سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درســـنامه ها و جـــزوه های ریاضـــی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)

https://t.me/riazisara

ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)

https://www.instagram.com/riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

ریاضي ۱ - ۱۰ سوال -

۵۱- اگر بزرگ‌ترین بازه‌ای که نامعادلهٔ $(x-۶)(۲x+۵)<۰$ در آن برقرار است، بازهٔ (a,b) باشد، حاصل $b-a$ برابر کدام است؟

۱) $\frac{۷}{۲}$
۲) $\frac{۱۷}{۲}$
۳) $\frac{۳۲}{۵}$
۴) $\frac{۲۸}{۵}$

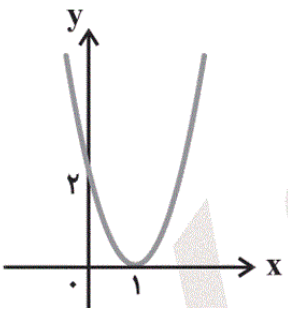
۵۲- به ازای کدام‌یک از مقادیر زیر، عبارت $x^۲-۳x+۲$ مثبت می‌شود؟

۱) $\sqrt{۳}$
۲) $\sqrt{۵}$
۳) $\sqrt{۲}$
۴) $\frac{۳}{۲}$

۵۳- طول یک مستطیل، ۳ سانتی‌متر بیشتر از ۲ برابر عرض آن است. اگر مساحت این مستطیل ۲۰ سانتی‌متر مربع باشد، محیط این مستطیل چند سانتی‌متر است؟

۱) ۱۸
۲) ۲۴
۳) ۲۱
۴) ۲۷

۵۴- اگر منحنی سهمی $y=ax^۲+bx+c$ به شکل مقابل باشد، حاصل abc کدام است؟



۱) ۸
۲) ۱۶
۳) -۱۶
۴) -۸

۵۵- اگر مجموعه جواب نامعادلهٔ $\frac{x^۲+۴x-۲۱}{۳x+۱}\leq ۰$ به‌صورت $(-\infty,a]\cup(b,c]$ باشد، حاصل $a+b-c$ کدام است؟

۱) $-\frac{۱۳}{۳}$
۲) $\frac{۱۳}{۳}$
۳) $-\frac{۳۱}{۳}$
۴) $\frac{۳۱}{۳}$

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۵۶- نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ محور yها را در نقطه‌ای به عرض ۳ و محور xها را در نقاطی به طول ۲− و ۴ قطع کرده است. معادلهٔ سهمی کدام است؟

۱) $y = -\frac{3}{8}x^2 + \frac{3}{4}x + 3$

۲) $y = \frac{3}{8}x^2 - \frac{3}{4}x + 3$

۳) $y = -\frac{3}{8}x^2 - \frac{3}{4}x + 3$

۴) $y = \frac{3}{8}x^2 + \frac{3}{4}x + 3$

۵۷- مجموعه جواب نامعادلهٔ $\frac{(-x^2+x-1)|x+2|}{x^2+2x} > 0$ کدام است؟

۱) $-2 < x < 0$

۲) $x < -2$ یا $x > 0$

۳) $x > -2$

۴) $x < 0$

۵۸- اگر معادلهٔ درجهٔ دوم $bx^2 - 3x + \frac{1}{4} = 0$ ریشهٔ مضاعف داشته باشد، حاصل‌ضرب ریشه‌های معادلهٔ $3x^2 + 2x - \frac{b^2}{2} = 0$ کدام است؟

۱) ۱۳/۵

۲) −۱۳/۵

۳) ۱۵/۵

۴) −۱۵/۵

۵۹- مجموعه جواب نامعادلهٔ $|2x+1| < x - 1$ کدام است؟

۱) $(-2, 0)$

۲) $(1, +\infty)$

۳) $\varnothing$

۴) $(-\infty, 1)$

۶۰- به ازای کدام مجموعه مقادیر m، نمودار سهمی $y = mx^2 - x^2 + m + 2\sqrt{2}x$ از نواحی اول و دوم محورهای مختصات نمی‌گذرد؟

۱) $m < 1$

۲) $m \geq 2$

۳) $m \leq -1$

۴) $m \geq 2$ یا $m \leq -1$

هندسه ۱ ، تشابه مثلث ها - ۳ سوال -

www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا

۷۸- در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC $(\hat{A}=۹۰^\circ)$، $AB=۲$ و $AC=۳$ است. اگر AH ارتفاع وارد بر وتر در این مثلث باشد، آنگاه حاصل $\frac{BH}{CH}$ کدام است؟

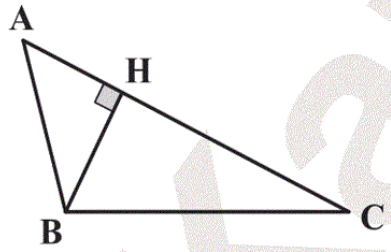
۱) $\frac{۲}{۳}$

۲) $\frac{۳}{۲}$

۳) $\frac{۴}{۹}$

۴) $\frac{۹}{۴}$

۷۹- در شکل زیر، $\hat{A}=۴۵^\circ$، ارتفاع $BH=۳$ و مساحت مثلث ABC، برابر $\frac{۹}{۲}(۱+\sqrt{۳})$ است. طول ضلع BC کدام است؟



