سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)

https://t.me/riazisara

ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)

https://www.instagram.com/riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

رياضي عمومي ، کاربرد مشتق - 10 سوال -

۱۰۱- تعداد نقاط بحرانی تابع با ضابطهٔ $f(x)=|۴x-x^۳|$ روی بازهٔ $[-۲,۲]$ کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۴ ۳) ۳ ۴) ۲

۱۰۲- نقطه‌ای به طول صفر برای تابع $y=x^۲+۲\cos x$ چه نقطه‌ای است؟

۱) ماکزیمم نسبی ۲) مینیمم نسبی ۳) عطف ۴) عادی

۱۰۳- اگر $f(x)=-x^۲+۲x$ و $g(x)=x\sqrt{x}-\frac{۱}{x}$ باشد، بیشترین مقدار تابع $(gof)(x)$ کدام است؟

۱) صفر ۲) $\frac{۳}{۴}$ ۳) $\frac{۵}{۴}$ ۴) $\frac{۳۱}{۴}$

۱۰۴- حدود پارامتر m، برای آن‌که تابع $f(x)=x^۲e^{-mx}$ دارای یک نقطهٔ مینیمم نسبی در بازهٔ $(۱,۲)$ باشد، کدام است؟

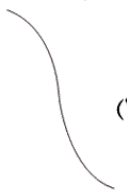
۱) $\frac{۱}{۲}<m<۱$ ۲) $۱<m<۲$

۳) $m<\frac{۱}{۲}$ یا $m>۱$ ۴) هیچ مقدار m

۱۰۵- به ازای کدام محدودهٔ a، تقعر منحنی به معادلهٔ $y=-x^۴+۲ax^۳-۳x^۲$ همواره رو به پایین است؟

۱) $(-۲,۰)$ ۲) $(-۱,۱)$ ۳) $(۰,۲)$ ۴) $(-۱,۲)$

۱۰۶- نمودار تابع $y=x^۴-x^۲-۱$ در حوالی نقطهٔ تلاقی با محور عرض‌ها کدام است؟

۱)  ۲)  ۳)  ۴) 

۱۰۷- اگر $f(x)=\sin ۲x-\cos ۲x$ باشد، حاصل $\lim\limits_{x\to ۰}\frac{f^{(۲)}(x)-f^{(۲)}(۰)}{x}$ کدام است؟ ($f^{(۲)}(x)$، مشتق دوم $f(x)$ است.)

۱) ۱۶ ۲) ۸- ۳) ۸ ۴) ۱۶-

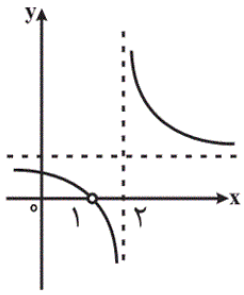
۱۰۸-نقاط عطف منحنی تابع $f(x)=x^{4}-2x^{3}+1$ بر روی کدام خط قرار دارند؟

۱) $x+y=1$ ۲) $2x+y=1$ ۳) $x-y=1$ ۴) $x-2y=1$

۱۰۹-کمترین مقدار تابع $y=2x^{3}-15x^{2}+36x-23$ در بازهٔ $[a,3]$ برابر صفر است. طول پاره‌خط واصل ماکسیمم و مینیمم مطلق این تابع در این بازه کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۵ ۳) $\sqrt{24}$ ۴) $\sqrt{26}$

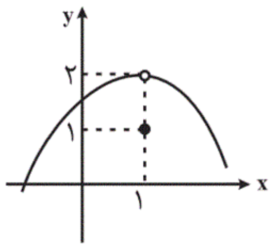
۱۱۰-اگر نمودار $y=\dfrac{x^{2}+ax+1}{x^{2}+bx+c}$ به صورت مقابل باشد، مقدار $a+2b+3c$ کدام است؟



۱) صفر
۲) -1
۳) -2
۴) -3

ریاضي پایه ، حدو پیوستگي - 10 سوال

۱۱۱-با توجه به شکل، حاصل $\lim\limits_{x\to 1^{+}} f([x])$ و $\lim\limits_{x\to 1}[f(x)]$ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



