



[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir) سایت ویژه ریاضیات

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir)

ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی پایه - 10 سوال

۱۰۱- از بین ۶۵ دانش‌آموز یک روستا که در آزمون قلمچی به تاریخ ۹۷/۷/۲۰ شرکت کرده‌اند، ۳۵ تای آن‌ها تجربی و بقیه ریاضی هستند. اگر ۴۰ تا از آن‌ها تراز بالای ۷۵۰۰ داشته باشند به‌طوری که ۱۷ تا از آن‌ها تجربی باشند، چند دانش‌آموز ریاضی با تراز کمتر یا مساوی ۷۵۰۰ داریم؟

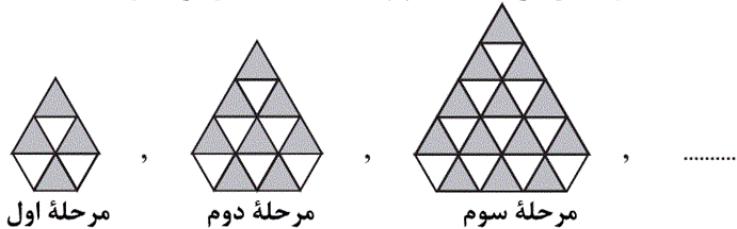
۲۳ (۴)

۱۸ (۳)

۱۳ (۲)

۷ (۱)

۱۰۲- اگر در شکل مرحله  $n$  ام الگوی زیر ۶۶ مثلث سفید وجود داشته باشد، در شکل مرحله  $n+1$  چند مثلث سیاه وجود دارد؟



۲۳۱ (۱)

۲۵۱ (۲)

۱۸۷ (۳)

۱۷۰ (۴)

۱۰۳- یک دنباله هندسی با قدر نسبت ۲، دارای سه جمله است. اگر عدد ۹ را بین جملات دوم و سوم این دنباله قرار دهیم، چهار جمله اول یک دنباله حسابی را می‌بینیم. مجموع ۱۰ جمله اول این دنباله حسابی کدام است؟

۱۹۵ (۴)

۱۳۵ (۳)

۱۶۵ (۲)

۱۵۵ (۱)

۱۰۴- حاصل عبارت  $\frac{3}{2} \sqrt[4]{\frac{1}{81}} - \sqrt[5]{2^{-5}} - \sqrt[6]{64}$  برابر کدام است؟

$\frac{1}{4}$  (۴)

$\frac{1}{3}$  (۳)

$\frac{1}{2}$  (۲)

۱ (۱)

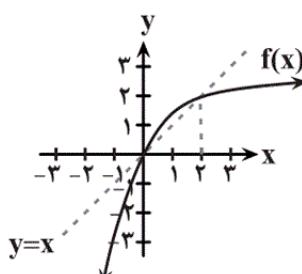
۱۰۵- اگر تساوی  $\frac{3x^3 - x + 2}{x^3 - 1} = \frac{A}{x-2} + \frac{Bx+1}{x^2 + 2x + 4}$  یک اتحاد باشد، حاصل  $B-A$  کدام است؟ (عبارت‌ها تعریف‌شده هستند).

-۲ (۴)

۲ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)



۱۰۶- مجموعه جواب نامعادله  $xf(x) - x^3 < 0$  به کدام صورت است؟

$(-\infty, 0)$  (۱)

$(0, 2)$  (۲)

$(2, +\infty)$  (۳)

$(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$  (۴)



۱۱۵-اگر  $ax^3 + 4x^2 + 4x + 1$  عامل مشترک دو چندجمله‌ای  $2x^3 + 7x^2 + 4x + 1$  و  $4x^3 + 4x^2 - 5x - 1$  باشد،  $a$  برابر کدام است؟

۳ (۴)

-۱ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۱۶-اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله  $x^3 - 4x^2 - 5x - 1 = 0$  باشند، ریشه‌های کدام معادله به صورت  $\left\{ \frac{1}{\alpha} + 1, \frac{1}{\beta} + 1 \right\}$  است؟

$$x^3 - 3x - 1 = 0 \quad (۴) \quad x^3 + 3x - 1 = 0 \quad (۳) \quad x^3 - 3x + 1 = 0 \quad (۲) \quad x^3 + 3x + 1 = 0 \quad (۱)$$

۱۱۷-به ازای چه حدودی از  $x$ ، عبارت  $P = \frac{(x-2)^3(x+2)^2}{|x+2|}$  همواره منفی است؟

$$(-\infty, 2] - \{-2\} \quad (۴) \quad (-\infty, 2) - \{-2\} \quad (۳) \quad (-\infty, 2) \quad (۲) \quad (-\infty, 2) \quad (۱)$$

۱۱۸-تعداد جواب‌های معادله  $\frac{x-2}{x+2} + \frac{x}{x-2} = \frac{1}{x^2-4}$  کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۱) صفر

۱۱۹-اگر  $x = 4$  جواب معادله  $\sqrt{3x-8} - a = \sqrt{5-x}$  باشد، جواب دیگر معادله کدام است؟

۴) جواب دیگری ندارد.

$\frac{5}{2}$  (۳)

$\frac{5}{4}$  (۲)

$\frac{11}{4}$  (۱)

۱۲۰-اگر دامنه تغییرات داده‌های  $17, 15, 10, 11, 8, 10, 14, 11, 6, 2, 12, 13$  برابر ۱۵ باشد، حاصل ضرب مقادیر ممکن برای  $a$  کدام است؟

۲۶ (۴)

۴۸ (۳)

۶۴ (۲)

۴۲ (۱)

### ریاضی ۳ - دوازدهم - ۱۰ سوال

۹۱-اگر  $\tan 18^\circ = \alpha$  باشد و داشته باشیم:  $\frac{A \sin 108^\circ + \cos 72^\circ}{A \sin 918^\circ} = \frac{2}{3}$ ، در این صورت مقدار  $A$  کدام است؟

$\frac{2\alpha}{2-3\alpha}$  (۴)

$\frac{2\alpha}{3-2\alpha}$  (۳)

$\frac{3\alpha}{3-2\alpha}$  (۲)

$\frac{-3\alpha}{3+2\alpha}$  (۱)

۹۲-برای  $\frac{\pi}{18} < \frac{x-\pi}{3} < \frac{\pi}{24}$  - داریم:  $\cos 2x = 2m - 1$ . در این صورت حدود  $m$  کدام است؟

$(0, 1]$  (۴)

$(\frac{3}{4}, \frac{\sqrt{2}+2}{4})$  (۳)

$(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}]$  (۲)

$(\frac{3}{4}, 1]$  (۱)

۹۳-در یک متوازی الاضلاع، یکی از قطرها دو برابر دیگری و زاویه بین دو قطر  $30^\circ$  است. اگر مساحت متوازی الاضلاع  $32$  واحد مربع باشد، اندازه قطر کوچک آن چه قدر است؟

۸ (۳)

$8\sqrt{2}$  (۴)

$4\sqrt{2}$  (۲)

۴ (۱)

۹۴- هر گاه  $\cos(x+30^\circ) + \cos(2x+60^\circ) = 0$  کدام است؟  $x$  در ربع اول قرار دارد.

$\frac{1+\tan x}{1+\cot x}$  باشد، حاصل عبارت  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۴)  $2\sqrt{3}$  (۳)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$  (۲)  $\sqrt{3}$  (۱)

۹۵- اگر  $2\sin^2 x - 3\sin x \cos x + 7\cos^2 x = 3$  باشد، آنگاه مجموع مقادیر ممکن برای  $\tan x$  کدام است؟

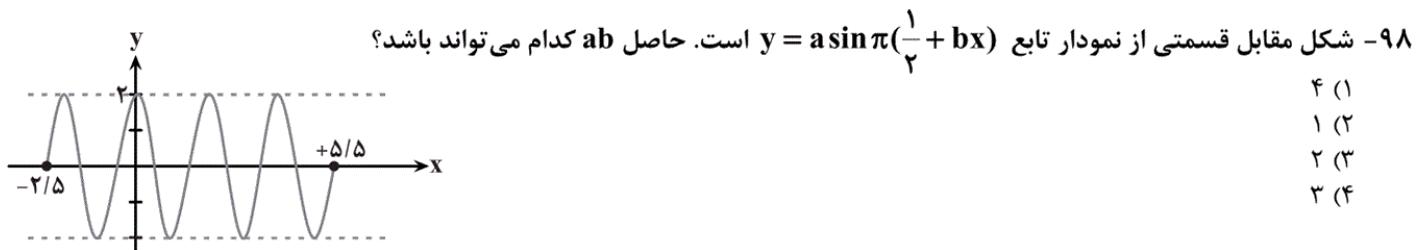
$3$  (۴)  $1$  (۳)  $-3$  (۲)  $-1$  (۱)

۹۶- معادله  $\sin^2 x = \sin x$  در بازه  $[0, 2\pi]$  چند جواب دارد؟

$4$  (۴)  $3$  (۳)  $2$  (۲)  $1$  (۱)

۹۷- اگر  $\frac{\tan \alpha + 1}{\tan \alpha - 1} = \frac{3}{2}$  باشد، آنگاه حاصل  $\sin 2\alpha$  برابر با کدام گزینه است؟

$-\frac{5}{13}$  (۴)  $\frac{5}{13}$  (۳)  $-\frac{12}{13}$  (۲)  $\frac{12}{13}$  (۱)



۹۹- معادله درجه دومی که ریشه‌های آن  $\sin^2 15^\circ$  و  $\cos^2 15^\circ$  می‌باشند، کدام است؟

$6x^2 - 6x + 1 = 0$  (۲)  $8x^2 - 8x + 1 = 0$  (۱)

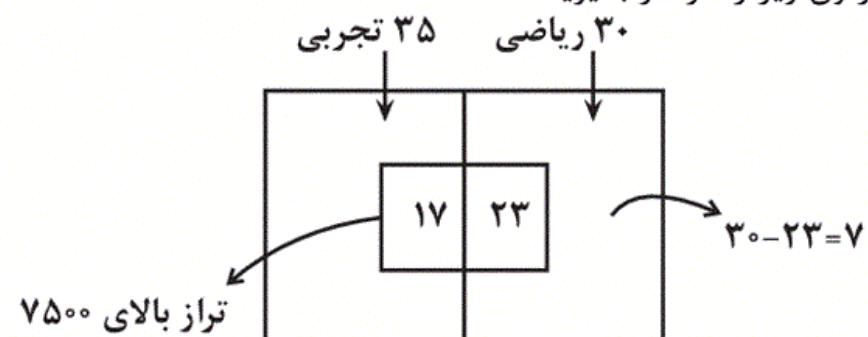
$12x^2 - 12x + 1 = 0$  (۴)  $16x^2 - 16x + 1 = 0$  (۳)

۱۰۰- مجموع جواب‌های معادله  $\cos 3x = \cos 2x$  در بازه  $(\pi, 3\pi)$ ، کدام است؟

$6\pi$  (۴)  $8\pi$  (۳)  $10\pi$  (۲)  $12\pi$  (۱)

(محضفی کدمی)

نمودار ون زیر را در نظر بگیرید:



بنابراین ۷ دانش آموز ریاضی با تراز کمتر یا مساوی ۷۵۰۰ داریم.

(متهم یک مجموعه) (ریاضی ۱، صفحه های ۸ تا ۱۳)

۴

۳

۲

۱ ✓

(حسین اسفینی)

شماره شکل	تعداد مثلثهای سفید
۱	$1+2 = \frac{2 \times 3}{2}$
۲	$1+2+3 = \frac{3 \times 4}{2}$
۳	$1+2+3+4 = \frac{4 \times 5}{2}$
n	$1+2+\dots+(n+1) = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$

با توجه به فرض، تعداد مثلثهای سفید مرحله n ام ۶۶ است. داریم:

$$\frac{(n+1)(n+2)}{2} = 66 \Rightarrow (n+1)(n+2) = 132 = 11 \times 12$$

$$\Rightarrow n+1=11 \Rightarrow n=10$$

حال باید تعداد مثلثهای سیاه در شکل ۲n ام یعنی ۲۰ ام را بیابیم:

شماره شکل	تعداد مثلثهای مشکی
۱	$(1+2)+1$
۲	$(1+2+3)+2$
۳	$(1+2+3+4)+3$
n	$(1+2+\dots+(n+1))+n = \frac{(n+1)(n+2)}{2} + n$

 ۴ ۳ ۲ ۱

(سروش موئینی)

-۱۰۳-

سه جمله اول دنباله هندسی با قدرنسبت ۲ را می‌توانیم به صورت  $4a$  و  $2a$  و  $a$  نشان دهیم.

حالا اگر عدد ۹ را بین جمله دوم و سوم بنویسیم:

 $a, 2a, 9, 4a$ 

$$2(9) = 2a + 4a$$

شرط دنباله حسابی این است که:

$$\Rightarrow 18 = 6a \Rightarrow a = 3$$

پس دنباله حسابی  $3, 6, 9, 12, \dots$  را داریم که جمع ده جمله اول آن برابر

$$3(1+2+3+\dots+10) = 3 \times \frac{10(11)}{2} = 3(55) = 165$$

است با:

(دنباله‌های حسابی و هندسی) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(بابک سادات)

$$\sqrt[6]{64} = \sqrt[6]{2^6} = 2^{\frac{6}{6}} = 2$$

$$\sqrt[5]{2^{-5}} = 2^{-\frac{5}{5}} = 2^{-1} = \frac{1}{2}$$

$$\sqrt[4]{\frac{1}{81}} = \sqrt[4]{\frac{1}{3^4}} = \sqrt[4]{3^{-4}} = 3^{-\frac{4}{4}} = 3^{-1} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{3}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$$

$$2 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 2 - 1 = 1 \quad \text{حاصل عبارت}$$

(ریشه و توان، ریشه ۳) (ریاضی ا، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

 ۴ ۳ ۲ ۱ ✓

(سینا محمدپور)

از آنجایی که  $x^3 - 8 = (x - 2)(x^2 + 2x + 4)$ ، کافیست طرفین تساویرا در  $x^3 - 8$  ضرب کنیم. لذا تساوی به شکل زیر درمی‌آید:

$$3x^2 - x + 2 = A(x^2 + 2x + 4) + (Bx + 1)(x - 2)$$

$$\Rightarrow 3x^2 - x + 2 = (A + B)x^2 + (2A - 2B + 1)x + 4A - 2$$

حال با مقایسه ضرایب نتیجه می‌گیریم:

$$\begin{cases} 4A - 2 = 2 \\ A + B = 3 \\ 2A - 2B + 1 = -1 \end{cases} \Rightarrow A = 1, B = 2$$

$$B - A = 2 - 1 = 1$$

بنابراین:

(ترکیبی) (ریاضی ا، صفحه‌های ۶۳ و ۶۴) (ریاضی ب، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۴)

 ۴ ۳ ۲ ۱ ✓

$$x f(x) - x^2 < 0 \Rightarrow x(f(x) - x) < 0.$$

مطابق شکل در فاصله  $(0, 2)$  تابع  $y = f(x)$  بالای خط  $y = x$  قرار دارد  
 یعنی  $f(x) - x > 0$  و در فاصله  $(2, +\infty)$  پایین خط  $y = x$  قرار دارد یعنی  $f(x) - x < 0$  می‌شود.

	○	₂	
X	-	○	+
$f(x) - x$	-	○	+
$x(f(x) - x)$	+	○	-

$\Rightarrow x \in (2, +\infty)$

(تعیین علامت) (ریاضی ا، صفحه‌های ۸۳ تا ۹۳)

۴

۳✓

۲

۱

منظور از صفرهای تابع درجه دوم  $f(x) = x^2 - 6x + 2$ ، ریشه‌های معادله

$\begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases}$  درجه دوم  $x^2 - 6x + 2 = 0$  است. از آنجا که در این معادله

می‌توانیم بگوییم ریشه‌ها یعنی  $\alpha$  و  $\beta$  مثبت هستند.

حال به معادله  $x^2 - \beta - 1 = 0$  می‌رسیم که با تغییر متغیر

به صورت  $at^2 + 13t - \beta - 1 = 0$  در می‌آید. در این معادله:

$$ac = \alpha(-\beta - 1) = -\alpha(\beta + 1) \xrightarrow{\alpha, \beta > 0} \text{همواره منفی}$$

پس با توجه به  $ac < 0$  می‌توان نتیجه گرفت این معادله دارای دو ریشه مختلف العلامت (مثلاً  $t_1 < 0$  و  $t_2 > 0$ ) است.

پس  $x = t_1$  جواب ندارد و  $x = t_2$  دارای دو جواب قرینه است.

است که حاصل جمع آن‌ها حتماً صفر خواهد شد.

(ترکیبی) (ریاضی ا، صفحه‌های ۷۴ و ۷۵) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

۴

۳

۲

۱✓

در طرف چپ تساوی مخرج مشترک می‌گیریم:

$$\frac{m}{x-2} + \frac{x}{x+1} = \frac{2x+4}{x^2 - x - 2} \Rightarrow \frac{mx + m + x^2 - 2x}{x^2 - x - 2} = \frac{2x+4}{x^2 - x - 2}$$

$$\xrightarrow{x \neq -1, 2} mx + m + x^2 - 2x = 2x + 4$$

$$\Rightarrow x^2 + (m-4)x + (m-4) = 0 \quad (*)$$

اگر ریشه‌های معادله را  $\alpha$  و  $\beta$  در نظر بگیریم، با توجه به این‌که یک ریشه

معادله از قرینهٔ ریشه دیگر یک واحد بیشتر است، داریم:

$$\alpha = -\beta + 1 \Rightarrow \alpha + \beta = 1 \quad (**)$$

با توجه به معادله  $(*)$  جمع ریشه‌ها برابر است با:

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{m-4}{1} \xrightarrow{(**)} -\frac{m-4}{1} = 1 \Rightarrow m = 3$$

(هنرستان تحلیلی و هبیر) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۹ و ۲۳ تا ۲۶)

۴

۳

۲✓

۱

$$\sqrt{x+3} = 1 + \sqrt{x-1} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} x+3 = 1+x-1+2\sqrt{x-1}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2} = \sqrt{x-1}$$

$$\Rightarrow \frac{9}{4} = x-1 \Rightarrow x = 1 + \frac{9}{4} = 3/25$$

(معادلات گویا و معادلات رادیکالی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴)

۴

۳

۲✓

۱

در ابتدا توجه داشته باشید که اضافه کردن یک عدد ثابت به تمام داده‌ها واریانس (و در نتیجه انحراف معیار آن‌ها) را تغییر نمی‌دهد. پس انحراف معیار داده‌های ۱، ۲، ۳ و ۴ برابر با انحراف معیار داده‌های ۲۱، ۲۲، ۲۳ و ۲۴ است. زیرا به داده‌های اول، ۲۰ واحد اضافه شده است. بنابراین نسبت ضریب تغییرات آن‌ها، عکس نسبت میانگین‌هاست:

$$\left. \begin{array}{l} x_i : 1, 2, 3, 4 \\ y_i : 21, 22, 23, 24 \end{array} \right\} \Rightarrow CV_X = \frac{\sigma}{2/5} \quad \left. \begin{array}{l} \Rightarrow CV_X = \frac{\sigma}{2/5} = \frac{22/5}{2/5} = 9 \\ CV_Y = \frac{\sigma}{22/5} \end{array} \right\}$$

(آمار توصیفی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۵۳ تا ۱۶۰)

✓

۱

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < 2 - x \leq 5\}$$

$$-1 < 2 - x \leq 5 \xrightarrow{x(-1)} -5 \leq x - 2 < 1 \xrightarrow{+2} -3 \leq x < 3$$

$$\Rightarrow A = [-3, 3)$$

$$B = \left\{ x \in \mathbb{Z} \mid \frac{2x + 3}{x} \in W \right\}$$

برای آنکه عبارت  $\frac{2x + 3}{x} = 2 + \frac{3}{x}$  عضو مجموعه اعداد حسابی باشد،

باید  $x$  عضوی از مجموعه زیر باشد:

$$B = \{1, \pm 3\}$$

$$A \cap B' = A - B$$

بنابراین:

$$= [-3, 3) - \{1, \pm 3\} = (-3, 3) - \{1\}$$

مجموعه فوق فقط شامل عدد طبیعی ۲ است.

(متعمیک مجموعه) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۱ تا ۱۳)

✓

۱

(سؤال ۹۲ کتاب آبی ریاضیات پایه تبریز)

در مرکز هر شکل، به تعداد مربع شماره مرحله، دایره سیاه وجود دارد و علاوه بر آن، در هر یک از چهار طرف شکل ۲ دایره سیاه (مجموعاً ۸ دایره

$$t_n = n^2 + 4(2) = n^2 + 8$$

سیاه) وجود دارد، بنابراین:

حال باید مقدار  $n$  را بیابیم که به ازای آن  $t_n = 129$  شود:

$$t_n = 129 \Rightarrow n^2 + 8 = 129 \Rightarrow n^2 = 121 \Rightarrow n = 11$$

در شکل یازدهم، تعداد دایره‌های سیاه برابر ۱۲۹ می‌شود.

(الگو و دنباله) (ریاضی اول صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(سؤال ۱۳۴ کتاب آبی ریاضیات پایه تبریز)

$$t_{10} + t_{20} = 180$$

$$\Rightarrow (t_1 + 9d) + (t_1 + 19d) = 180$$

$$\Rightarrow 2t_1 + 28d = 180 \quad (*)$$

$$t_{13} + t_{17} = (t_1 + 12d) + (t_1 + 16d) = 2t_1 + 28d$$

$$\xrightarrow{(*)} t_{13} + t_{17} = 180$$

از طرفی:

بنابراین:

(دنباله‌های حسابی و هندسی) (ریاضی اول صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(سؤال ۲۵ کتاب آبی ریاضیات پایه تهریی)

اعداد را به صورت توان‌های گویا می‌نویسیم:

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{\sqrt{5}} \times \frac{25}{\sqrt[4]{125}} \times \frac{1}{\sqrt[5]{25}} \times 5^{-\frac{2}{7}} \\
 &= \frac{1}{\frac{1}{5^{\frac{1}{2}}}} \times \frac{5^2}{5^{\frac{3}{4}}} \times \frac{1}{\frac{1}{5^{\frac{1}{5}}}} \times 5^{-\frac{2}{7}} \\
 &= 5^{-\frac{1}{2}} \times 5^2 \times 5^{-\frac{3}{4}} \times 5^{-\frac{2}{5}} \times 5^{-\frac{2}{7}} \\
 &= 5^{-\frac{1}{2}+2-\frac{3}{4}-\frac{2}{5}-\frac{2}{7}} = 5^{140} = 14\sqrt[5]{5^9} = \sqrt[m]{5^n} \\
 \Rightarrow m &= 140, n = 9 \Rightarrow m+n = 149
 \end{aligned}$$

(توان‌های گویا) (ریاضی ا، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(سؤال ۳۲۹ کتاب آبی ریاضیات پایه تهریی)

$$4x^2 + 4x + 1 = (2x+1)^2$$

ابتدا عبارت‌ها را تجزیه می‌کنیم:

چون عبارت اول فقط عامل  $2x+1$  را دارد، پس عامل مشترک دو عبارت فقط همین عامل می‌تواند باشد و نیازی به تجزیه عبارت دوم نیست،

$$2x+1 = ax+1 \Rightarrow a = 2$$

بنابراین:

(عبارت‌های جبری) (ریاضی ا، صفحه‌های ۶۱ تا ۶۳)

 ۴ ۳ ۲ ۱

$$4x^2 - 5x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} S = \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{-(-5)}{4} = \frac{5}{4} \\ P = \alpha \cdot \beta = \frac{c}{a} = \frac{-1}{4} \end{cases}$$

بنابراین در معادله جدید داریم:

$$S' = \left(\frac{1}{\alpha} + 1\right) + \left(\frac{1}{\beta} + 1\right) = \frac{\alpha + \beta}{\alpha \beta} + 2$$

$$= \frac{\frac{5}{4}}{\frac{-1}{4}} + 2 = -5 + 2 = -3$$

$$P' = \left(\frac{1}{\alpha} + 1\right) \times \left(\frac{1}{\beta} + 1\right) = \frac{1}{\alpha \beta} + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + 1$$

$$= \frac{1}{\alpha \beta} + \frac{\alpha + \beta}{\alpha \beta} + 1 = \frac{1}{\frac{-1}{4}} + \frac{\frac{5}{4}}{\frac{-1}{4}} + 1 = -4 - 5 + 1 = -8$$

بنابراین با توجه به رابطه  $x^2 - S'x + P' = 0$  معادله مورد نظر به صورت

زیر خواهد بود:

$$x^2 - (-3)x + (-8) = 0 \Rightarrow x^2 + 3x - 8 = 0$$

(معادله درجه دوم و تابع درجه ۲) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳)

۱

۲

۳

۴

(سوال ۵۳۹ کتاب آبی ریاضیات پایه تبریز)

$$P = \frac{(x-2)^3(x+2)^2}{|x+2|} < 0$$

عبارت‌های  $(x+2)^2$  و  $|x+2|$  همواره نامنفی‌اند و علامت عبارت را تغییر نمی‌دهند، دقت کنید که کسر به ازای  $x = -2$  قابل تعریف نیست. بنابراین:

$$(x-2)^3 < 0 \Rightarrow x-2 < 0 \Rightarrow x < 2$$

عبارت  $P$  به ازای  $x$ ‌های متعلق به مجموعه  $\{x \mid x < 2\}$  همواره منفی است.

(تعیین علامت) (ریاضی ا، صفحه‌های ۸۸ و ۸۹ و ۹۰)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(سراسری ریاضی - ۷۵)

توجه می‌کنیم که  $x \neq 2$  و  $x \neq -2$  زیرا ریشه‌های مخرج هستند. با ضرب طرفین معادله در ک.م.م مخرج‌ها  $((x-2)(x+2))$  داریم:

$$(x-2)^3 + x(x+2) = 8$$

$$\Rightarrow 2x^3 - 2x + 4 = 8 \Rightarrow 2x^3 - 2x - 4 = 0$$

 ۴ ۳ ۲ ۱

## (سوال ۵۱۸ کتاب آبی ریاضیات پایه تهریی)

ریشهٔ معادله در خود معادله صدق می‌کند، بنابراین:

$$\sqrt{۳x - ۸} - a = \sqrt{۵ - x}$$

$$\xrightarrow{x=4} \sqrt{3(4) - 8} - a = \sqrt{5 - 4}$$

$$\Rightarrow 2 - a = 1 \Rightarrow a = 1$$

بنابراین معادله به صورت  $\sqrt{3x - 8} - 1 = \sqrt{5 - x}$  خواهد بود.

$$\sqrt{3x - 8} - 1 = \sqrt{5 - x} \Rightarrow \sqrt{3x - 8} = 1 + \sqrt{5 - x}$$

$$\xrightarrow[2]{\text{به توان ۲}} 3x - 8 = 1 + (5 - x) + 2\sqrt{5 - x}$$

$$\Rightarrow 4x - 14 = 2\sqrt{5 - x} \Rightarrow 2x - 7 = \sqrt{5 - x}$$

$$\xrightarrow[2]{\text{به توان ۲}} 4x^2 + 49 - 28x = 5 - x$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 27x + 44 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{27 \pm \sqrt{25}}{8} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{27 + 5}{8} = 4 \\ x = \frac{27 - 5}{8} = \frac{11}{4} \end{cases}$$

 $x = \frac{11}{4}$  در معادله صدق نمی‌کند، پس معادله جواب دیگری ندارد.

(معادلات گویا و معادلات رادیکالی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴)

۴✓

۳

۲

۱

اگر  $a \leq 17$ ، آنگاه دامنه تغییرات داده‌های  $13, 12, a, 6, 14, 11, 8, 10, 15, 17$  برابر است با:  $17 - a = 11$  که این مقدار با فرض سؤال که دامنه تغییرات را برابر ۱۵ در نظر گرفته است، متفاوت است. پس دو حالت زیر امکان‌پذیر است:

(۱)  $a$  کوچک‌ترین داده باشد:

$$R = 15 \Rightarrow 17 - a = 15 \Rightarrow a = 2$$

(۲)  $a$  بزرگ‌ترین داده باشد:

$$R = 15 \Rightarrow a - 6 = 15 \Rightarrow a = 21$$

پس  $a$  برابر با ۲ یا ۲۱ است و حاصل ضرب مقادیر ممکن برای  $a$ ، برابر است  $.2 \times 21 = 42$ .

(آمار توصیفی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۵۶ و ۱۵۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

(امیر هوشنگ فمسه)

-۹۱-

با استفاده از روابط بین نسبت‌های مثلثاتی داریم:

$$\sin 108^\circ = \sin(90^\circ + 18^\circ) = \cos 18^\circ$$

$$\cos 72^\circ = \cos(90^\circ - 18^\circ) = \sin 18^\circ$$

$$\sin 918^\circ = \sin(720^\circ + 198^\circ) = \sin(198^\circ)$$

$$= \sin(180^\circ + 18^\circ) = -\sin 18^\circ$$

$$\frac{A \sin 108^\circ + \cos 72^\circ}{A \sin 918^\circ} = \frac{A \cos 18^\circ + \sin 18^\circ}{-A \sin 18^\circ} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow -\cot 18^\circ - \frac{1}{A} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{\alpha} - \frac{2}{3} = \frac{1}{A} \Rightarrow \frac{1}{A} = \frac{-3 - 2\alpha}{3\alpha} \Rightarrow A = \frac{-3\alpha}{3 + 2\alpha}$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۷۷ و ۷۸)

۴

۳

۲

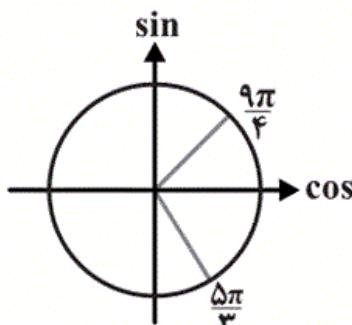
۱ ✓

(میلار منصوری)

با به دست آوردن محدوده  $2x$  داریم:

$$-\frac{\pi}{18} < \frac{x - \pi}{3} < \frac{\pi}{24} \xrightarrow{\times 3} -\frac{\pi}{6} < x - \pi < \frac{\pi}{8}$$

$$\xrightarrow{+ \pi} \frac{5\pi}{6} < x < \frac{9\pi}{8} \xrightarrow{\times 2} \frac{5\pi}{3} < 2x < \frac{9\pi}{4}$$



در این بازه،  $\cos 2x$  هریک از مقادیر بازه  $[\frac{1}{2}, 1)$  را می‌تواند اختیار کند.

$$\frac{1}{2} < \cos 2x \leq 1 \Rightarrow \frac{1}{2} < 2m - 1 \leq 1 \Rightarrow \frac{3}{4} < m \leq 1$$

يعنى:

(ریاضی ا، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

 ۴ ۳ ۲ ۱ ✓

(یغما کلانتریان)

قطراها را  $x$  و  $2x$  می‌گیریم:

$$S = \frac{1}{2}(x)(2x)\sin 30^\circ \Rightarrow 32 = \frac{1}{2}(2x^2)\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\Rightarrow 32 = \frac{x^2}{2} \Rightarrow x^2 = 64 \Rightarrow x = 8$$

(ریاضی ا، صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

 ۴ ۳ ✓ ۲ ۱

(رضا سیدنیفی)

برای دو زاویه مکمل داریم:  $\cos\theta = -\cos(\pi - \theta)$  و به عبارتی  $\cos(x + 30^\circ) + \cos(2x + 60^\circ)$  زمانی است.  $\cos\theta + \cos(\pi - \theta) = 0$

برابر صفر خواهد بود که:

$$(x + 30^\circ) + (2x + 60^\circ) = 180^\circ \Rightarrow 3x = 90^\circ \Rightarrow x = 30^\circ$$

آن گاه:

$$\frac{1 + \tan 30^\circ}{1 + \cot 30^\circ} = \frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{3}}{1 + \sqrt{3}} = \frac{\frac{3 + \sqrt{3}}{3}}{1 + \sqrt{3}} = \frac{\frac{\sqrt{3}(\sqrt{3} + 1)}{3}}{1 + \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۱

۲

۳✓

۴

(میثم غلاح)

ابتدا طرفین تساوی را بر  $\cos^2 x$  تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{\div \cos^2 x}{\cos^2 x} \rightarrow 2 \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - 3 \frac{\sin x}{\cos x} + 7 = \frac{3}{\cos^2 x}$$

$$\Rightarrow 2 \tan^2 x - 3 \tan x + 7 = 3(1 + \tan^2 x)$$

$$\Rightarrow \tan^2 x + 3 \tan x - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \tan x = 1 \\ \tan x = -4 \end{cases}$$

$\tan x = 1$ : مجموع مقادیر ممکن برای  $1 + (-4) = -3$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۷۷ و ۷۸) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۱

۲

۳✓

۴

$$\sin^2 x = \sin x \Rightarrow \sin x(\sin x - 1) = 0 \Rightarrow \sin x = 0 \text{ یا } \sin x = 1$$

معادله  $\sin x = 0$  در بازه داده شده ۳ جواب  $0, \pi, 2\pi$  دارد.

معادله  $\sin x = 1$  در این بازه یک جواب  $x = \frac{\pi}{2}$  دارد.

بنابراین معادله داده شده در بازه  $[0, 2\pi]$ ، چهار جواب دارد.

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۷۷ و ۷۸)

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۴۱ تا ۴۴)

$$\text{از طرفی می‌دانیم: } 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow 1 + 25 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{26} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{1}{\sqrt{26}}$$

$$\Rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{5}{\sqrt{26}}$$

حال از آنجایی که  $\tan \alpha = 5$ ، لذا  $\cos \alpha$  و  $\sin \alpha$  هم علامتند. پس:

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2 \times \frac{5}{\sqrt{26}} = \frac{10}{\sqrt{26}} = \frac{10}{13}$$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۵) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۷۷ و ۷۸)

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۴۲، ۴۳ و ۴۱)

(لیلا مرادی)

$$y = a \sin\left(\frac{\pi}{2} + b\pi x\right) = a \cos(b\pi x)$$

از آنجا که دوره تناوب  $T = \frac{2\pi}{|b|}$  و با  $y = a \cos bx + c$  برابر است با

توجه به اینکه نمودار  $\cos$  تناوب خود را طی کرده است، داریم:

$$4T = 5/5 - (-2/5) = 8 \Rightarrow T = \frac{8}{4} = 2$$

$$T = \frac{2\pi}{|b\pi|} = 2 \Rightarrow |b| = 1 \Rightarrow b = \pm 1$$

و از طرفی نقطه  $(0, 2)$  روی نمودار قرار دارد، پس در ضابطه آن صدق

$$2 = a \cos(0) \Rightarrow a = 2$$

که عدد ۲ در گزینه‌ها موجود است.

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۱ تا ۹۴) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۲ تا ۴۱)

۴

۳✓

۲

۱

(مهرداد ملوندی)

کافیست مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های این معادله را به دست آوریم:

$$S = \sin^2 15^\circ + \cos^2 15^\circ = 1$$

$$P = \sin^2 15^\circ \times \cos^2 15^\circ = (\sin 15^\circ \cos 15^\circ)^2$$

$$= \frac{1}{4} \sin^2 30^\circ = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$$

در نتیجه با توجه به مقادیر  $S$  و  $P$ ، معادله مذکور به صورت زیر خواهد بود:

$$x^2 - x + \frac{1}{16} = 0 \Rightarrow 16x^2 - 16x + 1 = 0$$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۴

۳✓

۲

۱

$$\cos 3x = \cos 2x \Rightarrow 3x = 2k\pi \pm 2x \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi \\ 5x = 2k\pi \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{5} \end{cases}$$

پس جواب‌های کلی این معادله به صورت  $x = \frac{2k\pi}{5}$  می‌باشد. حال از آن‌جا

که  $3\pi < x < \pi$  است، لذا جواب‌های معادله عبارتند از:

$$x = \left\{ \frac{6\pi}{5}, \frac{8\pi}{5}, \frac{10\pi}{5}, \frac{12\pi}{5}, \frac{14\pi}{5} \right\}$$

$$\frac{(6+8+10+12+14)\pi}{5} = 10\pi \quad \text{پس مجموع جواب‌ها برابر است با:}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۴۱)

۴

۲

۲ ✓

۱