



www.riazisara.ir سایت ویژه ریاضیات

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir)

ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی ۱ - ۲۰ سوال

۵۱ - اگر $A = \{x \in \mathbb{R}, 2 \leq x < 6\}$ برابر کدام بازه است؟

(۲, ۷) (۴)

[۳, ۷] (۳)

(۳, ۷] (۲)

(۳, ۷) (۱)

۵۲ - اگر $A \subseteq B$ و A مجموعه‌ای نامتناهی باشد، آن‌گاه کدام مجموعه حتماً نامتناهی است؟

$A' \cap B'$ (۴)

$B - A$ (۳)

$A \cap B$ (۲)

B' (۱)

۵۳ - در یک کلاس ۴۰ نفره، ۱۵ نفر گروه خونی A ، ۱۷ نفر گروه خونی B دارند. چند نفر گروه خونی A یا B دارند؟

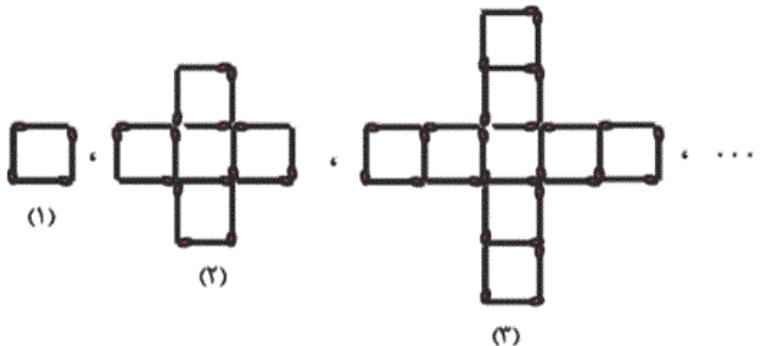
۲۲ (۴)

۱۵ (۳)

۱۸ (۲)

۵ (۱)

۵۴ - با توجه به الگوی زیر، در کدام مرحله تفاضل تعداد مربع‌ها از تعداد چوب‌کبریت‌ها برابر ۹۱ است؟



۸ (۱)

۱۰ (۲)

۱۲ (۳)

۱۴ (۴)

۵۵ - در یک دنباله حسابی مجموع سه جمله اول ۳ و مجموع سه جمله بعدی ۲۴ است. جمله بیست و یکم این دنباله کدام است؟

۶۷ (۴)

۶۵ (۳)

۵۶ (۲)

۷۶ (۱)

- ۵۶- جملات نهم، هفتم و سوم از یک دنباله حسابی با جملات متمایز، به ترتیب سه جمله متوالی یک دنباله هندسی

هستند. نسبت جمله دهم به جمله هشتم از این دنباله حسابی کدام است؟

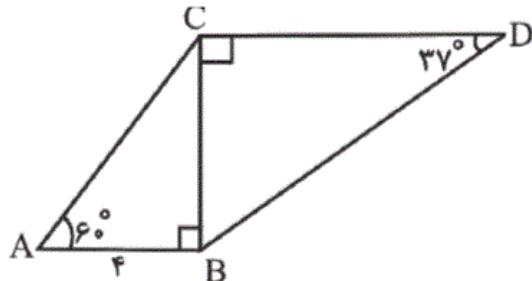
$$\frac{1}{11} \quad (4)$$

$$\frac{1}{9} \quad (3)$$

$$\frac{1}{5} \quad (2)$$

$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

- ۵۷- در شکل زیر، اگر $\cot 37^\circ = \frac{4}{3}$ باشد، طول CD تقریباً کدام است؟



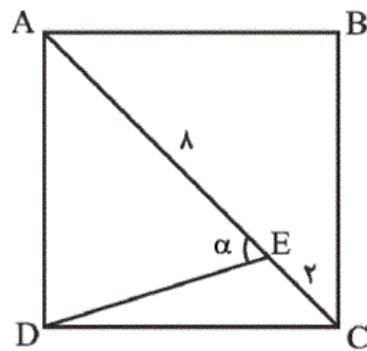
$$\frac{16\sqrt{3}}{5} \quad (1)$$

$$\frac{15\sqrt{3}}{2} \quad (2)$$

$$\frac{16\sqrt{3}}{3} \quad (3)$$

$$\frac{15\sqrt{3}}{5} \quad (4)$$

- ۵۸- اگر $ABCD$ یک مربع باشد، آن‌گاه $\tan \alpha$ کدام است؟ ($EC = 2$, $AE = 8$)



$$\frac{3}{2} \quad (1)$$

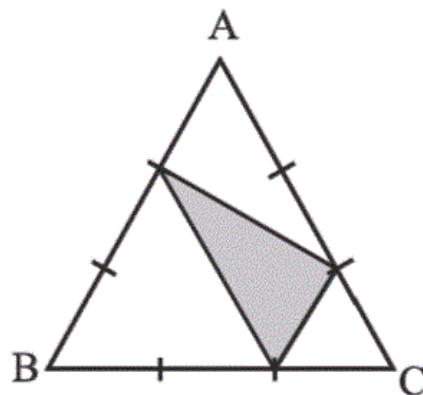
$$\frac{3}{5} \quad (2)$$

$$\frac{5}{3} \quad (3)$$

$$\frac{4}{3} \quad (4)$$

- ۵۹- در شکل زیر، هر ضلع مثلث متساوی‌الاضلاع ABC را به سه قسمت متساوی تقسیم کرده‌ایم. مساحت ناحیه

ساخه زده چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟



(۱) $\frac{5}{12}$

(۲) $\frac{2}{9}$

(۳) $\frac{1}{4}$

(۴) $\frac{4}{9}$

- ۶۰- حاصل $\frac{\cos 90^\circ - \sin 270^\circ - \tan 180^\circ}{\cos 0^\circ - \cot 270^\circ + \cot 90^\circ}$ کدام است؟

-۲ (۴)

۳) صفر

-۱ (۲)

۱ (۱)

- ۶۱- اگر $\tan \alpha = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$ و انتهای کمان α روی دایره مثبتاتی نقطه P باشد که در ناحیه دوم محورهای مختصات

واقع است، مجموع مؤلفه‌های اول و دوم مختصات نقطه P کدام است؟

$\frac{2-\sqrt{5}}{3}$ (۲)

$\frac{\sqrt{5}-2}{3}$ (۱)

$\frac{-2-\sqrt{5}}{3}$ (۴)

$\frac{\sqrt{5}+2}{3}$ (۳)

- ۶۲- اگر $0 < \sin 2\alpha < 0$ و $0 < \tan \alpha < 0$ باشد، آن‌گاه انتهای کمان α در کدام ناحیه دایره مثبتاتی

است؟ ($0 < \alpha < 360^\circ$)

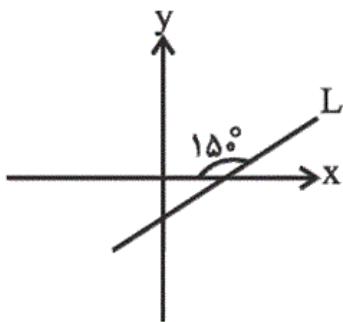
۴) چهارم

۳) سوم

۲) دوم

۱) اول

- ۶۳- اگر نمودار خط $L: 3x + ay = 4$ به صورت مقابل باشد، a کدام است؟



- $-\sqrt{3}$ (۱)
- $\sqrt{3}$ (۲)
- $3\sqrt{3}$ (۳)
- $-3\sqrt{3}$ (۴)