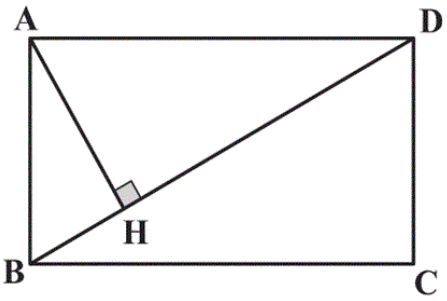
۱) ۳

۲) ۶

۳) ۹

۴) ۱۰

۸۰- اگر در مستطیل شکل زیر، $AB=۳\sqrt{۳}$ و $HD=۶$ باشند، طول AH کدام است؟



۱) $\frac{۳\sqrt{۶}}{۲}$

۲) $۳\sqrt{۲}$

۳) $\frac{۹}{۲}$

۴) $۲\sqrt{۳}$

هندسه ۱ ، کاربردهایی از قضیه ی تالس و تشابه مثلث ها - ۳ سوال -

۷۵- مجموع نسبت ارتفاع‌ها و سه برابر نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه برابر ۱۴ است. اگر محیط مثلث بزرگ‌تر برابر ۶۰ باشد، محیط مثلث کوچک‌تر کدام است؟

۱) ۴۵

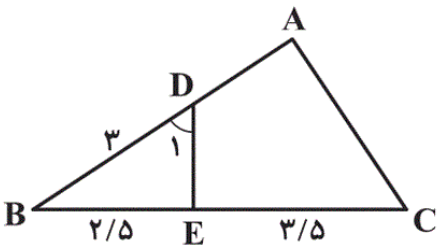
۲) ۳۰

۳) ۲۰

۴) ۱۵

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۷۶- در شکل زیر، اگر $\hat{C} = \hat{D}_1$ باشد، مساحت چهارضلعی ACED چند برابر مساحت مثلث ABC است؟



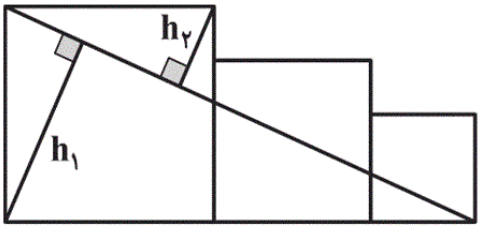
۱) $\frac{۳}{۴}$

۲) $\frac{۲}{۳}$

۳) $\frac{۱}{۲}$

۴) $\frac{۴}{۵}$

۷۷- در شکل زیر، سه مربع به اضلاع ۲، ۳ و ۴، کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند. نسبت h_1 به h_2 کدام است؟



۱) ۲

۲) ۲/۲۵

۳) ۲/۵

۴) ۳

هندسه ۱، چندضلعي ها و ويژگي هايي از آن ها - ۴ سوال -

۷۱- از هر ۴ رأس متوالی در یک ده‌ضلعی محدب، در مجموع چند قطر متمایز می‌گذرد؟

۱) ۲۵

۲) ۲۶

۳) ۲۷

۴) ۲۸

۷۲- کدام مورد زیر در تعریف چندضلعی لزوماً وجود ندارد؟

۱) چندضلعی شکلی است شامل n $(n \geq ۳)$ پاره‌خط متوالی.

۲) هر پاره‌خط در چندضلعی، دقیقاً دو پاره‌خط دیگر را در نقاط انتهایی خودش قطع می‌کند.

۳) هر دو پاره‌خط در چندضلعی که در یک انتها مشترک‌اند، روی یک خط نیستند.

۴) با در نظر گرفتن خط شامل هر ضلع در چندضلعی، بقیهٔ نقاط چندضلعی در یک طرف آن خط واقع می‌شوند.

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۷۳- چه تعداد از موارد زیر همواره صحیح است؟

الف) متوازی‌الاضلاع، چهارضلعی‌ای است که دو ضلع مقابل آن هم‌اندازه و موازی هستند.

ب) متوازی‌الاضلاعی که دو قطر برابر داشته باشد، مربع است.

پ) متوازی‌الاضلاعی که قطرهای آن بر هم عمود باشند، لوزی است.

ت) لوزی‌ای که قطرهای آن با هم برابر باشند مربع است.

