



www.riazisara.ir سایت ویژه ریاضیات

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

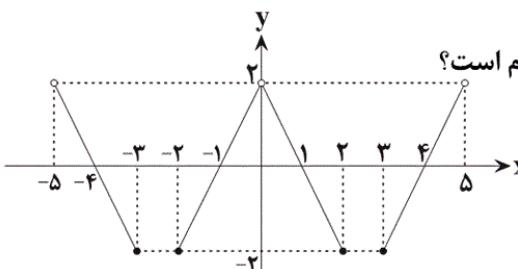
(@riazisara.ir)

ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی ۳ - دوازدهم، مثلثات - ۸ سوال



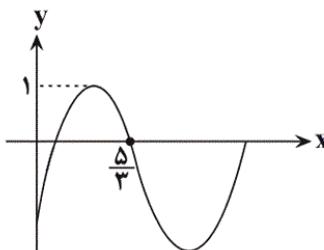
۱۱۰ - قسمتی از نمودار تابع متناوب $y = f(x)$ به شکل زیر است. $f(128/1)$ کدام است؟

- (۱) $1/8$
- (۲) $-1/8$
- (۳) $-0/2$
- (۴) تعریف نشده

۱۱۱ - اگر $f(x) = \sin x + \cos x$ و $f(x) = \sin x - \cos x$ آن‌گاه دوره تناوب تابع $f \cdot g$ کدام است؟

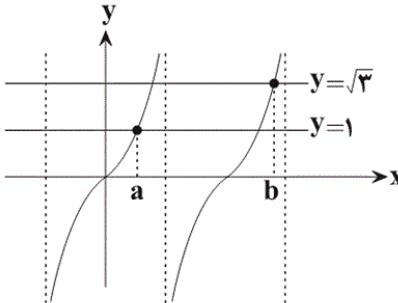
- (۱) 2π
- (۲) π
- (۳) $\frac{\pi}{2}$
- (۴) تابع متناوب نیست.

۱۱۲ - اگر قسمتی از نمودار $f(x) = a \sin(b\pi x) - 1$ به شکل زیر باشد، مقدار b کدام گزینه می‌تواند باشد؟



- (۱) 2
- (۲) -2
- (۳) $\frac{3}{2}$
- (۴) $-\frac{1}{2}$

۱۱۳ - شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $y = \tan x$ را نشان می‌دهد. حاصل $a - b$ کدام است؟



- (۱) $\frac{\pi}{12}$
- (۲) $\frac{5\pi}{12}$
- (۳) $\frac{7\pi}{12}$
- (۴) $\frac{13\pi}{12}$

۱۱۴ - اگر $\frac{\sin 2x}{1 + \cos 2x} = 2$ باشد، آن‌گاه مقدار $\sin 2x$ کدام است؟

- (۱) $0/6$
- (۲) $0/8$
- (۳) $0/4$
- (۴) $0/3$

۱۱۵ - جواب کلی معادله $(k \in \mathbb{Z})$ کدام است؟

$\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{8}$ (۴)

$\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$ (۳)

$\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{16}$ (۲)

$\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{16}$ (۱)

۱۱۶ - معادله $\sin x(\tan x + \cot x) = 1$ چند جواب حقیقی در بازه $[0, 2\pi]$ دارد؟

۴ (۴)

۲ (۳)

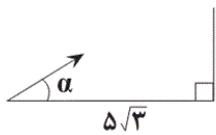
۱ (۲)

۰ (۱) صفر

۱۱۷ - مطابق شکل زیر، گلوله‌ای در فاصله $5\sqrt{3}$ متری از یک دیوار با سرعت $\frac{m}{s}$ و با زاویه حاده α نسبت به سطح افقی پرتاب می‌شود. می‌دانیم مسافت افقی طی شده (d) بحسب سرعت پرتاب گلوله (v) و زاویه پرتاب (α) از رابطه

$$d = \frac{v^2 \sin 2\alpha}{10}$$

به دست می‌آید. حدود α کدام باشد تا گلوله قبل از رسیدن به زمین به دیوار برخورد کند؟



$\frac{\pi}{6} < \alpha < \frac{\pi}{3}$ (۲) $\frac{\pi}{12} < \alpha < \frac{\pi}{6}$ (۱)

$\frac{\pi}{3} < \alpha < \frac{\pi}{2}$ (۴) $\frac{\pi}{8} < \alpha < \frac{\pi}{4}$ (۳)

ریاضی ۳ - دوازدهم، حد بینهایت و حد در بینهایت - ۹ سوال

۱۱۸ - اگر باقی مانده تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $x-5$ و $x-4$ باشد، نمودار تابع $y = f(f(x)) + 2x$ خط $x=4$ را با چه عرضی قطع می‌کند؟

۵ (۴)

۱۱ (۳)

۱۵ (۲)

۸ (۱)

۱۱۹ - اگر $(c, 2a+b)$ یک همسایگی محدود عدد ۴ باشد، آن‌گاه بازه (a, b) یک همسایگی برای کدام یک از عددهای زیر است؟

$\frac{9}{4}$ (۴)

$\frac{4}{3}$ (۳)

$\frac{8}{3}$ (۲)

$\frac{3}{4}$ (۱)

۱۲۰ - حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - [x+1]}{2x - \sqrt{x}-1}$ برابر کدام است؟

۴ (۴)

$\frac{4}{3}$ (۳)

$\frac{2}{3}$ (۲)

۲ (۱)

۱۲۱ - حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{\tan^2 x}$ کدام است؟

$\frac{1}{16}$ (۴)

$\frac{1}{8}$ (۳)

$\frac{1}{4}$ (۲)

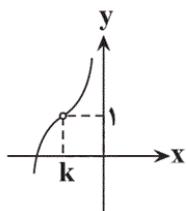
$\frac{1}{2}$ (۱)

$$122 - \text{تابع } f(x) = \begin{cases} |x|-1 & x \neq 0 \\ x+1 & x=0 \end{cases}$$

- (۲) فقط از راست پیوسته است.
 (۴) نه از چپ پیوسته است و نه از راست.
- (۱) فقط از چپ پیوسته است.
 (۳) پیوسته است.

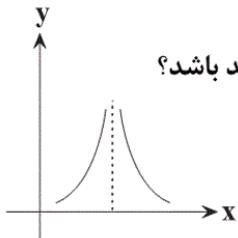
123 - تابع $f(x) = [x^2]$ در بازه $(-1, k)$ فقط در یک نقطه ناپیوسته است. بیشترین مقدار K کدام است؟

- $\sqrt{3}$ (۴) $\sqrt{2}$ (۳) ۱ (۲) (۱) صفر



124 - اگر نمودار تابع f به صورت مقابل باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow k^+} \frac{x}{1-f(x)}$ کدام است؟

- k (۴) صفر (۳) $-\infty$ (۲) $+\infty$ (۱)



125 - شکل زیر بخشی از نمودار تابع $f(x) = \frac{2x+a}{4x^2+bx+1}$ است. دو تابی مرتبت (a, b) به کدام صورت می‌تواند باشد؟

- (۰, -۴) (۲) (۰, ۴) (۱)
 (-۲, -۴) (۴) (-۲, ۴) (۳)

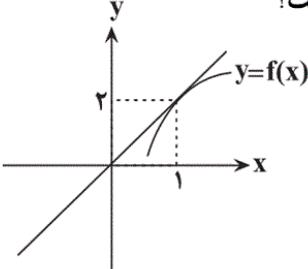
126 - اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(a+2)x^3 + bx^2 - 1}{ax^2 + 1} = 2$ باشد، $a - b$ کدام است؟

- ۴ (۴) -۴ (۳) ۲ (۲) -۲ (۱)

ریاضی ۳ - دوازدهم ، مشتق - ۴ سوال

127 - اگر خط مماس بر نمودار تابع f در $x=1$ به صورت زیر باشد، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1-h)-f(1)}{h}$ کدام است؟

- ۱ (۱)
 -1 (۲)
 ۲ (۳)
 -2 (۴)



۱۲۸ - اگر $f(x) = (x-1)\sqrt{2x^3 + 6x^2}$ باشد، مقدار $f'(1)$ کدام است؟

۲ (۴)

$2\sqrt{2}$ (۳)

$\sqrt{2}$ (۲)

$-\sqrt{2}$ (۱)

۱۲۹ - اگر مقدار مشتق و مقدار تابع $f(x)$ در نقطه $x=1$ به ترتیب برابر ۳ و (-۲) باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)-f'(1)}{x-1}$ کدام است؟

۱۲ (۴)

-۱۲ (۳)

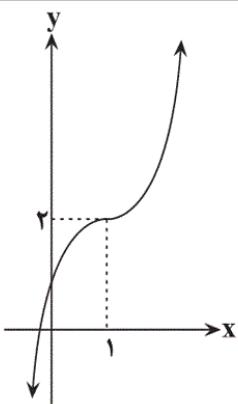
۶ (۲)

-۶ (۱)

۱۳۰ - کدام گزینه در مورد تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & ; x \geq 0 \\ \sqrt{-x} & ; x < 0 \end{cases}$ صحیح نیست؟

$f'(-1) + f'(2) < 0$ (۴) $f'(-1) > f'(-2)$ (۳) $f'(-1) = -f'(1)$ (۲) $f'(-1) < 0$ (۱)

ریاضی ۳ - دوازدهم، تابع - ۹ سوال



۱۰۱ - نمودار تابع با ضابطه $y = (x-a)^3 + b$ به صورت زیر است. حاصل $a \cdot b$ کدام است؟

۲ (۱)

-۲ (۲)

۳ (۳)

-۳ (۴)

۱۰۲ - توابع $[x]$ و $[-x]$ مفروضند. اگر برد تابع gof برابر {۲} باشد، a کدام است؟

-۲ (۴)

-۱ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۰۳ - اگر $g(x) = 3x + 4$ و $f(g(x)) = 3x^3 - 6x - 5$ باشد، $f(g(2))$ کدام است؟

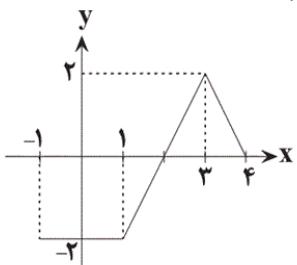
-۳ (۴)

-۵ (۳)

۲ (۲)

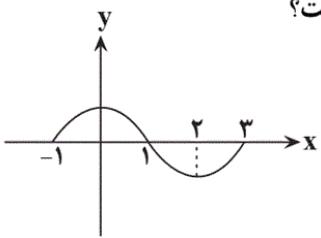
۱) صفر

۱۰۴ - اگر نمودار تابع $y = f(x-1)$ به صورت زیر باشد، اشتراک دامنه و برد تابع $y = \frac{1}{2}f(-2x) + 1$ کدام است؟



- [−1, 0] (۱)
- [0, 1] (۲)
- [−2, 0] (۳)
- [0, 2] (۴)

۱۰۵ - شکل زیر نمودار تابع $y = f(x)$ است. نمودار تابع $y = f(1-x)$ در کدام فاصله اکیداً نزولی است؟



- [−4, −3] (۱)
- (−3, −1) (۲)
- (−1, 1) (۳)
- [1, 2] (۴)

۱۰۶ - تابع با ضابطه $f(x) = x^3 + 4x + 3$ در کدام یک از بازه‌های زیر یک‌به‌یک است؟

- (−3, 0) (۱)
- (−4, 4) (۲)
- (−2, 0) (۳)
- (−3, −1) (۴)

۱۰۷ - اگر $f(x) = x^3 - \sqrt{3}x$ باشد، آنگاه حاصل $(fog^{-1})(-2)$ کدام است؟

- ۴) تعریف نشده (۱)
- ۶ (۳)
- ۳ (۲)
- ۱) صفر (۴)

۱۰۸ - ضابطه وارون تابع $y = 2x - 3|x-1|$ در بازه‌ای که صعودی است، کدام است؟

$$y = \frac{x+3}{5}; x \leq 3 \quad (۲)$$

$$y = x-3; x \geq 3 \quad (۴)$$

$$y = \frac{x+3}{5}; x \leq 2 \quad (۱)$$

$$y = x-3; x \geq 2 \quad (۳)$$

۱۰۹ - اگر $f(x) = x + x|x|$ با دامنه $(-1, 2]$ درنظر گرفته شود، تعداد اعداد صحیح در دامنه تابع f^{-1} کدام است؟

- y (۱)
- ۶ (۴)
- ۲ (۳)
- ۸ (۲)
- ۳ (۱)

(آریان خیدری)

با توجه به شکل، دوره تناوب این تابع $T=5$ است. می‌دانیم در توابع متناوب اگر از هر نقطه روی نمودار به اندازه دوره تناوب یا مضاربی صحیح از آن جلو یا عقب برویم، مقدار تابع تغییر نمی‌کند. حال از آن‌جا که مقدار

$f(128/1)$ خواسته شده، می‌توانیم بگوییم:

$$f(128/1) = f(128/1 - 125) \xrightarrow{\textcircled{O}=25} f(3/1)$$

○: مضرب صحیحی از دوره تناوب

پس کافی است مقدار $f(3/1)$ را بیابیم که برای این منظور باید معادله خط مشخص شده در شکل در بازه $[3, 4]$ را بنویسیم:

معادله خط گذرنده از دو نقطه $(3, -2), (4, 0)$:

$$y - 0 = \frac{0 - (-2)}{4 - 3}(x - 4) \Rightarrow y = 2(x - 4) \Rightarrow y = 2x - 8$$

$$f(x) = 2x - 8 \Rightarrow f(3/1) = 2(3/1) - 8 = -1/8$$

(مئلتات) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۷ تا ۳۲) (حسین حاجیلو)

۴

۳

۲✓

۱

(حسین حاجیلو)

تابع $f \cdot g$ را تشکیل می‌دهیم:

$$= \sin^2 x - \cos^2 x = -\cos 2x$$

می‌دانیم دوره تناوب تابع $f(x) = a \cos bx$ برابر $\frac{2\pi}{|b|}$ است. بنابراین:

$$T = \frac{2\pi}{2} = \pi$$

(مئلتات) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۷ تا ۳۲)

