



www.riazisara.ir سایت ویژه ریاضیات

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی ۱، ریشه n - ۵ سوال -

۵۲ - کدام یک از جملات زیر نادرست است؟

- ۱) ریشه‌های چهارم هر عدد مثبت، قرینهٔ یکدیگرند.
- ۲) ریشهٔ پنجم هر عدد منفی، عددی منفی است.
- ۳) جذر هر عدد بزرگ‌تر از ۱ از سایر ریشه‌هایش بزرگ‌تر است.
- ۴) جذر هر عدد بین صفر و یک از سایر ریشه‌هایش بزرگ‌تر است.

۵۳ - کدام گزینه همواره درست است؟ (n عدد طبیعی و $n \geq 2$)

(۱) ریشهٔ n آم عدد a است، هرگاه $a^n = b$

(۲) تساوی $\sqrt[n]{a^n} = (\sqrt[n]{a})^n$ همواره برقرار است.

(۳) اگر n زوج باشد، $\sqrt[n]{a^n} = \pm a$

(۴) اگر n فرد باشد، ریشهٔ n آم عدد a همواره وجود دارد.

۵۴ - چه تعداد از جملات زیر نادرست است؟

الف - هر عدد مثبت، دارای ۲ ریشهٔ چهارم است که با هم قرینه‌اند.

ب - ریشهٔ سوم هر عدد از خود عدد کمتر است.

ج - ریشهٔ چهارم اعداد مثبت از ریشهٔ سومشان کمتر است.

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

- ۶۳ - در کدام گزینه، اعداد به درستی مرتب شده‌اند؟

$\sqrt[3]{31} < \sqrt[3]{80} < \sqrt[3]{972} < \sqrt{10}$ (۲)

$\sqrt[3]{80} < \sqrt[3]{31} < \sqrt[3]{972} < \sqrt{10}$ (۴)

$\sqrt[3]{31} < \sqrt[3]{80} < \sqrt{10} < \sqrt[3]{972}$ (۱)

$\sqrt[3]{80} < \sqrt[3]{31} < \sqrt{10} < \sqrt[3]{972}$ (۳)

- ۶۵ - اگر $a > 0$ باشد، چند مورد از موارد زیر درست است؟

$a^2 > a^4$ - ب

$\sqrt[3]{a} > \sqrt[4]{a}$ - الف

$\sqrt{-a} < \sqrt[3]{-a}$ - ت

$\sqrt[3]{a^2} < \sqrt[4]{a^2}$ - پ

۳ (۲)

۱ (۴)

۴ (۱)

۲ (۳)

ریاضی ۱، توان های گویا - ۳ سوال

- ۶۶ - حاصل $\left(\frac{9}{25}\right)^{\frac{1}{2}} + (-125)^{-\frac{1}{3}} + 0.4^{-1} - (16)^{\frac{3}{4}} + (-27)^{-\frac{1}{3}}$ چند برابر است؟

$\frac{115}{18}$ (۲)

$-\frac{23}{9}$ (۴)

$-\frac{115}{18}$ (۱)

$\frac{23}{9}$ (۳)

- ۶۷ - اگر $49^{5x-3} = 2^{-5x+3}$ باشد، مقدار 7^{3-5x} کدام است؟

$\sqrt{2}$ (۲)

۱ (۴)

۲ (۱)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳)

- ۶۸ - حاصل کسر $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{8} + \sqrt{18}}{\sqrt{50} - \sqrt{8}}$ کدام است؟

۲ (۲)

۴ (۴)

۱ (۱)

۳ (۳)

ریاضی ۱، عبارت های جبری - ۳ سوال

۶۸- برای اعداد حقیقی a و b داریم: $3a + 2b - 2a + 4b = 0$ حاصل کدام است؟

۱) ۲

-۱) ۴

۱) ۱

-۱) ۳

۶۹- حاصل عبارت $(\sqrt{7} + \sqrt{6})^{\sqrt{5}+2} (\sqrt{7} - \sqrt{6})^{\frac{1}{\sqrt{5}-2}}$ کدام است؟

-۱) ۲

$\sqrt{5}-2$ ۴

۱) ۱

$\sqrt{5}+2$ ۳

۷۰- با فرض $x > \sqrt{a}$ ، ساده شده عبارت $\sqrt{\frac{a+x^2}{x}} - 2\sqrt{a} + \sqrt{\frac{x^2+a}{x} + 2\sqrt{a}}$ کدام است؟

$2\sqrt{a}$ ۲

$2x$ ۴

۲) ۱

$2\sqrt{x}$ ۳

یاضی ۱ ، معادله درجه دوم و روش های مختلف حل آن - ۴ سوال -

۶۰- مجموع مربعات سه عدد فرد متوالی مثبت ۸۳ است. مجموع این سه عدد کدام می‌تواند باشد؟

۱۵) ۳

۱۳) ۴

۹) ۱

۱۷) ۳

۶۲- اگر معادله $x^2 - mx + m + 1 = 0$ ریشه مضاعف داشته باشد، قدر مطلق تفاضل ریشه های معادله کدام است؟

۱) ۲

۳) ۴

۱) صفر

۲) ۳

۶۴- در یک لیگ فوتبال که بازی ها به صورت رفت و برگشت انجام می گیرد، در کل ۳۰ بازی انجام شده است. چند تیم در این لیگ حضور دارند؟

۵) ۲

۷) ۴

۴) ۱

۶) ۳

- ۶۷ - اختلاف سنی دو برادر ۴ سال است. اگر چهار سال دیگر حاصل ضرب سن آن‌ها ۶۰ شود، سن کنونی برادر کوچک‌تر کدام است؟

۶ (۲)

۸ (۱)

۲ (۴)

۴ (۳)

ریاضی ۱ ، سهمی - ۳ سوال

- ۶۹ - نمودار سهمی به معادله $y = a^2x^2 + bx - c^2$ محور x ها را در نقاطی به طول ۲ و ۳ قطع می‌کند. اگر این سهمی از نقطه (۳، ۳) عبور کند، فاصله

رأس سهمی از نقطه $(\frac{1}{8}, -\frac{1}{2})$ کدام است؟

$2\sqrt{2}$ (۲)

۴ (۱)

$\sqrt{10}$ (۴)

۳ (۳)

- ۷۹ - نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ محور y ها را در نقطه‌ای به عرض ۲ و محور x ها را در نقطه‌ی به طول ۱ و ۲ قطع کرده است. $ac - b$ کدام است؟

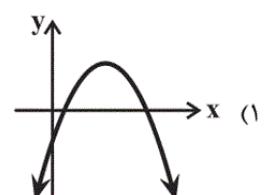
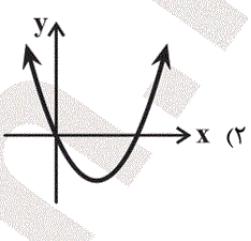
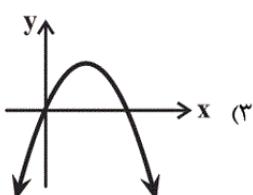
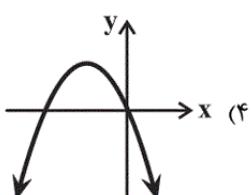
۱ (۲)

-۲ (۱)

-۳ (۴)

۳ (۳)

- ۸۷ - در سهمی $y = ax^2 + bx + c$ اگر $a < 0$ و $b > 0$ باشد، آن‌گاه شکل کلی سهمی کدام یک از گزینه‌های زیر است؟



ریاضی ۱ ، تعیین علامت - ۲ سوال

- ۵۱ - علامت عبارت $A = (2x+1)(3-2x)$ در کدام بازه مثبت است؟

$(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$ (۲)

$(-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (\frac{3}{2}, +\infty)$ (۱)

$(-\infty, -\frac{3}{2}) \cup (\frac{1}{2}, +\infty)$ (۴)

$(-\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$ (۳)

-۵۳ - اگر معادله درجه دوم $mx^2 - mx + 2 = 0$ ریشهٔ حقیقی نداشته باشد، m در کدام بازه قرار می‌گیرد؟

(-۸, ۰) (۱)

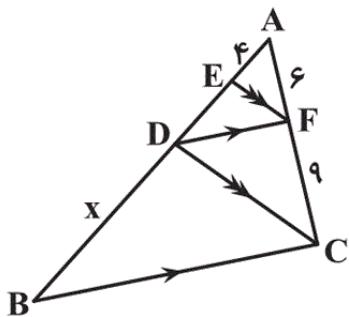
(-۸, ۸) (۱)

(۰, ۸) (۴)

(-۴, ۴) (۳)

هندسه ۱ ، قضیهٔ تالس - ۳ سوال

-۷۱ - در شکل زیر، $DF \parallel BC$ و $EF \parallel DC$ است. با توجه به اندازه‌های روی شکل، $x = BD$ کدام است؟



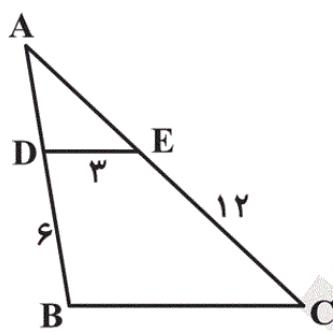
۱۸ (۱)

۱۵ (۲)

۱۲ (۳)

۹ (۴)

-۷۲ - در شکل زیر، محیط مثلث ADE برابر ۹ است. طول ضلع BC کدام است؟ ($DE \parallel BC$)



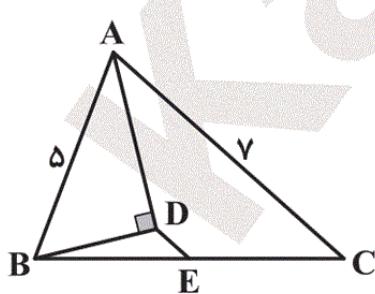
۹ (۱)

۱۰ (۲)

۱۰/۵ (۳)

۱۲ (۴)

-۷۳ - در شکل زیر، AD نیمساز داخلی زاویه BAC و $DE \parallel AC$ است. طول پاره خط DE کدام است؟



۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

هندسه ۱ ، تشابه مثلث‌ها - ۳ سوال

۷۴ - طول دو ضلع از مثلث ABC , برابر ۴ و ۷ و طول دو ضلع از مثلث DEF , برابر ۷ و ۱۴ است. اگر این دو مثلث متشابه بوده ولی همنهشت نباشند، آنگاه

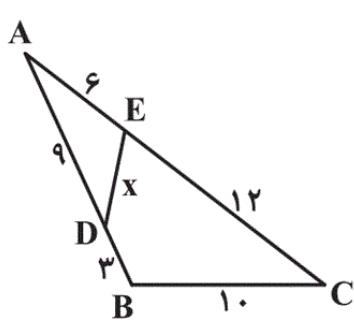
بیشترین مقدار مجموع اضلاع سوم این دو مثلث چقدر است؟

$$\frac{23}{2} \quad (2)$$

$$\frac{53}{2} \quad (1)$$

$$\frac{81}{4} \quad (4)$$

$$\frac{75}{4} \quad (3)$$



۷۵ - در شکل زیر، مقدار x کدام است؟

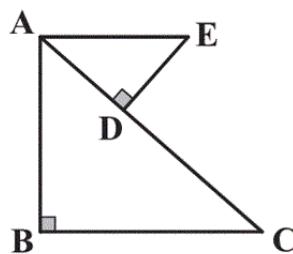
$$\frac{10}{3} \quad (1)$$

$$\frac{45}{4} \quad (2)$$

$$5 \quad (3)$$

$$\frac{14}{3} \quad (4)$$

۷۶ - در شکل زیر، $AE \parallel BC$ است. با توجه به اطلاعات داده شده، طول ضلع BC کدام است؟ ($DC = \frac{15}{2}$ ، $AD = \frac{9}{2}$ ، $AE = 6$)



$$10 \quad (1)$$

$$9 \quad (2)$$

$$\frac{45}{4} \quad (3)$$

$$\frac{25}{2} \quad (4)$$

هندسه ۱ ، کاربردهایی از قضیه‌ی تالس و تشابه مثلث‌ها - ۴ سوال

۷۷ - مساحت مثلثی به اضلاع $\sqrt{5}$ ، $2\sqrt{5}$ و $\sqrt{13}$ کدام است؟

$$13 \quad (2)$$

$$7 \quad (1)$$

$$20 \quad (4)$$

$$14 \quad (3)$$

۷۸ - مثلثی با طول اضلاع ۸، ۱۰ و $\frac{14}{4}$ با مثلثی که ارتفاع وارد بر بزرگ‌ترین ضلع آن $14/4$ می‌باشد، متشابه است. اندازه ضلع متوسط مثلث دوم کدام است؟

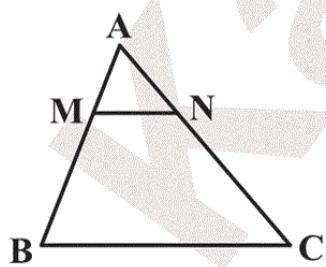
$$18 \quad (2)$$

$$12 \quad (1)$$

$$30 \quad (4)$$

$$24 \quad (3)$$

۷۹- در شکل زیر، مساحت ذوزنقه $MNCB$ ، پانزده برابر مساحت مثلث AMN است. نسبت $\frac{MA}{MB}$ کدام است؟



$$\frac{1}{4} \text{ (۱)}$$

$$\frac{1}{2} \text{ (۲)}$$

$$\frac{1}{3} \text{ (۳)}$$

$$\frac{1}{5} \text{ (۴)}$$

۸۰- اگر مساحت مربعی که اندازه ضلع آن برابر قطر بزرگ یک لوزی است، $\frac{16}{9}$ برابر مساحت مربعی باشد که اندازه ضلع آن برابر قطر کوچک همان لوزی است،