- ۶۴- اگر $\sin \theta = \frac{\sqrt{2}}{4}$ باشد، حاصل عبارت $A = \sin^2 \theta - \cos^2 \theta + \frac{1}{1 + \cot^2 \theta}$ کدام است؟

- | | |
|--------------------|-------------------|
| $\frac{-5}{8}$ (۲) | $\frac{5}{8}$ (۱) |
| $\frac{-7}{8}$ (۴) | $\frac{7}{8}$ (۳) |

- ۶۵- حاصل عبارت تعریف شده $\frac{1}{1 - \sin \theta} + \frac{1}{1 + \sin \theta} - 2 \tan^2 \theta$ کدام است؟

- | | | | |
|-------|-------|-----------|--------|
| ۲ (۴) | ۱ (۳) | ۰ (۲) صفر | -۱ (۱) |
|-------|-------|-----------|--------|

- ۶۶- اگر $\tan \theta + \cot \theta = \frac{1}{3}$ ، آنگاه حاصل $\sin \theta - \cos \theta$ کدام است؟

- | | |
|-------------------|-------------------|
| $\frac{8}{9}$ (۲) | $\frac{9}{8}$ (۱) |
| $\frac{4}{9}$ (۴) | $\frac{9}{4}$ (۳) |

- ۶۷ - چه تعداد از عبارت‌های زیر همواره درست است؟

الف) $\frac{1}{\sin \theta} \times \tan \theta = \frac{1}{\sin \theta}$

ب) $\frac{1}{\cos x} - \frac{\cos x}{1 + \sin x} = \tan x$

ج) $\frac{1}{\cos \alpha} + \cot \alpha = \frac{\tan \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha}$

د) $\sin^4 \theta - \cos^4 \theta = \sin^2 \theta - \cos^2 \theta$

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

- ۶۸ - حاصل عبارت $A = \sqrt[3]{-0.008} + 3 \times \sqrt[4]{\frac{1}{625}} - \sqrt[5]{\frac{-1}{32}}$ کدام است؟

-۰/۵ (۴)

۰/۵ (۳)

-۰/۱ (۲)

۰/۹ (۱)

- ۶۹ - کدام گزینه نادرست است؟

$(-2)^6 > \left(\frac{1}{2}\right)^3$ (۲)

$(-0.01)^5 > (-0.1)^9$ (۱)

$(0.4)^4 > \left(\frac{3}{5}\right)^4$ (۴)

$(-0.1)^3 > -\sqrt[5]{0.0001}$ (۳)

- ۷۰ - اگر $D = \sqrt[4]{0.0014}$ و $C = \sqrt[4]{83}$ ، $B = \sqrt[3]{13}$ ، $A = \sqrt[3]{-7}$ باشد، کدام گزینه صحیح نیست؟

$2 < B < 3$ (۲)

$-2 < A < -1$ (۱)

$0/2 < D < 0/3$ (۴)

$3 < C < 4$ (۳)

- ۷۱ - اگر $\{x \in \mathbb{R}, 2 \leq x < 6\}$ برابر کدام بازه است؟

(۳, ۷] (۲)

(۳, ۷) (۱)

(۲, ۷) (۴)

[۳, ۷] (۳)

- ۷۲ - اگر $A \subseteq B$ و A مجموعه‌ای نامتناهی باشد، آن‌گاه کدام مجموعه حتماً نامتناهی است؟

$A' \cap B'$ (۴)

$B - A$ (۳)

$A \cap B$ (۲)

B' (۱)

- ۷۳ - در یک کلاس ۴۰ نفره، ۱۵ نفر گروه خونی AB، ۳ نفر گروه خونی O و ۵ نفر گروه

خونی B دارند. چند نفر گروه خونی A یا O دارند؟

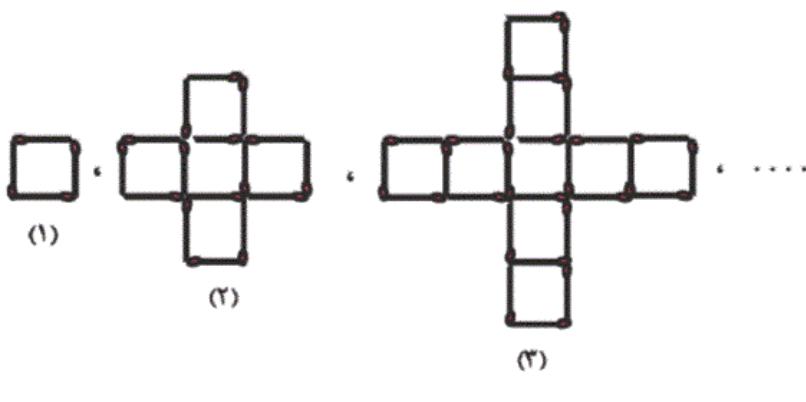
۲۲ (۴)

۱۵ (۳)

۱۸ (۲)

۵ (۱)

- ۷۴ - با توجه به الگوی زیر، در کدام مرحله تفاضل تعداد مربع‌ها از تعداد چوب‌کبریت‌ها برابر ۹۱ است؟



۸ (۱)

۱۰ (۲)

۱۲ (۳)

۱۴ (۴)

۷۵ - در یک دنباله حسابی مجموع سه جمله اول ۳ و مجموع سه جمله بعدی ۲۴ است. جمله بیست و یکم این دنباله کدام است؟

۶۷) ۴

۶۵) ۳

۵۶) ۲

۷۶) ۱

۷۶ - جملات نهم، هفتم و سوم از یک دنباله حسابی با جملات متمایز، به ترتیب سه جمله متواالی یک دنباله هندسی هستند. نسبت جمله دهم به جمله هشتم از این دنباله حسابی کدام است؟

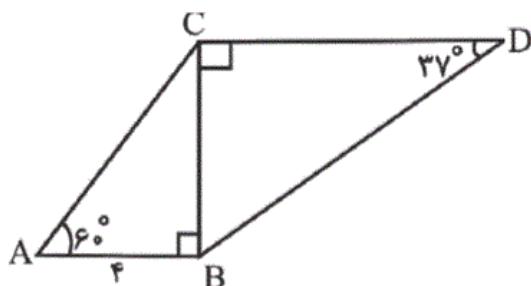
$\frac{1}{11}$) ۴

$\frac{1}{9}$) ۳

$\frac{1}{5}$) ۲

$\frac{1}{3}$) ۱

۷۷ - در شکل زیر، اگر $AB = 4$ و $\cot 37^\circ \approx \frac{4}{3}$ باشد، طول CD تقریباً کدام است؟



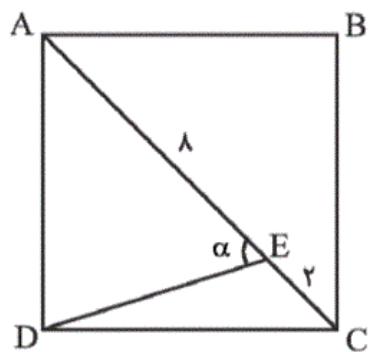
$\frac{16\sqrt{3}}{5}$) ۱

$\frac{15\sqrt{3}}{2}$) ۲

$\frac{16\sqrt{3}}{3}$) ۳

$\frac{15\sqrt{3}}{5}$) ۴

- ۷۸ - اگر $ABCD$ یک مربع باشد، آن‌گاه $\tan \alpha$ کدام است؟ ($EC = 2$, $AE = 8$)



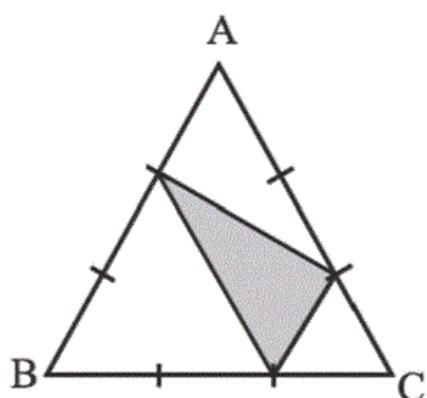
$$\frac{3}{2} \quad (1)$$

$$\frac{3}{5} \quad (2)$$

$$\frac{5}{3} \quad (3)$$

$$\frac{4}{3} \quad (4)$$

- ۷۹ - در شکل زیر، هر ضلع مثلث متساوی‌الاضلاع ABC را به سه قسمت مساوی تقسیم کرده‌ایم. مساحت ناحیه سایه زده چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟



$$\frac{5}{12} \quad (1)$$

$$\frac{2}{9} \quad (2)$$

$$\frac{1}{4} \quad (3)$$

$$\frac{4}{9} \quad (4)$$

-۸۰- حاصل کدام است؟

$$\frac{\cos 90^\circ - \sin 270^\circ - \tan 180^\circ}{\cos 0^\circ - \cot 270^\circ + \cot 90^\circ}$$

-۲) ۴

۳) صفر

-۱) ۲

۱) ۱

-۸۱- اگر $\tan \alpha = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$ و انتهای کمان α روی دایره مثلثاتی نقطه P باشد که در ناحیه دوم محورهای مختصات

واقع است، مجموع مؤلفه‌های اول و دوم مختصات نقطه P کدام است؟

$$\frac{2-\sqrt{5}}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{\sqrt{5}-2}{3} \quad (۱)$$

$$\frac{-2-\sqrt{5}}{3} \quad (۴)$$

$$\frac{\sqrt{5}+2}{3} \quad (۳)$$

-۸۲- اگر $0 < \sin \alpha \tan \alpha < 0$ باشد، آنگاه انتهای کمان α در کدام ناحیه دایره مثلثاتی

است؟ ($0 < \alpha < 360^\circ$)

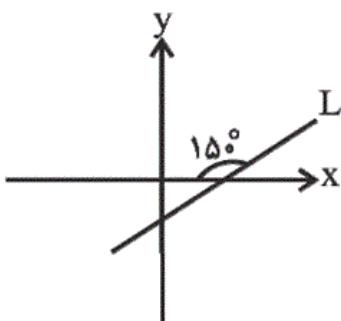
۴) چهارم

۳) سوم

۲) دوم

۱) اول

-۸۳- اگر نمودار خط $L: 3x + ay = 4$ به صورت مقابل باشد، a کدام است؟



$$-\sqrt{3} \quad (۱)$$

$$\sqrt{3} \quad (۲)$$

$$2\sqrt{3} \quad (۳)$$

$$-3\sqrt{3} \quad (۴)$$

-۸۴- در یک دنباله هندسی با جمله عمومی $a_n = 2a_4 \cdot 2^n$ که جملات آن روند افزایشی دارند، رابطه

است، قدر نسبت این دنباله کدام است؟

$\sqrt{2}$ (۱)

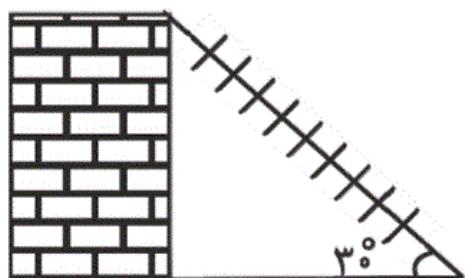
$-\sqrt{2}$ (۲)

۲ (۳)

-۲ (۴)

-۸۵- مطابق شکل زیر نرده بانی را به لب دیواری قائم قرار داده ایم، اگر طول نرده بان ۲۰ متر باشد و با سطح زمین زاویه

30° بسازد، ارتفاع دیوار چند متر است؟



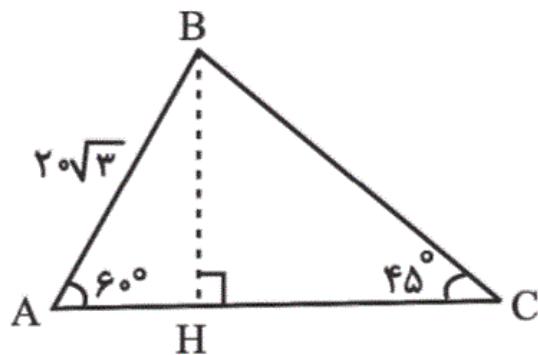
۱۰ (۱)

۱۲ (۲)

$10\sqrt{3}$ (۳)

۵ (۴)

-۸۶- در مثلث مقابل، طول ضلع BC چقدر است؟



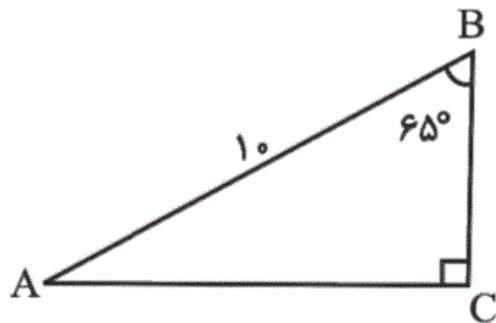
۱۵ (۱)

$15\sqrt{2}$ (۲)

$30\sqrt{2}$ (۳)

$20\sqrt{3}$ (۴)

-۸۷- در شکل زیر حاصل $1 + 2 \sin^2 A$ تقریباً کدام است؟ ($\sin 65^\circ \approx 0.9$)



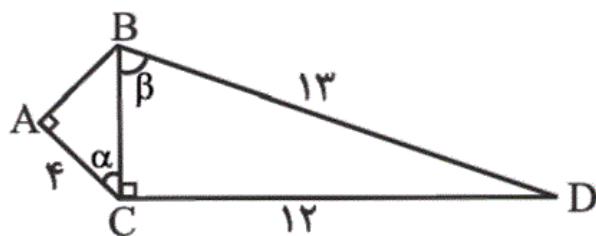
۲/۱ (۱)

۱/۳۸ (۲)

۱/۱۹ (۳)

۱/۲۸ (۴)

-۸۸- در شکل زیر، نسبت تانژانت زاویه β به سینوس زاویه α کدام است؟



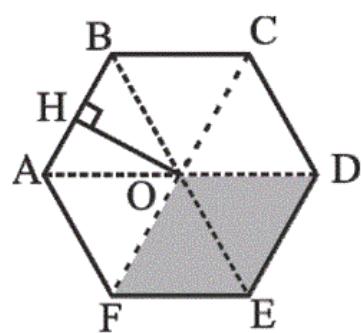
$\frac{1}{4}$ (۱)

$\frac{1}{3}$ (۲)

۴ (۳)

۳ (۴)

-۸۹- اگر مساحت بخش هاشورخورده در شش ضلعی منتظم زیر برابر $18\sqrt{3}$ باشد، طول ارتفاع OH کدام است؟



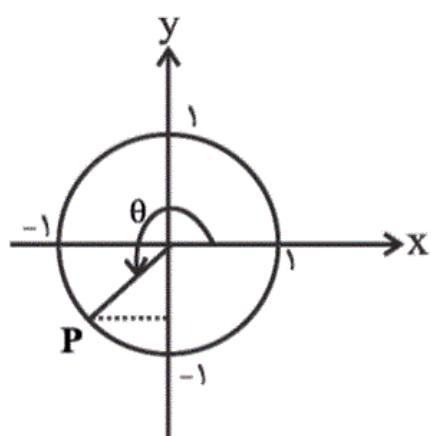
۳ (۱)

$3\sqrt{3}$ (۲)

$\sqrt{3}$ (۳)

$2\sqrt{3}$ (۴)

۹۰ - در شکل زیر، نقطه P روی دایره مثلثاتی و $\tan \theta + \cot \theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ است، $\cos \theta$ کدام است؟



$$4\sqrt{3} \quad (1)$$

$$-4\sqrt{3} \quad (2)$$

$$\frac{4\sqrt{3}}{3} \quad (3)$$

$$-\frac{4\sqrt{3}}{3} \quad (4)$$

«مهدی نصرالله»

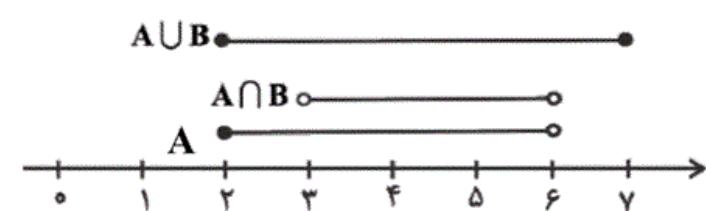
-۵۱

مطابق شکل زیر، چون $A \cap B = \{3, 6\}$ پس مجموعه B از عدد ۳

(بدون احتساب خود ۳) شروع می‌شود و چون $A \cup B = \{2, 7\}$

مجموعه B به عدد ۷ (با احتساب خود ۷) ختم می‌شود، پس:

$$B = \{3, 6\}$$



(صفحه‌های ۳ تا ۷ کتاب درسی) (مهموّعه، الگو و دنباله)

۴

۳

۲

۱

«محمد پوراهمدی»

-۵۲

$A \subseteq B$ و $A \cup B = A \rightarrow$ مجموعه‌ای نامتناهی باشد، پس مجموعه B هم

نامتناهی است.

$A \subseteq B \Leftrightarrow A \cup B = A \rightarrow$ نامتناهی است.

مثال نقض برای گزینه‌های «۱»، «۳» و «۴»:

مرجع حسابی طبیعی

$$A = \mathbb{N}, \quad B = \mathbb{W}, \quad U = \mathbb{W}$$

: گزینه «۱»

$$B = \mathbb{W} \xrightarrow{U=\mathbb{W}} B' = \emptyset \rightarrow \text{متناهی است.}$$

: گزینه «۳»

$$B - A = \mathbb{W} - \mathbb{N} = \{\circ\} \rightarrow \text{متناهی است.}$$

: گزینه «۴»

$$A' \cap B' = \{\circ\} \cap \{\circ\} = \{\circ\} \rightarrow \text{متناهی است.}$$

(صفحه‌های ۵ و ۶ کتاب درسی) (مهموّعه، الگو و دنباله)

۴

۳

۲

۱

شکلیب رهیبی

$$n(A \cup O) = n(A) + n(O) - n(A \cap O)$$

از آن جا که گروههای خونی با هم اشتراک ندارند، پس:

$$n(A \cup O) = 15 + 3 - 0 = 18$$

(صفحه‌های ۹ تا ۱۳ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

 ۴ ۲ ۲✓ ۱

ابتدا با توجه به الگو، جمله عمومی مربوط به تعداد مربعهای هر مرحله را

تعیین می‌کنیم:

$$1, 1+1\times 4, 1+2\times 4, \dots$$

$$a_n = 1 + 4(n-1) = 1 + 4n - 4 = 4n - 3$$

حال، تعداد چوب کبریت‌های هر مرحله را تعیین می‌کنیم:

$$4, 4 + (3 \times 4) \times 1, 4 + (3 \times 4) \times 2, \dots$$

$$b_n = 4 + (3 \times 4) \times (n-1)$$

$$\Rightarrow b_n = 4 + 12n - 12 = 12n - 8$$

حال با توجه به رابطه‌های به دست آمده داریم:

$$b_n - a_n = 12n - 8 - (4n - 3) = 8n - 5$$

$$8n - 5 = 91 \Rightarrow 8n = 96 \Rightarrow n = \frac{96}{8} = 12$$

(صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

 ۴ ۲✓ ۲ ۱

«محمد پور احمدی»

جمله عمومی دنباله حسابی به صورت $t_n = t_1 + (n-1)d$ است. پس:

$$\begin{cases} t_1 + t_2 + t_3 = -3 \\ t_4 + t_5 + t_6 = 24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 + t_1 + d + t_1 + 2d = -3 \\ t_1 + 3d + t_1 + 4d + t_1 + 5d = 24 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3t_1 + 3d = -3 \\ 3t_1 + 12d = 24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3t_1 - 3d = 3 \\ 3t_1 + 12d = 24 \end{cases} \Rightarrow 9d = 27 \Rightarrow d = 3, t_1 = -4$$

پس جمله بیست و یکم دنباله برابر است با:

$$t_{21} = t_1 + 20d = -4 + 60 = 56$$

(صفحه های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

 ۴ ۳ ۲ ۱

«مهدی نصرالله»

$$\begin{cases} a_4 = a_1 + 3d \\ a_7 = a_1 + 6d \Rightarrow (a_1 + 6d)^2 = (a_1 + 3d)(a_1 + 2d) \\ a_9 = a_1 + 8d \end{cases}$$

$$\Rightarrow (a_1)^2 + 12a_1d + 36d^2 = (a_1)^2 + 10a_1d + 16d^2$$

$$\Rightarrow 2a_1d = -2d^2$$

$$\xrightarrow{d \neq 0} a_1 = -1 \cdot d \Rightarrow \frac{a_1}{a_4} = \frac{a_1 + 9d}{a_1 + 3d} = \frac{-1 \cdot d + 9d}{-1 \cdot d + 3d} = \frac{1}{3}$$

(صفحه های ۲۱ تا ۲۷ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

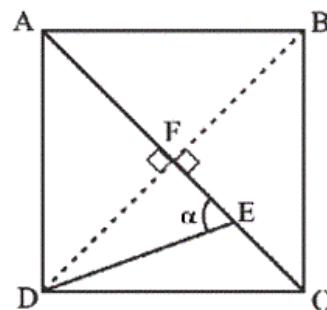
 ۴ ۳ ۲ ۱

در مثلث قائم الزاویه BCD داریم:

$$\cot 3\gamma^\circ = \frac{CD}{BC} \Rightarrow \frac{4}{3} \approx \frac{CD}{4\sqrt{2}} \Rightarrow CD \approx \frac{16\sqrt{2}}{3}$$

(صفحه های ۲۹ تا ۳۵ کتاب درسی) (مثلثات)

 ۴ ۳ ۲ ۱



اگر قطر دیگر مربع را رسم کنیم تا همدیگر را در نقطه F قطع کنند
می‌دانیم قطرهای مربع برهم عمودند و همدیگر را نصف می‌کنند. با توجه
به این‌که قطر مربع 10° می‌باشد، در مثلث DEF داریم:

$$\tan \alpha = \frac{DF}{EF} = \frac{AC \div 2}{CF - CE} = \frac{10 \div 2}{5 - 2} = \frac{5}{3}$$

(صفحه‌های ۳۰ تا ۳۵ کتاب درسی) (مثلثات)

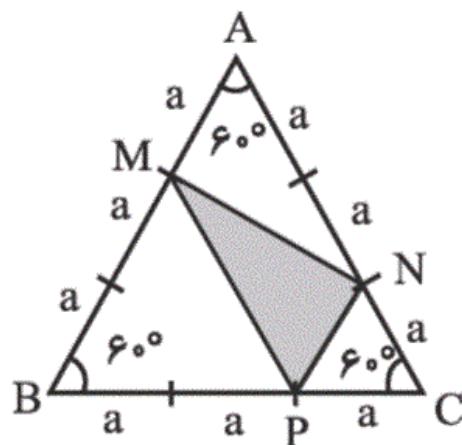
۴

۲ ✓

۱

اگر از کل مثلث، سه تا مثلث هاشور نخورده را کم کنیم، مساحت قسمت

هاشور نخورده به دست می‌آید.



$$S_{\triangle AMN} = \frac{1}{2} \times a \times 2a \times \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} a^2$$

$$S_{\triangle PNC} = \frac{1}{2} \times a \times a \times \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

$$S_{\triangle BMP} = \frac{1}{2} \times 2a \times 2a \times \sin 60^\circ = \sqrt{3} a^2$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 3a \times 3a \times \sin 60^\circ = \frac{9\sqrt{3}}{4} a^2$$

$$S_{\text{هاشور نخورده}} = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle AMN} - S_{\triangle PNC} - S_{\triangle BMP}$$

۱

۲

۳✓

۴

«شلیب رهی»

-۶۰

$$\frac{\cos 90^\circ - \sin 270^\circ - \tan 180^\circ}{\cos 0^\circ - \cot 270^\circ + \cot 90^\circ} = \frac{0 - (-1) - 0}{1 - 0 + 0} = 1$$

(صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹ کتاب درسی) (مثلثات)

۱

۲

۳

۴✓

نقطه P روی دایره مثلثاتی است، پس $y_P = \sin\alpha, x_P = \cos\alpha$ و

$$\tan\alpha = \frac{y_P}{x_P} \text{ است.}$$

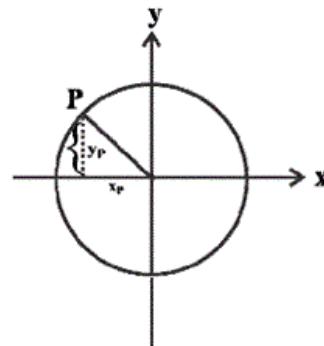
$$\tan\alpha = -\frac{\sqrt{5}}{5} \Rightarrow \frac{y_P}{x_P} = -\frac{\sqrt{5}}{5} \Rightarrow y_P = -\frac{\sqrt{5}}{5} x_P \quad (1)$$

$$\frac{x_P^2 + y_P^2 = 1}{(-\frac{\sqrt{5}}{5} x_P)^2 + x_P^2 = 1}$$

$$\Rightarrow \frac{9}{5} x_P^2 + x_P^2 = 1$$

$$\Rightarrow \frac{9}{5} x_P^2 = 1 \Rightarrow x_P^2 = \frac{5}{9} \Rightarrow x_P = \pm \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\xrightarrow{\alpha \text{ در ناحیه دوم است}} x_P = -\frac{\sqrt{5}}{3} \xrightarrow{(1)} y_P = \frac{2}{3}$$



$$P\left(-\frac{\sqrt{5}}{3}, \frac{2}{3}\right) \Rightarrow \text{مجموع مؤلفه‌ها} = \frac{2 - \sqrt{5}}{3}$$

(صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹ کتاب درسی) (مثلثات)

۴

۳

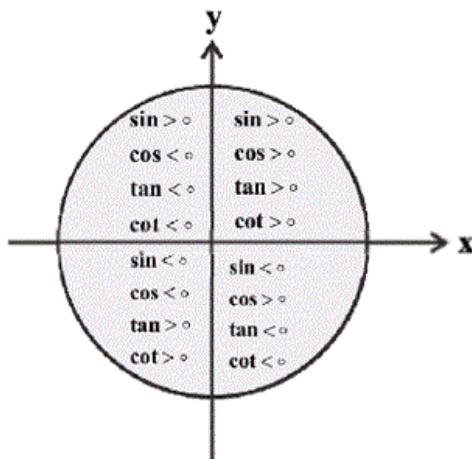
۲ ✓

۱

مطابق شکل زیر، سینوس در ربع‌های اول و دوم دایرۀ مثلثاتی مثبت

است، پس:

$$\sin 2\alpha > 0 \Rightarrow \begin{cases} 0^\circ < 2\alpha < 180^\circ \\ \text{یا} \\ 360^\circ < 2\alpha < 540^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0^\circ < \alpha < 90^\circ \\ \text{یا} \\ 180^\circ < \alpha < 270^\circ \end{cases} \quad (1)$$



همچنین مطابق شکل، در ربع‌های اول و چهارم $\sin \alpha, \tan \alpha$ هم علامت هستند و $\sin \alpha \tan \alpha > 0$ می‌شود، یعنی:

$$0^\circ < \alpha < 90^\circ \quad \text{یا} \quad 270^\circ < \alpha < 360^\circ \quad (2)$$

اشترانک (۱) و (۲) ربع اول دایرۀ مثلثاتی می‌شود.

(صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹ کتاب درسی) (مثلثات)

۴

۳

۲

۱ ✓

زاویه‌ای که خط L با جهت مثبت محور X ها می‌سازد برابر با 30° است، پس:

$$m = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad (1)$$

از طرفی معادله خط L به صورت زیر است:

$$ay = -3x + 4 \Rightarrow y = -\frac{3}{a}x + \frac{4}{a} \Rightarrow m = -\frac{3}{a} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(2) \text{ و } (1)} -\frac{3}{a} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \sqrt{3}a = -9 \Rightarrow a = -\frac{9}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = -\frac{9\sqrt{3}}{3}$$

$$\Rightarrow a = -3\sqrt{3}$$

(صفحه‌های ۳۲، ۳۰ و ۳۴ کتاب درسی) (مثلثات)

✓

۱

با استفاده از اتحاد مثلثاتی $1 + \cot^2 \theta = \frac{1}{\sin^2 \theta} + 1$ داریم:

$$\begin{aligned} A &= \sin^2 \theta - \cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 2\sin^2 \theta - \cos^2 \theta \\ &= 2\sin^2 \theta - (1 - \sin^2 \theta) = 3\sin^2 \theta - 1 \end{aligned}$$

✓

۱

$$\begin{aligned} &\frac{1}{1-\sin\theta} + \frac{1}{1+\sin\theta} - 2\tan^2\theta \\ &= \frac{1+\sin\theta+1-\sin\theta}{1-\sin^2\theta} - 2\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} \\ &= \frac{2}{\cos^2\theta} - \frac{2\sin^2\theta}{\cos^2\theta} = \frac{2(1-\sin^2\theta)}{\cos^2\theta} = \frac{2\cos^2\theta}{\cos^2\theta} = 2 \end{aligned}$$

(صفحه‌های ۳۶ تا ۴۶ کتاب درسی) (مثلثات)

✓

۱

$$\sin\theta - \cos\theta = \frac{1}{3} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} (\sin\theta - \cos\theta)^2 = \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow \sin^2\theta + \cos^2\theta - 2\sin\theta\cos\theta = \frac{1}{9}$$

$$\xrightarrow{\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1} -2\sin\theta\cos\theta = -\frac{1}{9} \Rightarrow \sin\theta\cos\theta = \frac{1}{18}$$

از طرفی:

$$\tan\theta + \cot\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta} = \frac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{\sin\theta\cos\theta}$$

$$\frac{1}{\sin\theta\cos\theta} = \frac{1}{\frac{1}{18}} = \frac{18}{1}$$

(صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶ کتاب درسی) (مثبتات)

۱

۲

۳

۴

$$\frac{1}{\sin\theta} \times \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{1}{\cos\theta} \neq \frac{1}{\sin\theta} \quad \text{نادرست}$$

$$\frac{1}{\cos x} - \frac{\cos x}{1+\sin x} \xrightarrow{\text{از طرف چپ تساوی (ب)}}$$

$$= \frac{1+\sin x - \cos^2 x}{\cos x(1+\sin x)} = \frac{1-\cos^2 x + \sin x}{\cos x(1+\sin x)}$$

$$= \frac{\sin^2 x + \sin x}{\cos x(1+\sin x)} = \frac{(1+\sin x)\sin x}{\cos x(1+\sin x)} = \tan x \quad \text{درست}$$

$$\frac{\tan\alpha + \cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{\tan\alpha}{\sin\alpha} + \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} \xrightarrow{\text{از طرف راست تساوی (ج)}}$$

$$= \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} + \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{1}{\cos\alpha} + \cot\alpha \quad \text{درست}$$

۱

۲

۳

۴

$$\sqrt[3]{-0/008} = \sqrt[3]{(-0/2)^3} = -0/2$$

$$\sqrt[4]{\frac{1}{625}} = \sqrt[4]{\frac{1}{5^4}} = \frac{1}{5} = 0/2$$

$$\sqrt[5]{\frac{-1}{32}} = \sqrt[5]{\left(\frac{-1}{2}\right)^5} = -\frac{1}{2} = -0/5$$

$$\Rightarrow A = -0/2 + 3 \times 0/2 - (-0/5) = 0/9$$

(صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۳ کتاب درسی) (توان‌های گویا و عبارت‌های جبری)

 ۴ ۳ ۲ ۱

در گزینه «۴» داریم:

$$(0/4)^7 = \left(\frac{2}{5}\right)^7 = \frac{2^7}{5^7}$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^7 = \frac{3^7}{5^7}$$

در مقایسه دو کسر مثبت با مخرج‌های برابر، کسری بزرگ‌تر است که صورت آن بزرگ‌تر باشد، بنابراین:

$$\left(\frac{2}{5}\right)^7 < \left(\frac{3}{5}\right)^7$$

سایر گزینه‌ها صحیح هستند.

(صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۳ کتاب درسی) (توان‌های گویا و عبارت‌های جبری)

 ۴ ۳ ۲ ۱

«مهوداد ثابتی»

$$-8 < -7 < -1 \Rightarrow \sqrt[3]{-8} < \sqrt[3]{-7} < \sqrt[3]{-1} \Rightarrow -2 < A < -1$$

$$8 < 13 < 27 \Rightarrow \sqrt[3]{8} < \sqrt[3]{13} < \sqrt[3]{27} \Rightarrow 2 < B < 3$$

$$81 < 83 < 256 \Rightarrow \sqrt[4]{81} < \sqrt[4]{83} < \sqrt[4]{256} \Rightarrow 3 < C < 4$$

$$0/0001 < 0/0014 < 0/0016$$

$$\Rightarrow \sqrt[4]{0/0001} < \sqrt[4]{0/0014} < \sqrt[4]{0/0016} \Rightarrow 0/1 < D < 0/2$$

(صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۵۳ کتاب درسی) (توان‌های گویا و عبارت‌های جبری)

 ۴✓ ۳ ۲ ۱

«مهودی نصرالله»

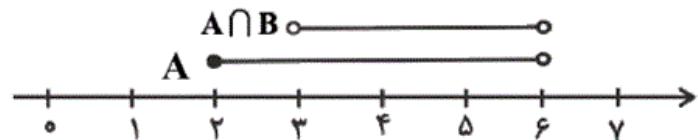
مطابق شکل زیر، چون $A \cap B = (3, 6)$ پس مجموعه B از عدد ۳

(بدون احتساب خود ۳) شروع می‌شود و چون $A \cup B = [2, 7]$

مجموعه B به عدد ۷ (با احتساب خود ۷) ختم می‌شود، پس:

$$B = (3, 7]$$

$$A \cup B = \dots$$



(صفحه‌های ۳ تا ۷ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

 ۴ ۳ ۲✓ ۱

$A \subseteq B$ و $A \subseteq B$ مجموعه‌ای نامتناهی باشد، پس مجموعه B هم نامتناهی است.

$A \subseteq B \Leftrightarrow A \cap B = A \rightarrow$ نامتناهی است.

مثال نقض برای گزینه‌های «۱»، «۳» و «۴»:

$$\begin{array}{c} \text{مرجع حسابی طبیعی} \\ A = N, \quad B = W, \quad U = W \end{array}$$

گزینه «۱»:

$$B = W \xrightarrow{U=W} B' = \emptyset \rightarrow \text{متناهی است.}$$

گزینه «۳»:

$$B - A = W - N = \{ \circ \} \rightarrow \text{متناهی است.}$$

گزینه «۴»:

$$A' \cap B' = \{ \circ \} \cap \{ \ } = \{ \ } \rightarrow \text{متناهی است.}$$

(صفحه‌های ۵ و ۶ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و نباله)

۴

۲

۲ ✓

۱

$$n(A \cup O) = n(A) + n(O) - n(A \cap O)$$

از آن جا که گروه‌های خونی با هم اشتراک ندارند، پس:

$$n(A \cup O) = 15 + 3 - 0 = 18$$

(صفحه‌های ۹ تا ۱۳ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و نباله)

۴

۲

۲ ✓

۱

ابتدا با توجه به الگو، جمله عمومی مربوط به تعداد مربع‌های هر مرحله را

تعیین می‌کنیم:

$$1, 1+1\times 4, 1+2\times 4, \dots$$

$$a_n = 1 + 4(n-1) = 1 + 4n - 4 = 4n - 3$$

حال، تعداد چوب کبریت‌های هر مرحله را تعیین می‌کنیم:

$$4, 4+(3\times 4)\times 1, 4+(3\times 4)\times 2, \dots$$

$$b_n = 4 + (3\times 4)\times (n-1)$$

$$\Rightarrow b_n = 4 + 12n - 12 = 12n - 8$$

حال با توجه به رابطه‌های به دست آمده داریم:

$$b_n - a_n = 12n - 8 - (4n - 3) = 8n - 5$$

$$8n - 5 = 91 \Rightarrow 8n = 96 \Rightarrow n = \frac{96}{8} = 12$$

(صفحه‌های ۱۱۲ تا ۲۰ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۴

۳ ✓

۲

۱

-۷۵ «محمد پور احمدی»

جمله عمومی دنباله حسابی به صورت $t_n = t_1 + (n-1)d$ است. پس:

$$\begin{cases} t_1 + t_2 + t_3 = -3 \\ t_4 + t_5 + t_6 = 24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 + t_1 + d + t_1 + 2d = -3 \\ t_1 + 2d + t_1 + 4d + t_1 + 5d = 24 \end{cases}$$
$$\Rightarrow \begin{cases} 3t_1 + 3d = -3 \\ 3t_1 + 12d = 24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3t_1 - 3d = 3 \\ 3t_1 + 12d = 24 \end{cases} \Rightarrow 9d = 27 \Rightarrow d = 3, t_1 = -4$$

پس جمله بیست و یکم دنباله برابر است با:

$$t_{21} = t_1 + 20d = -4 + 60 = 56$$

(صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۴

۳

۲ ✓

۱

«مهدی نصرالله»

$$\begin{cases} a_1 = a_1 + \lambda d \\ a_7 = a_1 + 6d \Rightarrow (a_1 + 6d)^7 = (a_1 + \lambda d)(a_1 + 2d) \\ a_9 = a_1 + 8d \end{cases}$$

$$\Rightarrow (a_1)^7 + 12a_1d + 36d^7 = (a_1)^7 + 10a_1d + 16d^7$$

$$\Rightarrow 2a_1d = -20d^7$$

$$\xrightarrow{d \neq 0} a_1 = -10d \Rightarrow \frac{a_1}{a_8} = \frac{a_1 + 9d}{a_1 + 7d} = \frac{-10d + 9d}{-10d + 7d} = \frac{1}{3}$$

(صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و نباله)

۴

۳

۲

۱ ✓

در مثلث قائم‌الزاویه **BCD** داریم:

$$\cot 37^\circ = \frac{CD}{BC} \Rightarrow \frac{4}{3} \approx \frac{CD}{4\sqrt{3}} \Rightarrow CD \approx \frac{16\sqrt{3}}{3}$$

(صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵ کتاب درسی) (مثلثات)

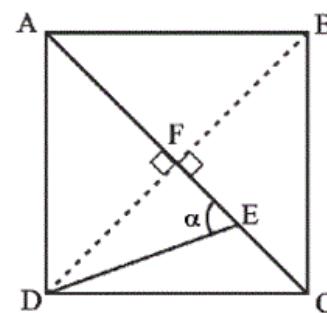
۴

۳ ✓

۲

۱

«وهاب نادری»



اگر قطر دیگر مربع را رسم کنیم تا هم‌دیگر را در نقطه **F** قطع کنند
می‌دانیم قطرهای مربع برهم عمودند و هم‌دیگر را نصف می‌کنند. با توجه
به این‌که قطر مربع 10 می‌باشد، در مثلث **DEF** داریم:

$$\tan \alpha = \frac{DF}{EF} = \frac{AC \div 2}{CF - CE} = \frac{10 \div 2}{5 - 2} = \frac{5}{3}$$

(صفحه‌های ۳۰ تا ۳۵ کتاب درسی) (مثلثات)

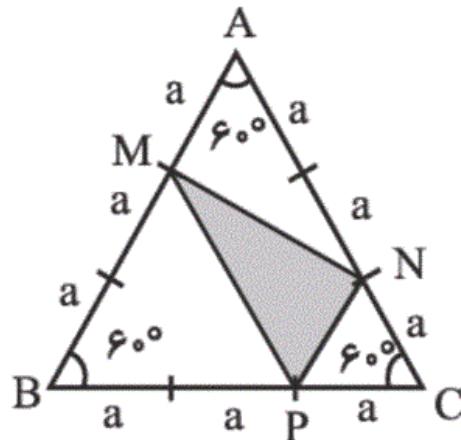
۴

۳ ✓

۲

۱

اگر از کل مثلث، سه تا مثلث هاشور نخورده را کم کنیم، مساحت قسمت هاشور نخورده به دست می آید.



$$S_{\triangle AMN} = \frac{1}{2} \times a \times 2a \times \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} a^2$$

$$S_{\triangle PNC} = \frac{1}{2} \times a \times a \times \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

$$S_{\triangle BMP} = \frac{1}{2} \times 2a \times 2a \times \sin 60^\circ = \sqrt{3} a^2$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 3a \times 3a \times \sin 60^\circ = \frac{9\sqrt{3}}{4} a^2$$

$$S_{\text{هاشور خورده}} = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle BMP}$$

۴

۳

۲✓

۱

$$\frac{\cos 90^\circ - \sin 270^\circ - \tan 180^\circ}{\cos 0^\circ - \cot 270^\circ + \cot 90^\circ} = \frac{0 - (-1) - 0}{1 - 0 + 0} = 1$$

(صفحه های ۳۶ تا ۳۹ کتاب درسی) (مثبتات)

۴

۳

۲

۱✓

نقطه P روی دایره مثلثاتی است، پس $y_P = \sin\alpha, x_P = \cos\alpha$

$$\tan\alpha = \frac{y_P}{x_P}$$

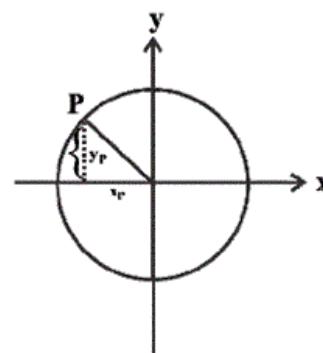
$$\tan\alpha = -\frac{2\sqrt{5}}{5} \Rightarrow \frac{y_P}{x_P} = -\frac{2\sqrt{5}}{5} \Rightarrow y_P = -\frac{2\sqrt{5}}{5}x_P \quad (1)$$

$$\frac{x_P^2 + y_P^2 = 1}{(-\frac{2\sqrt{5}}{5}x_P)^2 + x_P^2 = 1}$$

$$\Rightarrow \frac{9}{5}x_P^2 + x_P^2 = 1$$

$$\Rightarrow \frac{9}{5}x_P^2 = 1 \Rightarrow x_P^2 = \frac{5}{9} \Rightarrow x_P = \pm \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\xrightarrow{\text{در ناحیه دوم است}} x_P = -\frac{\sqrt{5}}{3} \xrightarrow{(1)} y_P = \frac{2}{3}$$



$$P\left(-\frac{\sqrt{5}}{3}, \frac{2}{3}\right) \Rightarrow \text{مجموع مؤلفه‌ها} = \frac{2 - \sqrt{5}}{3}$$

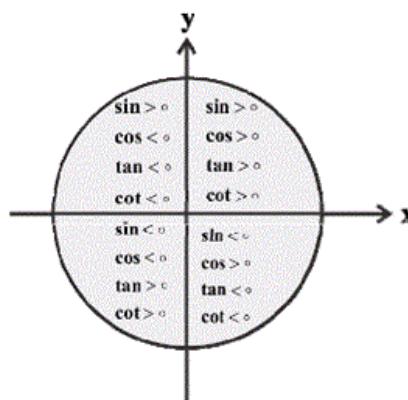
(صفحه‌های ۳۶ تا ۴۹ کتاب درسی) (مثلثات)

۱

۲

۳✓

۴



مطابق شکل، در ربع‌های اول و

چهارم $\sin\alpha, \tan\alpha$ هم علامت هستند

و $\sin\alpha \tan\alpha > 0$ می‌شود، یعنی:

$$0^\circ < \alpha < 90^\circ \text{ یا } 270^\circ < \alpha < 360^\circ \quad (2)$$

اشترانک (۱) و (۲) ربع اول دایره مثلثاتی می‌شود.

(صفحه‌های ۳۸ تا ۴۹ کتاب درسی) (مثلثات)

۱

۲

۳✓

۴

«مهدی نصرالله»

زاویه‌ای که خط L با جهت مثبت محور x ها می‌سازد برابر با 30° است، پس:

$$m = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad (1)$$

از طرفی معادله خط L به صورت زیر است:

$$ay = -3x + 4 \Rightarrow y = -\frac{3}{a}x + \frac{4}{a} \Rightarrow m = -\frac{3}{a} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(2) \text{ و } (1)} -\frac{3}{a} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \sqrt{3}a = -9 \Rightarrow a = -\frac{9}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = -\frac{9\sqrt{3}}{3}$$

$$\Rightarrow a = -3\sqrt{3}$$

(صفحه‌های ۳۲، ۴۰ و ۴۱ کتاب درسی) (مثلثات)

۴ ✓

۳

۲

۱

«شکلیب رجبی»

جمله عمومی دنباله هندسی به صورت $a_n = a_1 q^{n-1}$ است، پس:

$$a_1 q \times a_1 q^4 = a_1^2 q^5, \quad (2a_4)^2 = (2a_1 q^3)^2 = 4a_1^2 q^6$$

$$\Rightarrow a_1^2 q^5 = 4a_1^2 q^6 \Rightarrow q^2 = 4 \Rightarrow q = \pm 2$$

چون دنباله روند افزایشی دارد، پس $q = 2$ قابل قبول است.

(صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۴

۳

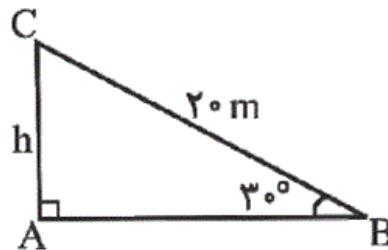
۲ ✓

۱

«ریم مشتق نظم»

مطلوب شکل زیر، داریم:

$$\sin 30^\circ = \frac{AC}{BC} = \frac{h}{20} \Rightarrow h = 20 \times \frac{1}{2} = 10\text{m}$$



(صفحه های ۲۹ تا ۳۵ کتاب درسی) (مثلثات)

 ۱ ۲ ۳ ۴ ✓

«ریم مشتق نظم»

روش اول:

$$\Delta ABH : \sin A = \frac{BH}{AB} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{BH}{20} \Rightarrow BH = 10\sqrt{3}$$

$$\Delta BCH : \sin C = \frac{BH}{BC} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{10\sqrt{3}}{BC} \Rightarrow BC = 10\sqrt{2}$$

روش دوم: از نکته زیر استفاده می‌کنیم:

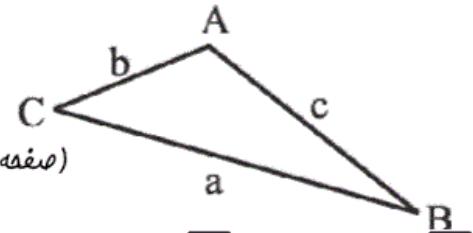
$$\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} \Rightarrow \frac{20\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{BC}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$\Rightarrow BC = \frac{60}{\sqrt{2}} = \frac{60\sqrt{2}}{2} = 30\sqrt{2}$$

نکته: در مثلث ABC ، رابطه زیر برقرار است:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

(صفحه های ۲۹ تا ۳۵ کتاب درسی) (مثلثات)

 ۱ ۲ ✓ ۳ ۴ ✓

$$\sin B = \frac{AC}{AB} \Rightarrow \sin 65^\circ = \frac{AC}{10} \Rightarrow 0.9 = \frac{AC}{10}$$

$$\Rightarrow AC = 9$$

فیثاغورس : $AB^2 = AC^2 + BC^2 \Rightarrow 100 = 81 + BC^2$

$$\Rightarrow BC^2 = 19$$

$$\sin A = \frac{BC}{AB} \Rightarrow \sin^2 A = \frac{BC^2}{AB^2} = \frac{19}{100} = 0.19$$

$$\Rightarrow 2\sin^2 A + 1 = 2 \times 0.19 + 1 = 1.38$$

(صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵ کتاب درسی) (مثلثات)

 ۴ ۳ ۲ ۱

هر دو مثلث ABC و BCD قائم‌الزاویه هستند.

$$BC^2 = BD^2 - CD^2 = 13^2 - 12^2 = 25 \Rightarrow BC = 5$$

$$AB^2 = BC^2 - AC^2 = 5^2 - 4^2 = 9 \Rightarrow AB = 3$$

$$\tan \beta = \frac{\text{ضلع قائمه مقابل به زاويه } \beta}{\text{ضلع قائمه مجاور زاويه } \beta} = \frac{CD}{BC} = \frac{12}{5}$$

$$\sin \alpha = \frac{\text{ضلع مقابل به زاويه } \alpha}{\text{وتر}} = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{5}$$

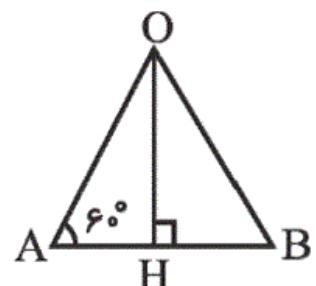
 ۴ ۲ ۱ ۱

با توجه به شکل، شش ضلعی منتظم به ۶ مثلث با مساحت‌های برابر تقسیم شده است که مجموع مساحت ۲ تا از آن‌ها برابر $18\sqrt{3}$ است.

بنابراین خواهیم داشت:

$$S_{OAB} = 9\sqrt{3} \Rightarrow \frac{1}{2} \times OH \times AB = 9\sqrt{3}$$

$$\xrightarrow{AB=OA} OH \times OA = 18\sqrt{3}$$



$$\xrightarrow{OA=\frac{OH}{\sin 60^\circ}} OH \times \frac{OH}{\sin 60^\circ} = 18\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow OH^2 = 18\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow OH^2 = 27 \Rightarrow OH = 3\sqrt{3}$$

(صفحه‌های ۳۹ تا ۴۵ کتاب درسی) (مثلثات)

۱

۲

۳✓

۴

با توجه به آن که نقطه P روی دایره مثلثاتی است، داریم:

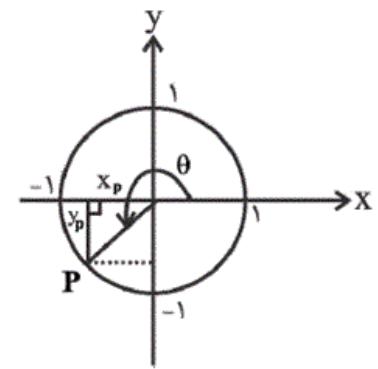
$$x_P = \cos\theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$x_P^2 + y_P^2 = 1 \Rightarrow y_P = \pm\sqrt{1 - x_P^2}$$

$$\xrightarrow{y_p < 0} y_P = \sin\theta = -\sqrt{1 - x_P^2} \Rightarrow \sin\theta = -\sqrt{1 - \left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right)^2} = -\frac{1}{2}$$

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{y_P}{x_P} = \frac{-\frac{1}{2}}{-\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta} = \frac{x_P}{y_P} = \frac{-\frac{\sqrt{3}}{2}}{-\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$$



$$\Rightarrow \tan\theta + \cot\theta = \frac{1}{\sqrt{3}} + \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{3} + \sqrt{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

(صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹ کتاب درسی) (مثلثات)

۱

۲

۳

۴