۴

۳

۲✓

۱

اتفاق اولین بار در $\frac{\pi}{6}$ و بار دوم در $\frac{5\pi}{6}$ می‌افتد. با توجه به شکل تابع،

نمودار برای بار دوم در $x = \frac{5}{3}$ محور x ها را قطع می‌کند، پس:

$$\pi b \times \frac{5}{3} = \frac{5\pi}{6} \Rightarrow b = \frac{1}{2}$$

به طریق مشابه، برای حالتی که b و a هر دو منفی هستند $a = -2$ و

$$b = -\frac{1}{2}$$
 به دست می‌آید.

(مثلثات) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰ و ۴۱)

۴ ✓

۳

۲

۱

(مسنون کرمن)

-۱۱۳

با توجه به نمودار تابع $\tan x$ ، باید $\tan a = 1$ و a در ربع اول باشد

بنابراین $a = \frac{\pi}{4}$ است و $\tan b = \sqrt{3}$ و b در $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$ است، پس

$$b - a = \frac{4\pi}{3} - \frac{\pi}{4} = \frac{13\pi}{12}. \text{ بنابراین } b = \frac{4\pi}{3}$$

(مثلثات) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۷ تا ۴۱)

۴ ✓

۳

۲

۱

(میثم همنزه‌لویی)

با استفاده از روابط $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$ و $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$ داریم:

$$\frac{\sin 2x}{1 + \cos 2x} = \frac{2 \sin x \cos x}{2 \cos^2 x} = \tan x = 2$$

می‌دانیم که $1 + \cos 2x \geq 0$ است. بنابراین صورت کسر سؤال نیز باید مثبت باشد تا حاصل کسر عددی مثبت شود یعنی $\sin 2x > 0$ ، حال داریم:

$$\cos^2 x = \frac{1}{1 + \tan^2 x} = \frac{1}{1 + 2^2} = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow \cos 2x = 2 \cos^2 x - 1 = 2\left(\frac{1}{5}\right) - 1 = -\frac{3}{5}$$

$$\sin^2 2x = 1 - \cos^2 2x = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25}$$

$$\Rightarrow \sin 2x = \pm \frac{4}{5} \xrightarrow{\sin 2x > 0} \sin 2x = 0 / \lambda$$

(مثلثات) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

 ۱ ۲ ۳ ۴می‌دانیم $\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x$ ، بنابراین:

$$\cos(2x + \frac{\pi}{4}) = \cos 2x \Rightarrow 2x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi \pm 2x$$

$$\Rightarrow 2x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi - 2x \Rightarrow 4x = 2k\pi - \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{16} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

(مثلثات) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۴۱ تا ۴۳)

 ۱ ۲ ۳ ۴

(مینم همنزه‌لویی)

با استفاده از رابطه $\tan x + \cot x = \frac{1}{\sin x \cos x}$ داریم:

$$\sin x \left(\frac{1}{\sin x \cos x} \right) = 1 \xrightarrow{\sin x \neq 0} \frac{1}{\cos x} = 1 \xrightarrow{\cos x \neq 0} \cos x = 1$$

اما در نقاطی که $\sin x = 0$ است، پس معادله جواب حقیقی ندارد.

(مئلات) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۴۸ تا ۱۴۹)

 ۱ ۲ ۳ ۴ ✓

برای آن که گلوله قبل از برخورد به زمین به دیوار برخورد کند، باید فاصله

افقی طی شده آن بزرگ‌تر از $5\sqrt{3}$ باشد، پس داریم:

$$d > 5\sqrt{3} \Rightarrow \frac{\frac{v^2 \sin 2\alpha}{10}}{5\sqrt{3}} > \frac{v=10}{5\sqrt{3}} \Rightarrow \sin 2\alpha > \frac{\sqrt{3}}{2}$$

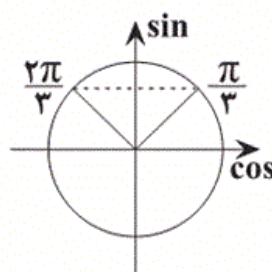
چون α زاویه حاده است، پس 2α از 0° تا π می‌تواند باشد. سینوس

زاویه‌های $\frac{\pi}{3}$ و $\frac{2\pi}{3}$ در این بازه برابر با $\frac{\sqrt{3}}{2}$ است. طبق دایره مثلثاتی:

$$\frac{\pi}{3} < 2\alpha < \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \frac{\pi}{6} < \alpha < \frac{\pi}{3}$$

به ازای $\alpha = \frac{\pi}{6}$ و $\alpha = \frac{\pi}{3}$ گلوله پای دیوار فرود می‌آید و به ازای

$\frac{\pi}{6} < \alpha < \frac{\pi}{3}$ گلوله بالاتر از سطح زمین به دیوار برخورد می‌کند.



(ریاضی ۱، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۷)

(مئلرات) (ریاضی ۳، صفحه ۴۷)

۴

۳

۲✓

۱

(حسین اسفینی)

باقي مانده تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $x - 5$ و $x - 4$ به ترتیب ۳ و ۵

$$\left. \begin{array}{l} x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow f(4) = 5 \\ x - 5 = 0 \Rightarrow x = 5 \Rightarrow f(5) = 3 \end{array} \right\} (*)$$

برای محاسبه محل برخورد نمودار تابع $y = f(f(x)) + 2x$ و خط $x = 4$

باید در ضابطه تابع داده شده، x را برابر ۴ قرار دهیم:

$$y = f(f(x)) + 2x \xrightarrow{x=4} y = f(f(4)) + 2(4)$$

$$\xrightarrow{(*)} y = f(5) + 8 \xrightarrow{(*)} y = 3 + 8 = 11$$

بنابراین تابع مورد نظر خط $x = 4$ را در عرض ۱۱ قطع می‌کند.

(حد بین‌نهایت و حد در بین‌نهایت) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۰۴، ۱۰۵ و ۱۰۶)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(مهدی ملاره‌فانی)

با توجه به تساوی $(3b - 2a, 7) \cup (c, 2a + b) = (c, 2a + b) \cup (3b - 2a, 7)$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 2a + b = 4 \\ 3b - 2a = 4 \end{array} \right. \Rightarrow 4b = 8 \Rightarrow b = 2 \quad \text{داریم:}$$

$$\Rightarrow 2a + b = 4 \xrightarrow{b=2} a = 1$$

بازه (a, b) برابر با $(1, 2)$ است که با توجه به گزینه‌ها، یک همسایگی برای

$\frac{4}{3}$ است.

(حد بین‌نهایت و حد در بین‌نهایت) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۰۴ و ۱۰۵)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(میلار مینهوری)

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - [x+1]}{2x - \sqrt{x-1}} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - [2^-]}{2x - \sqrt{x-1}} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - 1}{2x - \sqrt{x-1}} : \therefore$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-1)(x+1)}{(\sqrt{x-1})(2\sqrt{x+1})} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(\sqrt{x-1})(\sqrt{x+1})(x+1)}{(\sqrt{x-1})(2\sqrt{x+1})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(\sqrt{x+1})(x+1)}{(2\sqrt{x+1})} = \frac{2 \times 2}{3} = \frac{4}{3}$$

(در و پیوستگی) (ریاضی ۳، مرتبه با تمرین ۳ صفحه ۱۳۶)

۴

۳✓

۲

۱

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{(1 - \sqrt{\cos x})(1 + \sqrt{\cos x})(1 + \cos x)} \times \cos^2 x$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x}{(1 + \sqrt{\cos x})(1 + \cos x)} = \frac{\cos^2(0)}{(1 + \sqrt{\cos 0})(1 + \cos 0)} = \frac{1}{2 \times 2} = \frac{1}{4}$$

(در و پیوستگی) (ریاضی ۳، مرتبه با تمرین ۳ صفحه ۱۳۶)

۴

۳

۲✓

۱

(فرهاد هامی)

حد چپ، راست و مقدار تابع را در $x = 0$ می‌یابیم:

$$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{|x| - 1}{x + 1} = \frac{-1}{1} = -1 \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x| - 1}{x + 1} = \frac{-1}{1} = -1 \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$$

$$f(0) = -1$$

پس تابع f در $x = 0$ پیوسته است.

(در و پیوستگی) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۳۷ تا ۱۴۲)

۴

۳✓

۲

۱

(مینم همنزه‌لویی)

می‌دانیم تابع $[x]$ (جزء صحیح) در نقاطی با طول صحیح ناپیوسته و در نقاطی با طول غیرصحیح پیوسته است. لذا با توجه به بازه مطرح شده، کافیست شرط پیوستگی را برای تابع $[x^2]$ در نقاطی که x^2 صحیح می‌شود بررسی کنیم:

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0) = 0$$

تابع در این نقطه، پیوسته است.

$$x=1 \Rightarrow x^2=1 \Rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x^2 \rightarrow 1^+} [x^2] = 1 = f(1) \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x^2 \rightarrow 1^-} [x^2] = 0 \end{cases}$$

تابع در این نقطه، ناپیوسته است. \Leftarrow

$$x=\sqrt{2} \Rightarrow x^2=2 \Rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow (\sqrt{2})^+} f(x) = \lim_{x^2 \rightarrow 2^+} [x^2] = 2 = f(2) \\ \lim_{x \rightarrow (\sqrt{2})^-} f(x) = \lim_{x^2 \rightarrow 2^-} [x^2] = 1 \end{cases}$$

تابع در این نقطه، ناپیوسته است. \Leftarrow

روشن است که به ازای مقادیر $k > \sqrt{2}$ ، تعداد نقاط ناپیوستگی بیش از یکی خواهد بود. پس بیشترین مقدار k برابر $\sqrt{2}$ است.

(در و پیوستگی) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۵۷ تا ۵۹)

۴

۳✓

۲

۱

(محبفی کرمی)

با توجه به نموار، $0 < k$ است، از طرفی وقتی $x \rightarrow k^+$ ، آن‌گاه

$$\lim_{x \rightarrow k^+} \frac{x}{1-f(x)} = \frac{k}{0^-} = \frac{\text{عدد منفی}}{0^-} = +\infty$$

$f(x) \rightarrow 1^+$ بنابراین:

(در پر، نهایت و در در، نهایت) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۵۷ تا ۵۹)

۴

۳

۲

۱✓

(بابک سارادت)

با توجه به نمودار اولاً مخرج یک ریشه مضاعف مثبت دارد که با دقیقت به

ضرایب می‌توان حدس زد $4x^2 - 4x + 1$ است و یا به صورت زیر مقدار b

را به دست می‌آوریم:

$$\Delta = b^2 - 4(4)(1) = 0 \Rightarrow b^2 = 16 \Rightarrow \begin{cases} b = 4 \\ b = -4 \end{cases}$$

چون جواب حد $(+\infty)$ شده، پس لازم است صورت کسر به‌ازای ریشه

مخرج یعنی $x = \frac{1}{2}$ یک عدد مثبت باشد:

$$2\left(\frac{1}{2}\right) + a > 0 \Rightarrow 1 + a > 0 \Rightarrow a > -1$$

با توجه به گزینه‌ها فقط گزینه «۲» می‌تواند درست باشد.

(هدیه بنی‌نهاشت و هدیه دری‌بنی‌نهاشت) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۵۳ تا ۵۷)

۴

۳

۲✓

۱

(میثم همنه‌لوبی)

چون حاصل حد عددی حقیقی و غیرصفر است، بنابراین باید درجه صورت و

مخرج یکسان باشد. درنتیجه صورت نیز باید از درجه دوم باشد. پس ضریب

$a + 2 = 0 \Rightarrow a = -2$ x^3 باید صفر باشد:

حال حد را بازنویسی می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{bx^3 - 1}{-2x^2 + 1} = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{bx^3}{-2x^2} = 2 \Rightarrow \frac{b}{-2} = 2 \Rightarrow b = -4$$

$$a - b = -2 - (-4) = 2$$

درنتیجه:

(هدیه بنی‌نهاشت و هدیه دری‌بنی‌نهاشت) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

۴

۳

۲✓

۱

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1-h) - f(1)}{h} = -f'(1)$$

باتوجه به تعریف مشتق:

$f'(1)$ برابر شیب خط مماس بر منحنی f در $x=1$ است. باتوجه به شکل از آنجا که خط مماس از دو نقطه $(0,0)$ و $(1,2)$ می‌گذرد، بنابراین شیب

$$\text{خط مماس برابر } 2 = \frac{2-0}{1-0} \text{ است.}$$

$$f'(1) = 2 \Rightarrow -f'(1) = -2$$

پس:

(مشتق) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۶۶ تا ۷۶)

۴✓

۳

۲

۱

چون مقدار تابع $f(x)$ بهارای $x=1$ برابر صفر است، برای به دست آوردن مقدار مشتق تابع $f(x)$ در $x=1$ بهتر است از تعریف مشتق استفاده کنیم:

$$\begin{aligned} f'(1) &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)\sqrt{2x^3 + 6x^2} - 0}{(x-1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{2x^3 + 6x^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

(مشتق) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۶۶ تا ۷۶)

۴

۳✓

۲

۱

(مهدی ملارهفانی)

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x) - f'(1)}{x - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} \times \lim_{x \rightarrow 1} (f'(x) + f'(1)) \\ &= (f'(1))(2f(1)) = (3)(2(-2)) = -12 \end{aligned}$$

(مشتق) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۶۶ تا ۷۶)

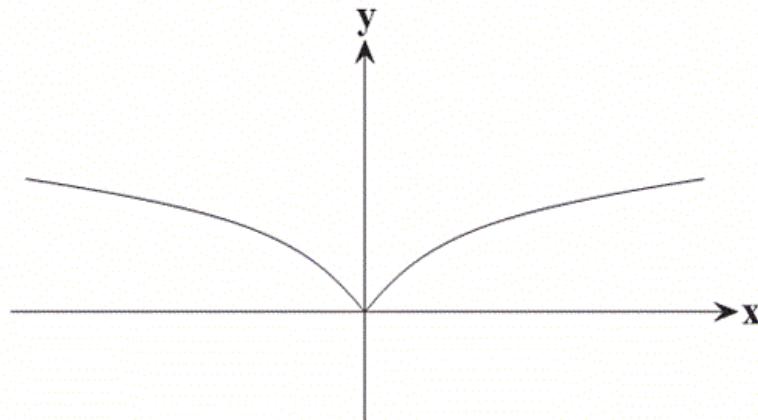
۴

۳✓

۲

۱

(علی اصغر شریفی)



از نمودار مشخص است که شیب خطوط مماس بر نمودار در سمت راست محور y ها مثبت و در سمت چپ محور y ها منفی است. (صحیح بودن گزینه «۱»)

این نمودار نسبت به محور y متقارن است، پس $f'(-a) = -f'(a)$ (صحیح بودن گزینه «۲»)

از شکل نمودار مشخص است که برای x های مثبت، با افزایش x شیب خط مماس و درنتیجه مشتق کاهش می‌یابد. همچنین برای x های منفی، با افزایش x شیب خط مماس و درنتیجه مشتق منفی‌تر می‌شود (ناصحيح بودن گزینه «۳»).

برای بررسی صحیح بودن گزینه «۴» داریم:

$$f'(2) < f'(1) \Rightarrow -f'(1) + f'(2) < 0 \Rightarrow f'(-1) + f'(2) < 0$$

(مشتق) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۶۶ تا ۷۶)

۴

۳✓

۲

۱

(یاسین سپهر)

نمودار این تابع از انتقال‌های افقی و عمودی نمودار تابع $y = x^3$ به دست آمده است. اگر نمودار $y = x^3$ را یک واحد به سمت راست (در راستای محور x ‌ها) و سپس دو واحد به سمت بالا (در راستای محور y ‌ها) انتقال دهیم ضابطه $y = (x-1)^3 + 2$ به دست می‌آید که همان ضابطه مربوط به نمودار داده شده در صورت سؤال است. پس:

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۲ تا ۵)

 ۴ ۳ ۲ ۱ ✓

(میثم همنه‌لویی)

$$f(x) = [x] + [-x] = \begin{cases} 0 & x \in \mathbb{Z} \\ -1 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

می‌دانیم:

$$g(f(x)) = \begin{cases} g(0) = b & x \in \mathbb{Z} \\ g(-1) = 1-a+b & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

بنابراین:

$$\begin{cases} b = 2 \\ 1-a+b = 2 \end{cases} \xrightarrow{b=2} a = 1$$

چون برد تابع برابر $\{2\}$ است، بنابراین:

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱۶، ۲۲ و ۲۳)

 ۴ ۳ ۲ ۱ ✓

با توجه به فرمول ترکیب توابع $(f \circ g)(x) = f(g(x))$, یعنی در تابع f به جای متغیر x , ضابطه $g(x)$ را قرار می‌دهیم. بنابراین:

$$3g(x) + 4 = 3x^2 - 6x - 5$$

$$\Rightarrow 3g(x) = 3x^2 - 6x - 9$$

$$\Rightarrow g(x) = x^2 - 2x - 3 \Rightarrow g(2) = 4 - 4 - 3 = -3$$

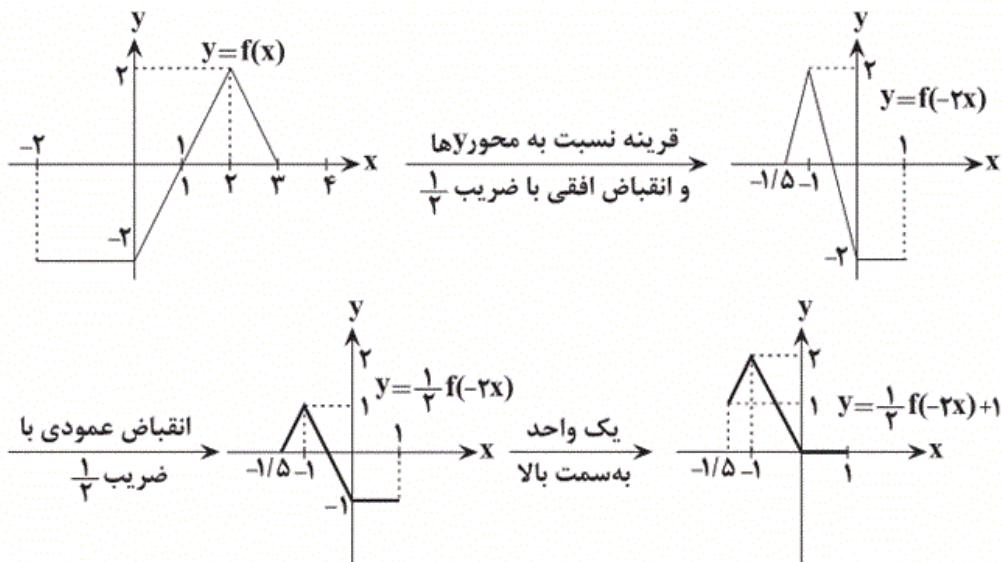
(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۲۲، ۲۴ و ۲۵)

۴✓

۳

۲

۱



$$y = \frac{1}{2}f(-2x) + 1 \text{ برابر با } [-1/5, 1] \text{ و بُرد آن } [0, 2]$$

است که اشتراک آن‌ها بازه $[0, 1]$ می‌شود.

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۳)

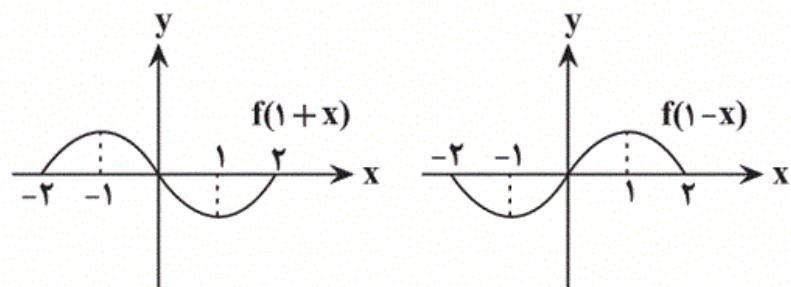
۴

۳

۲✓

۱

نمودار تابع $y = f(1-x)$ را با استفاده از نمودار تابع $y = f(x)$ رسم می‌کنیم:



برای رسم نمودار $f(1+x)$ ، نمودار $f(x)$ را یک واحد به سمت چپ می‌بریم و برای رسم نمودار $f(1-x)$ ، نمودار تابع $f(1+x)$ را نسبت به محور y ها قرینه می‌کنیم. مطابق شکل نمودار حاصل در فاصله‌های $[-2, -1]$ و $[1, 2]$ اکیداً نزولی است.

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۶ تا ۱۰ و ۲۱ تا ۲۴)

۴ ✓

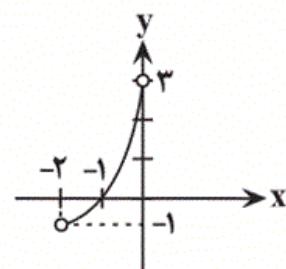
۳

۲

۱

همان‌طور که مشاهده می‌کنید در بازه $(-2, 0)$ تابع یک‌به‌یک است ولی در بازه سایر گزینه‌ها یک‌به‌یک نیست.

در این بازه هر خط موازی محور x ‌ها، نمودار تابع را حداقل در یک نقطه قطع می‌کند. پس تابع در این بازه یک‌به‌یک است.



(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

ابتدا تابع g^{-1} را می‌یابیم:

$$f(g^{-1}(-2)) = f(3) = 3^2 - \sqrt{9} = 6$$

بنابراین:

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۴ تا ۲۹ و ۲۴)

۴

۳✓

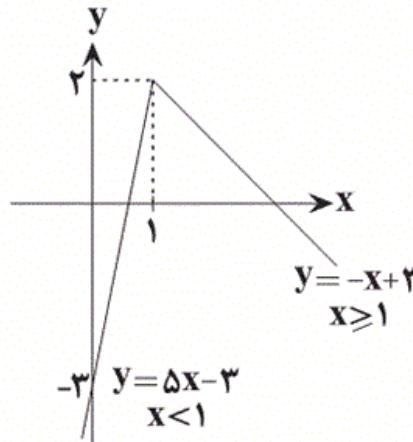
۲

۱

(رسول محسنی‌منش)

تعیین علامت عبارت داخل قدرمطلق، نمودار این تابع را رسم می‌کنیم:

$$y = \begin{cases} 2x - 3x + 3 = -x + 3 & x \geq 1 \\ 2x + 3x - 3 = 5x - 3 & x < 1 \end{cases}$$



پس تابع در بازه $[-\infty, 1)$ صعودی است و داریم:

$$y = 5x - 3 \xrightarrow{\text{وارون}} x = 5y - 3 \Rightarrow y = \frac{x+3}{5}$$

که با توجه به برد تابع اولیه در این بازه، دامنه تابع معکوس $x \leq 2$ است.

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۰ تا ۲۹ و ۲۴)

۴

۳

۲

۱✓

(سروش موئینی)

دامنه تابع f^{-1} همان D_f است. پس تعداد اعداد صحیح در این بازه برابر با ۳ است.

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۴ تا ۲۹ و ۲۴)

۴

۳

۲

۱✓