نسبت محیط مربع بزرگ‌تر به محیط لوزی کدام است؟

$$\frac{64}{25} \text{ (۱)}$$

$$\frac{36}{25} \text{ (۲)}$$

$$\frac{8}{5} \text{ (۳)}$$

$$\frac{6}{5} \text{ (۴)}$$

(حسن تواجهی)

$$\left(\sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4}\right) < \left(\frac{1}{2} = \sqrt[4]{\frac{1}{16}}\right)$$

(ریاضی ا، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۴۷ تا ۵۱)

۴ ✓

۳

۲

۱

-۵۴

(موسی زمانی)

گزینه ۱: $b^n = a$ ام است، هرگاه a .

$$\sqrt[n]{(-2)^n} = +2$$

گزینه ۲: اگر فرض کنیم $a = -2$ و n زوج است:
اما $\sqrt[n]{-2}$ وجود ندارد.

گزینه ۳: $\sqrt[n]{a^n} = |a|$

(ریاضی ا، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۵۳ تا ۵۱)

۴ ✓

۳

۲

۱

-۵۵

(سوند ولی‌زاده)

درست (الف)

$$a = \frac{1}{8} \Rightarrow \sqrt[3]{\frac{1}{8}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \sqrt[3]{\frac{1}{8}} > \frac{1}{8}$$

$$a = \frac{1}{16} \Rightarrow \sqrt[4]{\frac{1}{16}} = \frac{1}{2} > \sqrt[3]{\frac{1}{16}}$$

(ریاضی ا، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۴۷ تا ۵۱)

۴

۳

۲ ✓

۱

(سعید آذر هزین)

$$\left. \begin{array}{l} 2 < \sqrt[4]{80} < 3 \\ 3 < \sqrt[3]{21} < 4 \\ 3 < \sqrt[6]{972} < 4 \\ 3 < \sqrt{10} < 4 \end{array} \right\} \Rightarrow (\sqrt{10})^6 = 1000 \Rightarrow \sqrt{10} > \sqrt[6]{972} > \sqrt[3]{21} > \sqrt[4]{80}$$

$(\sqrt[3]{21})^6 = 961$
 $(\sqrt[6]{972})^6 = 972$

(ریاضی ا، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۴۱ تا ۵۱)

 ۴ ✓ ۳ ۲ ۱

(زهرا رامشینی)

نکته: اگر $0 < a < 1$ باشد:

$$\sqrt[m]{a} < \sqrt[5]{a} < \sqrt[3]{a} < \dots < a < a^3 < \dots < a^{2m+1}$$

در مورد توان‌های زوج این قضیه برعکس است؛ یعنی:

$$a^{2m} < \dots < a^4 < a^2 < \sqrt{|a|} < \sqrt[4]{|a|} < \dots < \sqrt[2m]{|a|}$$

بر این اساس همه موارد داده شده درست هستند.

(ریاضی ا، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۴۱ تا ۵۱)

 ۴ ۳ ۲ ۱ ✓

(سولیل حسن قانپور)

$$\begin{aligned} \left(\frac{3}{2} \right)^{-1} - (16)^{\frac{3}{4}} + (-27)^{-\frac{1}{3}} &= \frac{2}{3} - (2^4)^{\frac{3}{4}} + (-3^3)^{-\frac{1}{3}} \\ &= \frac{2}{3} - 2^3 - \frac{1}{3} = \frac{1}{3} - 8 = -\frac{23}{3} \\ \left(\frac{9}{25} \right)^{\frac{1}{2}} + (125)^{-\frac{1}{3}} + 0/4 &= \frac{3}{5} + (5^3)^{-\frac{1}{3}} + \frac{4}{10} = \frac{3}{5} + \frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \frac{6}{5} \\ \Rightarrow \frac{-\frac{23}{3}}{\frac{6}{5}} &= -\frac{115}{18} \end{aligned}$$

(ریاضی ا، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

 ۴ ۳ ۲ ۱ ✓

(موسی زمانی)

$$4^{\Delta x-3} = 2 \Rightarrow (\sqrt[2]{})^{\Delta x-3} = 2 \Rightarrow (\sqrt[2]{\Delta x-3})^2 = 2 = (\sqrt{2})^2$$

$$\Rightarrow \sqrt[2]{\Delta x-3} = \sqrt{2} \Rightarrow 2^{3-\Delta x} = (\sqrt[2]{\Delta x-3})^{-1} = (\sqrt{2})^{-1} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(ریاضی ا، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۵۴ تا ۶۱)

۴

۳✓

۲

۱

(امیر زرآندوز)

$$\sqrt{8} = \sqrt{2 \times 2} = 2\sqrt{2}, \quad \sqrt{18} = \sqrt{2 \times 3^2} = 3\sqrt{2}$$

$$\sqrt{50} = \sqrt{5^2 \times 2} = 5\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2}}{5\sqrt{2} - 2\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} = 2$$

(ریاضی ا، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۴۱ تا ۵۳ و ۵۹ تا ۶۱)

۴

۳

۲✓

۱

(سید سروش کریمی مداهی)

$$2a^2 + b^2 + 2ab + 4b - 2a + 13 = 0$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + 4 + 2ab + 4b + 4a + a^2 - 6a + 9 = 0$$

$$\Rightarrow (a+b+2)^2 + (a-3)^2 = 0$$

مجموع دو عبارت نامنفی برابر صفر شده است؛ بنابراین هریک از عبارات برابر صفر هستند؛ یعنی:

$$\begin{cases} a+b+2=0 \\ a-3=0 \end{cases} \Rightarrow a=3, b=-5 \Rightarrow 3a+2b=-1$$

(ریاضی ا، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

۴

۳✓

۲

۱

(حسن تهاجمی)

$$\frac{1}{\sqrt{5}-2} \times \frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}+2} = \frac{\sqrt{5}+2}{5-4} = \sqrt{5}+2$$

$$(\sqrt{7}+\sqrt{6})^{\sqrt{5}+2} (\sqrt{7}-\sqrt{6})^{\sqrt{5}+2} = [(\sqrt{7}+\sqrt{6})(\sqrt{7}-\sqrt{6})]^{\sqrt{5}+2}$$

$$= [7-6]^{\sqrt{5}+2} = 1$$

(ریاضی ا، توان‌های گویا و عبارت‌های ببری، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

(علی ساوهی)

ابتدا عبارت‌های زیر هر رادیکال را ساده می‌کنیم:

$$\frac{a+x^r}{x} - 2\sqrt{a} = \frac{a}{x} + \frac{x^r}{x} - 2\sqrt{a} = \frac{a}{x} + x - 2\sqrt{a} = \left(\sqrt{x} - \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{x}}\right)^r$$

$$\frac{a+x^r}{x} + 2\sqrt{a} = \frac{a}{x} + \frac{x^r}{x} + 2\sqrt{a} = \frac{a}{x} + x + 2\sqrt{a} = \left(\sqrt{x} + \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{x}}\right)^r$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{a+x^r}{x} - 2\sqrt{a}} + \sqrt{\frac{a+x^r}{x} + 2\sqrt{a}} = \sqrt{\left(\sqrt{x} - \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{x}}\right)^r} + \sqrt{\left(\sqrt{x} + \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{x}}\right)^r}$$

$$= \left| \sqrt{x} - \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{x}} \right| + \left| \sqrt{x} + \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{x}} \right| \xrightarrow{x > \sqrt{a}} \sqrt{x} - \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{x}} + \sqrt{x} + \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x}$$

(ریاضی ا، توان‌های گویا و عبارت‌های ببری، صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸ و ۶۲ تا ۶۵)

۴

۳ ✓

۲

۱

(عاطفه قان محمدی)

فرض می کنیم سه عدد فرد متوالی به شکل زیر باشند:

$$\begin{aligned}
 & a \quad a+2 \quad a+4 \\
 \Rightarrow & a^2 + (a+2)^2 + (a+4)^2 = 83 \Rightarrow \\
 & a^2 + a^2 + 4a + 4 + a^2 + 16 + 8a = 83 \Rightarrow \\
 & 3a^2 + 12a + 20 - 83 = 0 \Rightarrow 3a^2 + 12a - 63 = 0 \xrightarrow{\div 3} a^2 + 4a - 21 = 0 \\
 & \Delta = 16 + 84 = 100 \quad \begin{cases} a = \frac{-4+10}{2} = 3 \\ a = \frac{-4-10}{2} = -7 \end{cases} \\
 & \text{با توجه به صورت سؤال، پس سه عدد به صورت } 3, 5, 7 \text{ هستند و مجموع ۱۵ خواهد بود.}
 \end{aligned}$$

۴

۳

۲✓

۱

(علی ارجمند)

$$x^2 - mx + m - 1 = 0 \xrightarrow[\Delta=0]{\text{ریشه مضاعف}} \Delta = m^2 - 4m + 4 = 0$$

$$\Rightarrow (m-2)^2 = 0 \Rightarrow m = 2$$

$$\Rightarrow x^2 - 2mx + m + 1 = x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$\Rightarrow (x-1)(x-3) = 0 \Rightarrow x = 1, x = 3$$

$$\Rightarrow |3-1| = 2 = \text{قدرمطلق تفاضل ریشه‌ها}$$

(ریاضی اول معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۴

۳✓

۲

۱

(عاطفه قان محمدی)

اگر n تیم در لیگ وجود داشته باشد و هر تیم فقط یک بار با تیم‌های دیگر بازی کند تعداد بازی‌ها از رابطه $\frac{n(n-1)}{2}$ به دست می‌آید. حال اگر بازی رفت و برگشت باشد، تعداد بازی‌ها دو برابر می‌شود:

$$\cancel{x}\left(\frac{n(n-1)}{\cancel{x}}\right) = 30 \Rightarrow n^2 - n - 30 = 0 \Rightarrow (n-6)(n+5) = 0$$

$$\Rightarrow n = 6$$

۶ تیم در لیگ هستند.

(ریاضی اول معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۱

۲✓

۳

۴

(عاطفه قان محمدی)

x : سن برادر کوچک‌تر y : سن برادر بزرگ‌تر

$$\begin{cases} y - x = 4 \Rightarrow y = x + 4 \\ (y + 4)(x + 4) = 60 \xrightarrow{y=x+4} (x + 8)(x + 4) = 60 \\ x^2 + 12x + 32 - 60 = 0 \Rightarrow x^2 + 12x - 28 = 0 \end{cases}$$

۱✓

۲

۳

۴

(سولیل محسن قان پور)

چون سهمی مورد نظر دارای ۲ ریشه ۲ و -۳ است، آن را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\begin{aligned}
 y &= a^2(x-2)(x+3) \xrightarrow{(3,3)} 3 = a^2(3-2)(3+3) \\
 \Rightarrow a^2 &= \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{2}(x-2)(x+3) = \frac{1}{2}(x^2+x-6) \\
 &= \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x - 3 \\
 x_{\text{رئوس}} &= -\frac{b}{2a} = -\frac{-\frac{1}{2}}{2 \times \frac{1}{2}} = -\frac{1}{2} \Rightarrow y_{\text{رئوس}} = \frac{1}{2} \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \times \left(-\frac{1}{2}\right) - 3 \\
 &= \frac{1}{8} - \frac{1}{4} - 3 = -\frac{25}{8} \Rightarrow S' = \left(-\frac{1}{2}, -\frac{25}{8}\right) \\
 \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{8}\right) &= \text{فاصله نقطه } S' \text{ از } \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right)\right)^2 + \left(-\frac{1}{8} - \left(-\frac{1}{2}\right)\right)^2} \\
 &= \sqrt{1+9} = \sqrt{10}
 \end{aligned}$$

(ریاضی ا، معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

 ✓

(عاطفه قان محمدی)

نقاط (-۱, ۰), (۰, ۰), (۰, ۲) روی سهمی قرار دارند، پس:

$$\begin{cases} ۲=c \\ ۰=4a+2b+c \\ ۰=a-b+c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4a+2b=-۲ \\ a-b=-۲ \\ a-b+c=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a+b=-1 \\ a-b=-2 \\ 3a=-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=1 \end{cases}$$

$$ac-b=2 \times (-1)-1=-3$$

(ریاضی ا، معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

 ✓

(زهره رامشینی)

$c=0$ بنابراین معادله سهمی به صورت $y=ax^2+bx$ می‌باشد؛ در نتیجه یکی از نقاط برخورد سهمی و محور x ‌ها، نقطه $(0, 0)$ می‌باشد (رد گزینه ۱). از طرفی رأس این سهمی به صورت نقطه $(-\frac{b}{4a}, -\frac{b^2}{4a})$ می‌باشد که با توجه به علامت a و $\frac{-b^2}{4a} > 0$ ، $-\frac{b}{4a} > 0$ داریم؛ b

 ✓

-۵۱

(امین نصرالله)

x		$-\frac{1}{2}$		$\frac{3}{2}$	
$2x+1$	-	○	+		+
$3-2x$	+		+	○	-
A	-	○	+	○	-

A در بازه $(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$ مثبت است

(ریاضی اول، معادله ها و نامعادله ها، صفحه های ۱۳۰ تا ۱۳۵)

۴

۳

۲✓

۱

-۵۲

(علی ارجمند)

$$mx^2 - mx + 2 = 0 \xrightarrow[\text{ندارد}]{\text{ریشه حقیقی}} \Delta = m^2 - 4m < 0 \Rightarrow 0 < m < 4$$

(ریاضی اول، معادله ها و نامعادله ها، صفحه های ۷۷ تا ۷۹ و ۱۳۰ تا ۱۳۵)

۴✓

۳

۲

۱

-۵۳

(رفیعی عباسی اصل)

$$\triangle ADC : EF \parallel DC \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{AE}{AD} = \frac{AF}{AC} \Rightarrow \frac{4}{AD} = \frac{6}{15}$$

$$\Rightarrow AD = 10$$

$$\triangle ABC : DF \parallel BC \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{AD}{DB} = \frac{AF}{FC} \Rightarrow \frac{10}{x} = \frac{6}{9}$$

$$\Rightarrow x = 15$$

(هنرسه اول، صفحه های ۳۴ تا ۳۷)

۴

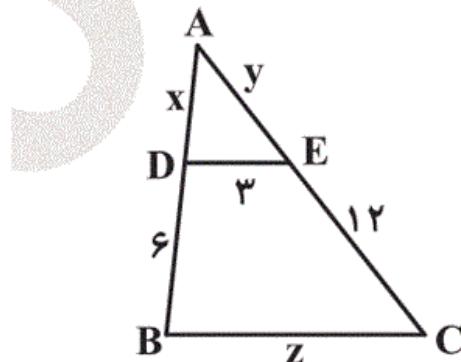
۳

۲✓

۱

طول اضلاع AD , AE و BC را به ترتیب x , y و z در نظر می‌گیریم و با توجه

به قضیه تالس و اطلاعات مسئله داریم:



$$\left\{ \begin{array}{l} \triangle \text{ADE} \text{ محیط} = 9 \Rightarrow x + y + 3 = 9 \\ \triangle \text{ABC} : \text{DE} \parallel \text{BC} \end{array} \right. \Rightarrow x + y + 3 = 9 \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \triangle \text{ABC} : \text{DE} \parallel \text{BC} \Rightarrow \frac{x}{6} = \frac{y}{12} \Rightarrow 2x = y \end{array} \right. \Rightarrow 2x = y \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow x + (2x) + 3 = 9 \Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow x = 2, y = 4$$

$$\triangle \text{ABC} : \text{DE} \parallel \text{BC} \Rightarrow \frac{\text{AD}}{\text{AB}} = \frac{\text{DE}}{\text{BC}} \Rightarrow \frac{2}{2+6} = \frac{3}{z} \Rightarrow \frac{2}{8} = \frac{3}{z} \Rightarrow z = 12$$

(هنرسه، صفحه‌های ۳۴ ۵ ۳۷)

✓

۱

(رضاعباسی اصل)

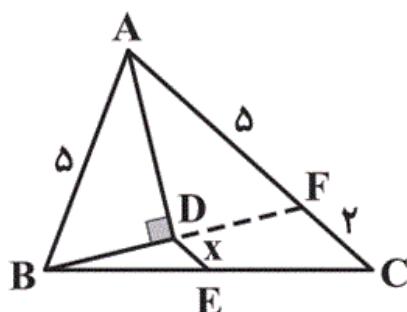
امتداد BD , ضلع AC را در F قطع

می‌کند. در مثلث ABF , AD نیمساز و

ABF ارتفاع است، پس مثلث

متساوی الساقین است و $\text{AB} = \text{AF} = 5$ و

درنتیجه $\text{FC} = 7 - 5 = 2$ است.



۱ ✓

با توجه به این‌که دو مثلث همنهشت نیستند، پس دو ضلع به طول ۷ در دو مثلث

نمی‌توانند متناظر یکدیگر باشند. از طرفی $\frac{4}{7} \neq \frac{7}{14}$ ، پس تنها حالت‌های ممکن

برای تناسب اضلاع دو مثلث به صورت زیر است: (x و y به ترتیب اندازه اضلاع سوم

مثلث‌های ABC و DEF هستند).

$$1) \frac{4}{7} = \frac{x}{14} = \frac{7}{y} \Rightarrow x = 8, y = \frac{49}{4} \Rightarrow x + y = \frac{81}{4}$$

$$2) \frac{4}{14} = \frac{7}{y} = \frac{x}{7} \Rightarrow x = 2, y = \frac{49}{2} \Rightarrow x + y = \frac{53}{2}$$

$$3) \frac{7}{14} = \frac{4}{y} = \frac{x}{7} \Rightarrow x = \frac{7}{2}, y = 8 \Rightarrow x + y = \frac{23}{2}$$

با نگاه به طول اضلاع مثلث ABC در حالت «۲» مشخص است که اعداد ۲، ۴ و ۷

در نامساوی مثلثی صدق نمی‌کنند ($2+4 < 7$)، پس این حالت امکان‌پذیر نیست.

بنابراین بیشترین مقدار برای مجموع طول‌های اضلاع سوم دو مثلث، برابر $\frac{81}{4}$ است.

(هنرسه ا، صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

۴✓

۳

۲

۱

به مثلث‌های ABC و ADE دقت کنید، در زاویه A هر دو مشترک هستند و

$\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB} = \frac{1}{2}$ ؛ بنابراین می‌توان گفت دو مثلث دو ضلع متناسب و زاویه

بین برابر با هم متشابه هستند. پس:

$$\triangle ADE \sim \triangle ACB \Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{9}{18} = \frac{x}{10} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{x}{10} \Rightarrow x = 5$$

(هنرسه ا، صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

۴

۳✓

۲

۱

$$\left. \begin{array}{l} \hat{C} = \hat{D} \hat{A} E \\ \hat{B} = \hat{D} = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle ADE$$

$$\Rightarrow \frac{AC}{AE} = \frac{BC}{AD} \Rightarrow \frac{12}{6} = \frac{BC}{4/5} \Rightarrow BC = 9$$

(هندسه ا و صفحه های ۳۸ تا ۴۱)

۴

۳

۲ ✓

۱

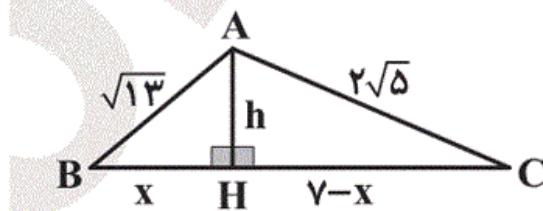
-۷۷

(فرشاد فرامرزی)

مثلث ABC را با اضلاع داده شده رسم می کنیم. ارتفاع AH ضلع بزرگتر مثلث را

به دو قسمت به طول های x و $y - x$ تقسیم می کند. از قضیه فیثاغورس در

مثلث های ACH و ABH داریم:



$$(\sqrt{13})^2 = x^2 + h^2 \Rightarrow h^2 = 13 - x^2$$

$$(2\sqrt{5})^2 = (y-x)^2 + h^2 \Rightarrow h^2 = 20 - (y-x)^2$$

$$\Rightarrow 13 - x^2 = 20 - (y-x)^2 \Rightarrow 13 - x^2 = 20 - (49 - 14x + x^2)$$

$$\Rightarrow 13 = 14x - 29 \Rightarrow 14x = 42 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow h^2 = 13 - 9 = 4 \Rightarrow h = 2$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AH \times BC = \frac{1}{2} \times 2 \times 7 = 7$$

(هندسه ا و صفحه های ۴۱ تا ۴۴)

۴

۳

۲

۱ ✓

(ابراهیم نجفی)

با توجه به این که $10^2 = 6^2 + 8^2$ است، پس مثلث اول قائم‌الزاویه است و در نتیجه به دلیل تشابه دو مثلث، مثلث دوم نیز باید قائم‌الزاویه باشد.

در مثلث قائم‌الزاویه، ارتفاع وارد بر بزرگ‌ترین ضلع، همان ارتفاع وارد بر وتر است.

$$AH \times BC = AB \times AC$$

$$\Rightarrow AH = \frac{AB \times AC}{BC} = \frac{6 \times 8}{10} = 4.8$$

۴

۳✓

۲

۱

(موسی زمانی)

ذوزنقه است، پس MN موازی BC می‌باشد و در نتیجه:

نسبت مساحت این دو مثلث، مجدور نسبت تشابه است.

$$k^2 = \frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{S}{15S} = \frac{1}{15}$$

$$\Rightarrow k = \frac{1}{\sqrt{15}} = \frac{AM}{AB}$$

تفضیل در مخرج $\rightarrow \frac{1}{\sqrt{15}} = \frac{AM}{MB}$

(هندسه ا، صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۴۹)

۴

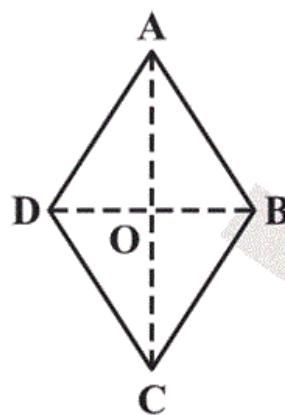
۳✓

۲

۱

هرگاه دو چندضلعی با نسبت تشابه k متشابه باشند، نسبت محیط‌های آن‌ها k و

نسبت مساحت‌های آن‌ها k^2 است.



$$\frac{S_{\text{مربع بزرگ}}}{S_{\text{مربع کوچک}}} = \frac{16}{9} = k^2 \Rightarrow k = \frac{4}{3}$$

$$AC = 4x \Rightarrow AO = \frac{4x}{2} = 2x$$

$$BD = 3x \Rightarrow BO = \frac{3x}{2} = 1.5x$$

$$AB^2 = AO^2 + BO^2 = (2x)^2 + (1.5x)^2 = 6.25x^2 \Rightarrow AB = 2.5x$$

$$\frac{\text{محیط مربع بزرگ}}{\text{محیط لوزی}} = \frac{4 \times 4x}{4 \times 2.5x} = \frac{16x}{10x} = \frac{8}{5}$$

(هنرسه، صفحه‌های ۱۴۹ تا ۱۵۰)

۴

۳

۲

۱ ✓