۱) ۲ و ۱
۲) ۱ و ۲
۳) ۱ و ۱
۴) ۲ و ۲

۱۱۲-حاصل $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 2x}{x^{2}+x\sin 2x}$ کدام است؟

۱) -1 ۲) $\dfrac{1}{2}$ ۳) ۱ ۴) $\dfrac{2}{3}$

۱۱۳-حد تابع $f(x)=\dfrac{3x^{2}-2x-1}{\sqrt{x^{2}-2x+1}}$ وقتی $x\to 1$، کدام است؟

۱) ۴ ۲) -۴ ۳) حد ندارد ۴) صفر

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۱۴-به ازای کدام مقدار m، تابع $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sin x-\sqrt{\sin x}}{\cos^{۲} x} & ,x\neq \dfrac{\pi}{۲}\\ m & ,x=\dfrac{\pi}{۲}\end{cases}$ در $x=\dfrac{\pi}{۲}$ پیوسته است؟

۱) $\dfrac{۱}{۲}$ ۲) $\dfrac{۱}{۴}$ ۳) $-\dfrac{۱}{۴}$ ۴) صفر

۱۱۵-مجموع حد چپ و راست کسر $\dfrac{\sqrt{x^{۲}+۳a^{۲}}-۲a}{\sqrt{۵x^{۲}-a^{۲}}-۲a}$ در $x=a$ کدام است؟ $(a>۰)$

۱) ۱ ۲) $۰/۸$ ۳) $۰/۴$ ۴) $۰/۲$

۱۱۶-اگر برای هر مقدار x، رابطهٔ $\left|f(x+۱)-۳\right|\leq (x-۲)^{۲}$ برقرار باشد، آنگاه $\lim\limits_{x\to ۳}\dfrac{f(x)}{f(x)+۱}$ کدام است؟

۱) $\dfrac{۲}{۳}$ ۲) $\dfrac{۳}{۴}$ ۳) $\dfrac{۳}{۲}$ ۴) $\dfrac{۴}{۳}$

۱۱۷-حد چپ تابع $f(x)=\dfrac{\sqrt{۱+\cos x}}{\pi-x}$ در $x=\pi$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) $-\sqrt{۲}$ ۳) $\dfrac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۴) $-\dfrac{\sqrt{۲}}{۲}$

۱۱۸-حاصل $\lim\limits_{x\to ۰^{-}}\tan\dfrac{\pi}{x-۲}$ کدام است؟

۱) -۱ ۲) ۱ ۳) $+\infty$ ۴) $-\infty$

۱۱۹-تابع $f(x)=\begin{cases}\dfrac{۱}{۴x-۸}-\dfrac{۱}{x^{۲}-۴} & ,x>۲\\ a & ,x=۲\\ b-[۲x] & ,x<۲\end{cases}$ در $x=۲$ پیوسته است. مقدار $b-a$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) $\dfrac{۱}{۱۶}$ ۳) $\dfrac{۴۹}{۱۶}$ ۴) $\dfrac{۲۵}{۸}$

۱۲۰-اگر $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{(a-۲)x^{۲}+\sqrt{bx+۳}}{\sqrt{x+۱}}=۴$، آن‌گاه $a.b$ کدام است؟

۱) ۳۰ ۲) ۳۴ ۳) ۳۶ ۴) ۳۲

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۲۵۱- حاصل $\lim\limits_{x\to 1^-}(x+1)\left[\dfrac{1}{x+1}\right]$ کدام است؟ ([ ] ، نماد جزء صحیح است.)

۱) ۱- ۲) صفر ۳) $\dfrac{1}{2}$ ۴) ۱

۲۵۲- حاصل $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{2-\sqrt[3]{x+6}}{\sqrt{x^2-4x+4}}$ کدام است؟

۱) $-\dfrac{1}{6}$ ۲) $-\dfrac{1}{12}$ ۳) $\dfrac{1}{12}$ ۴) $\dfrac{1}{6}$

۲۵۳- در بازه‌ی $[\dfrac{1}{2},\dfrac{3}{2}]$، به جزء در نقطه‌ی $x=1$، داریم $\dfrac{\sin\pi x}{1-x}\le f(x)\le g(x)$ و همچنین $\lim\limits_{x\to 1}(\dfrac{\sin\pi x}{1-x}-g(x))=0$.
حاصل $\lim\limits_{x\to 1}f(x)$ ، برابر کدام است؟

۱) $-\pi$ ۲) صفر ۳) π ۴) $\dfrac{\pi}{2}$

۲۵۴-اگر $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x-4}{2x^2+ax+b}=-\infty$ باشد، $a+b$ کدام است؟

۱) ۳- ۲) ۳ ۳) ۶ ۴) ۱۲

۲۵۵-حد کسر $\dfrac{x^{m+3}+nx+m}{mx^{n-2}-mx+n-1}$ با شرط $n>3$، وقتی $x\to\infty$ برابر ۲- است. $m+n$ کدام است؟

۱) ۳/۵ ۲) ۴ ۳) ۴/۵ ۴) ۵

۲۵۶-حد تابع با ضابطه‌ی $f(x)=\dfrac{Kx^3}{\sin x-\tan x}$ وقتی $x\to 0$ برابر ۴ است. K کدام است؟

۱) $\dfrac{2}{3}$ ۲) $-\dfrac{2}{3}$ ۳) ۲ ۴) ۲-

۲۵۷-حاصل $\lim\limits_{x\to -2}\left(\dfrac{3}{2x^2+5x+2}-\dfrac{4}{x^2-4}\right)$ کدام است؟

۱) $-\dfrac{7}{12}$ ۲) $-\dfrac{5}{12}$ ۳) $\dfrac{5}{12}$ ۴) $\dfrac{7}{12}$

۲۵۸-حاصل $\lim\limits_{x\to 0^+}\tan\dfrac{\pi}{x-2}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۱- ۳) $-\infty$ ۴) $+\infty$

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۲۵۹- تابع با ضابطه‌ی $f(x)=\begin{cases} \dfrac{|x^۲+x-۲|}{x-۱} & ; x\neq ۱ \\ a & ; x=۱ \end{cases}$، به ازای کدام مقدار a در $x=۱$ پیوسته است؟

۱) هر مقدار a ۲) ۳- ۳) ۳ ۴) هیچ مقدار a

۲۶۰- به ازای کدام مقدار a تابع $f(x)=\begin{cases} \dfrac{\sqrt{۱-\sin x}}{۲x-\pi} & , ۰\leq x<\dfrac{\pi}{۲} \\ \dfrac{a}{\pi}x & , \dfrac{\pi}{۲}\leq x<\pi \end{cases}$ در بازه‌ی $[۰,\pi]$ پیوسته است؟

۱) $\dfrac{۱}{۲\sqrt{۲}}$ ۲) $-\dfrac{۱}{۲\sqrt{۲}}$ ۳) $\dfrac{۱}{\sqrt{۲}}$ ۴) $-\dfrac{۱}{\sqrt{۲}}$

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

۱۰۱- گزینهٔ «۳» *(عباس اسدی امیرآبادی)*

$$g(x)=4x-x^3$$

$$\begin{cases} g(x)=0 \Rightarrow 4x-x^3=0 \Rightarrow x(4-x^2)=0 \Rightarrow x=0 \text{ یا } x=2 \text{ یا } x=-2 \\ g'(x)=0 \Rightarrow 4-3x^2=0 \Rightarrow x^2=\frac{4}{3} \Rightarrow x=\pm\frac{2}{\sqrt{3}} \end{cases}$$

نقاط $x=2$ و $x=-2$ نقطهٔ بحرانی نیستند، زیرا جزو نقاط درونی بازه نمی‌باشند؛ پس تابع فقط سه نقطهٔ بحرانی دارد.

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۸۴ تا ۸۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۰۲- گزینهٔ «۲» *(علی‌اصغر شریفی)*

$$f'(x)=-2\sin x+2x \rightarrow f'(0)=0$$

x		0	
f'	− ↘	0	↗ +

$$f''(x)=-2\cos x+2 \rightarrow f''(0)=0$$

x		0	
f''	+	0	+

در نتیجه می‌توان گفت این نقطه، مینیمم نسبی است.

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۸۴ تا ۹۲)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۳– گزینهٔ «۱» *(یغما کلانتریان)*

مشتق تابع $g(x)$ با دامنهٔ $x > ۰$ برابر است با $g'(x) = \frac{۳}{۲}\sqrt{x} + \frac{۱}{x^۲}$ و همواره $g'(x) > ۰$، پس تابع $g(x)$ اکیداً صعودی است و بنابراین برای پیدا کردن ماکسیمم مطلق تابع $(gof)(x)$ کافی است ماکسیمم مطلق تابع $f(x) = -x^۲ + ۲x$ را پیدا کنیم، ماکسیمم تابع $f(x)$ به ازای ریشهٔ مشتق یعنی $x = ۱$ بدست می‌آید.

$$f'(x) = -۲x + ۲ = ۰ \Rightarrow x = ۱$$

$$\max\{(gof)(x)\} = g(f(۱)) = g(۱) = ۰$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۸۷ و ۸۹)

$\boxed{۱}$✓ $\boxed{۲}$ $\boxed{۳}$ $\boxed{۴}$

۱۰۴– گزینهٔ «۴» *(صفیه آملی)*

$$f'(x) = e^{-mx}(۲x - mx^۲) = x(۲ - mx)e^{-mx}$$

$$f'(x) = ۰ \to x = ۰, \frac{۲}{m}$$

چون $۰ \notin (۱,۲)$ لذا،

$$\frac{۲}{m} \in (۱,۲)$$

با توجه به جدول تغییرات تابع f، نقطه‌ای با طول $x = \frac{۲}{m}$ در این حالت نقطهٔ ماکزیمم نسبی برای f است، لذا هیچ مقداری برای m بدست نمی‌آید.

۰		۰		$\frac{۲}{m}$	
f'	$-$	۰	$+$	۰	$-$
f	$\searrow$	min	$\nearrow$	max	$\searrow$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۸۷ تا ۸۹)

$\boxed{۱}$ $\boxed{۲}$ $\boxed{۳}$ $\boxed{۴}$✓

www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۵- گزینهٔ «۲»

(علی رستمی‌مهر)

ابتدا دو بار از تابع، مشتق می‌گیریم:

$$y' = -4x^3 + 6ax^2 - 6x$$

$$y'' = -12x^2 + 12ax - 6 \Rightarrow -2x^2 + 2ax - 1 < 0$$

در تابع درجه دوم $y = ax^2 + bx + c$، اگر $\Delta < 0$ و $a < 0$ آنگاه تابع همواره منفی خواهد بود.

$$\begin{cases} a < 0 & \Rightarrow -2 < 0 \\ \Delta < 0 & \Rightarrow 4a^2 - 4(-2)(-1) < 0 \Rightarrow 4a^2 < 8 \Rightarrow a^2 < 2 \end{cases}$$

$$|a| < \sqrt{2} \Rightarrow -\sqrt{2} < a < \sqrt{2}$$

با توجه به گزینه‌ها جواب صحیح گزینهٔ «۲» می‌باشد.

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۸۹ تا ۹۲)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۰۶- گزینهٔ «۳»

(امیر زراندوز)

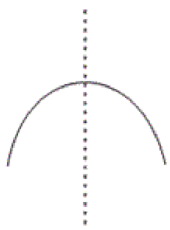
در نقطهٔ تلاقی با محور عرض‌ها، طول نقطه، $x = 0$ است. با مشتق‌گیری داریم:

$y' = 4x^3 - 2x = 2x(2x^2 - 1) \Rightarrow y'(0) = 0 \Rightarrow$ نقطهٔ بحرانی است. $x = 0$

از طرفی با تعیین علامت تابع مشتق در حوالی نقطهٔ $x = 0$ داریم:

x		$-\frac{\sqrt{2}}{2}$		0		$\frac{\sqrt{2}}{2}$	
$2x$	$-$		$-$	0	$+$		$+$
$2x^2-1$	$+$	0	$-$		$-$	0	$+$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

در نتیجه، از آن‌جایی که در این نقطه، علامت مشتق از مثبت به منفی تغییر کرده، لذا این نقطه ماکزیمم نسبی محسوب می‌شود.



(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۸۴ تا ۹۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۰۷– گزینهٔ «۲» *(حمید علیزاده)*

$$f(x)=\sin 2x-\cos 2x$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{f^{(2)}(x)-f^{(2)}(0)}{x}=f^{(3)}(0)$$

حال کافیست از تابع مذکور، سه بار مشتق بگیریم، درنتیجه:

$$f^{(3)}(x)=-2^3\cos 2x-2^3\sin 2x \Rightarrow f^{(3)}(0)=-8(1)-8(0)=-8$$

(ریاضی عمومی، صفحهٔ ۸۹)

۱   ۲ ✓   ۳   ۴

۱۰۸– گزینهٔ «۱» *(صفیه آملی)*

برای بدست آوردن نقاط عطف تابع، معادلهٔ $y''=0$ را حل می‌کنیم.

$$y=x^4-2x^3+1 \Rightarrow y'=4x^3-6x^2 \to y''=12x^2-12x$$

ریشه‌های سادهٔ $y''=0$، نقاط عطف تابع‌اند:

$$y''=0 \Rightarrow 12x(x-1)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \to y=1 \\ x=1 \to y=0 \end{cases}$$

معادلهٔ خطی که از ۲ نقطهٔ $(0,1)$ و $(1,0)$ می‌گذرد، $x+y=1$ است.

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۹۰ تا ۹۲)

۱ ✓   ۲   ۳   ۴

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۹- گزینهٔ «۴» *(علی رستمی‌مهر)*

$$y' = 0 \Rightarrow y' = 6x^2 - 30x + 36 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 5x + 6 = (x-3)(x-2) = 0$$

$x = 2$ و $x = 3$ نقاط بحرانی و $x = a$ نقطهٔ ابتدایی بازه است. مقدار تابع را در این نقاط به دست می‌آوریم.

$f(2) = 2(2)^3 - 15(2)^2 + 36(2) - 23 = 5$ ماکسیمم مطلق

$$f(3) = 2(3)^3 - 15(3)^2 + 36(3) - 23 = 4$$

$f(a) = 2a^3 - 15a^2 + 36a - 23 = (a-1)(2a^2 - 13a + 23) = 0$ مینیمم مطلق

از آنجایی که عبارت $2a^2 - 13a + 23$ ریشه ندارد $(\Delta < 0)$، لذا $a = 1$ طول مینیمم مطلق است.

$A(2,5)$:ماکسیمم مطلق

$B(1,0)$:مینیمم مطلق

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(1-2)^2 + (0-5)^2}$$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{1 + 25} = \sqrt{26}$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۸۴ تا ۸۷)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۱۰- گزینهٔ «۳» *(امیر زراندوز)*

تابع در $x = 2$ مجانب قائم دارد، پس مخرج به ازای $x = 2$ برابر صفر می‌شود:

$$x^2 + bx + c = 0 \xrightarrow{x=2} 4 + 2b + c = 0 \quad (*)$$

$x = 1$ در دامنهٔ تابع قرار ندارد و در $x = 1$ حد تابع برابر صفر است لذا در $x = 1$ هم صورت و هم مخرج هر دو صفر بوده‌اند:

$$\begin{cases} 1 + a + 1 = 0 \Rightarrow a = -2 \\ 1 + b + c = 0 \Rightarrow b + c = -1 \quad (**) \end{cases}$$

با حل دستگاه شامل معادلات (*) و (**) مقادیر b و c بدست می‌آیند:

$$b = -3 , c = 2 \Rightarrow a + 2b + 3c = -2$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۹۲ تا ۹۸)

۱ ۲ ۳✓ ۴

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۱۱- گزینهٔ «۳» (ایمان نفستین)

در بررسی حد تابع f در $x=1$، از مقادیر کمتر از ۲ به ۲ نزدیک می‌شویم، بنابراین:

$$\lim_{x\to 1}[f(x)]=[2^-]=1$$

$$\lim_{x\to 1^+} f([x])=f(1)=1$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۶۷ تا ۷۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۱۲- گزینهٔ «۴» (رضا عباسی‌اصل)

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos 2x}{x^2+x\sin 2x}=\lim_{x\to 0}\frac{2\sin^2 x}{x^2(1+\frac{\sin 2x}{x})}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{2\sin^2 x}{x^2}\times\frac{1}{1+\lim_{x\to 0}2(\frac{\sin 2x}{2x})}=2\times\frac{1}{1+2}=\frac{2}{3}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۷۸ تا ۹۰)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۱۳- گزینهٔ «۳» (احسان حبیبی)

$$\lim_{x\to 1}\frac{3x^2-2x-1}{\sqrt{x^2-2x+1}}=\lim_{x\to 1}\frac{3x^2-2x-1}{|x-1|}$$

$$\begin{cases}\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{3x^2-2x-1}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{(3x+1)(x-1)}{(x-1)}=4\\[2ex]\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{3x^2-2x-1}{-(x-1)}=\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{(3x+1)(x-1)}{-(x-1)}=-4\end{cases}$$

چون حد راست و چپ تابع در $x=1$ باهم برابر نیستند، بنابراین تابع حد ندارد.

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۹۰ تا ۹۴)

۱ ۲ ۳✓ ۴

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۱۴- گزینهٔ «۳»

(مهدی ملارمضانی)

برای پیوستگی در نقطهٔ $x = \frac{\pi}{۲}$ باید داشته باشیم:

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{۲}} f(x) = f(\frac{\pi}{۲})$$

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{۲}} f(x) = \lim_{x\to\frac{\pi}{۲}} \frac{\sin x - \sqrt{\sin x}}{\cos^۲ x} \times \frac{\sin x + \sqrt{\sin x}}{\sin x + \sqrt{\sin x}}$$

$$= \lim_{x\to\frac{\pi}{۲}} \frac{\sin^۲ x - \sin x}{۲\cos^۲ x} = \lim_{x\to\frac{\pi}{۲}} \frac{\sin x(\sin x - ۱)}{۲(۱-\sin^۲ x)}$$

$$= \lim_{x\to\frac{\pi}{۲}} \frac{-(\sin x)\cancel{(۱-\sin x)}}{۲\cancel{(۱-\sin x)}(۱+\sin x)} = -\frac{۱}{۴} \Rightarrow \lim_{x\to\frac{\pi}{۲}} f(x) = -\frac{۱}{۴} = f(\frac{\pi}{۲})$$

$$\Rightarrow m = -\frac{۱}{۴}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۲۱)

۱	۲	۳ ✓	۴

۱۱۵- گزینهٔ «۳»

(یغما کلانتریان)

عبارت کسر مفروض به ازای $x \to a$ به صورت $\frac{|۲a|-۲a}{|۲a|-۲a}$ در می‌آید و روشن است

که حد چپ و حد راست تابع برابر $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$ می‌شود. در نتیجه نیاز به رفع ابهام دارد:

روش اول:

$$\lim_{x\to a} \frac{\sqrt{x^۲+۳a^۲}-۲a}{\sqrt{۵x^۲-a^۲}-۲a} \times \frac{\sqrt{x^۲+۳a^۲}+۲a}{\sqrt{x^۲+۳a^۲}+۲a} \times \frac{\sqrt{۵x^۲-a^۲}+۲a}{\sqrt{۵x^۲-a^۲}+۲a}$$

$$= \lim_{x\to a} \frac{(x^۲+۳a^۲-۴a^۲)\cancel{(۲a+۲a)}}{(۵x^۲-a^۲-۴a^۲)\cancel{(۲a+۲a)}} = \lim_{x\to a} \frac{x^۲-a^۲}{۵x^۲-۵a^۲}$$

$$= \lim_{x\to a} \frac{(x^۲-a^۲)}{۵(x^۲-a^۲)} = \frac{۱}{۵}$$

۱	۲	۳ ✓	۴

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۱۶- گزینهٔ «۲» (ایمان نفستین)

$$-(x-۲)^۲ \le f(x+۱)-۳ \le (x-۲)^۲$$

$$\Rightarrow \underbrace{\lim_{x\to ۲} -(x-۲)^۲}_{\text{صفر}} \le \lim_{x\to ۲} f(x+۱)-۳ \le \underbrace{\lim_{x\to ۲} (x-۲)^۲}_{\text{صفر}}$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to ۲} (f(x+۱)-۳) = ۰ \to \lim_{x\to ۳} f(x) = ۳$$

$$\lim_{x\to ۳} \frac{f(x)}{f(x)+۱} = \frac{۳}{۳+۱} = \frac{۳}{۴}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۸۷ تا ۹۴)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۱۷- گزینهٔ «۳» (محمدمصطفی ابراهیمی)

فرض کنید $x-\pi=t$ باشد، در این صورت داریم:

$$\lim_{x\to \pi^-} \frac{\sqrt{۱+\cos x}}{\pi-x} = \lim_{t\to ۰^-} \frac{\sqrt{۱+\cos(\pi+t)}}{-t} = \lim_{t\to ۰^-} \frac{\sqrt{۱-\cos t}}{-t}$$

$$= \lim_{t\to ۰^-} \frac{\sqrt{۲\sin^۲ \frac{t}{۲}}}{-t} = \lim_{t\to ۰^-} \frac{\sqrt{۲}\sin\frac{t}{۲}}{t} = \lim_{t\to ۰^-} \frac{\sqrt{۲}}{۲} \times \frac{\sin\frac{t}{۲}}{\frac{t}{۲}} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۸۶ تا ۹۴)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۱۸- گزینهٔ «۴» (علی شهرابی)

اگر $x \to ۰^-$، آن‌گاه $(\frac{\pi}{x-۲}) \to (-\frac{\pi}{۲})^+$، پس:

$$\lim_{x\to ۰^-} \tan\frac{\pi}{x-۲} = \lim_{t\to (-\frac{\pi}{۲})^+} \tan t = \tan(-\frac{\pi}{۲})^+$$

$$= \frac{\sin(-\frac{\pi}{۲})^+}{\cos(-\frac{\pi}{۲})^+} = \frac{-۱}{۰^+} = -\infty$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۳)

۱ ۲ ۳ ۴✓

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

$$\lim_{x\to ۲^-} f(x) = \lim_{x\to ۲^-} b - [۲x] = b - ۳ = f(۲) = \frac{۱}{۱۶}$$

$$\Rightarrow b = \frac{۴۹}{۱۶} \Rightarrow b - a = \frac{۴۹}{۱۶} - \frac{۱}{۱۶} = \frac{۴۸}{۱۶} = ۳$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۲۱)

۴ ۳ ۲ ۱✓

۱۲۰- گزینهٔ «۴» (یغما کلانتریان)

اولاً ضریب $x^۲$ باید صفر باشد، چون در غیر این صورت بزرگ‌ترین جملهٔ صورت $x^۲$ و بزرگ‌ترین جملهٔ مخرج $x^{\frac{۱}{۲}}$ خواهد بود که حد مورد نظر به ازای $x \to +\infty$ متناهی نمی‌شود، پس داریم: $a - ۲ = ۰ \Rightarrow a = ۲$

در نتیجه حاصل حد به شکل زیر است:

$$\lim_{x\to +\infty} \frac{\sqrt{bx}}{\sqrt{x}} = ۴ \Rightarrow \sqrt{b} = ۴ \Rightarrow b = ۱۶ \Rightarrow a.b = ۳۲$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۱۵)

۴✓ ۳ ۲ ۱

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir