



[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir) سایت ویژه ریاضیات

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir)

ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی عمومی - 10 سوال

- ۹۱- اگر  $\tan 18^\circ = \alpha$  باشد و داشته باشیم:  $\frac{A \sin 108^\circ + \cos 72^\circ}{A \sin 918^\circ} = \frac{2}{3}$  کدام است؟

$$\frac{2\alpha}{2-3\alpha} \quad (4) \qquad \frac{2\alpha}{3-2\alpha} \quad (3) \qquad \frac{3\alpha}{3-2\alpha} \quad (2) \qquad \frac{-3\alpha}{3+2\alpha} \quad (1)$$

- ۹۲- برای  $m$ :  $\cos 2x = 2m - 1$  داریم: در این صورت حدود  $m$  کدام است؟

$$\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \quad (2) \qquad \left(\frac{3}{4}, 1\right) \quad (1)$$

$$(0, 1) \quad (4) \qquad \left(\frac{3}{4}, \frac{\sqrt{2}+2}{4}\right) \quad (3)$$

- ۹۳- در یک متوازی الاضلاع، یکی از قطرها دو برابر دیگری و زاویه بین دو قطر  $30^\circ$  است. اگر مساحت متوازی الاضلاع  $32$  واحد مربع باشد، اندازه قطر کوچک آن چه قدر است؟

$$8\sqrt{2} \quad (4) \qquad 8 \quad (3) \qquad 4\sqrt{2} \quad (2) \qquad 4 \quad (1)$$

- ۹۴- هر گاه  $x$  در ربع اول قرار دارد.  $\frac{1+\tan x}{1+\cot x}$  کدام است؟  $\cos(x+30^\circ) + \cos(2x+60^\circ) = 0$  حاصل عبارت

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (4) \qquad 2\sqrt{3} \quad (3) \qquad \frac{\sqrt{3}}{3} \quad (2) \qquad \sqrt{3} \quad (1)$$

- ۹۵- اگر  $\tan x = 3$  باشد، آنگاه مجموع مقادیر ممکن برای  $\sin^2 x - 3\sin x \cos x + 7\cos^2 x$  کدام است؟

$$3 \quad (4) \qquad 1 \quad (3) \qquad -3 \quad (2) \qquad -1 \quad (1)$$

- ۹۶- معادله  $\sin^2 x = \sin x$  در بازه  $[0, 2\pi]$  چند جواب دارد؟

$$4 \quad (4) \qquad 3 \quad (3) \qquad 2 \quad (2) \qquad 1 \quad (1)$$

۹۷- اگر  $\frac{\tan \alpha + 1}{\tan \alpha - 1} = \frac{3}{2}$  باشد، آن‌گاه حاصل  $\sin 2\alpha$  برابر با کدام گزینه است؟

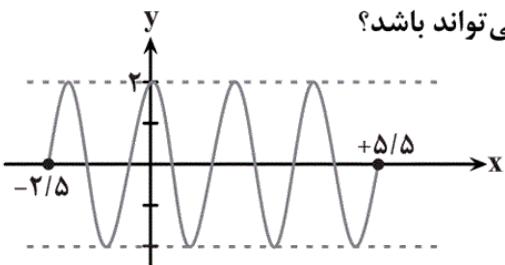
- $\frac{5}{13}$  (۴)

$\frac{5}{13}$  (۳)

- $\frac{12}{13}$  (۲)

$\frac{12}{13}$  (۱)

۹۸- شکل مقابل قسمتی از نمودار تابع  $y = a \sin \pi(\frac{1}{b}x + bx)$  است. حاصل  $ab$  کدام می‌تواند باشد؟



- ۴ (۱)  
۱ (۲)  
۲ (۳)  
۳ (۴)

۹۹- معادله درجه دومی که ریشه‌های آن  $\sin 15^\circ$  و  $\cos 15^\circ$  می‌باشند، کدام است؟

$8x^2 - 8x + 1 = 0$  (۱)

$6x^2 - 6x + 1 = 0$  (۲)

$16x^2 - 16x + 1 = 0$  (۳)

$12x^2 - 12x + 1 = 0$  (۴)

۱۰۰- مجموع جواب‌های معادله  $\cos 3x = \cos 2x$  در بازه  $(\pi, 3\pi)$  کدام است؟

$6\pi$  (۴)

$8\pi$  (۳)

$10\pi$  (۲)

$12\pi$  (۱)

### ریاضی پایه - ۱۰ سوال

۱۰۱- به ازای کدام مقدار  $m$  نمودار تابع  $y = 2x^2 + (m+1)x + m + 6$  بر نیمساز ناحیه اول محورهای مختصات، مماس است؟

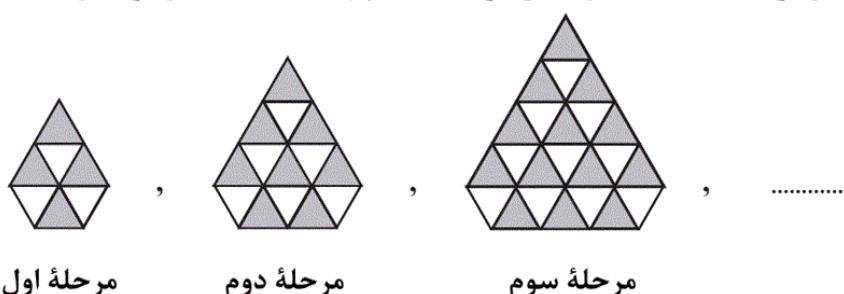
-۱۲ و ۴ (۲)

۱۲ و -۴ (۴)

-۴ (۱)

۱۲ و -۴ (۳)

۱۰۲- اگر در شکل مرحله  $n$  ام الگوی زیر ۶۶ مثلث سفید وجود داشته باشد، در شکل مرحله  $n+1$  چند مثلث سیاه وجود دارد؟



۲۳۱ (۱)

۲۵۱ (۲)

۱۸۷ (۳)

۱۷۰ (۴)

۱۰۳- یک دنباله هندسی با قدر نسبت ۲، دارای سه جمله است. اگر عدد ۹ را بین جملات دوم و سوم این دنباله قرار دهیم، چهار

جمله اول یک دنباله حسابی را می بینیم. مجموع ۱۰ جمله اول این دنباله حسابی کدام است؟

۱۹۵ (۴)

۱۳۵ (۳)

۱۶۵ (۲)

۱۵۵ (۱)

۱۰۴- حاصل عبارت  $\sqrt[5]{2^5} - \frac{3}{2}\sqrt[4]{\frac{1}{81}}$  برابر کدام است؟

$\frac{1}{4}$  (۴)

$\frac{1}{3}$  (۳)

$\frac{1}{2}$  (۲)

۱ (۱)

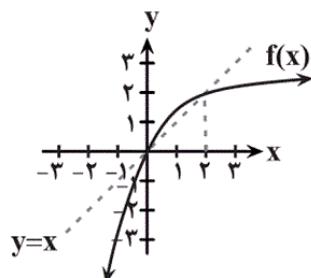
۱۰۵- اگر تساوی  $\frac{3x^2 - x + 2}{x^3 - 8} = \frac{A}{x-2} + \frac{Bx+1}{x^2 + 2x + 4}$  بک اتحاد باشد، حاصل  $B-A$  کدام است؟

-۲ (۴)

۲ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)



۱۰۶- مجموعه جواب نامعادله  $x^3 - xf(x) < 0$  به کدام صورت است؟

$(-\infty, 0)$  (۱)

$(0, 2)$  (۲)

$(2, +\infty)$  (۳)

$(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$  (۴)

۱۰۷- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  صفرهای تابع درجه دوم  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 13x^4 - \beta = 0$  باشند، مجموع ریشه‌های معادله  $\alpha x^4 + 13x^2 - \beta = 1$  کدام است؟

۴) این معادله، فاقد ریشه است.

-۱ (۳)

۱ (۲)

۱) صفر

۱۰۸- به ازای کدام مقدار  $m$ ، یک ریشه معادله  $\frac{m}{x-2} + \frac{x}{x+1} = \frac{2x+4}{x^2-x-2}$  از قرینه ریشه دیگر یک واحد بیشتر است؟

-۳ (۴)

-۲ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۱۰۹- تعداد اعداد طبیعی که در نامعادله  $|\frac{1-x}{2x-3}| > 1$  صدق می کنند، کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۱) صفر

۱۱۰- ضریب تغییرات داده‌های ۱، ۲، ۳ و ۴ چند برابر ضریب تغییرات داده‌های ۲۱، ۲۲، ۲۳ و ۲۴ است؟

۹ (۴)

۳ (۳)

$\frac{1}{3}$  (۲)

$\frac{1}{9}$  (۱)

ریاضی پایه - گواه - 10 سوال

۱۱۱- اگر  $\{A = \{x \in R : x > 1\}, B = \{x \in R : x \leq 4\}\}$  برابر کدام گزینه است؟ آنگاه مجموعه  $(A - B) \cup (B - A)$

R - (1, 4) (۴)

R - [1, 4] (۳)

R - [1, 4) (۲)

R - (1, 4] (۱)

۱۱۲- در چندمین شکل از الگوی غیرخطی زیر، تعداد دایره‌های سیاه برابر ۱۲۹ می‌شود؟

۱۱۳- در یک دنباله حسابی با جمله عمومی  $t_n$ ، مجموع جملات دهم و بیستم برابر ۱۸۰ است. در این دنباله حاصل  $t_{13} + t_{17}$  کدام است؟

۲۰۰ (۴)

۳۶۰ (۳)

۱۸۰ (۲)

۹۰ (۱)

۱۱۴- اگر عبارت  $\frac{1}{\sqrt{5}} \times \frac{25}{\sqrt[4]{125}} \times \frac{1}{\sqrt[5]{25}} \times 5^{-\frac{2}{7}}$  برابر  $\sqrt[5]{n^m}$  باشد، آنگاه حداقل مقدار  $m+n$  کدام است؟

۵۳ (۴)

۱۴۹ (۳)

۱۱۱ (۲)

۳۹ (۱)

۱۱۵- میانگین طول ضلع مربع‌های ۲۵ واحد، با ضریب تغییرات ۰/۰۶ است. میانگین مساحت این مربع‌ها، کدام است؟

۶۲۸/۵ (۴)

۶۲۷/۷۵ (۳)

۶۲۷/۲۵ (۲)

۶۲۶/۵ (۱)

۱۱۶- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله  $0 = -5x - 4x^2 + 1$  باشند، ریشه‌های کدام معادله به صورت  $\left\{ \frac{1}{\alpha} + 1, \frac{1}{\beta} + 1 \right\}$  است؟

$x^2 + 3x + \lambda = 0$  (۱)

$x^2 - 3x + \lambda = 0$  (۲)

$x^2 + 3x - \lambda = 0$  (۳)

$x^2 - 3x - \lambda = 0$  (۴)

۱۱۷- به ازای چه حدودی از  $x$ ، عبارت  $P = \frac{(x-2)^3(x+2)^2}{|x+2|}$  همواره منفی است؟

( $-\infty, 2$ ) (۲)

( $-\infty, 2$ ) (۱)

( $-\infty, 2] - \{-2\}$ ) (۴)

( $-\infty, 2) - \{-2\}$ ) (۳)

۱۱۸- تعداد جواب‌های معادله  $\frac{x-2}{x+2} + \frac{x}{x-2} = \frac{8}{x^2-4}$  کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۰) صفر

۱۱۹- اگر  $f(x) = \sqrt{2x-x^2}$ ، آنگاه عبارت  $f(x-3)$ ، به ازای کدام بازه قابل تعریف است؟

[۱, ۳] (۴)

[۱, ۲] (۳)

[۰, ۳] (۲)

[۰, ۲] (۱)

۱۲۰- اگر دامنه تغییرات داده‌های ۱۷, ۱۶, ۱۵, ۱۰, ۱۱, ۸, ۱۲, ۱۳, a, ۶, ۱۴ برابر ۱۵ باشد، حاصل ضرب مقادیر ممکن برای a کدام است؟

۲۶ (۴)

۴۸ (۳)

۶۴ (۲)

۴۲ (۱)

## «۱- گزینه»

(امیر هوشنگ فهمسی)

با استفاده از روابط بین نسبت‌های مثلثاتی داریم:

$$\sin 10\alpha^\circ = \sin(90^\circ + 18^\circ) = \cos 18^\circ$$

$$\cos 72^\circ = \cos(90^\circ - 18^\circ) = \sin 18^\circ$$

$$\sin 918^\circ = \sin(720^\circ + 198^\circ) = \sin(198^\circ)$$

$$= \sin(180^\circ + 18^\circ) = -\sin 18^\circ$$

$$\frac{A \sin 10\alpha^\circ + \cos 72^\circ}{A \sin 918^\circ} = \frac{A \cos 18^\circ + \sin 18^\circ}{-A \sin 18^\circ} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow -\cot 18^\circ - \frac{1}{A} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{\alpha} - \frac{2}{3} = \frac{1}{A} \Rightarrow \frac{1}{A} = \frac{-3 - 2\alpha}{3\alpha} \Rightarrow A = \frac{-3\alpha}{3 + 2\alpha}$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۴)

۱

۲

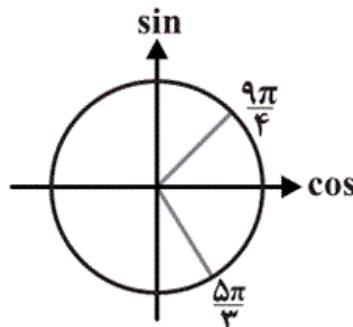
۳

۴ ✓

با به دست آوردن محدوده  $2x$  داریم:

$$-\frac{\pi}{18} < \frac{x - \pi}{3} < \frac{\pi}{24} \xrightarrow{\times 3} -\frac{\pi}{6} < x - \pi < \frac{\pi}{8}$$

$$\xrightarrow{+\pi} \frac{5\pi}{6} < x < \frac{9\pi}{8} \xrightarrow{\times 2} \frac{5\pi}{3} < 2x < \frac{9\pi}{4}$$



در این بازه، تابع  $\cos 2x$  هریک از مقادیر بازه  $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$  را می‌تواند اختیار کند. یعنی:

$$\frac{1}{2} < \cos 2x \leq 1 \Rightarrow \frac{1}{2} < 2m - 1 \leq 1 \Rightarrow \frac{3}{4} < m \leq 1$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۳۸ تا ۱۴۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

قطرها را  $x$  و  $2x$  می‌گیریم:

$$S = \frac{1}{2}(x)(2x)\sin 30^\circ \Rightarrow 32 = \frac{1}{2}(2x^2)\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\Rightarrow 32 = \frac{x^2}{2} \Rightarrow x^2 = 64 \Rightarrow x = 8$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۵۱ تا ۱۵۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

## ۹۴- گزینه «۲»

(رضا سیدنیفی)

می‌دانیم برای دو زاویه مکمل  $\cos\theta = -\cos(\pi - \theta)$  و به عبارتی  
است. حال از آنجایی که  $\cos\theta + \cos(\pi - \theta) = 0$  می‌باشد،  
لذا داریم:

$$\left. \begin{aligned} 30^\circ < (x+30)^\circ < 120^\circ &\Rightarrow -\frac{1}{2} < \cos(x+30)^\circ < \frac{\sqrt{3}}{2} \\ 60^\circ < (2x+60)^\circ < 240^\circ &\Rightarrow -1 < \cos(2x+60)^\circ < \frac{1}{2} \end{aligned} \right\}$$

لذا با مقایسه محدوده کسینوس دو زاویه فوق و در نظر گرفتن فرض سؤال نتیجه  
می‌گیریم که  $\cos(x+30)^\circ + \cos(2x+60)^\circ = 0$  زمانی برابر صفر خواهد بود  
که:  $(x+30)^\circ + (2x+60)^\circ = 180^\circ \Rightarrow 3x = 90^\circ \Rightarrow x = 30^\circ$  آنگاه:

$$\frac{1 + \tan 30^\circ}{1 + \cot 30^\circ} = \frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{3}}{1 + \sqrt{3}} = \frac{\frac{3 + \sqrt{3}}{3}}{\frac{1 + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{3} + 1)}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۳۸ تا ۱۴۸)

۱

۲

۲✓

۱

## ۹۵- گزینه «۲»

(میثم غلاح)

ابتدا طرفین تساوی را بر  $\cos^2 x$  تقسیم می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \frac{\div \cos^2 x}{\cos^2 x} &\rightarrow 2 \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - 3 \frac{\sin x}{\cos x} + 7 = \frac{3}{\cos^2 x} \\ \Rightarrow 2 \tan^2 x - 3 \tan x + 7 &= 3(1 + \tan^2 x) \\ \Rightarrow \tan^2 x + 3 \tan x - 4 &= 0 \Rightarrow \begin{cases} \tan x = 1 \\ \tan x = -4 \end{cases} \end{aligned}$$

$\tan x = 1 + (-4) = -3$ : مجموع مقادیر ممکن برای  $\tan x$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۴) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۳۸ تا ۱۴۸)

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۳۶ تا ۳۴۷)

۱

۲

۲✓

۱

$\sin^2 x = \sin x \Rightarrow \sin x(\sin x - 1) = 0 \Rightarrow \sin x = 0$  یا  $\sin x = 1$   
معادله  $\sin x = 0$  در بازه داده شده ۳ جواب  $0, \pi, 2\pi$  دارد.

معادله  $\sin x = 1$  در این بازه یک جواب  $x = \frac{\pi}{2}$  دارد.

بنابراین معادله داده شده در بازه  $[0, 2\pi]$ ، چهار جواب دارد.  
(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۳)

۴✓

۳

۲

۱

$$\frac{\tan \alpha + 1}{\tan \alpha - 1} = \frac{3}{2} \Rightarrow 2\tan \alpha + 2 = 3\tan \alpha - 3 \Rightarrow \tan \alpha = 5$$

از طرفی می‌دانیم:  $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$ , در نتیجه:

$$1 + 25 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{26} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{1}{\sqrt{26}}$$

$$\Rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{5}{\sqrt{26}}$$

۴

۳✓

۲

۱

$$y = a \sin\left(\frac{\pi}{2} + b\pi x\right) = a \cos(b\pi x)$$

از آنجا که دوره تناوب  $T = \frac{2\pi}{|b|}$  و با  $y = a \cos bx + c$  برابر است با

توجه به اینکه نمودار  $y$  تناوب خود را طی کرده است، داریم:

$$4T = 5/5 - (-2/5) = 8 \Rightarrow T = \frac{\lambda}{4} = 2$$

$$T = \frac{2\pi}{|b\pi|} = 2 \Rightarrow |b| = 1 \Rightarrow b = \pm 1$$

و از طرفی نقطه  $(0, 2)$  روی نمودار قرار دارد، پس در ضابطه آن صدق می‌کند، یعنی:

$2 = a \cos(0) \Rightarrow a = 2$  که عدد ۲ در گزینه‌ها موجود است.

$$\Rightarrow a \times b = 2 \times (\pm 1) = \pm 2$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۴۹ تا ۱۵۲)

۴

۳✓

۲

۱

### ۹۹- گزینه «۳»

(مهرداد ملوندی)

کافیست مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های این معادله را به دست آوریم:

$$S = \sin^2 15^\circ + \cos^2 15^\circ = 1$$

$$P = \sin^2 15^\circ \times \cos^2 15^\circ = (\sin 15^\circ \cos 15^\circ)^2$$

$$= \frac{1}{4} \sin^2 30^\circ = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$$

در نتیجه با توجه به مقادیر  $S$  و  $P$ ، معادله مذکور به صورت زیر خواهد بود:

$$x^2 - x + \frac{1}{16} = 0 \Rightarrow 16x^2 - 16x + 1 = 0$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۱ تا ۳۸)

۴

۲✓

۲

۱

### ۱۰۰- گزینه «۲»

(سینا محمدپور)

می‌دانیم جواب‌های کلی معادله  $\cos x = \cos \alpha$  به صورت  $x = 2k\pi \pm \alpha$  می‌باشد ( $k \in \mathbb{Z}$ )

در نتیجه داریم:

$$\cos 3x = \cos 2x \Rightarrow 3x = 2k\pi \pm 2x \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi \\ 5x = 2k\pi \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{5} \end{cases}$$

پس جواب‌های کلی این معادله به صورت  $x = \frac{2k\pi}{5}$  می‌باشد. حال از

آنجایی که  $3\pi < x < \pi$  است، لذا جواب‌های معادله عبارت‌اند از:

$$x = \left\{ \frac{6\pi}{5}, \frac{8\pi}{5}, \frac{10\pi}{5}, \frac{12\pi}{5}, \frac{14\pi}{5} \right\}$$

$$\frac{(6+8+10+12+14)\pi}{5} = 10\pi$$

پس مجموع جواب‌ها برابر است با:

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۴)

۴

۲

۲✓

۱

برای آنکه نمودارهای دو تابع بر هم مماس باشند، باید معادله حاصل از تلاقی آنها دارای ریشه مضاعف باشد.

$$\begin{cases} y = 2x^2 + (m+1)x + m+6 & \text{تابع مورد نظر سوال} \\ y = x & \text{نیمساز ناحیه اول} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2x^2 + (m+1)x + m+6 = x$$

$$\Rightarrow 2x^2 + mx + (m+6) = 0$$

برای آنکه معادله اخیر که یک معادله درجه دوم است دارای ریشه مضاعف باشد، باید  $\Delta = 0$  باشد، پس:

$$m^2 - 4(2)(m+6) = 0 \Rightarrow m^2 - 8m - 48 = 0$$

$$\Rightarrow (m-12)(m+4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 12 \\ m = -4 \end{cases}$$

به ازای مقادیر به دست آمده برای  $m$ ، ریشه معادله تلاقی که طول نقطه تماس نمودار دو تابع است را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} m = 12 \Rightarrow 2x^2 + 12x + 18 = 0 \Rightarrow 2(x+3)^2 = 0 \Rightarrow x = -3 \\ m = -4 \Rightarrow 2x^2 - 4x + 2 = 0 \Rightarrow 2(x-1)^2 = 0 \Rightarrow x = 1 \end{cases}$$

به ازای  $m = 12$ ، طول نقطه تلاقی  $x = -3$  خواهد بود که در ناحیه اول قرار ندارد. با توجه به اینکه در صورت سؤال تأکید شده است نمودار تابع بر نیمساز ناحیه اول مماس است، فقط مقدار  $m = -4$  را می‌پذیریم.

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۰ تا ۲۶)

۴

۳

۲

۱ ✓

شماره شکل	تعداد مثلثهای سیاه
۱	$(1+2)+1$
۲	$(1+2+3)+2$
۳	$(1+2+3+4)+3$
n	$(1+2+\dots+(n+1))+n = \frac{(n+1)(n+2)}{2} + n$

$$\Rightarrow a_n = \frac{(n+1)(n+2)}{2} + n \xrightarrow{n=20} a_{20} = \frac{21 \times 22}{2} + 20 \\ = 231 + 20 = 251$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱ تا ۶)

۴

۳

۲✓

۱

## «۲-گزینه ۲»

(سروش موئینی)

سه جمله اول دنباله هندسی با قدرنسبت ۲ را می‌توانیم به صورت  $4a$  و  $2a$  نشان دهیم.

حالا اگر عدد ۹ را بین جمله دوم و سوم بنویسیم:

$a, 2a, 9, 4a$

$$2(9) = 2a + 4a$$

شرط دنباله حسابی این است که:

$$\Rightarrow 18 = 6a \Rightarrow a = 3$$

پس دنباله حسابی  $3, 6, 9, 12, \dots$  را داریم که جمع ده جمله اول آن برابر است با:

$$3(1+2+3+\dots+10) = 3 \times \frac{10(11)}{2} = 3(55) = 165$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۶ تا ۱۳)

۴

۳

۲✓

۱

$$\sqrt[6]{64} = \sqrt[6]{2^6} = 2^{\frac{6}{6}} = 2$$

$$\sqrt[5]{2^{-5}} = 2^{-\frac{5}{5}} = 2^{-1} = \frac{1}{2}$$

$$\sqrt[4]{\frac{1}{81}} = \sqrt[4]{\frac{1}{3^4}} = \sqrt[4]{3^{-4}} = 3^{-\frac{4}{4}} = 3^{-1} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{3}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$$

$$2 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 2 - 1 = 1 \quad \text{حاصل عبارت}$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۷ تا ۲۴)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$\Rightarrow 3x^4 - x + 2 = (A + B)x^4 + (2A - 2B + 1)x + 4A - 2$$

حال با مقایسه ضرایب نتیجه می‌گیریم:

$$\begin{cases} 4A - 2 = 2 \\ A + B = 3 \\ 2A - 2B + 1 = -1 \end{cases} \Rightarrow A = 1, B = 2$$

$$B - A = 2 - 1 = 1$$

بنابراین:

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۸) (ریاضیات ۱، صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۴

۳

۲

۱ ✓

(محمد مصطفی ابراهیمی)

$$x f(x) - x^2 < 0 \Rightarrow x(f(x) - x) < 0.$$

مطابق شکل در فاصله  $(0, 2)$  تابع  $y = f(x)$  بالای خط  $y = x$  قرار دارد  
 یعنی  $f(x) - x > 0$  و در فاصله  $(2, +\infty)$  پایین خط  $y = x$  قرار دارد یعنی  $f(x) - x < 0$  می‌شود.

		○	₂	
$x$	-	○	+	+
$f(x) - x$	-	○	+	○
$x(f(x) - x)$	+	○	+	-

$\Rightarrow x \in (2, +\infty)$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۷۳ تا ۸۴)

۴

۳✓

۲

۱

(آرین هیدری)

منظور از صفرهای تابع درجه دوم  $f(x) = x^2 - 6x + 2$ ، ریشه‌های معادله

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases}$$

درجه دوم  $x^2 - 6x + 2 = 0$  است. از آن جا که در این معادله

می‌توانیم بگوییم ریشه‌ها یعنی  $\alpha$  و  $\beta$  مثبت هستند.حال به معادله  $x^2 + 13x^2 - \beta = 1$  می‌رسیم که با تغییر متغیر  $x^2 = t$ به صورت  $t^2 + 13t - \beta - 1 = 0$  در می‌آید. در این معادله:

$$ac = \alpha(-\beta - 1) = -\alpha(\beta + 1) \xrightarrow{\alpha, \beta > 0}$$

همواره منفی

پس با توجه به  $ac < 0$  می‌توان نتیجه گرفت این معادله دارای دو ریشه مختلف‌العامت (مثلاً  $t_1 < 0$  و  $t_2 > 0$ ) است.پس  $x_1 = \pm\sqrt{t_1}$  جواب ندارد و  $x_2 = t_2$  دارای دو جواب قرینه است.

است که حاصل جمع آن‌ها حتماً صفر خواهد شد.

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۷۳ تا ۸۴) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۰ تا ۲۷)

۴

۳

۲

۱✓

$$\xrightarrow{x \neq -1, 2} mx + m + x^2 - 2x = 2x + 4$$

$$\Rightarrow x^2 + (m-4)x + (m-4) = 0 \quad (*)$$

اگر ریشه‌های معادله را  $\alpha$  و  $\beta$  در نظر بگیریم، با توجه به این‌که یک ریشه معادله از قرینه ریشه دیگر یک واحد بیشتر است، داریم:

$$\alpha = -\beta + 1 \Rightarrow \alpha + \beta = 1 \quad (**)$$

با توجه به معادله  $(*)$  جمع ریشه‌ها برابر است با:

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{m-4}{1} \xrightarrow{(**)} -\frac{m-4}{1} = 1 \Rightarrow m = 3$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۸) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۰ تا ۲۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

(سینا محمدپور)

## «۱۰۹- گزینه»

نامعادله را به شکل زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$\left| \frac{1-x}{2x-3} \right| > 1 \Rightarrow |1-x| > |2x-3|, x \neq \frac{3}{2}$$

حال کافیست طرفین نامعادله را به توان ۲ برسانیم:

$$|1-x|^2 > |2x-3|^2 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 > 4x^2 - 12x + 9$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 10x + 8 < 0 \Rightarrow (x-2)(3x-4) < 0 \Rightarrow x \in \left(\frac{4}{3}, 2\right) - \left\{\frac{3}{2}\right\}$$

روشن است که در بازه فوق، هیچ عدد طبیعی قرار ندارد.

توجه داشته باشد که با رسم نمودارهای دو تابع  $|1-x|$  و  $|2x-3|$  نیز می‌توان به جواب مسئله دست یافت.

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۲۸ تا ۳۱)

۴

۳

۲

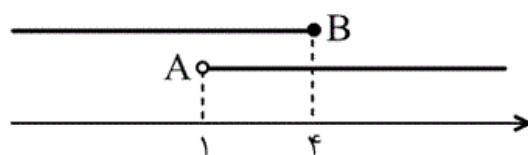
۱ ✓

در ابتدا توجه داشته باشید که اضافه کردن یک عدد ثابت به تمام داده‌ها، واریانس (و در نتیجه انحراف معیار آن‌ها) را تغییر نمی‌دهد. پس انحراف معیار داده‌های ۱، ۲، ۳ و ۴ برابر با انحراف معیار داده‌های ۲۱، ۲۲، ۲۳ و ۲۴ است. زیرا به داده‌های اول، ۲۰ واحد اضافه شده است. بنابراین نسبت ضریب تغییرات عکس نسبت میانگین‌هاست:

$$\left. \begin{array}{l} x_i : 1, 2, 3, 4 \\ y_i : 21, 22, 23, 24 \end{array} \right\} \Rightarrow CV_X = \frac{\sigma}{2/5} \quad \left. \begin{array}{l} \Rightarrow CV_X = \frac{\sigma}{2/5} = \frac{22/5}{2/5} = 9 \\ CV_Y = \frac{\sigma}{22/5} \end{array} \right\}$$

(آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۱۶۰ تا ۱۶۳)

✓



$$A - B = (1, +\infty) - (-\infty, 4] = (4, +\infty)$$

لذا:

$$B - A = (-\infty, 4] - (1, +\infty) = (-\infty, 1]$$

$$(A - B) \cup (B - A) = (4, +\infty) \cup (-\infty, 1]$$

پس:

$$= (-\infty, 1] \cup (4, +\infty) = \mathbb{R} - (1, 4]$$

(ریاضیات، صفحه‌های ۲۰ تا ۲۷) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۰)

✓

در مرکز هر شکل، به تعداد مربع شماره مرحله، دایره سیاه وجود دارد و علاوه بر آن، در هر یک از چهار طرف شکل ۲ دایره سیاه (مجموعاً ۸ دایره سیاه) وجود دارد، بنابراین:

$$t_n = n^2 + 4(2) = n^2 + 8$$

حال باید مقدار  $n$  را طوری بیابیم که به ازای آن  $t_n = 129$  شود:

$$t_n = 129 \Rightarrow n^2 + 8 = 129 \Rightarrow n^2 = 121 \Rightarrow n = 11$$

در شکل یازدهم، تعداد دایره‌های سیاه برابر ۱۲۹ می‌شود.

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱ تا ۶)

۴

۳

۲

۱

$$t_{10} + t_{20} = 180$$

$$\Rightarrow (t_1 + 9d) + (t_1 + 19d) = 180$$

$$\Rightarrow 2t_1 + 28d = 180 \quad (*)$$

از طرفی:

$$t_{13} + t_{17} = (t_1 + 12d) + (t_1 + 16d) = 2t_1 + 28d$$

بنابراین:

$$\xrightarrow{(*)} t_{13} + t_{17} = 180$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

۴

۳

۲

۱

اعداد را به صورت توان‌های گویا می‌نویسیم:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt[4]{25}}{\sqrt[4]{125}} \times \frac{1}{\sqrt[5]{25}} \times 5^{-\frac{2}{7}} \\ & = \frac{1}{\sqrt{5}} \times \frac{5^{\frac{2}{4}}}{5^{\frac{4}{4}}} \times \frac{1}{\sqrt[5]{25}} \times 5^{-\frac{2}{7}} \\ & = 5^{-\frac{1}{2}} \times 5^{\frac{2}{4}} \times 5^{-\frac{3}{5}} \times 5^{-\frac{2}{5}} \times 5^{-\frac{2}{7}} \end{aligned}$$

۴

۳✓

۲

۱

## «۲» - گزینه «۱۱۵

(سراسری تهریی - ۹۷)

$$\text{انحراف معیار} = \frac{\sigma}{\text{میانگین}} \Rightarrow \sigma = \text{ضریب تغییرات} \times \text{میانگین} = \frac{\sigma}{25} \Rightarrow \sigma = 1/5$$

میانگین مساحت مربع‌ها برابر  $\frac{\sum x_i^2}{n}$  است بنابراین:

$$(1/5)^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - (25)^2$$

$$\rightarrow \frac{\sum x_i^2}{n} = 627/25$$

(آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۱۴۳ تا ۱۶۰)

۴

۳

۲✓

۱

$$4x^2 - 5x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} S = \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{-(-5)}{4} = \frac{5}{4} \\ P = \alpha \cdot \beta = \frac{c}{a} = \frac{-1}{4} \end{cases}$$

بنابراین در معادله جدید داریم:

$$S' = \left(\frac{1}{\alpha} + 1\right) + \left(\frac{1}{\beta} + 1\right) = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} + 2 = \frac{\frac{5}{4}}{\frac{-1}{4}} + 2 = -5 + 2 = -3$$

$$P' = \left(\frac{1}{\alpha} + 1\right) \times \left(\frac{1}{\beta} + 1\right) = \frac{1}{\alpha\beta} + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + 1$$

$$= \frac{1}{\alpha\beta} + \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} + 1 = \frac{1}{\frac{-1}{4}} + \frac{\frac{5}{4}}{\frac{-1}{4}} + 1 = -4 - 5 + 1 = -8$$

بنابراین با توجه به رابطه  $x^2 - S'x + P' = 0$  معادله مورد نظر به صورت

زیر خواهد بود:

$$x^2 - (-3)x + (-8) = 0 \Rightarrow x^2 + 3x - 8 = 0$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۰ تا ۲۷)

۴

۳

۲

۱

$$(x - 2)^3 < 0 \Rightarrow x - 2 < 0 \Rightarrow x < 2$$

عبارت  $P$  به ازای  $x$  های متعلق به مجموعه  $\{-\infty, 2\} - \{-2\}$  همواره منفی است.

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۷۳ تا ۸۳)

۴

۳

۲

۱

## ۱۱۸- گزینه «۲»

(سراسری ریاضی - ۷۵)

توجه می کنیم که  $x \neq 2$  و  $x \neq -2$  زیرا ریشه های مخرج هستند. با ضرب طرفین معادله در ک.م.م مخرجها  $((x-2)(x+2))$  داریم:

$$(x-2)^2 + x(x+2) = 8$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 2x + 4 = 8 \Rightarrow 2x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow x = -1, x = 2$$

$x = 2$  قابل قبول نیست، پس  $x = -1$  و معادله فقط یک ریشه دارد.

(ریاضی ۳، صفحه های ۲۵ تا ۲۸)

۴

۳

۲ ✓

۱

## ۱۱۹- گزینه «۴»

(سراسری تهریبی - ۹۲)

$$f(x) = \sqrt{2x-x^2} \Rightarrow f(3-x) = \sqrt{2(3-x)-(3-x)^2}$$

$$\Rightarrow f(3-x) = \sqrt{-x^2 + 4x - 3}$$

باید  $-x^2 + 4x - 3 \geq 0$  باشد، پس:

$$x^2 - 4x + 3 \leq 0 \Rightarrow (x-1)(x-3) \leq 0 \Rightarrow 1 \leq x \leq 3$$

بنابراین دامنه تابع  $f(x-3)$ ، بازه  $[1, 3]$  است.

(ریاضی ۳، صفحه های ۲۱ تا ۲۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

## ۱۲- گزینه «۱»

(آزمون کانون - ۹۱)

اگر  $17 \leq a \leq 6$ ، آنگاه دامنه تغییرات داده‌های  $13, 12, a, 6, 14, 11, 8, 10, 15, 17$  برابر است با:  $17 - 6 = 11$  که این مقدار با فرض سؤال که دامنه تغییرات را برابر ۱۵ در نظر گرفته است، متفاوت است. پس دو حالت زیر امکان‌پذیر است:

۱)  $a$  کوچک‌ترین داده باشد:

$$R = 15 \Rightarrow 17 - a = 15 \Rightarrow a = 2$$

۲)  $a$  بزرگ‌ترین داده باشد:

$$R = 15 \Rightarrow a - 6 = 15 \Rightarrow a = 21$$

پس  $a$  برابر با ۲ یا ۲۱ است و حاصل ضرب مقادیر ممکن برای  $a$ ، برابر است با  $2 \times 21 = 42$ .

(آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۱۴۳ تا ۱۵۲)

۴

۳

۲

۱ ✓