۱) ۱ ۲) ۲

۳) ۳ ۴) ۴

۷۴- در متوازی‌الاضلاع $ABCD$ $(AB = ۲BC)$، از نقطهٔ M وسط ضلع AB به دو رأس C و D وصل می‌کنیم. اندازهٔ زاویهٔ CMD کدام است؟

۱) ۱۰۵° ۲) ۱۲۰°

۳) ۷۵° ۴) ۹۰°

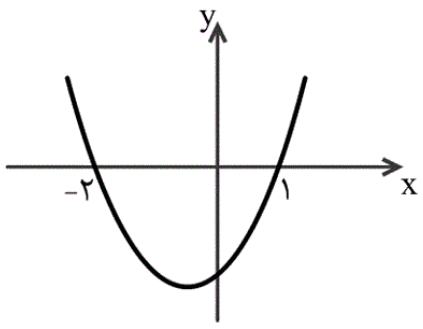
ریاضی ۱ - گواه - ۱۰ سوال

۶۱- اگر در معادلهٔ درجهٔ دوم $ax^۲ - ۱۲x + ۹ = ۰$ تفاضل دو ریشه برابر صفر باشد، کدام‌یک از گزینه‌های زیر ریشهٔ این معادله است؟

۱) $-\frac{۳}{۴}$ ۲) $\frac{۳}{۴}$

۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) ۳

۶۲- معادلهٔ سهمی شکل زیر، به کدام صورت می‌تواند باشد؟



۱) $y = ۲x^۲ - ۲x - ۴$

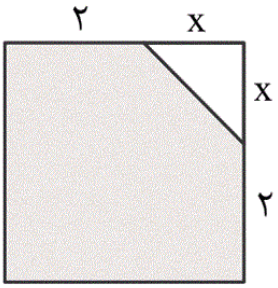
۲) $y = ۲x^۲ + ۲x - ۴$

۳) $y = -۲x^۲ + ۲x - ۴$

۴) $y = -۲x^۲ + ۴x - ۴$

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۶۳- در مربع زیر، مساحت سطح رنگی، ۲۸ واحد مربع است. x چند واحد است؟



۱) ۴

۲) ۳

۳) ۲

۴) ۱

۶۴- به ازای کدام مقادیر a، معادلهٔ درجه دوم $2x^2+ax+a-\frac{3}{2}=0$ دارای دو ریشهٔ حقیقی متمایز است؟

۱) $a>6$ یا $a<2$

۲) $a>4$ یا $a<3$

۳) $2<a<6$

۴) $3<a<4$

۶۵- مجموعهٔ جواب‌های حقیقی نامعادلهٔ $x^3-3x^2+3x-1>\frac{3}{2}x(x-1)^2$، کدام است؟

۱) $\{x: x>-3\}$

۲) $\{x: x<-1\}$

۳) $\{x: x<-2\}$

۴) $\{x:-3<x<-1\}$

۶۶- اگر سهمی به معادلهٔ $y=(a-1)x^2+x+3$ نسبت به خط $x=2$ متقارن باشد، این منحنی محور xها را با کدام طول مثبت قطع می‌کند؟

۱) ۲

۲) ۳

۳) ۴

۴) ۶

۶۷- مجموعهٔ جواب نامعادلهٔ $\frac{|1-x|}{x^2+3}<0$، کدام است؟

۱) $\mathbb{R}$

۲) $x\geq 1$

۳) $\varnothing$

۴) $x\leq 1$

۶۸- در معادلهٔ $x^2-(3a+2)x+2a-1=0$، اگر یکی از ریشه‌ها ۱ باشد، a کدام است؟

۱) ۱

۲) -1

۳) ۲

۴) -2

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۶۹- حدود a کدام باشد تا نمودار سهمی $y = ۲x^۲ - ax + ۲$ همواره بالای خط $y = x + ۱$ قرار گیرد؟

۱) $-۲\sqrt{۲} < a < ۲\sqrt{۲}$

۲) $-۲\sqrt{۲} - ۱ < a < ۲\sqrt{۲} - ۱$

۳) $-۱ < a < ۱$

۴) $-\sqrt{۲} - ۱ < a < \sqrt{۲} - ۱$

۷۰- مجموعه جواب نامعادلهٔ $\left|\frac{۲x-۳}{x+۲}\right| \leq ۲$ به‌صورت $[a, +\infty)$ است. a کدام است؟

۱) $-\frac{۱}{۴}$

۲) $-\frac{۱}{۸}$

۳) $\frac{۱}{۲}$

۴) $-\frac{۷}{۸}$

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

-۵۱ (سعید آذرحزین)

x		$-\frac{۵}{۲}$		۶	
$۲x+۵$	$-$	۰	$+$		$+$
$x-۶$	$-$		$-$	۰	$+$
$(۲x+۵)(x-۶)$	$+$	۰	$-$	۰	$+$

$$\Rightarrow (a,b)=(-\frac{۵}{۲},۶) \Rightarrow a=-\frac{۵}{۲} \quad , \quad b=۶$$

$$b-a=۶-(-\frac{۵}{۲})=۶+\frac{۵}{۲}=\frac{۱۷}{۲}$$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۸۳ تا ۸۵)

۱ ۲✓ ۳ ۴

-۵۲ (سعید جعفری کافی‌آبادی)

عبارت را تعیین علامت می‌کنیم:

$$x^۲-۳x+۲=۰ \Rightarrow (x-۱)(x-۲)=۰ \Rightarrow \begin{cases} x=۱ \\ x=۲ \end{cases}$$

x		۱		۲	
$x^۲-۳x+۲$	$+$	۰	$-$	۰	$+$

عبارت در بازهٔ $x<۱$ و $x>۲$ مثبت است.

تنها گزینهٔ «۲» در بازهٔ به‌دست آمده قرار می‌گیرد:

$\sqrt{۳} \simeq ۱/۷ \qquad \sqrt{۲} \simeq ۱/۴ \qquad \sqrt{۵} \simeq ۲/۲۳$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۸۳ تا ۸۸)

---

۱ ۲✓ ۳ ۴

-۵۳ *(امین نصراله)*

عرض مستطیل $= x$

طول مستطیل $= y = ۲x + ۳ \Rightarrow$ مساحت مستطیل $= x \times y = x(۲x+۳)$

$= ۲x^۲ + ۳x = ۲۰ \Rightarrow ۲x^۲ + ۳x - ۲۰ = ۰ \Rightarrow \Delta = ۹ + ۱۶۰ = ۱۶۹$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{-۳+۱۳}{۴} = ۲/۵ \\ x = \dfrac{-۳-۱۳}{۴} = -۴ \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

$\Rightarrow x = ۲/۵ \Rightarrow y = ۸ \Rightarrow$ محیط مستطیل $= ۲(۲/۵ + ۸) = ۲۱$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

-۵۴ *(غلامرضا نیازی)*

روش اول:

عرض از مبدأ سهمی $= ۲ \Rightarrow c = ۲$ (۱)

سهمی $\in (۱,۰) \Rightarrow a + b + c = ۰ \Rightarrow a + b = -۲$ (۲)

طول رأس سهمی : $-\dfrac{b}{۲a} = ۱ \Rightarrow b = -۲a$ (۳)

$(۲), (۳) \Rightarrow -a = -۲ \Rightarrow a = ۲ \ , \ b = -۴ \Rightarrow abc = -۱۶$

نکته: هرگاه یک سهمی در نقطه‌ای به طول $x_۰$ بر محور xها مماس باشد، معادلهٔ آن به‌صورت $y = k(x - x_۰)^۲$ می‌باشد.

روش دوم با استفاده از نکتهٔ بالا:

سهمی $\in (۰,۲) \Rightarrow k = ۲$: سهمی $y = k(x-۱)^۲$,

$y = ۲(x-۱)^۲ = ۲x^۲ - ۴x + ۲ \Rightarrow abc = -۱۶$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

x		-۷		$-\frac{۱}{۳}$		۳	
$x^۲+۴x-۲۱$	+	۰	−		−	۰	+
$۳x+۱$	−		−	۰	+		+
$\frac{x^۲+۴x-۲۱}{۳x+۱}$	−	۰	+	تعریف نشده	−	۰	+

مجموعه جواب : $(-\infty,-۷] \cup (-\frac{۱}{۳},۳]$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -۷ \\ b = -\dfrac{۱}{۳} \\ c = ۳ \end{cases} \Rightarrow a + b - c = -\frac{۳۱}{۳}$$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۸۳ تا ۹۱)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۵۶ *(ایمان نخستین)*

$x=-۲$ و $x=۴$ ریشه‌های معادلهٔ درجهٔ دوم هستند.

$$ax^۲+bx+c=a(x+۲)(x-۴)$$

عرض از مبدأ منحنی ۳ است؛ یعنی به ازای $x=۰$ مقدار عرض منحنی ۳ می‌شود.

$$\Rightarrow a(۰+۲)(۰-۴)=۳ \Rightarrow -۸a=۳ \Rightarrow a=-\frac{۳}{۸}$$

$$\Rightarrow y=ax^۲+bx+c=-\frac{۳}{۸}(x^۲-۲x-۸)=-\frac{۳}{۸}x^۲+\frac{۳}{۴}x+۳$$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

-۵۷ *(حسن تواجمی)*

$$-x^۲+x-۱=۰ \Rightarrow \Delta=(۱)^۲-۴(-۱)(-۱)=۱-۴=-۳$$

$\Delta<۰, a=-۱<۰ \Rightarrow (-x^۲+x-۱)<۰$ همواره منفی است

$|x+۲|$ به ازای همهٔ مقادیر نامنفی است $\longrightarrow$

$$x^۲+۲x=۰ \Rightarrow x(x+۲)=۰ \Rightarrow \begin{cases} x=۰ \\ x=-۲ \end{cases}$$

x		-۲		۰	
$\lvert x+۲\rvert$	+	۰	+		+
$-x^۲+x-۱$	−		−		−
$x(x+۲)$	+	۰	−	۰	+
عبارت	−		+		−

تعریف نشده تعریف نشده

مجموعه جواب نامعادله به‌صورت $-۲<x<۰$ خواهد بود.

