سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درســـنامه ها و جـــزوه های ریاضـــی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)

https://t.me/riazisara

ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)

https://www.instagram.com/riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

حسابان ۱ ، وارون تابع - ۱ سوال

۶۲- ضابطهٔ وارون تابع $y = \sqrt{-x}$ کدام است؟

۱) $y = x^2$ و $x \geq 0$

۲) $y = x^2$ و $x \leq 0$

۳) $y = -x^2$ و $x \geq 0$

۴) $y = -x^2$ و $x \leq 0$

حسابان ۱ ، اعمال روی توابع -

۶۴- توابع $f(x) = 2$، $g = \{(0,1), (1,2), (2,3)\}$ و $h(x) = x^2 - 2x + 3$ مفروضند. تابع $(f+g)oh$ کدام است؟

۱) $\{(0,2)\}$

۲) $\{(1,5)\}$

۳) $\{(0,2), (1,5)\}$

۴) $\{(0,2), (1,4), (2,5)\}$

۶۶- اگر $f+g = \{(3,2),(4,2),(5,-1)\}$ و $f-g = \{(3,6),(4,6),(5,1)\}$، آن‌گاه دامنهٔ تابع $\frac{1}{f}$ شامل چند عدد حقیقی است؟

۱) ۳

۲) ۲

۳) ۱

۴) قابل تشخیص نمی‌باشد.

حسابان ۱ ، تابع نمایی - ۳ سوال -

۶۸- در نمودار مقابل، اگر $f(x) = \frac{2^x - 1}{3}$ باشد، $g(5)$ کدام است؟

$x \to \boxed{f} \to \boxed{g} \to x$

۱) ۲

۲) ۳

۳) ۴

۴) ۵

۶۳- در کدام‌یک از بازه‌های زیر نمودار تابع $f(x)=2^x$ زیر نمودار تابع $g(x)=x^2$ است؟

۱) $(0,4)$ ۲) $(4,+\infty)$

۳) $(2,4)$ ۴) $(2,+\infty)$

۷۰- تابع $f(x)=\frac{2^x+2}{2}$ با دامنهٔ $[-1,3]$ و برد B مفروض است. در این صورت برد تابع $\begin{cases} g:B\to\mathbb{R} \\ g(x)=|x-2| \end{cases}$ کدام است؟

۱) $[0,1]$ ۲) $[\frac{5}{4},3]$

۳) $[0,\frac{5}{4}]$ ۴) $[0,3]$

حسابان ۱، تابع لگاریتمی و لگاریتم - ۱ سوال -

۶۷- اگر در $f(x)=\log(ax+b)$ و $g(x)=\log(c-x)$، دامنهٔ f بازهٔ $(-2,+\infty)$ و $g(2)=0$ باشد، دامنهٔ تابع $y=(f+g)(x)$ کدام است؟

۱) $(2,3)$ ۲) $(-2,3)$

۳) $(-2,+\infty)$ ۴) $\varnothing$

حسابان ۱، ویژگی های لگاریتم و حل معادلات لگاریتمی - ۳ سوال -

۶۹- جمعیت گونهٔ خاصی از حشرات، سالانه ۱۰ درصد افزایش می‌یابد. پس از حداقل چند سال، جمعیت این گونهٔ خاص بیش‌تر از یازده برابر می‌شود؟ $(\log 11\simeq 1/041)$

۱) ۲۴ ۲) ۲۵

۳) ۲۶ ۴) ۲۷

۶۵- معادلهٔ لگاریتمی $\log_x^{(x+1)}-\log_{\frac{1}{x}}^{(x-\frac{1}{x})}=2$ چند جواب دارد؟

۱) صفر ۲) ۱

۳) ۲ ۴) ۳

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۶۱- حاصل $\log_{\frac{۴}{\sqrt{۸}}} + \log_{۲۷}^{\sqrt{۳}}$ کدام است؟

۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) ۳ ۴) $\frac{۳}{۲}$

هندسه ۲ ، تبدیل های هندسي - ۱۰ سوال -

۸۱- کدام مورد نادرست است؟

۱) بازتاب، انتقال و دوران اندازهٔ زاویه را حفظ می‌کنند.

۲) انتقال و دوران جهت اشکال را حفظ می‌کنند.

۳) بازتاب و دوران اندازهٔ مساحت اشکال را لزوماً حفظ می‌کنند.

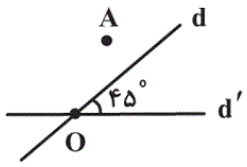
۴) انتقال و بازتاب شیب خطوط را حفظ می‌کنند.

۸۲- نقطهٔ A' دوران‌یافتهٔ نقطهٔ A تحت دوران به مرکز O و زاویهٔ ۶۰ درجه است. اگر A' بازتاب‌یافتهٔ A نسبت به خط d بوده و فاصلهٔ A از d برابر یک واحد باشد، آن‌گاه طول OA' کدام است؟

۱) ۱ ۲) $\sqrt{۳}$

۳) ۲ ۴) $۲\sqrt{۳}$

۸۳- در شکل مقابل $OA = ۲$ است. نقطهٔ A را نسبت به خط d و سپس تصویر حاصل را نسبت به خط d' بازتاب می‌دهیم. فاصلهٔ نقطهٔ A از تصویر نهایی آن کدام است؟



۱) ۲

۲) $\sqrt{۲}$

۳) $۲\sqrt{۲}$

۴) ۴

۸۴- مثلث ABC را با بردار $\overrightarrow{CC'}$ انتقال می‌دهیم تا بر مثلث $A'B'C'$ تصویر شود. اگر C' روی ضلع AC و $CC' = ۳AC'$ باشد، اندازهٔ مساحت ناحیهٔ مشترک بین این دو مثلث چه کسری از مساحت مثلث $A'B'C'$ است؟

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۴}$

۳) $\frac{۱}{۹}$ ۴) $\frac{۱}{۱۶}$

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

۸۵- در مثلث ABC، $BC = ۸$، $\hat{B} = ۱۵^\circ$ ، $\hat{C} = ۷۵^\circ$ و AH ارتفاع وارد بر ضلع BC می‌باشد. اگر H' و H'' به‌ترتیب بازتاب یافتهٔ نقطهٔ H نسبت به AB و AC باشند، اندازهٔ $H'H''$ کدام است؟

۱) ۲
۲) ۴
۳) ۸
۴) ۱۶

۸۶- پاره‌خط AB به طول ۴، خط L را در نقطه‌ای به جز A و B با زاویهٔ ۴۵ درجه قطع نموده است. اگر S، تبدیل بازتاب نسبت به خط L باشد به‌طوری که $S(A) = A'$ و $S(B) = B'$، آن‌گاه اندازهٔ مساحت چهارضلعی $AA'BB'$ کدام است؟

۱) ۸
۲) $۸\sqrt{۲}$
۳) ۱۶
۴) $۱۶\sqrt{۲}$

۸۷- مثلث ABC را تحت دوران به مرکز محل همرسی عمودمنصف‌های مثلث و با زاویهٔ ۱۸۰درجه بر مثلث $A'B'C'$ تصویر می‌کنیم. اگر شعاع دایرهٔ محاطی و محیطی مثلث ABC برابر ۲ و ۵ باشد، طول AA' کدام است؟ (A'، B' و C' به‌ترتیب تبدیل یافتهٔ نقاط A، B و C هستند.)

۱) ۲
۲) ۴
۳) ۵
۴) ۱۰

۸۸- یک هشت‌ضلعی منتظم را حول مرکز دایرهٔ محیطی آن و با اندازهٔ کوچک‌ترین زاویهٔ دوران ممکن (α)، دوران می‌دهیم تا بر خودش منطبق شود. تعداد نقاط ثابت این تبدیل و اندازهٔ زاویهٔ دوران کدام است؟ $(\alpha > ۰)$

۱) یک نقطه- ۲۲/۵ درجه
۲) یک نقطه- ۴۵ درجه
۳) بی‌شمار نقطه- ۲۲/۵ درجه
۴) بی‌شمار نقطه- ۴۵ درجه

۸۹- مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC $(\hat{A} = ۹۰^\circ)$ با طول اضلاع قائمهٔ ۳/۶ و ۴/۸ را با بردار انتقال $\vec{V}$ بر مثلث $A'B'C'$ تصویر می‌کنیم. اگر A' بر محل همرسی میانه‌های مثلث ABC منطبق شود، آن‌گاه طول BB' کدام است؟ (A'، B' و C' به‌ترتیب تبدیل یافتهٔ نقاط A، B و C هستند.)

۱) ۱
۲) ۱/۵
۳) ۲
۴) ۴

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۰- نقطهٔ M را به مرکز O و زاویهٔ ۱۸۰ درجه دوران می‌دهیم تا بر نقطهٔ M' تصویر شود، سپس M' را در دوران به مرکز O' و زاویهٔ ۱۸۰ درجه بر نقطهٔ M'' تصویر می‌کنیم. کدام تبدیل نقطهٔ M را بر M'' تصویر می‌کند؟

۱) انتقال با بردار $2\overrightarrow{OO'}$

۲) انتقال با بردار $2\overrightarrow{O'O}$

۳) بازتاب نسبت به خط OO'

۴) دوران به مرکز وسط OO' و زاویهٔ 180°

حسابان ۱- گواه ، وارون تابع - ۲ سوال -

۷۲- ضابطهٔ وارون تابع $y = x^2 - 6x$ ، $x > 4$ کدام است؟

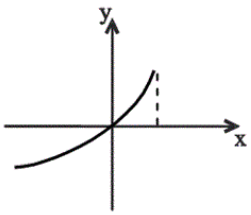
۱) $x > -8$ ، $3 + \sqrt{x+9}$

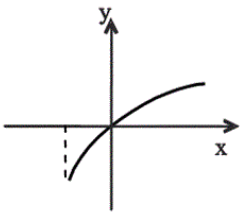
۲) $x > 4$ ، $3 - \sqrt{x+9}$

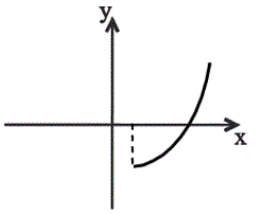
۳) $x > -8$ ، $3 - \sqrt{x+9}$

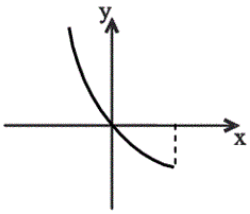
۴) $x > 4$ ، $3 + \sqrt{x+9}$

۷۳- نمودار وارون تابع با ضابطهٔ $y = -1 - \sqrt{x+1}$ کدام است؟

۱)


۲)


۳)


۴)


حسابان ۱- گواه ، اعمال روی توابع - ۲ سوال -

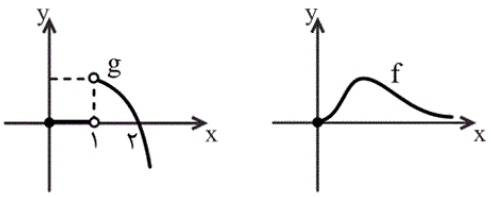
دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۷۴- اگر $A=\{۱,۲,۳\}$ و $f=\{(x\ ,\ x+۱)|x\in A\}$ باشد، برد تابع $f+f^{-۱}$ کدام مجموعه است؟

۱) $\{۳,۴\}$ ۲) $\{۶,۴\}$

۳) $\{۲,۴\}$ ۴) تهی

۷۱- اگر نمودارهای f و g به‌صورت زیر باشند، دامنهٔ تابع $\frac{f}{g}$ کدام است؟



۱) $[۰\ ,+\infty)-\{۲\}$

۲) $(۱\ ,+\infty)$

۳) $(۰\ ,+\infty)$

۴) $(۱\ ,+\infty)-\{۲\}$

حسابان ۱- گواه ، تابع نمایی - ۱ سوال -

۷۵- نمودار دو تابع $y=(\frac{\sqrt{۳}}{۳})^{۲x}$ و $y=۳^{x}+\frac{۸}{۳}$ در نقطهٔ A متقاطع‌اند. فاصلهٔ نقطهٔ A از نقطهٔ $(۱\ ,\ -۱)$ کدام است؟

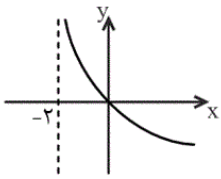
۱) ۱ ۲) $\sqrt{۲}$

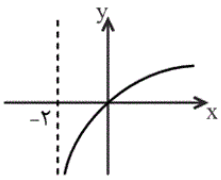
۳) ۲ ۴) $\sqrt{۵}$

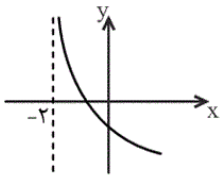
حسابان ۱- گواه ، تابع لگاریتمی و لگاریتم - ۱ سوال -

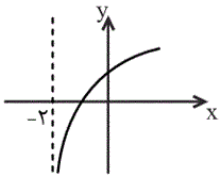
www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۸۰- نمودار تابع $y = ۱ - \log_{۴}^{(x+۲)}$ کدام‌یک از گزینه‌های زیر می‌تواند باشد؟

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

حسابان ۱- گواه ، ویژگي های لگاریتم و حل معادلات لگاریتمي - ۴ سوال -

۷۶- اگر $\log ۲ = k$ باشد، حاصل $\log(۶ - ۲\sqrt{۵}) + ۲\log(۱ + \sqrt{۵})$ کدام است؟

۱) $۲k$

۲) $۴k$

۳) $۱ + k$

۴) $۲ + ۴k$

۷۷- نمودارهای دو تابع $f(x) = \log_{۴}^{\frac{۱}{x}}$ و $g(x) = \log_{\frac{۱}{۲}}^{x}$، نسبت به هم چگونه‌اند؟

۱) $f(x)$ بالاتر است.

۲) $g(x)$ بالاتر است.

۳) منطبق‌اند.

۴) فقط در یک نقطه متقاطع‌اند.

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۷۸- از دو معادلهٔ دو مجهولی $۲^{x-۷} \times ۴^{x+y} = ۱$ و $\log y = ۲\log ۳ + \log x$، مقدار y کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲

۳) ۳ ۴) ۴

۷۹- بزرگی زمین‌لرزه از رابطهٔ $\log E = ۱۱/۸ + ۱/۵M$ به دست می‌آید که در آن M بزرگی زلزله در مقیاس ریشتر و E انرژی آزاد شده برحسب واحد ارگ است. با افزایش یک ریشتری M، مقدار انرژی آزاد شده تقریباً چند برابر می‌شود؟

۱) ۱/۵ برابر

۲) ۱۱/۸ برابر

۳) یک برابر

۴) ۳۲ برابر

آمار و احتمال ، مبانی احتمال - ۵ سوال

۹۶- در کیسه‌ای ۵ مهرهٔ قرمز، ۳ مهرهٔ آبی و ۲ مهرهٔ سبز وجود دارد. سه مهرهٔ متوالی و بدون جای‌گذاری از کیسه خارج می‌کنیم. احتمال آن‌که اولی سبز، دومی قرمز و سومی آبی باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۸}$ ۲) $\frac{۱}{۹}$ ۳) $\frac{۱}{۲۴}$ ۴) $\frac{۱}{۱۲}$

۹۷- در ظرف A، ۵ مهرهٔ قرمز و ۳ مهرهٔ آبی و در ظرف B، چهار مهرهٔ قرمز و شش مهرهٔ آبی وجود دارد. دو مهره از A و سه مهره از B به تصادف خارج می‌کنیم و در ظرف خالی C قرار می‌دهیم، سپس مهره‌ای از ظرف C خارج می‌کنیم. احتمال قرمز بودن این مهره کدام است؟

۱) ۰/۴۹ ۲) ۰/۴۵ ۳) ۰/۳۹ ۴) ۰/۳۵

۹۸- در کیسهٔ A، ۳ مهرهٔ سفید و ۵ مهرهٔ سیاه و در کیسهٔ B، ۶ مهرهٔ سفید و ۱ مهرهٔ سیاه وجود دارد. یک کیسه را به تصادف انتخاب کرده و از آن دو مهره به تصادف برمی‌داریم. احتمال آن که دو مهره هم‌رنگ باشند، کدام است؟

۱) $\frac{۱۵}{۲۸}$ ۲) $\frac{۳۱}{۵۶}$ ۳) $\frac{۱۷}{۲۸}$ ۴) $\frac{۳۳}{۵۶}$

۹۹- دو سبد داریم. در سبد اول، ۵ مهرهٔ قرمز و ۴ مهرهٔ آبی و در سبد دوم، ۷ مهرهٔ قرمز و ۵ مهرهٔ آبی قرار دارد. سبدی را به تصادف انتخاب می‌کنیم و مهره‌ای از آن بیرون می‌کشیم. اگر این مهره قرمز باشد، احتمال این‌که سبد اول انتخاب شده باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۲۰}{۴۱}$ ۲) $\frac{۲۸}{۴۱}$ ۳) $\frac{۱۲}{۴۱}$ ۴) $\frac{۹}{۴۱}$

۱۰۰- ۳۰ درصد نوشابه‌های بازار را کارخانهٔ Z، ۵۰ درصد را کارخانهٔ R و ۲۰ درصد را کارخانهٔ C تولید می‌کند. می‌دانیم به‌ترتیب ۱۰ درصد، ۷۰ درصد و ۱۰۰ درصد نوشابه‌های این کارخانه‌ها رژیمی هستند. اگر نوشابه‌ای رژیمی بخریم، احتمال این‌که محصول کارخانهٔ R باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۷}{۸}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۳۵}{۱۰۰}$ ۴) $\frac{۳۵}{۵۸}$

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

آمار و احتمال ، احتمال غیر هم شانس - ۳ سوال -

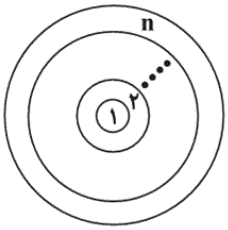
۹۱- در یک مسابقهٔ ۳ نفره که تنها یک برنده دارد، علی، کامران و اشکان شرکت کرده‌اند. می‌دانیم احتمال برد علی دو برابر برد کامران و احتمال برد کامران سه برابر برد اشکان است. احتمال این‌که علی در مسابقه برنده شود، کدام است؟

۱) ۰/۵ ۲) ۰/۶ ۳) ۰/۷ ۴) ۰/۸

۹۲- یک تاس طوری ساخته شده است که احتمال آمدن عدد ۲، برابر با $\frac{۱}{۳}$ احتمال آمدن هر کدام از اعداد دیگر است. اگر این تاس را پرتاب کنیم، با چه احتمالی عددی غیراول ظاهر می‌شود؟

۱) $\frac{۹}{۱۶}$ ۲) $\frac{۷}{۱۶}$ ۳) $\frac{۵}{۸}$ ۴) $\frac{۱}{۲}$

۹۳- در پرتاب یک دارت به یک صفحهٔ دایره‌ای شکل که به n ناحیهٔ مجزا تقسیم شده است، احتمال اصابت دارت به ناحیهٔ kام $(۱ \le k \le n)$، $(۲k-۱)x$ است. اگر احتمال اصابت دارت به ناحیهٔ دوم $\frac{۱}{۱۲}$ باشد، دایره به چند ناحیه تقسیم شده است؟



۱) ۴
۲) ۵
۳) ۶
۴) ۷

آمار و احتمال ، احتمال شرطی - ۲ سوال -

۹۴- در پرتاب دو تاس، اگر مجموع اعداد رو شده برابر ۱۰ باشد، احتمال این که یکی از تاس‌ها ۴ آمده باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۴}{۳۶}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{۲}{۳۶}$

۹۵- اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S و $P(B \mid A)=\frac{۳}{۴}$ باشد، حاصل $\frac{P(A \cap B)}{P(A-B)}$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{۱}{۲}$

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

-۶۲ *(علی شهرابی)*

ابتدا دامنه و برد تابع اولیه را حساب می‌کنیم:

$$-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 0$$

$$y = \sqrt{-x} \xrightarrow{\sqrt{-x} \geq 0} y \geq 0$$

حالا x را برحسب y می‌نویسیم:

$$y = \sqrt{-x} \xrightarrow[\text{توان ۲}]{y \geq 0} y^2 = -x \Rightarrow x = -y^2$$

کافیست جای x و y را عوض کنیم: $y = -x^2$

دامنهٔ تابع وارون همان برد تابع اولیه است، پس دامنهٔ تابع وارون به صورت $x \geq 0$ است. در نتیجه وارون این تابع به صورت $y = -x^2$ با شرط $x \geq 0$ است.

(حسابان ۱- تابع- صفحه‌های ۵۷ تا ۶۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

$$\Rightarrow (f+g) = \{(0, 3), (1, 4), (2, 5)\}$$

برای ترکیب $f+g$ با تابع h باید $h(x) \in D_{f+g}$ باشد. یعنی:

I) $x^2 - 2x + 3 = 1 \Rightarrow x^2 - 2x + 2 = 0 \Rightarrow \Delta < 0$ ریشه ندارد

II) $x^2 - 2x + 3 = 2 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x-1)^2 = 0 \Rightarrow x = 1$

III) $x^2 - 2x + 3 = 0 \Rightarrow \Delta < 0$ ریشه ندارد

در نتیجه $(f+g)oh = \{(1, 5)\}$ است.

(حسابان ۱- تابع- صفحه‌های ۶۳ تا ۷۰)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۶۶- (محمدرضا توجه)

با جمع کردن دو تابع $f+g$ و $f-g$ ظاهراً خواهیم داشت:

$$(f+g)+(f-g)=2f=\{(3,8),(4,8),(5,0)\}$$

پس $f=\{(3,4),(4,4),(5,0)\}$ پس این‌طور به نظر می‌رسد که:

$$\frac{1}{f}=\{(3,\frac{1}{4}),(4,\frac{1}{4})\}$$

یعنی دامنه آن شامل دو عدد است ولی با دقت بیش‌تر می‌توان فهمید که چون دامنه‌های $f+g$ و $f-g$ اشتراک دامنه‌های f و g هستند، دامنهٔ f شامل اعداد دیگری هم می‌تواند باشد که با دامنهٔ g مشترک نباشند.

پس $\frac{1}{f}$ هم می‌تواند شامل زوج‌های بیش‌تری باشد. به‌طور کلی می‌توان گفت چون دامنهٔ f مشخص نیست، پس دامنهٔ $\frac{1}{f}$ مشخص نیست.

(حسابان ۱- تابع- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۶۸- (محمدمصطفی ابراهیمی)

با توجه به نمودار، $(gof)(x)=x$ است؛ یا به عبارت دیگر $g(f(x))=x$ است. برای به دست آوردن حاصل $g(5)$ کافی است معادلهٔ $f(x)=5$ را حل کنیم.

$$f(x)=\frac{2^x-1}{3}=5\Rightarrow 2^x=16\Rightarrow x=4$$

در نتیجه $g(5)=4$ است.

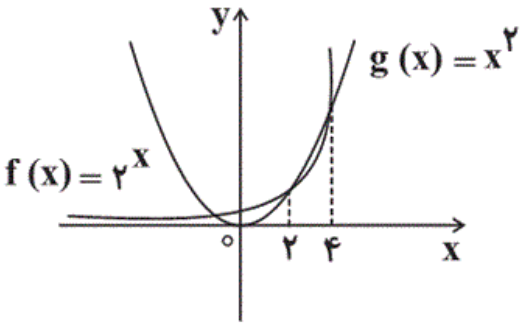
(حسابان ۱- ترکیبی- صفحه‌های ۶۶ تا ۷۹)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۶۳ (عزیزالله علی‌اصغری)

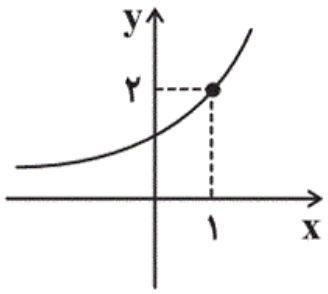
به نمودار توابع $f(x)=۲^x$ و $g(x)=x^۲$ دقت کنید.



با توجه به نمودار، در بازهٔ $(۴ , ۲)$ نمودار تابع f زیر نمودار تابع g است.

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۷۲ تا ۷۹)

۱) ۲) ۳) ✓ ۴)



با توجه به نمودار تابع f، در دامنهٔ $[۳ , -۱]$، برد تابع به‌صورت $[۲^{۳-۱}+۱ , ۲^{-۱-۱}+۱]$ می‌شود که برابر با $B=[\frac{۵}{۴} , ۵]$ است.

پس $B=[\frac{۵}{۴} , ۵]$ است که برابر با دامنهٔ تابع $g(x)=|x-۲|$ می‌شود.

حال برد $g(x)$ را پیدا می‌کنیم:

$$\frac{۵}{۴}\le x\le ۵ \Rightarrow -\frac{۳}{۴}\le x-۲\le ۳$$

$$\xrightarrow{\text{قدرمطلق}} ۰\le |x-۲|\le ۳$$

بنابراین برد تابع $y=g(x)$ برابر با $[۰ , ۳]$ است.

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۷۲ تا ۷۹)

۱) ۲) ۳) ۴) ✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

دامنهٔ g را می‌یابیم:

$$g(۲)=۰\Rightarrow \log(c-۲)=۰\Rightarrow c-۲=۱\Rightarrow c=۳$$

$$\Rightarrow g(x)=\log(۳-x)\Rightarrow D_g=(-\infty\ ,\ ۳)$$

$$D_{f+g}=(-۲\ ,\ +\infty)\bigcap(-\infty\ ,\ ۳)=(-۲\ ,\ ۳)$$

(حسابان ۱- ترکیبی- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶ و ۸۰ تا ۸۵)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۶۹- (سیدعادل حسینی)

فرض کنیم جمعیت اولیهٔ این‌گونهٔ خاص $P_۰$ و جمعیت آن پس از n سال $P(n)$ باشد؛ داریم:

$$\begin{cases} P(n)=P_۰(۱/۱)^n \\ P(n)>۱۱P_۰\Rightarrow (۱/۱)^n>۱۱ \end{cases}$$

از طرفین در پایهٔ ۱۰ لگاریتم می‌گیریم:

$$\Rightarrow n\underbrace{\log(۱/۱)}_{\log۱۱-\log۱۰}>\log۱۱\Rightarrow n>\frac{\log۱۱}{\log۱۱-۱}$$

با جای‌گذاری مقدار تقریبی $\log۱۱\simeq ۱/۰۴۱$ و محاسبهٔ کسر فوق داریم:

$$n>۲۵/۳۹\xrightarrow{n\in\mathbb{N}}n\geq ۲۶$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۷۲ تا ۹۰)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۶۵- (سیدعادل حسینی)

$$\log_x^{(x+1)} - \log_{x^{-1}}^{(x-\frac{1}{x})} = \log_x^{x+1} + \log_x^{\frac{x^2-1}{x}} = \log_x^{\frac{(x+1)(x^2-1)}{x}} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{(x+1)(x^2-1)}{x} = x^2 \Rightarrow x^3 + x^2 - x - 1 = x^3 \Rightarrow x^2 - x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1-\sqrt{5}}{2} & \text{(غ ق ق ؛ زیرا } x \text{ نمی‌تواند منفی باشد.)} \\ x = \frac{1+\sqrt{5}}{2} & \text{(قابل قبول است.)} \end{cases}$$

بنابراین، این معادله فقط یک جواب دارد.

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۶۱- (مهدی طاهری)

$$\log_{3^3}^{3^{\frac{1}{2}}} + \log_{2^{\frac{3}{2}}}^{2^2} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} + 2 \times \frac{2}{3} = \frac{1+8}{6} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۸۱- *(علی فتح‌آبادی)*

جدول زیر درستی و نادرستی عبارات را در حالت کلی مشخص می‌کند.

	اندازهٔ زاویه را حفظ می‌کند.	شیب خط را حفظ می‌کند.	جهت شکل را حفظ می‌کند.	مساحت شکل را حفظ می‌کند.
بازتاب	✓	×	×	✓
انتقال	✓	✓	✓	✓
دوران	✓	×	✓	✓

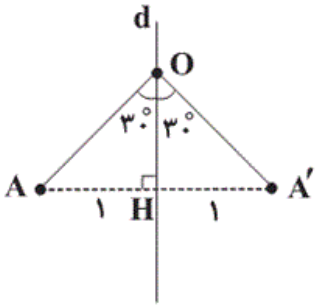
بازتاب، انتقال و دوران تبدیلات طولپا هستند و همواره اندازهٔ زاویه و مساحت را حفظ می‌کنند. تبدیل بازتاب در حالت کلی شیب خطوط را حفظ نمی‌کند، مگر در حالتی که خط مذکور، عمود یا موازی با محور بازتاب باشد.

(هندسه ۲- صفحه‌های ۳۴ تا ۴۵)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۸۲- *(امیرحسین ابومحبوب)*

اگر A' دوران یافتهٔ نقطهٔ A در دوران به مرکز O باشد، آن‌گاه نقطهٔ O روی عمودمنصف AA' قرار دارد. (زیرا $OA = OA'$ است.) از طرفی خط d عمودمنصف AA' است، (چون A' بازتاب یافتهٔ A نسبت به خط d می‌باشد.) پس O روی خط d قرار دارد، حال با توجه به شکل داریم:



$$\begin{cases} A\hat{O}H = ۳۰^\circ \\ A\hat{H}O = ۹۰^\circ \end{cases} \Rightarrow AH = \frac{OA}{۲} = ۱$$

$$\Rightarrow OA = ۲ \xrightarrow{\text{طولپایی بازتاب}} OA' = ۲$$

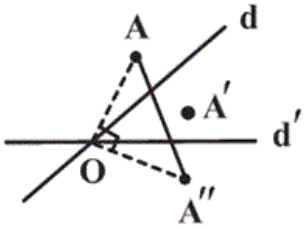
(هندسه ۲- صفحه‌های ۳۷ تا ۴۵)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۸۳ (سیدعادل حسینی)

ترکیب دو بازتاب با محورهای متقاطع، معادل تبدیل دوران با زاویه‌ای به اندازهٔ دو برابر زاویهٔ بین دو محور و به مرکز محل برخورد دو محور است.



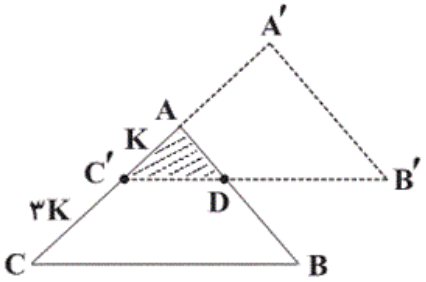
لذا در مثلث قائم‌الزاویهٔ AOA'' داریم:

$$AA''^{۲} = AO^{۲} + A''O^{۲} = ۴ + ۴ \Rightarrow AA'' = ۲\sqrt{۲}$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۳۷ تا ۴۵)

۱ ۲ ۳✓ ۴

-۸۴ (فرشاد فرامرزی)



انتقال یک تبدیل طولپاست و اندازهٔ مساحت اشکال را حفظ می‌کند، پس مساحت دو مثلث ABC و $A'B'C'$ برابر است. مطابق شکل، ناحیهٔ مشترک بین دو مثلث ABC و $A'B'C'$، مثلث $AC'D$ است. پس در حقیقت کافیست، نسبت مساحت مثلث $AC'D$ به مساحت مثلث ABC را به دست آوریم.

از طرفی می‌دانیم، انتقال شیب خطوط را نیز حفظ می‌کند، پس $BC \parallel B'C'$ و در نتیجه دو مثلث $AC'D$ و ABC متشابه هستند. نسبت مساحت این دو مثلث برابر مجذور نسبت تشابه است، بنابراین داریم:

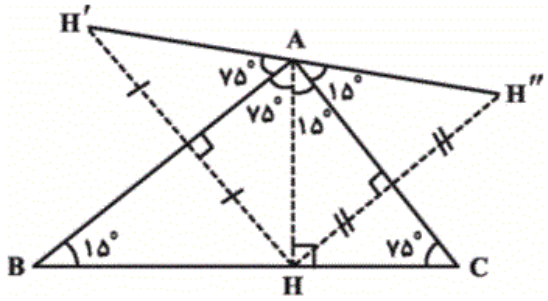
$$\frac{S_{AC'D}}{S_{ABC}} = (\frac{AC'}{AC})^{۲} = (\frac{K}{۴K})^{۲} = \frac{۱}{۱۶}$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۸۵- *(نرگس کارگر)*



شکل مساله را رسم می‌کنیم و مطابق شکل زوایا را به دست می‌آوریم، در نقطهٔ A داریم:

$$\hat{A} = ۱۵^\circ + ۱۵^\circ + ۷۵^\circ + ۷۵^\circ = ۱۸۰^\circ$$

پس نقاط A، H' و H'' روی یک خط قرار دارند. از آنجا که مثلث‌های HAH'' و HAH' متساوی‌الساقین هستند، پس $AH' = AH'' = AH$ و در نتیجه $H'H'' = AH' + AH'' = ۲AH$ است.

از طرفی مثلث ABC قائم‌الزاویه است و یک زاویهٔ ۱۵ درجه دارد، پس ارتفاع وارد بر وتر، $\frac{۱}{۴}$ آن است. در نتیجه:

$$AH = \frac{BC}{۴} = \frac{۸}{۴} = ۲ \Rightarrow H'H'' = ۲AH = ۴$$

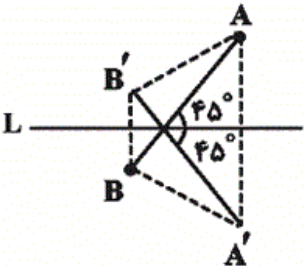
(هندسه ۲- صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۸۶- *(امیرحسین ابومحبوب)*

با رسم شکل مربوطه داریم:



می‌دانیم که مساحت هر چهارضلعی که قطرهای آن بر هم عمود باشند، برابر با نصف حاصل‌ضرب طول دو قطر است.

از طرفی بازتاب یک تبدیل طولپا است، پس $AB = A'B'$. بنابراین:

$$S_{AA'BB'} = \frac{۱}{۲} AB \times A'B' = \frac{۱}{۲} \times ۴ \times ۴ = ۸$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۳۶ تا ۴۰)

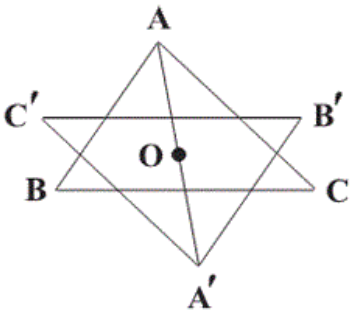
۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۸۷- *(محمد خندان)*

محل همرسی عمودمنصف‌های هر مثلث، مرکز دایرهٔ محیطی آن است و با توجه به این که دوران طولپاست، پس O محل همرسی عمودمنصف‌های مثلث $A'B'C'$ نیز خواهد بود و در نتیجه:

$$AO = A'O = ۵$$

از طرفی دوران ۱۸۰ درجه شیب را حفظ می‌کند، پس AO و $A'O$ در یک امتدادند و در نتیجه:



$$AA' = AO + A'O = ۱۰$$

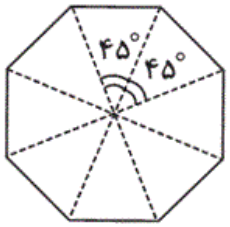
(هندسه ۲- صفحه‌های ۴۲ تا ۴۵)

۱ ۲ ۳ ۴ ✓

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

-۸۸ (محمد فندان)

در هشت‌ضلعی منتظم زاویه‌ای که دو رأس را به مرکز دایـرهٔ محیطـی آن وصل می‌کند، مضـرب صـحیحی از $\frac{۳۶۰^\circ}{۸} = ۴۵^\circ$ اسـت و هـر دوران کـه مضرب صحیح ۴۵ درجه باشد، ایـن هشـت‌ضـلعی را بـر خـودش منطبـق می‌کند. بنابراین کوچک‌ترین زاویهٔ دوران ممکن ۴۵ درجه است.



۱ ۲✓ ۳ ۴

-۸۹ (محمد فندان)

با استفاده از فیثاغورس داریم:

$$BC^۲ = AB^۲ + AC^۲ = ۳/۶^۲ + ۴/۸^۲ = (۱/۲)^۲ \times ۳^۲ + (۱/۲)^۲ \times ۴^۲$$

$$= (۱/۲)^۲(۳^۲ + ۴^۲) = ۱/۲^۲ \times ۵^۲ = ۶^۲ \Rightarrow BC = ۶$$

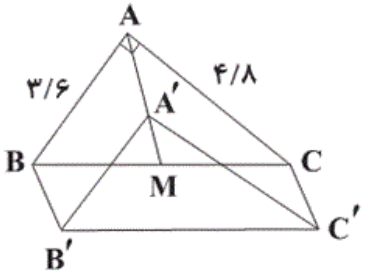
در مثلث قائم‌الزاویه، میانهٔ وارد بر وتر نصف وتر است، پس:

$$AM = \frac{BC}{۲} = ۳$$

در هر مثلث میانه‌ها یکدیگر را به نسبت ۲ به ۱ قطع می‌کنند، پس:

$$\frac{AA'}{A'M} = \frac{۲}{۱} \Rightarrow AA' = \frac{۲}{۳}AM = ۲$$

از طرفی انتقال تبدیل طولپاست، پس:



$$BB' = AA' = ۲$$

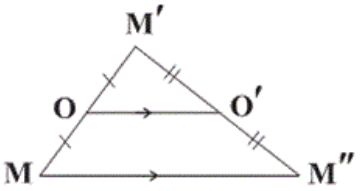
(هندسه ۲- صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۰- (فرشاد فرامرزی)

مطابق شکل M' تصویر M و M'' تصویر M' است. در مثلث $MM'M''$، OO' اوساط دو ضلع MM' و $M'M''$ را به هم وصل می‌کند، لذا OO' موازی MM'' و نصف آن است. پس می‌توان نوشت:



$$\overrightarrow{MM''} = 2\overrightarrow{OO'}$$

یعنی M'' تصویر M در انتقال با بردار $2\overrightarrow{OO'}$ می‌باشد.

دقت داشته باشید در صورتی که نقطهٔ O'، روی MM' واقع باشد نیز به نتیجهٔ فوق دست می‌یابیم.

(هندسه ۲- صفحه‌های ۴۰ تا ۴۵)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

$$y = x^2 - 6x = (x^2 - 6x + 9) - 9 = (x-3)^2 - 9$$

حال با توجه به دامنهٔ تابع، برد آن را می‌یابیم که دامنهٔ تابع وارون است.

$$x > 4 \Rightarrow x - 3 > 1 \Rightarrow (x-3)^2 > 1^2$$

$$\Rightarrow (x-3)^2 - 9 > -8 \Rightarrow y > -8$$

$$\Rightarrow \text{دامنهٔ تابع وارون} : (-8, +\infty)$$

حال x را برحسب y به دست می‌آوریم:

$$y = (x-3)^2 - 9 \Rightarrow y + 9 = (x-3)^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{y+9} = \sqrt{(x-3)^2} \Rightarrow \sqrt{y+9} = |x-3|$$

از آنجا که دامنهٔ تابع $x > 4$ است، پس $x - 3 > 1$، یعنی با شرط $x > 4$، عبارت $x - 3$ مثبت است و بنابراین قدر مطلقش با خودش برابر است، پس:

$$\sqrt{y+9} = x - 3 \Rightarrow x = 3 + \sqrt{y+9}$$

با عوض کردن جای x و y، ضابطهٔ تابع وارون به دست می‌آید:

$$y = 3 + \sqrt{x+9} \; ; \; x > -8$$

راه حل دوم:

$$y = x^2 - 6x; \; x > 4 \xrightarrow{x=5} y = 5^2 - 30 = -5$$

از آنجا که $(5, -5) \in f$، پس $(-5, 5) \in f^{-1}$، در نتیجه گزینه‌های (۲) و (۴) رد می‌شوند زیرا عدد (-5) در شرط $x > 4$ قرار ندارد. از بین گزینه‌های (۱) و (۳) گزینه‌ای درست است که با جایگذاری $x = -5$ در آن، حاصل ۵ شود که گزینهٔ (۱) اینگونه است.

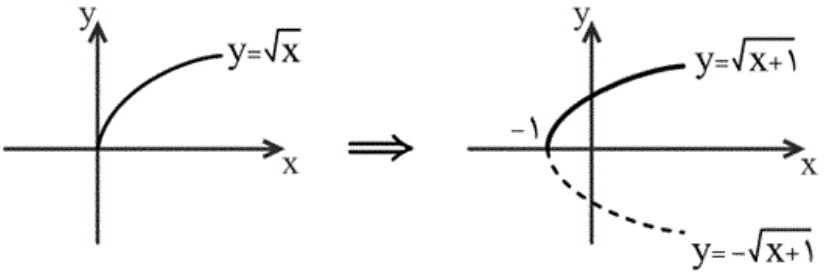
(حسابان ۱- تابع- صفحه‌های ۵۷ تا ۶۲)

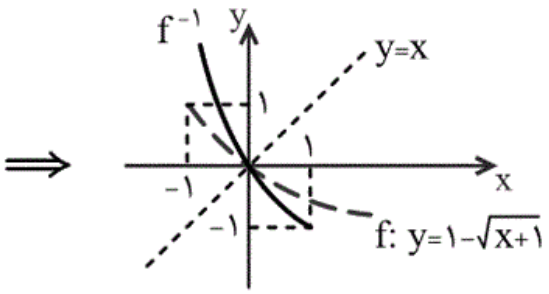
۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۷۳ *(کتاب آبی)*

راه حل اول: با استفاده از نمـودار $y=\sqrt{x}$، نمـودار $y=۱-\sqrt{x+۱}$ را رسم کرده و نسبت به نیمساز ربع اول و سوم قرینه می‌کنیم:





۱ ۲ ۳ ۴✓

-۷۴ *(کتاب آبی)*

ابتدا تابع $f^{-۱}$ را با تعویض جای مؤلفه‌های زوج مرتب‌های f می‌سازیم:

$$f=\{(۱,۲),(۲,۳),(۳,۴)\}\Rightarrow D_f=\{۱,۲,۳\}$$

$$f^{-۱}=\{(۲,۱),(۳,۲),(۴,۳)\}\Rightarrow D_{f^{-۱}}=\{۲,۳,۴\}$$

دامنهٔ تابع $f+f^{-۱}$، اشتراک مجموعهٔ دامنه‌های f و $f^{-۱}$ است، بنـابراین مجموعهٔ $\{۲,۳\}$ دامنهٔ $f+f^{-۱}$ خواهد بود، در نتیجه داریم:

$$f+f^{-۱}=\{(۲,۳+۱),(۳,۴+۲)\}=\{(۲,۴),(۳,۶)\}$$

بنابراین برد تابع $f+f^{-۱}$، مجموعهٔ $\{۴,۶\}$ خواهد بود.

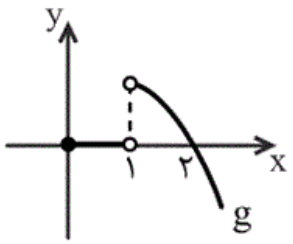
(حسابان ۱- تابع- صفحه‌های ۵۷ تا ۶۶)

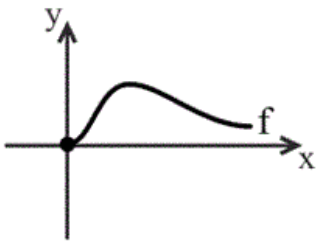
۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۷۱ (کتاب آبی)

با توجه به نمودارهای دو تابع، ابتدا دامنهٔ هر یک را به دست می‌آوریم.





$$D_g = [0, +\infty) - \{1\} \qquad D_f = [0, +\infty)$$

و از آنجا که در تابع $\frac{f}{g}$ مقادیر $g(x)$ در مخرج کسر قرار می‌گیرند، مقادیری از x که به ازای آن‌ها $g(x) = 0$ است قابل قبول نیستند. با توجه به نمودار تابع g، در تمام بازهٔ $[0, 1)$ و در $x = 2$، داریم $g(x) = 0$، پس:

$$D_{\frac{f}{g}} = (D_f \cap D_g) - \{x \mid g(x) = 0\}$$

$$= ([0, +\infty) - \{1\}) - ([0, 1) \cup \{2\}) = (1, +\infty) - \{2\}$$

(حسابان ۱- تابع- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

۱ ۲ ۳ ۴✓

$$\Rightarrow \text{معادله}: \frac{1}{t} = t + \frac{8}{3} \xrightarrow{\times 3t} 3 = 3t^2 + 8t$$

$$\Rightarrow 3t^2 + 8t - 3 = 0 \Rightarrow (3t - 1)(t + 3) = 0$$

$$\xrightarrow{t>0} t = \frac{1}{3} \xrightarrow{t=3^x} 3^x = \frac{1}{3} = 3^{-1} \Rightarrow x = -1$$

$$\xrightarrow{y=3^x+\frac{8}{3}} y = 3^{-1} + \frac{8}{3} = \frac{1}{3} + \frac{8}{3} = \frac{9}{3} = 3$$

فاصلهٔ نقطه $A(-1, 3)$ از نقطهٔ $B(-1, 1)$ برابر است با:

$$AB = \sqrt{(-1-(-1))^2 + (3-1)^2} = 2$$

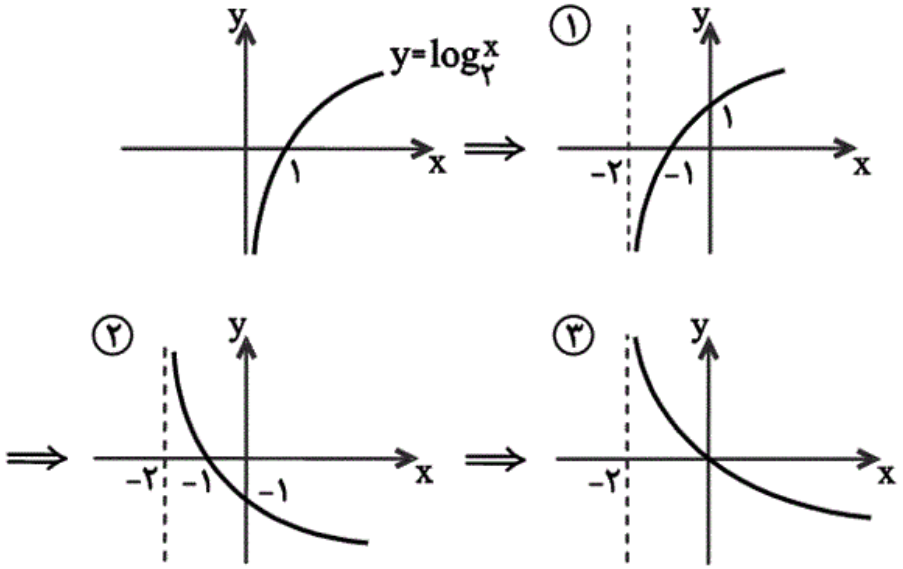
(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۷۲ تا ۷۹)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۸۰ *(کتاب آبی)*

برای رسم نمودار تابع $y = ۱ - \log_{۲}^{(x+۲)}$، از نمودار تابع $y = \log_{۲}^{x}$ استفاده می‌کنیم، ابتدا آن را ۲ واحد به چپ انتقال می‌دهیم تا نمودار تابع $y = \log_{۲}^{(x+۲)}$ را بیابیم (شکل ۱) و سپس نمودار حاصل را نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم تا نمودار $y = -\log_{۲}^{(x+۲)}$ بدست آید (شکل ۲) و در نهایت ۱ واحد به بالا انتقال می‌دهیم (شکل ۳).



(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۸۰ تا ۸۵)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

-۷۶ *(کتاب آبی)*

از آنجا که $n\log a = \log a^{n}$، پس:

$$۲\log(۱+\sqrt{۵}) = \log(۱+\sqrt{۵})^{۲} = \log(۱+۵+۲\sqrt{۵})$$
$$= \log(۶+۲\sqrt{۵}) \quad (۱)$$

حال طبق قانون $\log_{c}^{a} + \log_{c}^{b} = \log_{c}^{a\times b}$ داریم:

$$\log(۶-۲\sqrt{۵}) + ۲\log(۱+\sqrt{۵})$$
$$\overset{(۱)}{=\!=} \log(۶-۲\sqrt{۵}) + \log(۶+۲\sqrt{۵})$$
$$= \log((۶-۲\sqrt{۵})\times(۶+۲\sqrt{۵}))$$
$$= \log(۳۶-۲۰) = \log۱۶ = \log۲^{۴} = ۴\log۲ = ۴k$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۷۷- *(کتاب آبی)*

دامنهٔ تابع f از حل نامعادلهٔ $\frac{۱}{x} > ۰$ حاصل می‌شود، پس:

$$D_f : x > ۰$$

دامنهٔ تابع g نیز $x > ۰$ است، پس دامنه‌های دو تابع یکسان است.

هم‌چنین:

$$\begin{cases} f(x) = \log_{۲}^{\frac{۱}{x}} = \log_{۲}^{x^{-۱}} = -\log_{۲}^{x} \\ g(x) = \log_{\frac{۱}{۲}}^{x} = \log_{۲^{-۱}}^{x} = -\log_{۲}^{x} \end{cases}$$

از آنجا که دامنه‌ها و ضابطه‌های دو تابع f و g یکسان است، می‌توان گفت که تابع f با تابع g مساوی است، بنابراین نمودارهای آن‌ها برهم منطبقند.

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۸۰ تا ۹۰)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۷۸- *(کتاب آبی)*

$$\log y = ۲\log ۳ + \log x \Rightarrow \log y = \log(۳^{۲}x)$$

$$\Rightarrow y = ۳^{۲}x \Rightarrow y = ۹x \quad (*)$$

$$۲^{x-۷} \times ۴^{x+y} = ۲^{x-۷} \times (۲^{۲})^{x+y} = ۲^{۰}$$

$$\Rightarrow (x-۷) + ۲(x+y) = ۰ \Rightarrow ۳x + ۲y = ۷ \quad (**)$$

$$(*)\ ,\ (**) \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} x = \frac{۱}{۳}\ ,\ y = ۳$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۷۲ تا ۷۹ و ۸۶ تا ۹۰)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۷۹- *(کتاب آبی)*

$$\log E_1 = 11/8 + 1/5M$$

با افزایش یک ریشتری، M به $M+1$ تبدیل می‌شود، پس:

$$\log E_2 = 11/8 + 1/5(M+1)$$

$$\Rightarrow \log E_2 = \underbrace{11/8 + 1/5M}_{\log E_1} + 1/5$$

$$\Rightarrow \log E_2 - \log E_1 = 1/5 \Rightarrow \log \frac{E_2}{E_1} = 1/5$$

$$\Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = 10^{1/5} = 10^{\frac{3}{2}} = \sqrt{10^3} = \sqrt{1000}$$

از آنجایی که $\sqrt{1000} \simeq 32$، پس انرژی آزاد شده تقریباً ۳۲ برابر می‌شود.

توجه: $31^2 < 1000 < 32^2$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۹۶- *(مجید محمدی‌نویسی)*

P (سومی آبی و دومی قرمز و اولی سبز)

= P (اولی سبز و دومی قرمز | سومی آبی) P (اولی سبز | دومی قرمز) P (اولی سبز)

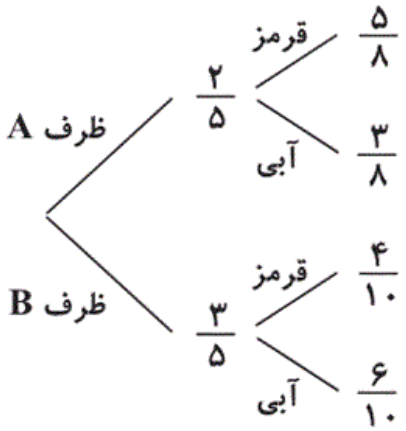
$$= \frac{2}{10} \times \frac{5}{9} \times \frac{3}{8} = \frac{1}{24}$$

(آمار و احتمال- صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۷- (سامان اسپهرم)

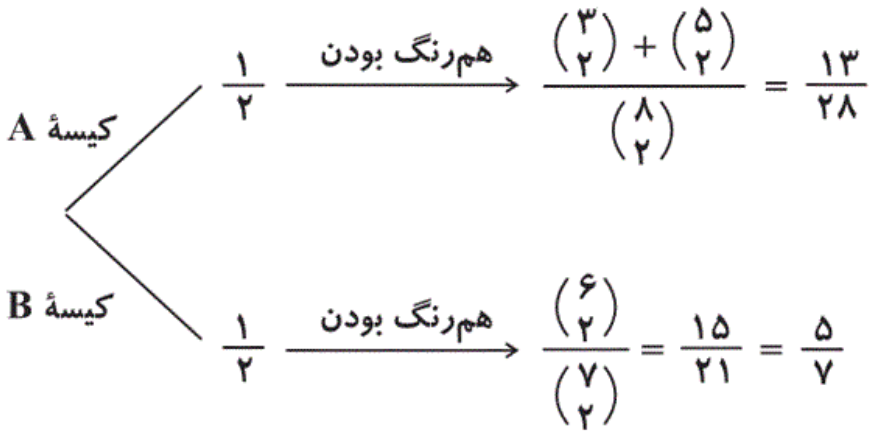


$$P(\text{قرمز}) = \frac{۲}{۵} \times \frac{۵}{۸} + \frac{۳}{۵} \times \frac{۴}{۱۰} = \frac{۴۹}{۱۰۰} = ۰/۴۹$$

(آمار و احتمال- صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۹۸- (حامد چوقادی)



بنابراین طبق قانون احتمال کل، احتمال هم‌رنگ بودن دو مهرهٔ انتخاب شده برابر است با:

$$\frac{۱}{۲} \times \frac{۱۳}{۲۸} + \frac{۱}{۲} \times \frac{۵}{۷} = \frac{۱۳}{۵۶} + \frac{۵}{۱۴} = \frac{۳۳}{۵۶}$$

(آمار و احتمال- صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

۱ ۲ ۳ ۴ ✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۹–

پیشامدهای انتخاب سبدهای اول و دوم را به‌ترتیب با A و B نشان می‌دهیم. داریم:

$$P(A)=P(B)=\frac{۱}{۲}$$

فرض کنیم R پیشامد انتخاب مهرهٔ قرمز باشد. پس:

$$P(R\mid A)=\frac{۵}{۹}\quad,\quad P(R\mid B)=\frac{۷}{۱۲}$$

با توجه به قانون بیز می‌توان نوشت:

$$P(A\mid R)=\frac{P(A)\times P(R\mid A)}{P(A)\times P(R\mid A)+P(B)\times P(R\mid B)}$$

$$=\frac{\frac{۱}{۲}\times\frac{۵}{۹}}{\frac{۱}{۲}\times\frac{۵}{۹}+\frac{۱}{۲}\times\frac{۷}{۱۲}}=\frac{\frac{۵}{۱۸}}{\frac{۵}{۱۸}+\frac{۷}{۲۴}}=\frac{\frac{۵}{۱۸}}{\frac{۴۱}{۷۲}}=\frac{۲۰}{۴۱}$$

(آمار و احتمال- صفحه‌های ۵۸ تا ۶۴)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۰– *(مجید محمدی‌نویسی)*

با توجه به قانون بیز داریم:

$$P(R \mid \text{رژیمی}) = \frac{P(R)P(\text{رژیمی} \mid R)}{P(\text{رژیمی})}$$

$$= \frac{\frac{۵۰}{۱۰۰} \times \frac{۷۰}{۱۰۰}}{\frac{۳۰}{۱۰۰} \times \frac{۱۰}{۱۰۰} + \frac{۵۰}{۱۰۰} \times \frac{۷۰}{۱۰۰} + \frac{۲۰}{۱۰۰} \times ۱} = \frac{۳۵}{۵۸}$$

(آمار و احتمال- صفحه‌های ۵۸ تا ۶۴)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۱- (ندا صالح‌پور)

A : پیشامد برد علی

B : پیشامد برد کامران

C : پیشامد برد اشکان

اگر $P(C)$ را برابر x درنظر بگیریم، داریم:

$$P(C) = x$$

$$P(B) = ۳P(C) = ۳x$$

$$P(A) = ۲P(B) = ۲(۳x) = ۶x$$

$$P(A) + P(B) + P(C) = ۱ \Rightarrow ۶x + ۳x + x = ۱ \Rightarrow ۱۰x = ۱$$

$$\Rightarrow x = \frac{۱}{۱۰} \Rightarrow P(A) = ۶ \times \frac{۱}{۱۰} = ۰/۶$$

(آمار و احتمال- صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۲- (سهیل حسن‌خان‌پور)

اگر احتمال آمدن عدد ۲ را برابر x در نظر بگیریم، احتمال آمدن بقیهٔ اعداد برابر $۳x$ است. پس داریم:

$$۵(۳x)+x=۱\Rightarrow ۱۶x=۱\Rightarrow x=\frac{۱}{۱۶}$$

اعداد ۱، ۴ و ۶ اعداد غیراول هستند، پس برای آن‌ها داریم:

$$P\ (\text{غیراول بودن})=۳x+۳x+۳x=\frac{۹}{۱۶}$$

(آمار و احتمال- صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

$$\text{ناحیهٔ دوم}: ۳x=\frac{۱}{۱۲}\Rightarrow x=\frac{۱}{۳۶}$$

$$\frac{۱}{۳۶}+\frac{۳}{۳۶}+\frac{۵}{۳۶}+\ldots+\frac{۲n-۱}{۳۶}=۱$$

$$\frac{۱+۳+۵+\ldots+(۲n-۱)}{۳۶}=۱\Rightarrow \frac{n^۲}{۳۶}=۱\Rightarrow n=۶$$

نکته: اعداد ۱، ۳، ۵، ... و $(۲n-۱)$ دنباله‌ای حسابی با قدرنسبت ۲ تشکیل می‌دهند که تعداد جملات آن برابر n است، پس داریم:

$$S_n=\frac{n}{۲}[۲(۱)+(n-۱)\times ۲]=n^۲$$

(آمار و احتمال- مشابه تمرین ۵ صفحهٔ ۵۱)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۴- (ندا صالح‌پور)

اگر پیشامد آن که مجموع دو تاس ۱۰ بیاید را با A و پیشامد آن که یکی از تاس‌ها ۴ بیاید را با B نشان دهیم، داریم:

$$A = \{(۴ , ۶) , (۶ , ۴) , (۵ , ۵)\} \Rightarrow n(A) = ۳$$

$$A \cap B = \{(۴ , ۶) , (۶ , ۴)\} \Rightarrow n(A \cap B) = ۲$$

$$P(B \mid A) = \frac{n(A \cap B)}{n(A)} = \frac{۲}{۳}$$

(آمار و احتمال- صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۹۵- (امیرحسین ابومحبوب)

اگر $P(A \cap B) = x$ فرض شود، داریم:

$$P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow \frac{۳}{۴} = \frac{x}{P(A)} \Rightarrow P(A) = \frac{۴}{۳}x$$

$$\frac{P(A \cap B)}{P(A - B)} = \frac{P(A \cap B)}{P(A) - P(A \cap B)} = \frac{x}{\frac{۴}{۳}x - x} = \frac{x}{\frac{۱}{۳}x} = ۳$$

(آمار و احتمال- صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا