 = 12$ حالت وجود دارد که دو مداد رنگی حداقل در یکی از

پارامترهای رنگ یا اندازه متفاوت از یکدیگر باشند. چون می‌خواهیم دست

کم پنج مداد هم‌رنگ و همان‌اندازه داشته باشیم، بنابراین حداقل

 $12 \times 4 + 1 = 49$ مداد باید در جعبه موجود باشد.

(جبر و احتمال - استدلال ریاضی: صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

 ۴ ۳ ۲ ۱ ✓

آزمون ۷ فروردین

(مهرداد ملوندی)

-۱۲۵-

با استفاده از اصل لانه کبوتری نتیجه می‌شود که «در تقسیم ۱۵ عدد صحیح

دلخواه متمایز بر عدد ۷، حداقل ۳ عدد وجود دارد که باقی‌مانده یکسان

دارند.» لذا گزینه «۲» درست است.

 $15 > 2 \times 7$

با استفاده از مثال نقض، نادرستی سایر گزینه‌ها را بررسی کنید.

(جبر و احتمال - استدلال ریاضی: صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

 ۴ ۳ ۲ ✓ ۱

با فرض $n = |A|$ ، نتیجه می‌شود که A دارای 2^n زیرمجموعه است:

$$2^n - 2^{n-3} = 112$$

$$\Rightarrow 2^{n-3}(2^3 - 1) = 112 \Rightarrow 2^{n-3} \times 7 = 112$$

$$\Rightarrow 2^{n-3} = 16 \Rightarrow 2^{n-3} = 2^4 \Rightarrow n = 7$$

(ببر و احتمال - مجموعه‌ها: صفحه‌های ۳۶ تا ۴۰)

 ۴ ۳ ۲ ۱

آزمون ۷ فروردین

(رضا پورحسینی)

گزینه «۱»: قضیه ۱ صفحه ۳۸ کتاب درسی

گزینه «۲»: قضیه ۲ صفحه ۳۸ کتاب درسی (عکس قضیه لزوماً برقرار

نیست).

گزینه «۳»: مثال ۷ صفحه ۳۹ کتاب درسی

گزینه «۴»: تذکر صفحه ۴۱ کتاب درسی

(ببر و احتمال - مجموعه‌ها: صفحه‌های ۳۶ تا ۴۰)

 ۴ ۳ ۲ ۱

آزمون ۷ فروردین

می‌دانیم که اعضای مجموعه $P(A)$ همان زیرمجموعه‌های

مجموعه A می‌باشند، پس اگر قرار باشد اعضاًی را بیابیم که هم عضو A و

هم عضو $P(A)$ هستند، باید زیرمجموعه‌هایی از A بیابیم که عضو A نیز

باشند که فقط دو زیرمجموعه $\emptyset, \{2\}$ این خاصیت را دارند.

(جبر و احتمال - مجموعه‌ها: صفحه‌های ۳۶ تا ۴۰)

۴

۳✓

۲

۱

آزمون ۷ فروردین

(علی سعیدیزاده)

$$[(B' - A) \cup (A' - B)]' = [(B' \cap A') \cup (A' \cap B')]'$$

$$= (A' \cap B')' = A \cup B$$

(جبر و احتمال - مجموعه‌ها: صفحه‌های ۴۱ تا ۵۲)

۴

۳

۲✓

۱

آزمون ۷ فروردین

(فهره‌ادر صابر)



$$(A - B) \cup (A - B') \cup [A \cap (A' \cup B)]$$

$$= (A \cap B') \cup (A \cap B) \cup \left[\underbrace{(A \cap A')}_{\emptyset} \cup (A \cap B) \right]$$

$$= \left[A \cap \underbrace{(B' \cup B)}_{U} \right] \cup (A \cap B) = A \cup (A \cap B) = A$$

(جبر و احتمال - مجموعه‌ها: صفحه‌های ۵۲ تا ۵۴)

 ✓

آزمون ۷ فروردین

(مهرداد ملودنی)



$$\cot \delta^\circ = \tan \varphi^\circ = a$$

$$\cos 2x = \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x} \xrightarrow{x=\varphi^\circ} \cos \lambda^\circ = \frac{1 - a^2}{1 + a^2}$$

(مسابقات - مثلثات: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۷)

 ✓

آزمون ۷ فروردین

$$S_{\Delta_{ABC}} = \frac{1}{2} (\sqrt{2}a)(b) \sin \theta$$

$$S_{\Delta_{A'B'C'}} = \frac{1}{2} (a)(\sqrt{2}b) \sin 2\theta$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\Delta_{A'B'C'}}}{S_{\Delta_{ABC}}} = \frac{\frac{1}{2} (a)(\sqrt{2}b) \sin 2\theta}{\frac{1}{2} (\sqrt{2}a)(b) \sin \theta} = \frac{\sqrt{2}ab(\sin \theta \cos \theta)}{\sqrt{2}ab \sin \theta}$$

$$= \sqrt{2} \cos \theta$$

از طرفی طبق رابطه $\tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$ به سادگی به دست

$$\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

می‌آید:

$$\Rightarrow \frac{S_{\Delta_{A'B'C'}}}{S_{\Delta_{ABC}}} = \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

(ریاضی ۲ - مثلثات: صفحه ۱۵۵ و مسابان - مثلثات: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۷)

۳

۲

۱

۱ ✓

آزمون ۷ فروردین

$$\cos 60^\circ + \sqrt{3} \cos 30^\circ = \sin 30^\circ + \sqrt{3} \cos 30^\circ$$

$$= 2 \left(\begin{array}{cc} \frac{1}{2} \sin 30^\circ + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos 30^\circ \\ \cos 60^\circ & \sin 60^\circ \end{array} \right) = 2 \sin \left(30^\circ + 60^\circ \right)$$

$$= 2 \sin 90^\circ$$

از طرفی با توجه به اتحاد داریم:

$$\cos 45^\circ + \sin 45^\circ = \sqrt{2} \sin \left(45^\circ + 45^\circ \right) = \sqrt{2} \sin 90^\circ$$

$$\Rightarrow A = \frac{2 \sin 90^\circ}{\sqrt{2} \sin 90^\circ} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

 ۱ ۲ ۳ ۴ ✓

آزمون ۷ فروردین

(مبین، فتحی)

$$\frac{1 + \cos x + \cos 2x}{\sin x + \sin 2x} = \frac{\cos x(1 + 2\cos x)}{\sin x(1 + 2\cos x)} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\begin{cases} \cot x = \frac{\sqrt{3}}{3} \\ \cos x \neq -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{3}$$

(مسابان - مسئله های ۱۱۸ تا ۱۲۳)

 ۱ ۲ ۳ ۴ ✓

آزمون ۷ فروردین

در بازه $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ مقدار $\sin x < 0$ است؛ بنابراین با ضرب طرفین معادله

در $x = 2\sin x$ خواهیم داشت:

$$2\sin x \cos \alpha x + 4\sin x \cos \beta x + 4\sin x \cos x = 0.$$

و با تبدیل ضرب به جمع داریم:

$$2 \times \frac{1}{2} [\sin \alpha x - \sin \beta x] + 4 \times \frac{1}{2} [\sin \beta x - \sin \alpha x] + 2 \sin \alpha x = 0.$$

$$\Rightarrow \sin \alpha x + \sin \beta x = 0 \Rightarrow \sin \alpha x = \sin(-\beta x)$$

$$\begin{cases} \alpha x = 2k\pi - \beta x \Rightarrow x = \frac{k\pi}{\alpha} & \xrightarrow{x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)} x = \frac{\pi}{\alpha}, x = \frac{2\pi}{\alpha} \\ \alpha x = 2k\pi + \pi + \beta x \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{\alpha} & \xrightarrow{x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)} \text{جواب ندارد} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع جوابها} = \frac{3\pi}{\alpha}$$

(مسابقات - مثلثات: صفحه‌های ۷ و ۸) (۱۴۳۳)

۲

۳ ✓

۱

آزمون ۷ فروردین

$$\Rightarrow A = 2 \left[\sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ + \dots + \sin^2 89^\circ \right] + 1$$

$$1^\circ + 89^\circ = 90^\circ \Rightarrow \sin 89^\circ = \cos 1^\circ \Rightarrow \sin^2 1^\circ + \sin^2 89^\circ = 1$$

$$\sin^2 2^\circ + \sin^2 88^\circ = 1$$

$$\vdots$$

$$\sin^2 44^\circ + \sin^2 46^\circ = 1$$

$$\Rightarrow A = 1 + 2 \left[\underbrace{(1+1+\dots+1)}_{54} + \sin^2 45^\circ \right]$$

$$\Rightarrow A = 1 + 2 \left[44 + \frac{1}{2} \right] = 1 + 88 + 1 = 90 \Rightarrow A = 90$$

(ریاضیات ۲ - مثال ۲: صفحه‌های ۱۳۹ تا ۱۴۲)

۱

۲ ✓

۳

۴

آزمون ۷ فروردین

ابتدا فرض سؤال را ساده می کنیم:

$$\sin\left(\theta - \frac{5\pi}{2}\right) = \sin\left(-\left(\frac{5\pi}{2} - \theta\right)\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\Rightarrow -\sin\left(\frac{5\pi}{2} - \theta\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\Rightarrow -\cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \cos\theta = -\frac{\sqrt{3}}{3} \quad (1)$$

سپس با ساده سازی عبارت A داریم:

$$A = \sin^4\theta - \cos^4\theta + \frac{1}{1 + \tan^2\theta}$$

$$\Rightarrow A = (\sin^2\theta + \cos^2\theta)(\sin^2\theta - \cos^2\theta) + \frac{1}{\cos^2\theta}$$

$$\Rightarrow A = \sin^2\theta - \cos^2\theta + \cos^2\theta$$

$$\Rightarrow A = \sin^2\theta$$

آزمون ۷ فروردین

بیشترین مقدار عبارت $\sin^2 \theta$ ، همواره ۱ است، بنابراین بیشترین مقدار

تابع $y = a \sin^2 bx$ برابر a است.

$$\Rightarrow a = 2$$

$$\Rightarrow y = 2 \sin^2(bx) = 2 \left(\frac{1 - \cos 2bx}{2} \right) = 1 - \cos 2bx$$

دوره تناوب تابع داده شده، $\frac{\pi}{2}$ است. بنابراین داریم:

$$T = \frac{2\pi}{2|b|} = \frac{\pi}{|b|} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow |b| = 2 \Rightarrow b = \pm 2$$

هر دو مقدار برای b قابل قبول خواهد بود، زیرا نمودار تابع \cos ، نسبت به

محور y ها متقارن است.

$$\Rightarrow a + b = 4 \text{ یا } 4$$

(ریاضیات ۲ - مثلثات: صفحه ۱۴۹ و مسابان - مثلثات: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون ۷ فروردین

بزرگ‌ترین عدد در هر شکل را در جدول زیر مشخص کرده‌ایم:

شماره	شكل ۱	شكل ۲	...	شكل n
بزرگ‌ترین عدد	۱	$۱+۲=۳$...	$۱+۲+\dots+n=\frac{n(n+1)}{2}$

$$\frac{۱۵\times ۱۶}{۲}=۱۵\times ۸=۱۲۰ \text{، عدد } ۱۵ \text{ ام،} \text{ بنابراین بزرگ‌ترین عدد در شکل } ۱\text{ است.}$$

(ریاضیات ۲ - الگو و دنباله: صفحه‌های ۲ تا ۶)

۴ ✓

۳

۲

۱

آزمون ۷ فروردین

جمعیت سالانه این شهر را می‌توانیم با یک دنباله هندسی با قدر نسبت $1/0.8$

مدل‌سازی کنیم. بنابراین داریم:

$$P_n = P_0 \left(1/0.8\right)^n : \text{جمعیت انتهای سال } n \text{ ام}$$

$$\Rightarrow \frac{P_n}{P_0} = \left(1/0.8\right)^n \xrightarrow{\frac{P_n}{P_0} = 3} \left(1/0.8\right)^n = 3 \xrightarrow{\log} \log \left(1/0.8\right)^n = \log 3$$

$$n \log 1/0.8 = n \log \frac{1/0.8}{100} = n(\log 1/0.8 - \log 100)$$

$$= n(\log 2^2 \times 3^3 - \log 10^2) = n(2 \log 2 + 3 \log 3 - 2) = \log 3$$

$$\Rightarrow n = \frac{\log 3}{2 \log 2 + 3 \log 3 - 2} = \frac{0/5}{0/6 + 1/5 - 2} = \frac{0/5}{0/1} = 5$$

(ریاضیات ۲- الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۳۳)

۱

۲

۳

۴

آزمون ۷ فروردین

$$AX = \sqrt[4]{4} \Rightarrow X = \frac{\sqrt[4]{4}}{\frac{1}{2^3}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2^3}} = 2^6 = \sqrt[6]{2}$$

(ریاضیات ۲- الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۲)

۱

۲

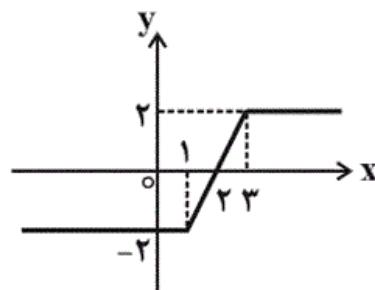
۳

۴

آزمون ۷ فروردین

(میرهادی سرکار فرشن)

با توجه به نمودار زیر، مشخص است که $|x-1| - |x-3| \leq 2$ است.



حال با قرار دادن $t = \frac{1}{|x-1| - |x-3|}$ واضح است که $t \geq \frac{1}{2}$ یا

$t \leq -\frac{1}{2}$ است، بنابراین داریم:

$$f(x) = \frac{1}{|x-1| - |x-3|} \Rightarrow f(x) \geq 1 \text{ یا } f(x) \leq -1$$

$$\Rightarrow R_f = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty) = \mathbb{R} - (-1, 1)$$

(ریاضیات ۲ - توابع خاص - نامعارله و تعیین علامت: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

۴ ✓

۳

۲

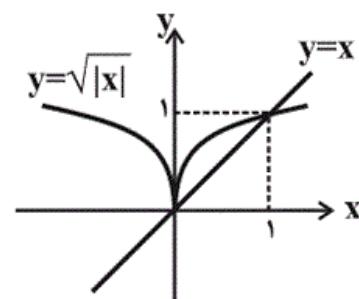
۱

آزمون ۷ فروردین

عبارت زیر رادیکال باید بزرگ‌تر از صفر باشد:

$$x - \sqrt{|x|} > 0 \Rightarrow x > \sqrt{|x|}$$

که با رسم نمودارها داریم:



$$\Rightarrow D_f = (1, +\infty)$$

(ریاضیات ۲- توابع فاصل- نامعادله و تعیین علامت: صفحه‌های ۶۹ تا ۷۹ و ۷۳ تا ۷۸)

۴ ✓

۳

۲

۱

آزمون ۷ فروردین

$$\begin{cases} y = ax + 2a - 1 \\ y = (2a - 1)x + a \end{cases} \Rightarrow ax + 2a - 1 = (2a - 1)x + a$$

$$\Rightarrow (a - 1)x = a - 1$$

بنابراین نقطه تقاطع $(1 - 3a, 1)$ خواهد بود. برای اینکه این نقطه در ربع اول

قرار بگیرد، باید $1 - 3a > 0$ باشد:

$$\Rightarrow a > \frac{1}{3} \Rightarrow a \in \left(\frac{1}{3}, +\infty \right) - \left\{ \frac{1}{2}, 1 \right\}$$

دقت کنید که به ازای $a = 1$ ، دو خط منطبق هستند و بیشمار نقطه مشترک

در سایر ربع‌ها دارند، بنابراین غ.ق.ق است.

(ریاضیات ۲ - توابع فاصل، نامعادله و تعیین علامت: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۸)

۴

۳✓

۲

۱

آزمون ۷ فروردین

نمودار تابع $f(x)$ از نمودار تابع $g(x)$ بالاتر است، یعنی:

$$f(x) > g(x) \Rightarrow x^2 + ax - 2 > 2x + 4 \Rightarrow x^2 + (a-2)x - 6 > 0$$

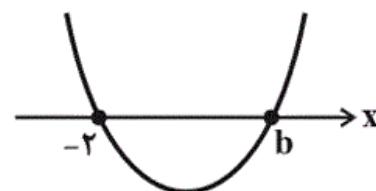
حال می‌توان گفت جواب نامعادله $x^2 + (a-2)x - 6 > 0$ به صورت

$(-\infty, -2) \cup (b, +\infty)$ می‌باشد.

بنابراین با توجه به رسم نمودار $y = x^2 + (a-2)x - 6$ ، به کمک بازه

داده شده می‌توان نتیجه گرفت، جواب‌های معادله $x^2 + (a-2)x - 6 = 0$

-2 و b می‌باشند.



$$(-2)^2 + (a-2)(-2) - 6 = 0 \Rightarrow -2a + 2 = 0 \Rightarrow a = 1$$

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون ۷ فروردین

$$f(x) > g(x) \Rightarrow x^{\frac{1}{2}} + \sqrt{x} \sin x > x\sqrt{x} + x \sin x$$

$$\Rightarrow x^{\frac{1}{2}} - x\sqrt{x} + \sqrt{x}\sin x - x \sin x > 0$$

$$\Rightarrow x(x - \sqrt{x}) + \sin x(\sqrt{x} - x) > 0 \Rightarrow (x - \sqrt{x})(x - \sin x) > 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)(x - \sin x) > 0 \quad (1)$$

دقت کنید که همواره $x \geq \sqrt{x} \geq 0$ است. با توجه به دامنه معادله، باید $x \geq 0$

باشد. برای x های مثبت $x - \sin x > 0$ در نتیجه است، پس

با حذف \sqrt{x} و $x - \sin x$ از رابطه (1) داریم:

$$\sqrt{x} - 1 > 0 \Rightarrow \sqrt{x} > 1 \Rightarrow x > 1$$

(ریاضیات ۲ - توابع فاصله - نامعادله و تعیین علامت: صفحه‌های ۷۹ تا ۸۱)

✓

۳

۲

۱

آزمون ۷ فروردین

هر دسته با مربع شماره آن دسته شروع و به $(1+1^2 + 2^2 + \dots + n^2)$ ختم می‌شود.

در نتیجه دسته دوازدهم با $12^2 = 144$ شروع و به $1 - 13^2 = 169$ ختم می‌شود.

$$\Rightarrow S = 144 + 145 + \dots + 168 = \frac{25}{2} (144 + 168) = 3900$$

(مسابقات هیأت، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۲ تا ۶)

 ۴ ۳ ۲ ۱

آزمون ۷ فروردین

$$P(2x+1) = (x+3)Q(x) + R$$

برای به دست آوردن باقی‌مانده، کافی است به جای x ، ۳ - قرار دهیم و

داریم:

$$P(2(-3)+1) = P(-5) = R$$

حال باید مقدار $P(-5)$ را حساب کنیم. برای محاسبه آن در عبارت

$P(3x^3 + 2x)$ ، کافی است به جای x ، ۱ - قرار دهیم. داریم:

$$x = -1 \Rightarrow P(3x^3 + 2x) = P(-5) = -7 + 6 - 4 - 3 = -8$$

$$\Rightarrow P(-5) = R = -8$$

(مسابان - مطابقات بیانی، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۶ تا ۸)

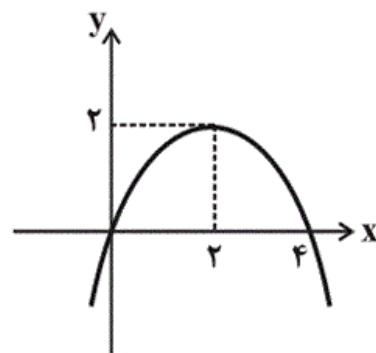
۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۷ فروردین



با توجه به نمودار، عرض از مبدأ سهمی صفر است: یعنی $c = 0$.

$$f(x) = ax^2 + bx = x(ax + b)$$

می‌دانیم طول رأس سهمی میانگین صفرهای سهمی است؛ و با توجه به اینکه

$x = 4$ و $x = 0$ صفرهای سهمی هستند، داریم:

$$\left. \begin{array}{l} f(4) = 0 \Rightarrow 4(4a + b) = 0 \Rightarrow 4a + b = 0 \\ f(0) = 2 \Rightarrow 2(0a + b) = 2 \Rightarrow 2a + b = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow a = -\frac{1}{2}, b = 2$$

۴

۳

۲✓

۱

آزمون ۷ فروردین

می‌دانیم که جواب‌ها در معادله صدق می‌کنند. بنابراین داریم:

$$3x_1^2 + 6x_1 - \lambda = 0 \Rightarrow x_1^2 + 2x_1 = \frac{\lambda}{3} \Rightarrow (x_1 + 1)^2 = \frac{11}{3} \quad (1)$$

$$3x_1^2 x_2 - 4x_1^2 = x_1^2 (3x_2 - 4) \xrightarrow{3x_2 - 4 = -\frac{3}{2}x_2} x_1^2 \left(-\frac{3}{2}x_2 \right)$$

$$= -\frac{3}{2} \left(x_1^2 x_2 \right) \xrightarrow{x_1^2 x_2 = \frac{c}{a} = -\frac{\lambda}{3}} -\frac{3}{2} \left(-\frac{\lambda}{3} \right)^2 = -\frac{32}{3} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} \frac{11}{3} + \left(-\frac{32}{3} \right) = -\frac{21}{3} = -7$$

(حسابان - مهاسبات جبری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

 ۱ ۲ ۳ ۴

آزمون ۷ فروردین

(کریم نصیری)

چون $|E| < 10^0$ است بنابراین مقدار واقعی به مقدار کمتر از 10^0 می‌تواند

با مقدار اندازه‌گیری شده اختلاف داشته باشد. اگر T معرف مقدار واقعی

و P برابر مقدار اندازه‌گیری شده باشد، داریم:

$$T < P + |E| \Rightarrow T < 5/7 + 0/1 \Rightarrow T < 5/8$$

پس مقدار واقعی از $5/8$ سانتی‌متر کوچک‌تر است.

(آمار و مدل‌سازی - اندازه‌گیری و مدل‌سازی: صفحه‌های ۹ و ۱۰)

 ۴ ۳ ۲ ۱

آزمون ۷ فروردین

(لیلا هاجی‌علیا)

$$0/379 \times 250 = 94/75$$

قسمت اعشاری عدد را حذف کرده و یک واحد به آن اضافه می‌کنیم.

$$94+1=95$$

(آمار و مدل‌سازی - جامعه و نمونه: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۶)

 ۴ ۳ ۲ ۱

آزمون ۷ فروردین

(لیلا هاجی علیا)

جامعه آماری، کل پروازهای داخلی فرودگاه مهرآباد است. متغیر تصادفی،

زمان تأخیر و نمونه، ۲۰ پرواز داخلی متوالی بررسی شده در فرودگاه مهرآباد

است.

(آمار و مدل سازی - جامعه و نمونه: صفحه های ۱۵ تا ۲۱ - متغیرهای تصادفی:

صفحه های ۳۴ تا ۳۶)

 ۴ ۳ ۲ ۱

آزمون ۷ فروردین

(لیلا هاجی علیا)

میزان بارندگی در یک شهر و مدت زمان مکالمات تلفنی کارمندان یک

اداره، متغیرهای کمی پیوسته هستند.

تعداد بیماران یک پزشک در روز، متغیر کمی گسسته است.

جنسیت افراد یک شهر، متغیر کیفی اسمی است.

(آمار و مدل سازی - متغیرهای تصادفی: صفحه های ۳۷ و ۳۸)

 ۴ ۳ ۲ ۱

آزمون ۷ فروردین

اگر طول دسته‌ها را برابر با L بگیریم، آنگاه فاصله کران پایین دسته دوم تا

مرکز دسته وسط (پنجم) برابر است با:

$$L + L + L + \frac{L}{2} = \frac{7}{2}L$$

$$\Rightarrow 48 - 20 = \frac{7}{2}L \Rightarrow 28 = \frac{7}{2}L \Rightarrow L = 8$$

پس طول دسته‌ها برابر ۸ است، در نتیجه حداقل دامنه تغییرات برابر

با $72 = 9 \times 8 = R$ خواهد بود.

(آمار و مدل‌سازی - دسته‌بندی داده‌ها و پردازش فراوانی: صفحه‌های ۳۴۳ تا ۳۵۰)

۴ ✓

۳

۲

۱

آزمون ۷ فروردین

مساحت زیر نمودار چندبر فراوانی با مساحت زیر نمودار مستطیلی متناظر آن

برابر است. با توجه به شکل، تعداد دسته‌ها برابر ۴ و طول دسته‌ها برابر ۶

است. بنابراین داریم:

$$S = 6(3 + 6 + 4 + 3) = 96$$

(آمار و مدل‌سازی - نمودارها و تحلیل داده‌ها: صفحه‌های ۸۱۲ تا ۹۱۳)

(غلامرضا هلی)

مطابق فرض سؤال داریم:

$$x + y + z = 3 \times 15 = 45$$

$$\begin{aligned} 2x + 2y + 2z + u + v &= 2(x + y + z) + (u + v) = 5 \times 31 \\ \Rightarrow 2 \times 45 + (u + v) &= 155 \Rightarrow u + v = 65 \end{aligned}$$

میانگین داده‌های $\{u, v\}$ برابر است با:

$$\frac{u + v}{2} = \frac{65}{2} = 32.5$$

(آمار و مدل‌سازی - شاخص‌های مرکزی: صفحه‌های ۱۲۵ تا ۱۳۸)

 ۴ ۳ ۲ ۱ ✓

داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم، چون تعداد کل داده‌ها برابر

یازده است، پس میانه پنج داده اول برابر چارک اول و میانه پنج داده آخر

برابر چارک سوم است.

$$\begin{array}{ccccccccc} 3, 5, & \uparrow & 6, & \uparrow & 8, 9, 12, 13, 14, & \uparrow & 15, & \uparrow \\ & \text{چارک اول} & & & & & \text{چارک سوم} & & 23 \end{array}$$

پس داده‌های بزرگ‌تر از چارک اول و کوچک‌تر از چارک سوم، عبارتند از:

۸, ۹, ۱۲, ۱۳, ۱۴

$$\Rightarrow \text{میانگین} = \frac{8+9+12+13+14}{5} = \frac{56}{5} = 11\frac{1}{2}$$

(آمار و مدل‌سازی - شاخص‌های مرکزی: صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۵)

۴ ✓

۳

۲

۱

آزمون ۷ فروردین

همان‌طور که در صفحه ۱۵۸ کتاب درسی آمار و مدل‌سازی آمده است،

«ضریب تغییرات، عبارت است از میزان پراکندگی به ازای یک واحد از

میانگین»، پس باید ضریب تغییرات را محاسبه کنیم:

$$\sigma^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \bar{x}^2 \Rightarrow \sigma^2 = \frac{1}{10}(200) - \left(\frac{40}{10}\right)^2 = 4$$

$$\Rightarrow \sigma = 2 \Rightarrow CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{2}{4} = 0.5$$

(آمار و مدل‌سازی - شاخص‌های پراکندگی؛ صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۵۸)

۱

۲

۳

۴ ✓

آزمون ۷ فروردین

$$\begin{cases} \bar{x} + 2 = \bar{x} + 2 = 6 \times 3 + 2 = 20 \\ \sigma_{\bar{x}+2} = \sigma_x = 6 \times 0 / 5 = 3 \end{cases} \Rightarrow CV = \frac{\sigma_{\bar{x}+2}}{\bar{x}+2} = \frac{3}{20} = 0.15$$

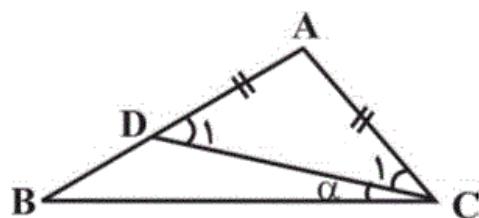
(آمار و مدل سازی - شاخص های مرکزی: صفحه های ۱۲۵ تا ۱۲۸ - شاخص های پراکندگی: صفحه های ۱۵۳ تا ۱۵۸)

آزمون ۷ فروردین

$$BDC : \hat{D}_1 = \hat{B} + \hat{\alpha}$$

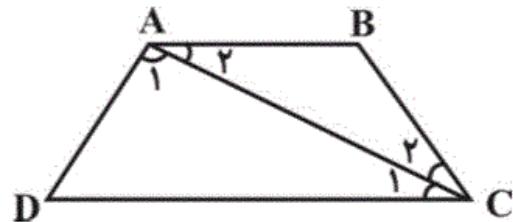
$$AD = AC \Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{C}_1 \Rightarrow \hat{B} + \hat{\alpha} = \hat{C} - \hat{\alpha}$$

$$\Rightarrow \underbrace{\hat{C} - \hat{B}}_{10^\circ} = 2\hat{\alpha} \Rightarrow \hat{\alpha} = 5^\circ$$



(هنرسه ا - هندسه و استدلال: صفحه های ۲۲ تا ۲۴)

آزمون ۷ فروردین



$$\left. \begin{array}{l} AB \parallel DC \\ \text{مورد } AC \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{C}_1 = \hat{A}_2 \quad (1)$$

$$\text{از طرفی: } AB = BC \Rightarrow \hat{A}_2 = \hat{C}_2 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \hat{C}_1 = \hat{C}_2 = \alpha \Rightarrow \hat{C} = 2\alpha \Rightarrow \hat{D} = 2\alpha$$

$$\xrightarrow{\hat{A}_1 = \hat{D}} \hat{A}_1 = 2\alpha \Rightarrow \hat{A} = 3\alpha$$

$$\hat{A} + \hat{D} = 180^\circ \Rightarrow 3\alpha + 2\alpha = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 36^\circ$$

$$\hat{A}_1 + \hat{C}_1 = 2\alpha + \alpha = 3\alpha = 3 \times 36^\circ = 108^\circ$$

(هنرمه ا - هندسه و استدلال: صفحه‌های ۷ و ۲۲)

۴

۳

۲

۱

آزمون ۷ فروردین

$$\frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = 36\sqrt{3} \Rightarrow a = 12$$

$$AH = \frac{\sqrt{3}}{2} a = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 12 = 6\sqrt{3}$$

(هنرمه ا - مساحت و قضیه خیثاغورس: صفحه‌های ۵۲ و ۶۲)

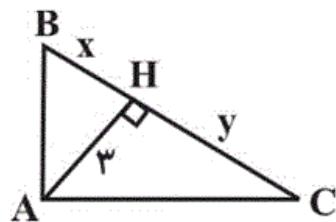
۴

۳

۲

۱

آزمون ۷ فروردین



$$S_{\Delta AHC} = 4S_{\Delta AHB} \Rightarrow \frac{1}{2} \times 3 \times y = 4 \times \frac{1}{2} \times 3 \times x \Rightarrow y = 4x$$

$$3^2 = x \times y \Rightarrow 9 = x \times 4x \Rightarrow x^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow y = 4x = 6 \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \times 3 \times (x + y) = \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{15}{2}$$

$$\Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{\frac{45}{2}}{4} = 11/25$$

(هندسه - مساحت و قسمیه خیاتغورس: صفحه‌های ۱۳ و ۶۵)

۱

۲

۳

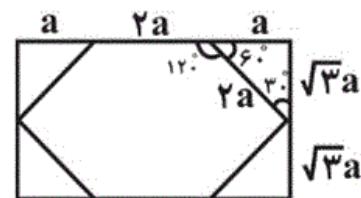
۴ ✓

آزمون ۷ فروردین

می‌دانیم ضلع مقابل به زاویه 30° ، نصف وتر است و ضلع مقابل به

زاویه 60° ، $\frac{\sqrt{3}}{2}$ وتر است. حال اگر طول ضلع شش‌ضلعی منتظم را برابر $2a$

فرض کنیم، داریم:



$$S_{\text{شش‌ضلعی}} = 6 \left(\frac{\sqrt{3}}{4} (2a)^2\right) = 6\sqrt{3}a^2$$

$$S_{\text{مستطیل}} = 2\sqrt{3}a \times 4a = 8\sqrt{3}a^2$$

$$\frac{S_{\text{شش‌ضلعی}}}{S_{\text{مستطیل}}} = \frac{6\sqrt{3}a^2}{8\sqrt{3}a^2} = \frac{3}{4}$$

(هندسه ۱- مساحت و قسمیه فیثاغورس: صفحه‌های ۶۲ و ۶۳)

۴

۳

۲✓

۱

آزمون ۷ فروردین

$$\hat{D}_1 = \hat{E}_1 \Rightarrow AD = AE = 4, BD = 7 - 4 = 3$$

بنا به عکس قضیه خطوط موازی و مورب داریم:

$$\hat{A}_1 = \hat{E}_1 \Rightarrow AC \parallel DE$$

طبق قضیه تالس داریم:

$$\frac{BD}{AD} = \frac{BE}{CE} \Rightarrow \frac{BE}{CE} = \frac{3}{4}$$

(هنرسه ا- تشابه: صفحه‌های ۷۷ تا ۸۳)

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۷ فروردین

(نوید میری)

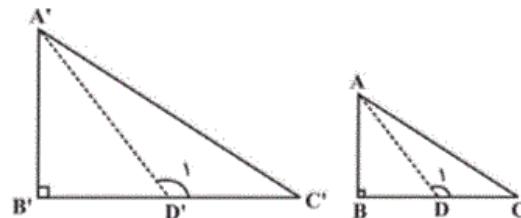
با توجه به این که $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{1}{2}$ ، پس دو مثلث

قائم الزاویه $A'B'C'$ و ABC با هم متشابه‌اند. از سوی دیگر بنابر فرض

مسئله $\hat{D}'_1 = \hat{D}_1$ ، پس $\Delta A'D'C'$ و ΔADC هم با یکدیگر متشابه‌اند و چون در

این دو مثلث $\frac{AC}{A'C'} = \frac{1}{2}$ ، پس نسبت مساحت‌هایشان برابر است با:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$



(هنرسه ا- تشابه: صفحه‌های ۸۳ تا ۱۰۲)

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون ۷ فروردین

$$S_1 = 3 \times (2\sqrt{3})^2 \times \sqrt{3} = 36\sqrt{3}$$

$$S_2 = 6 \times 2\sqrt{3} \times 5 = 60\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow S_1 + S_2 = 96\sqrt{3}$$

(هندسه ا - شکل های فضایی: صفحه های ۱۱۷ تا ۱۲۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

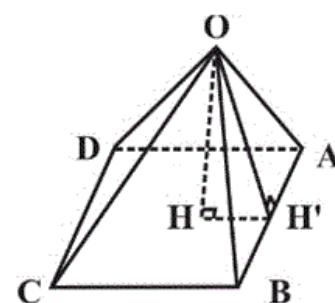
آزمون ۷ فروردین

(امیرحسین ابومحبوب)

-۱۱۹

وجههای جانبی هرم منتظم، همنهشت هستند، پس مساحت هر کدام از وجههای

جانبی برابر $\frac{128}{4} = 32$ است و داریم:



$$S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} OH' \times AB \Rightarrow 32 = \frac{1}{2} OH' \times 8 \Rightarrow OH' = 8$$

طول HH' ، مطابق شکل، برابر نصف طول ضلع قاعده و OH ارتفاع هرم

(ارتفاع وارد بر قاعده) می باشد. داریم:

$$\begin{aligned} OH'^2 &= OH^2 - HH'^2 = 8^2 - 4^2 = 48 \\ \Rightarrow OH &= 4\sqrt{3} \end{aligned}$$

(هندسه ا - شکل های فضایی: صفحه های ۱۲۹ تا ۱۳۵)

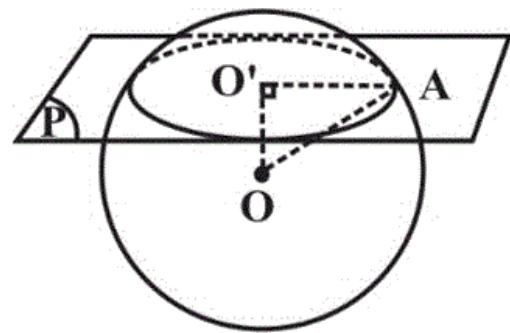
۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۷ فروردین



$$\left\{ \begin{array}{l} V = 36\pi \\ V = \frac{4}{3}\pi R^3 \Rightarrow R^3 = 27 \Rightarrow R = 3 \Rightarrow S_{کره} = 4\pi(3)^2 = 36\pi \end{array} \right.$$

$$O'A^2 = OA^2 - OO'^2 \Rightarrow O'A^2 = 9 - 5 = 4 \Rightarrow O'A = 2$$

$$\Rightarrow S' = \pi \cdot O'A^2 = 4\pi \Rightarrow \frac{S'}{S} = \frac{4\pi}{36\pi} = \frac{1}{9}$$

(هنرمه ۱ - شکل‌های فضایی: صفحه‌های ۱۳۶ تا ۱۴۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون ۷ فروردین