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۸۳ تا ۹۳)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۵۸ *(علی ارجمند)*

ریشهٔ مضاعف $\Rightarrow \Delta = ۰ \Rightarrow ۹ - ۴ \times b \times \frac{۱}{۴} = ۰ \Rightarrow b = ۹$

راه حل اول:

$$b = ۹ \Rightarrow ۳x^۲ + ۲x - \frac{b^۲}{۲} = ۳x^۲ + ۲x - \frac{۸۱}{۲} = ۰$$

$$\Rightarrow \Delta = ۴ + ۴۸۶ = ۴۹۰ \Rightarrow \begin{cases} x_۱ = \frac{-۲ + \sqrt{۴۹۰}}{۶} \\ x_۲ = \frac{-۲ - \sqrt{۴۹۰}}{۶} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_۱ \times x_۲ = \frac{(-۲ + \sqrt{۴۹۰})(-۲ - \sqrt{۴۹۰})}{۳۶} = \frac{۴ - ۴۹۰}{۳۶} = -\frac{۴۸۶}{۳۶} = -۱۳/۵$$

راه حل دوم:

$$\Rightarrow ۳x^۲ + ۲x - \frac{b^۲}{۲} = ۰ \xrightarrow{x_۱ x_۲ = \frac{c}{a}} x_۱ x_۲ = \frac{-b^۲}{۶} = -\frac{۲۷}{۲} = -۱۳/۵$$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۷۰ و ۷۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

-۵۹ *(علیرضا پورقلی)*

در صورتی می‌توانیم دو طرف نامعادله را به توان ۲ برسانیم که دو طرف نامنفی باشند، پس باید: $x - ۱ \geq ۰ \Rightarrow x \geq ۱$ پس با شرط $x \geq ۱$ طرفین را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$|۲x + ۱|^۲ < (x - ۱)^۲ \Rightarrow ۴x^۲ + ۴x + ۱ < x^۲ - ۲x + ۱$$

$$\Rightarrow ۳x^۲ + ۶x < ۰ \Rightarrow ۳x^۲ + ۶x = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۰ \\ x = -۲ \end{cases}$$

x		-۲		۰	
$۳x^۲ + ۶x$	$+$	۰	$-$	۰	$+$

مجموعه جواب: $(-۲, ۰)$

اما این جواب با شرط $x \geq ۱$ هیچ اشتراکی ندارد پس جواب تهی است.

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۸۶ تا ۹۳)

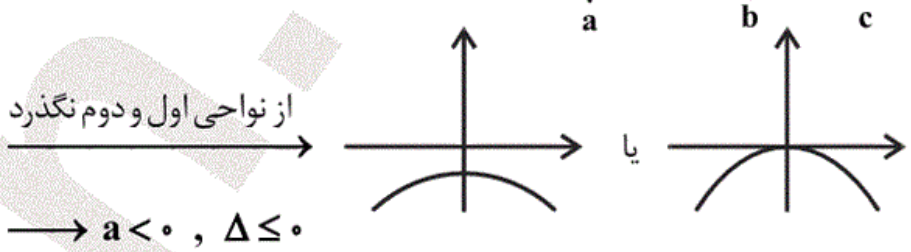
۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۶۰

(ابراهیم نجفی)

$$y = mx^۲ - x^۲ + m + ۲\sqrt{۲}x \rightarrow y = \underbrace{(m-۱)}_{a}x^۲ + \underbrace{۲\sqrt{۲}}_{b}x + \underbrace{m}_{c}$$



$$\rightarrow a < ۰ \ , \ \Delta \leq ۰$$

بنابراین نمودار زیر محور xها یا بر آن مماس است.

$$a < ۰ \Rightarrow m - ۱ < ۰ \Rightarrow m < ۱ \quad (۱) \ , \ \Delta \leq ۰ \Rightarrow (۲\sqrt{۲})^۲ - ۴(m-۱)(m) \leq ۰$$

$$\Rightarrow ۸ - ۴m^۲ + ۴m \leq ۰ \Rightarrow m^۲ - m - ۲ \geq ۰$$

$$\Rightarrow (m+۱)(m-۲) \geq ۰ \Rightarrow$$

m		-۱		۲	
عبارت	$+$	۰	$-$	۰	$+$

$$\Rightarrow m \leq -۱ \quad \text{یا} \quad m \geq ۲ \qquad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱) \cap (۲)} m \leq -۱$$

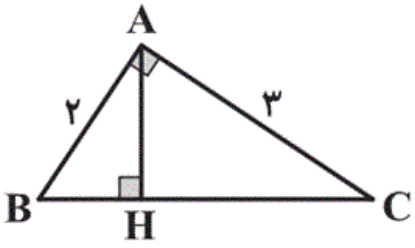
(ریاضی ۱، صفحه‌های ۷۸ تا ۹۱)

۱ ۲ ۳✓ ۴

-۷۸

(امیرحسین ابومحبوب)

طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه داریم:



$$AB^۲ = BH \times BC \ \text{و} \ AC^۲ = CH \times BC$$

با تقسیم طرفین این دو رابطه بر یکدیگر، داریم:

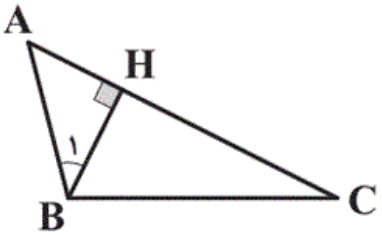
$$\frac{AB^۲}{AC^۲} = \frac{BH \times \cancel{BC}}{CH \times \cancel{BC}} \Rightarrow \frac{۴}{۹} = \frac{BH}{CH}$$

(هندسه ۱، قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

-۷۹ (حسن نصرتی ناهوک)



$$\overset{\triangle}{ABH}: \hat{A} = ۴۵^\circ \text{ و } \hat{H} = ۹۰^\circ \Rightarrow \hat{B}_۱ = ۴۵^\circ$$

$$\Rightarrow AH = BH = ۳$$

$$S_{\overset{\triangle}{ABC}} = \frac{۹}{۲}(۱+\sqrt{۳}) = \frac{۱}{۲}(AC)(BH)$$

$$\Rightarrow \frac{۹}{۲}(۱+\sqrt{۳}) = \frac{۱}{۲}(۳)\,AC \Rightarrow AC = ۳+۳\sqrt{۳}$$

$$\Rightarrow HC = AC - AH = ۳\sqrt{۳}+۳-۳ = ۳\sqrt{۳}$$

$$BC^۲ = BH^۲ + HC^۲ = ۳^۲ + (۳\sqrt{۳})^۲$$

$$\Rightarrow BC^۲ = ۹+۲۷ = ۳۶ \Rightarrow BC = ۶$$

(هندسه ۱، قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۸۰- *(نوید مجیدی)*

طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABD داریم:

$$AB^۲ = BH \times BD \Rightarrow (۳\sqrt{۳})^۲ = BH(BH+۶)$$

$$\Rightarrow BH^۲ + ۶BH - ۲۷ = ۰ \Rightarrow (BH+۹)(BH-۳) = ۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} BH = -۹ & \text{غ ق ق} \\ BH = ۳ \end{cases}$$

همچنین طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABD می‌توان نوشت:

$$AH^۲ = BH \times HD = ۳ \times ۶ = ۱۸ \Rightarrow AH = ۳\sqrt{۲}$$

(هندسه ۱، قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۷۵- *(رضا عباسی اصل)*

در دو مثلث متشابه با نسبت تشابه k، نسبت ارتفاع‌ها همان نسبت تشابه و نسبت مساحت‌ها، مجذور نسبت تشابه است، پس داریم:

$$۳k^۲+k=۱۴ \Rightarrow ۳k^۲+k-۱۴=۰$$

$$\Rightarrow k=\frac{-۱\pm ۱۳}{۲\times ۳} \Rightarrow \begin{cases} k=۲ \\ k=-\frac{۷}{۳} \text{ غیر قابل قبول} \end{cases}$$

اگر محیط مثلث‌های بزرگ و کوچک را به‌ترتیب با $P_۱$ و $P_۲$ نمایش دهیم، داریم:

$$\frac{P_۱}{P_۲}=k \Rightarrow \frac{۶۰}{P_۲}=۲ \Rightarrow P_۲=۳۰$$

(هندسه ۱، قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۴۵ تا ۴۹)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۷۶- *(سعید آذرحزین)*

$$\left.\begin{matrix} \hat{D}_۱=\hat{C} \\ \hat{B}=\hat{B} \end{matrix}\right\} \Rightarrow \overset{\triangle}{ABC} \sim \overset{\triangle}{BDE} \Rightarrow \frac{AC}{DE}=\frac{AB}{BE}=\frac{BC}{BD}=\frac{۶}{۳}=۲$$

هرگاه دو چندضلعی با نسبت k متشابه باشند، نسبت محیط‌های آنها مساوی k و نسبت مساحت‌های آنها مساوی $k^۲$ است، بنابراین داریم:

$$\frac{S_{\overset{\triangle}{ABC}}}{S_{\overset{\triangle}{BDE}}}=۲^۲=۴ \xrightarrow[\text{در مخرج}]{\text{تفضیل نسبت}} \frac{S_{\overset{\triangle}{ABC}}}{S_{\overset{\triangle}{ABC}}-S_{\overset{\triangle}{BDE}}}=\frac{۴}{۴-۱}$$

۱✓ ۲ ۳ ۴

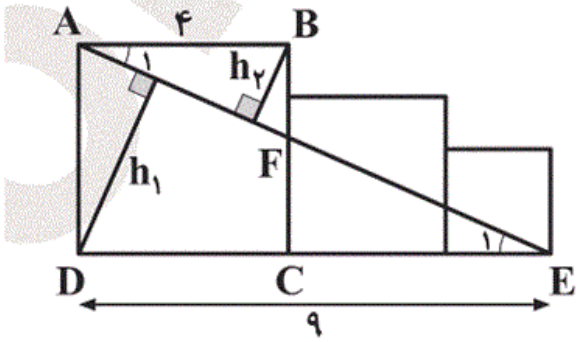
www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۷۷

(شروین سیاح‌نیا)

$$\left.\begin{matrix} AB \parallel DE \text{ مورب و } AE \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{E}_1 \\ \hat{B} = \hat{D} = 90^\circ \end{matrix}\right\} \Rightarrow \overset{\triangle}{ABF} \sim \overset{\triangle}{EDA}$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{DE} = \frac{BF}{AD} = \frac{AF}{AE}$$



می‌دانیم در دو مثلث متشابه، نسبت اجزای فرعی از جمله ارتفاع‌ها برابر نسبت تشابه (نسبت اضلاع متناظر) است، بنابراین داریم:

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{DE}{AB} = \frac{9}{4} = 2/25$$

(هندسه ۱، قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱ و ۴۵ و ۴۶)

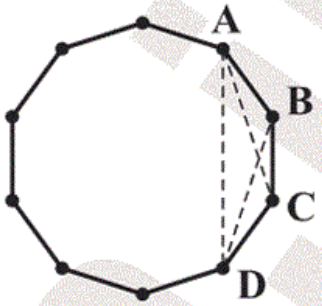
۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

-۷۱ *(حکیمه جعفری)*

از هر رأس یک n ضلعی محدب، $(n-۳)$ قطر می‌گذرد، پس از هر رأس یک ۱۰ ضلعی محدب، ۷ قطر عبور می‌کند.

مطابق شکل، اگر A، B، C و D، ۴ رأس متوالی یک ده‌ضلعی محدب باشند، آنگاه ۳ قطر AD، BD و AC، هر کدام دو بار در میان قطرهای گذرنده از این ۴ رأس محاسبه می‌گردند، پس باید از تعداد کل قطرها کم شوند. بنابراین مجموع تعداد قطرهای گذرنده از این ۴ رأس برابر است با:



$$۴\times۷-۳=۲۵$$

(هندسه ۱، چندضلعی‌ها، صفحهٔ ۵۵)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

-۷۲ *(عاطفه خان‌محمدی)*

گزینه‌های «۱»، «۲» و «۳» دقیقاً مربوط به تعریف چندضلعی هستند ولی گزینهٔ «۴» مربوط به تعریف چندضلعی محدب می‌باشد.

(هندسه ۱، چندضلعی‌ها، صفحه‌های ۵۴ و ۵۵)

۱ ۲ ۳ ۴ ✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۷۳ *(عاطفه خان‌محمدی)*

موارد «الف»، «پ» و «ت» صحیح هستند ولی در مورد «ب»، متوازی‌الاضلاعی که دو قطر برابر داشته باشد، مستطیل خواهد بود.

(هندسه ۱، چندضلعی‌ها، صفحه‌های ۵۶ تا ۶۱)

۱ ۲ ۳✓ ۴

$$\left.\begin{array}{l} AB \parallel DC \text{ مورب و } MD \Rightarrow \hat{M}_1 = \hat{D}_2 \\ \overset{\Delta}{AMD} : AM = AD \Rightarrow \hat{M}_1 = \hat{D}_1 \end{array}\right\} \Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{D}_2 \qquad (1)$$

$$\left.\begin{array}{l} AB \parallel DC \text{ مورب و } MC \Rightarrow \hat{M}_2 = \hat{C}_2 \\ \overset{\Delta}{BMC} : BM = BC \Rightarrow \hat{M}_2 = \hat{C}_1 \end{array}\right\} \Rightarrow \hat{C}_1 = \hat{C}_2 \qquad (2)$$

می‌دانیم در هر متوازی‌الاضلاع، هر دو زاویهٔ مجاور مکمل یکدیگرند، بنابراین داریم:

$$\hat{C} + \hat{D} = 180^\circ \xrightarrow{\div 2} \frac{\hat{C}}{2} + \frac{\hat{D}}{2} = 90^\circ \xrightarrow{(1),(2)}$$

$$\hat{C}_2 + \hat{D}_2 = 90^\circ \xrightarrow{\overset{\Delta}{MDC}} C\hat{M}D = 90^\circ$$

(هندسه ۱، چندضلعی‌ها، صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

۱ ۲ ۳ ۴✓

-۶۱ *(سراسری انسانی خارج از کشور- ۸۶)*

اگر تفاضل دو ریشه صفر باشد، یعنی دو ریشه مساوی‌اند و $\Delta = 0$ است.

$$\Delta = b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow (-12)^2 - 4a(9) = 0 \Rightarrow 144 - 36a = 0$$

$$\Rightarrow 36a = 144 \Rightarrow a = \frac{144}{36} = 4$$

معادله : $4x^2 - 12x + 9 = 0 \Rightarrow x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-12)}{2(4)} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۶۲- *(سراسری انسانی خارج از کشور- ۸۸)*

سهمی رو به بالا باز می‌شود پس باید $a>0$ باشد و گزینه‌های ۳ و ۴ حذف خواهند شد. از طرفی نقطهٔ $(0,1)$ فقط در معادلهٔ گزینهٔ ۲ صدق می‌کند.

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۶۳- *(کتاب آبی- با تغییر)*

مساحت مثلث − مساحت مربع = مساحت سطح هاشورخورده

$$۲۸=(x+۲)^۲-\frac{۱}{۲}x\times x\Rightarrow \frac{x^۲}{۲}+۴x+۴=۲۸\Rightarrow x^۲+۸x+۸=۵۶$$

$$\Rightarrow x^۲+۸x-۴۸=۰\Rightarrow (x+۱۲)(x-۴)=۰\xrightarrow{x>۰} x=۴$$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۱✓ ۲ ۳ ۴

۶۴- *(سراسری تجربی- ۸۱)*

چون در مسئله دو ریشهٔ حقیقی و متمایز ذکر شده، پس شرط $\Delta>0$ بررسی می‌شود. بنابراین: $\Delta=a^۲-(۴)(۲)\left(a-\frac{۳}{۲}\right)>۰\Rightarrow a^۲-۸a+۱۲>۰$

۱✓ ۲ ۳ ۴

۶۵- *(سراسری ریاضی- ۷۴)*

$$x^۳-۳x^۲+۳x-۱>\frac{۳}{۲}x(x-۱)^۲\Rightarrow (x-۱)^۳>\frac{۳}{۲}x(x-۱)^۲$$

$$\Rightarrow \frac{۳}{۲}x(x-۱)^۲-(x-۱)^۳<۰$$

$$\Rightarrow (x-۱)^۲\left(\frac{۳}{۲}x-(x-۱)\right)<۰\Rightarrow P=(x-۱)^۲\left(\frac{۱}{۲}x+۱\right)<۰$$

معادلهٔ $P=۰$ دارای ریشهٔ سادهٔ -۲ و ریشهٔ مضاعف ۱ است، بنابراین در $x=-۲$ تغییر علامت داریم و در $x=۱$ تغییر علامت نداریم، و جدول تعیین علامت به صورت زیر است:

x	$-\infty$		-۲		۱		$+\infty$
P		−	۰	+	۰	+	

پس مجموعه جواب برابر $\{x: x<-۲\}$ است. *(ریاضی ۱، صفحه‌های ۸۶ تا ۹۱)*

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۶۶ *(سراسری تجربی- ۸۳ با تغییر)*

معادلهٔ محور تقارن سهمی $y = ax^۲ + bx + c$ از فرمول $x = -\frac{b}{۲a}$ به‌دست می‌آید.

$$x = -\frac{۱}{۲(a-۱)} = ۲ \Rightarrow a - ۱ = -\frac{۱}{۴} \Rightarrow y = -\frac{۱}{۴}x^۲ + x + ۳$$

در تلاقی با محور xها، $y = ۰$ است، پس: $y = ۰ \Rightarrow -\frac{۱}{۴}x^۲ + x + ۳ = ۰$

$$\Rightarrow x^۲ - ۴x - ۱۲ = ۰ \Rightarrow (x-۶)(x+۲) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۶ \\ x = -۲ \end{cases}$$

پس سهمی در نقطه‌ای به‌طول ۶ محور xها را قطع می‌کند.

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

-۶۷ *(کتاب آبی)*

صورت کسر نامنفی و مخرج کسر همواره مثبت است. بنابراین کل کسر همواره نامنفی بوده و نمی‌تواند منفی شود، پس مجموعه جواب نامعادله، تهی است.

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۸۸ تا ۹۳)

۱ ۲ ۳✓ ۴

-۶۸ *(کتاب سه‌سطحی)*

$x = ۱$ ریشهٔ معادلهٔ $x^۲ - (۳a+۲)x + (۲a-۱) = ۰$ است، پس در معادلهٔ آن صدق می‌کند. بنابراین داریم:

$$۱ - (۳a+۲) + ۲a - ۱ = ۰$$

$$\Rightarrow ۱ - ۳a - ۲ + ۲a - ۱ = ۰ \Rightarrow -a - ۲ = ۰ \Rightarrow a = -۲$$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۱ ۲ ۳ ۴✓

-۶۹ *(کتاب سه‌سطحی)*

نامعادلهٔ مقابل باید برقرار باشد: $۲x^۲ - ax + ۲ > x + ۱ \Rightarrow ۲x^۲ - ax - x + ۱ > ۰$

$$\Rightarrow ۲x^۲ - x(a+۱) + ۱ > ۰$$

دقت کنید که ضریب $x^۲$ **(۲)**، بزرگ‌تر از صفر است. برای این‌که نامعادلهٔ فوق همواره برقرار باشد باید $\Delta < ۰$ باشد: $[-(a+۱)]^۲ - ۴(۲)(۱) < ۰ \Rightarrow (a+۱)^۲ - ۸ < ۰$

$$\Rightarrow (a+۱)^۲ < ۸ \Rightarrow |a+۱| < \sqrt{۸} \xrightarrow{\sqrt{۸} = ۲\sqrt{۲}} -۲\sqrt{۲} < a+۱ < ۲\sqrt{۲}$$

$$\Rightarrow -۲\sqrt{۲} - ۱ < a < ۲\sqrt{۲} - ۱$$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۸۶ تا ۹۳)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۷۰ (کتاب سه‌سطحی)

$$\frac{|۲x-۳|}{|x+۲|} \le ۲ \xrightarrow{x \neq -۲} |۲x-۳| \le ۲|x+۲| \xrightarrow{\text{به توان ۲}}$$

$$(۲x-۳)^۲ \le ۴(x+۲)^۲ \Rightarrow ۴x^۲ + ۹ - ۱۲x \le ۴x^۲ + ۱۶x + ۱۶$$

$$\Rightarrow -۲۸x \le ۷ \Rightarrow x \ge -\frac{۱}{۴} \Rightarrow x \in [-\frac{۱}{۴}, +\infty) \Rightarrow a = -\frac{۱}{۴}$$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۸۸ تا ۹۳)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا