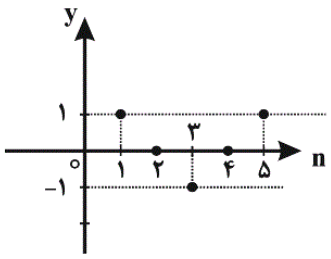
دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

دیفرانسیل و انتگرال - ۲۰ سوال

۸۱- نمودار کدام‌یک از دنباله‌های زیر به‌صورت مقابل است؟



۱) $\{\cos n\pi\}$

۲) $\left\{\cos(n-1)\frac{\pi}{2}\right\}$

۳) $\left\{(-1)^{n-1}\right\}$

۴) $\frac{(-1)^{n-1}+1}{2}$

آزمون ۴ آبان

۸۲- اگر دنبالهٔ $\{a_n\}$ به‌صورت $a_n=\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\ldots+\frac{1}{n+n}$ تعریف شده باشد، حاصل $a_{n+1}-a_n$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{4n^2+6n+2}$

۲) $\frac{1}{4n^2+2n}$

۳) $\frac{1}{2n^2+3n+4}$

۴) $\frac{1}{4n^2+4n}$

آزمون ۴ آبان

۸۳- چه تعداد از جملات دنبالهٔ $a_n=\left[\frac{3n+16}{n^2-n+4}\right]$ از صفر بزرگ‌تر است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) ۴

۲) ۶

۳) ۸

۴) ۹

آزمون ۴ آبان

۸۴- چند دنباله از دنباله‌های زیر ثابت‌اند؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

الف: $a_n = \left\{\sin\frac{n\pi}{2}\cos\frac{n\pi}{2}\right\}$

ب: $b_n = \left\{\tan^{-1}\left(\frac{1}{2n+1}\right)+\cot^{-1}\left(\frac{1}{2n+1}\right)\right\}$

ج: $c_n = \left\{\left[(3n)^{(-1)^{2n+1}}\right]\right\}$

د: $d_n = \left\{\left[\frac{n+1}{n}\right]+\left[\frac{n-1}{n}\right]\right\}$

۱) ۴

۲) ۳

۳) ۲

۴) ۱

آزمون ۴ آبان

۸۵- در دنبالهٔ $a_{n+1} = \frac{3}{4}a_n + 1$ و $a_1 = 1$، k کدام باشد تا دنبالهٔ $b_n = \{k + a_n\}$ یک دنبالهٔ هندسی باشد؟

۱) -3

۲) $-\frac{1}{4}$

۳) $-\frac{3}{4}$

۴) -4

آزمون ۴ آبان

۸۶- چند جفت از جملات دنبالهٔ $a_n = n^2 - 9n + 1$ دو به دو با یکدیگر برابرند؟

۱) ۷

۲) ۶

۳) ۵

۴) ۴

آزمون ۴ آبان

۸۷- در دنبالهٔ $\{a_n\}$ که $\begin{cases} a_1 = 1398 \\ \frac{a_n}{a_{n+1}} = \frac{1}{n} \end{cases}$، a_{1398} کدام است؟

۱) 1398^{1397}

۲) $1398!$

۳) $1398 \times 1398!$

۴) $1397!$

آزمون ۴ آبان

www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا

۸۸- در دنبالهٔ بازگشتی $\{a_n\}$ که به‌صورت $a_n = \frac{n+1}{3n}a_{n-1}$ و $a_1 = \frac{2}{3}$ تعریف شده‌است، جملهٔ دهم کدام است؟

۱) $\frac{3^{11}}{11}$ ۲) $\frac{11}{3^{10}}$ ۳) $\frac{11}{3^{11}}$ ۴) $\frac{12}{3^{10}}$

آزمون ۴ آبان

۸۹- در دنبالهٔ $\{a_n\}$ که $\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{n+1} = 3a_n \end{cases}$، دو برابر مجموع جملات اول تا دهم، کدام است؟

۱) a_{11} ۲) $a_{11} - 1$ ۳) $a_{22} - 1$ ۴) a_{22}

آزمون ۴ آبان

۹۰- حاصل‌ضرب همهٔ جملات دنبالهٔ $a_n = n^2 \sin\frac{n!\pi}{4}$ کدام است؟

۱) صفر ۲) $\sqrt{2}$

۳) $2\sqrt{2}$ ۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

آزمون ۴ آبان

۹۱- اختلاف بین بیشترین و کم‌ترین مقدار دنبالهٔ $\left\{\frac{n-2}{3n-7}\right\}$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) ۱

۳) $\frac{3}{2}$ ۴) صفر

آزمون ۴ آبان

۹۲- در دنبالهٔ $a_n = \frac{9n+1}{3n-26} + \sin\frac{n\pi}{4}\cos\frac{n\pi}{4}$، بزرگ‌ترین جمله کدام است؟

۱) ۸۱/۵ ۲) ۸۲/۵

۳) $81 + \frac{\sqrt{2}}{2}$ ۴) $81 - \frac{\sqrt{2}}{2}$

آزمون ۴ آبان

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۹۳- جملات دنبالهٔ $a_n = \frac{10n+9}{2n+2}$ برای مقادیر $n \geq M$ در بازهٔ $(4/96,5)$ قرار می‌گیرند. حداقل مقدار طبیعی M کدام است؟

۱) ۱۰
۲) ۱۱
۳) ۱۲
۴) ۱۳

آزمون ۴ آبان

۹۴- اگر دنبالهٔ $\left\{\log\frac{kn+1}{n+2}\right\}$ کران‌دار باشد، k کدام است؟

۱) صفر
۲) ۱
۳) n
۴) $\frac{1}{n}$

آزمون ۴ آبان

۹۵- اگر $\{a_n\}$ دنباله‌ای با جملات حقیقی منفی و $n(a_{n+1}-3a_n) \leq 2a_n - a_{n+1}$، آنگاه کدام گزینه در مورد دنبالهٔ $\{a_n\}$ الزاماً صحیح است؟

۱) نزولی است.
۲) کران‌دار است.
۳) غیریکنواست.
۴) صعودی است.

آزمون ۴ آبان

۹۶- کدام‌یک از دنباله‌های زیر صعودی است؟

۱) $\left\{\frac{3n+1}{5n-12}\right\}$
۲) $\left\{\frac{n^2+7}{5n^2+1}\right\}$
۳) $\left\{\frac{2n}{n+2}\right\}$
۴) $\left\{\frac{n^4+1}{2n^4-5}\right\}$

آزمون ۴ آبان

۹۷- دنبالهٔ $a_n = \frac{1\times3\times5\times\ldots\times(2n-1)}{2\times4\times6\times\ldots\times2n}$ چگونه است؟

۱) یکنوا – بی‌کران
۲) یکنوا – کران‌دار
۳) غیریکنوا - بی‌کران
۴) غیریکنوا - کران‌دار

آزمون ۴ آبان

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

۹۸- به ازای کدام مقدار k دنبالهٔ $\left\{\frac{۳-kn}{n+k-۴}\right\}$ اکیداً نزولی است؟

۱) $k<۱$
۲) $k>۳$
۳) $|k-۲|>۱$
۴) $|k-۲|<۱$

آزمون ۴ آبان

۹۹- به ازای چه مقادیری از k دنبالهٔ $\{۲\log n+k\sin n\pi\}$ صعودی است؟

۱) $|k|<۱$
۲) $|k|>۱$
۳) $k\in\mathbb{R}^+$
۴) $k\in\mathbb{R}$

آزمون ۴ آبان

۱۰۰- کدام عبارت دربارهٔ دنبالهٔ $a_n=\mathrm{Ln}\left(\frac{۱}{\sqrt{n}+\left[\sqrt{n}\right]}\right)$ صحیح می‌باشد؟ ($[\ ]$، علامت جزء صحیح است.)

۱) صعودی و کران‌دار
۲) نزولی و بی‌کران
۳) غیریکنوا و کران‌دار
۴) غیریکنوا و بی‌کران

آزمون ۴ آبان

هندسه‌ی تحلیلی - ۱۰ سوال

۱۱۱- حاصل عبارت $k\times(i+j+k)+i\times(j+k)-j\times(i+k)$ کدام است؟

۱) $۲j-۳k+i$
۲) $i-۲k+j$
۳) $۲k-۲i+۲j$
۴) $۲k-۲i$

آزمون ۴ آبان

۱۱۲- اگر برای دو بردار a و b داشته باشیم $|a|=۳$ ، $|b|=۲$ و $a.b=۳$، حاصل $|a\times b|$ کدام است؟

۱) $\sqrt{۳}$
۲) $۲\sqrt{۳}$
۳) $۳\sqrt{۳}$
۴) $۴\sqrt{۳}$

آزمون ۴ آبان

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

۱۱۳- دو بردار $a=(۱,۱,-۱)$ و $b=(\alpha,-۱,۱)$ با یکدیگر زاویهٔ بزرگ‌تر از قائمه می‌سازند. اگر مساحت متوازی‌الاضلاع بنا شده روی این دو بردار برابر با $۳\sqrt{۲}$ باشد، اندازهٔ بردار $a+b$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) $۲\sqrt{۳}$

۳) ۳ ۴) $۲\sqrt{۲}$

آزمون ۴ آبان

۱۱۴- کدام رابطه در ضرب بردارها، یک ویژگی همواره درست را نشان می‌دهد؟ $(a,b,c\neq o)$

۱) $a\times(a-b)=|a|^{۲}$ ۲) $(a+b)\times(a-b)=۲(a\times b)$

۳) $a\times(b\times c)=(a\times b)\times c$ ۴) $a.(b\times c)-(a\times b).c=۰$

آزمون ۴ آبان

۱۱۵- اگر $A=(۳,۱,۰)$، $B=(۱,-۱,۱)$ و $C=(۲,-۱,۰)$، سه رأس مثلث ABC باشند، آنگاه طول ارتفاع وارد بر ضلع BC در این مثلث چقدر است؟

۱) $۳\sqrt{۲}$ ۲) $\frac{۳\sqrt{۲}}{۲}$

۳) $\sqrt{۳}$ ۴) $۲\sqrt{۳}$

آزمون ۴ آبان

۱۱۶- خط گذرا از دو نقطهٔ $A=(۲,-۱,۱)$ و $B=(۱,۰,-۲)$ بر خط $d:\frac{x}{۳}=by=\frac{z-۲}{a}$ عمود است. در این صورت a و b کدام می‌توانند باشند؟

۱) $a=-۲,b=\frac{-۱}{۳}$ ۲) $a=۲,b=۴$

۳) $a=۱,b=-۱$ ۴) $a=-۱,b=۱$

آزمون ۴ آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۷- اگر دو خط به معادله‌های $L: \frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-2}=\frac{1-z}{a}$ و $L': \frac{x-3}{3}=\frac{y-2}{2}=\frac{2-z}{2}$ با هم متقاطع باشند، آنگاه a کدام است؟

۱) -2 ۲) 2

۳) -6 ۴) 6

آزمون ۴ آبان

۱۱۸- نقطهٔ A روی محور zها قرار دارد و از دو خط $D: (x=y, z=1)$ و $D': (x=1, y=z)$ به یک فاصله است. ارتفاع نقطهٔ A کدام می‌تواند باشد؟

۱) 2 ۲) 4

۳) -2 ۴) -4

آزمون ۴ آبان

۱۱۹- قرینهٔ نقطهٔ $A(-3,2,6)$ نسبت به خط $\frac{x-5}{2}=\frac{-y+4}{-4}=2z+3 : d$ کدام است؟

۱) $(7,6,0)$ ۲) $(-1,-3,2)$

۳) $(9,-2,-10)$ ۴) $(4,3,-1)$

آزمون ۴ آبان

۱۲۰- L خطی گذرا از نقطهٔ $A=(1,2,1)$ است. اگر نقاط $B=(4,3,2)$ و $C=(0,-1,0)$، نسبت به خط L قرینه یکدیگر باشند، خط L با جهت مثبت محور xها چه زاویه‌ای می‌سازد؟

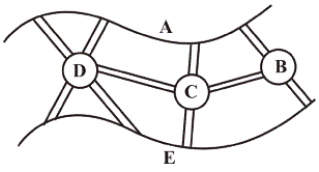
۱) 30° ۲) 45°

۳) 60° ۴) 90°

آزمون ۴ آبان

ریاضیات گسسته - ۱۰ سوال

۱۲۱- در شکل مقابل، ۵ منطقهٔ A، B، C، D و E به وسیلهٔ پل‌هایی به هم مربوطند. اگر از منطقهٔ A حرکت کنیم و همهٔ پل‌ها را فقط یک بار طی کنیم، به کدام منطقه می‌رسیم؟



۱) A ۲) E

۳) C ۴) امکان‌پذیر نیست.

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

آزمون ۴ آبان

۱۲۲- چند گراف ساده با ۵ رأس و ۴ یال می‌توان رسم کرد که از دو «بخش جدا از هم» تشکیل شده باشد؟

۱) ۴ ۲) ۳

۳) ۲ ۴) ۱

آزمون ۴ آبان

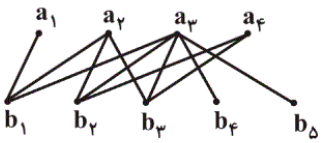
۱۲۳- در گراف ساده‌ای از مرتبهٔ ۱۱، $\Delta = 9$ و $\delta = 6$ است. کم‌ترین اندازهٔ این گراف کدام است؟

۱) ۳۲ ۲) ۳۳

۳) ۳۴ ۴) ۳۵

آزمون ۴ آبان

۱۲۴- ۵ نفر به اسامی b_1، b_2، b_3، b_4 و b_5، متقاضی ۴ شغل a_1، a_2، a_3 و a_4 از یک شرکت مطابق با گراف زیر هستند. شرکت به چند طریق می‌تواند این افراد را استخدام کند؟



۱) ۲ ۲) ۳

۳) ۴ ۴) ۵

آزمون ۴ آبان

۱۲۵- گراف ۳- منتظم ناهمبندی ۱۲ یال دارد. در این گراف، چند دور وجود دارد؟

۱) ۶ ۲) ۸

۳) ۱۲ ۴) ۱۴

آزمون ۴ آبان

۱۲۶- در گراف K_6 با مجموعهٔ رئوس $\{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$، چند مسیر به طول ۴ بین رئوس v_1 و v_2 موجود است به گونه‌ای که شامل یال v_3v_4 باشد؟

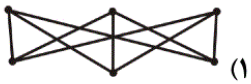
۱) ۶ ۲) ۸

۳) ۱۲ ۴) ۱۸

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

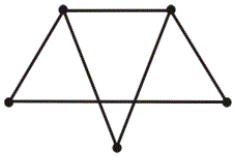
آزمون ۴ آبان

۱۲۷- کدام یک از گراف‌های زیر، همیلتنی نیست؟

۱) 

۲)

۳)

۴) 

آزمون ۴ آبان

۱۲۸- با بازه‌های $I_1, I_2, \cdots, I_8$، یک گراف بازه‌ها می‌سازیم. اگر $I_8 \subseteq \cdots \subseteq I_2 \subseteq I_1$، آنگاه در این گراف، حاصل $\Delta^2 - 2\delta$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۱۲ ۳) ۳۰ ۴) ۳۵

آزمون ۴ آبان

۱۲۹- $a, a, a, b, b, b, c, c, c$ دنبالهٔ درجات رئوس گراف ساده‌ای با اندازهٔ q است که $۱۰ \le q \le ۲۰$. اگر a، b و c، اعداد صحیح متوالی باشند، آنگاه تعداد یال‌های گراف کدام است؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۴

۳) ۱۵ ۴) ۱۸

آزمون ۴ آبان

۱۳۰- اگر به گراف ۴- منتظم مرتبهٔ p، ۱۲ یال اضافه کنیم، گراف کامل K_p به دست می‌آید. p کدام است؟

۱) ۷ ۲) ۸

۳) ۹ ۴) ۱۰

آزمون ۴ آبان

هندسه ۱ - ۱۰ سوال

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۱- در مثلث ABC، اگر طول اضلاع AB، AC و BC به‌ترتیب برابر با ۶ و ۴ و ۳ باشد، آن‌گاه حاصل $\frac{h_b}{h_c}+\frac{h_a}{h_b}+\frac{h_c}{h_a}$ چه‌قدر است؟

۱) $\frac{۳}{۱۰}$ ۲) $\frac{۱۰}{۳}$ ۳) $\frac{۵}{۳}$ ۴) $\frac{۳}{۵}$

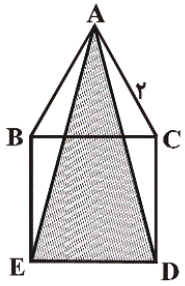
آزمون ۴ آبان

۱۳۲- در مثلث ABC به اضلاع $AB=۸$، $AC=۶$ و $BC=۹$، اگر فاصلهٔ رأس B از میانهٔ AM برابر k باشد، فاصلهٔ رأس C از این میانه چقدر است؟

۱) $\frac{۴k}{۳}$ ۲) $\frac{k}{۲}$ ۳) k ۴) $\frac{۳k}{۸}$

آزمون ۴ آبان

۱۳۳- در شکل زیر، ABC مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع ۲ و $BCDE$ یک مربع است. مساحت مثلث ADE کدام است؟



۱) $۲+\sqrt{۳}$

۲) $۴+\sqrt{۳}$

۳) $۱+۲\sqrt{۳}$

۴) $۲+۲\sqrt{۳}$

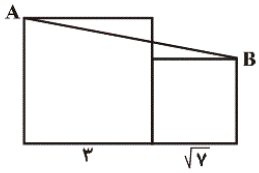
آزمون ۴ آبان

۱۳۴- در مثلث قائم‌الزاویهٔ $ABC(\hat{A}=۹۰^\circ)$ با مساحت ۲۴واحد مربع، طول‌های ارتفاع و میانهٔ وارد بر وتر به نسبت ۲ به ۳ هستند. اگر M پای میانه و H پای ارتفاع یاد شده باشد، اندازهٔ HM کدام است؟

۱) $\frac{۴\sqrt{۵}}{۳}$ ۲) $۸\sqrt{۲}$ ۳) $۲\sqrt{۵}$ ۴) $\sqrt{۱۰}$

آزمون ۴ آبان

۱۳۵- مطابق شکل، دو مربع به ضلع‌های ۳ و $\sqrt{۷}$ کنار هم قرار گرفته‌اند، طول پاره‌خط AB کدام است؟



۱) ۵ ۲) $۴\sqrt{۲}$

۳) $۴\sqrt{۳}$ ۴) ۶

آزمون ۴ آبان

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۶- یک دوازده‌ضلعی منتظم درون دایره‌ای به شعاع واحد، محاط شده است. طول هر ضلع این دوازده‌ضلعی چه‌قدر است؟

۱) $\sqrt{۲+\sqrt{۳}}$
۲) $\sqrt{۲-\sqrt{۳}}$
۳) $\sqrt{\sqrt{۲}+۱}$
۴) $\sqrt{\sqrt{۲}-۱}$

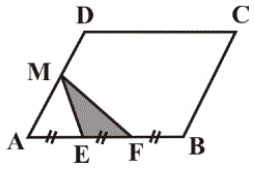
آزمون ۴ آبان

۱۳۷- در متوازی‌الاضلاع ABCD با محیط ۲۴، از نقطهٔ M وسط ضلع بزرگ‌تر (AB) به دو رأس روبه‌روی آن وصل می‌کنیم. اگر اندازهٔ یک ضلع متوازی‌الاضلاع، دو برابر دیگری و زاویهٔ حادهٔ آن ۶۰° باشد، حاصل MC.MD کدام است؟

۱) $۱۸\sqrt{۳}$
۲) $۱۶\sqrt{۳}$
۳) $۹\sqrt{۳}$
۴) $۸\sqrt{۳}$

آزمون ۴ آبان

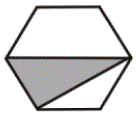
۱۳۸- در شکل زیر، چهارضلعی ABCD متوازی‌الاضلاع است. نقطهٔ M وسط ضلع AD و $AE = EF = BF$ است. مساحت مثلث MEF چه کسری از مساحت متوازی‌الاضلاع ABCD است؟



۱) $\frac{۱}{۲۴}$
۲) $\frac{۱}{۱۸}$
۳) $\frac{۱}{۱۲}$
۴) $\frac{۱}{۲۰}$

آزمون ۴ آبان

۱۳۹- اگر در شش ضلعی منتظم شکل زیر، محیط مثلث سایه‌خورده برابر $۱+\sqrt{۳}$ باشد، مساحت شش ضلعی چند برابر $\sqrt{۳}$ است؟



۱) $\frac{۱}{۳}$
۲) $\frac{۱}{۲}$
۳) $\frac{۲}{۳}$
۴) $\frac{۳}{۲}$

آزمون ۴ آبان

۱۴۰- در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC $(\hat{A}=۹۰^\circ)$، $BC=۳\sqrt{۵}$ و $AC=۳$ است. اگر D نقطه‌ای روی ضلع AB با فاصلهٔ برابر از دو رأس B و C باشد، فاصلهٔ آن از رأس A کدام است؟

۱) $\frac{۹}{۲}$
۲) $\frac{۱۵}{۴}$
۳) $\frac{۹}{۴}$
۴) $\frac{۳}{۲}$

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

ریاضی پایه - گواه - ۱۰ سوال

۱۰۱- حاصل عبارت $\left(2-\sqrt{3}\right)^{\frac{-1}{\sqrt{2}+1}}\left(2+\sqrt{3}\right)^{3-\sqrt{2}}$ کدام است؟

۱) $7+4\sqrt{3}$
۲) $2-4\sqrt{3}$
۳) $4+2\sqrt{3}$
۴) ۱

آزمون ۴ آبان

۱۰۲- اگر $\alpha=\left(\sqrt{2}-1\right)^{2}$ باشد، حاصل $\sqrt[3]{(\alpha-3)^{2}}$ کدام است؟

۱) ۲
۲) $\sqrt{2}$
۳) $2\sqrt{2}$
۴) -2

آزمون ۴ آبان

۱۰۳- اگر $f(x)-2f(-x)=x^{2}+1$ باشد، باقی‌ماندهٔ چند جمله‌ای $f(x)$ بر $x-2$ کدام است؟

۱) $-\frac{5}{3}$
۲) -5
۳) ۵
۴) $\frac{5}{3}$

آزمون ۴ آبان

۱۰۴- خارج‌قسمت تقسیم چند جمله‌ای $P(x)=x^{7}+128$ بر $x+2$ به ازای $x=-1$ کدام است؟

۱) ۱۲۷
۲) صفر
۳) ۴۳
۴) -43

آزمون ۴ آبان

۱۰۵- اگر باقی‌ماندهٔ تقسیم $f(x)$ بر $2x-1$ و $2x+1$ به‌ترتیب ۳ و ۵ باشد، باقی‌ماندهٔ تقسیم $f(x)$ بر $4x^{2}-1$ به‌صورت $ax+b$ می‌باشد. $a\times b$ کدام است؟

۱) -4
۲) ۴
۳) ۸
۴) -8

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

آزمون ۴ آبان

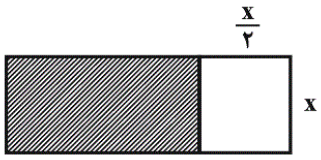
۱۰۶- جملهٔ چندم در بسط دو جمله‌ای $\left(\frac{۳}{x}+۴x^{۲}\right)^{۹}$ مستقل از x است؟

۱) ششم ۲) سوم

۳) هفتم ۴) پنجم

آزمون ۴ آبان

۱۰۷- سیمی به طول ۸ متر به‌صورت شکل زیر درآمده است. اگر مساحت مستطیل هاشورخورده ۲ متر مربع باشد، مجموع طول و عرض آن چند متر است؟ (همهٔ قسمت‌های شکل، مستطیل هستند.)



۱) ۲ ۲) ۳

۳) ۴ ۴) $\sqrt{۸}$

آزمون ۴ آبان

۱۰۸- در معادلهٔ درجه دوم $۳ax^{۲}+(۲-b)x+c-۵=۰$ رابطهٔ $۳a+c=b+۳$ برقرار است. یک ریشهٔ این معادله همواره کدام است؟

۱) -۱ ۲) $\frac{c}{۳a}$

۳) $\frac{b-۳a-۲}{۳a}$ ۴) $\frac{۲c}{۳a}$

آزمون ۴ آبان

۱۰۹- ریشه‌های معادلهٔ $x^{۲}-mx+۲=۰$، x' و x'' هستند. اگر اعداد ۴، $x'+x''$ و $x'x''$ تشکیل دنبالهٔ حسابی دهند، m کدام می‌تواند باشد؟

۱) ۳ ۲) $۲\sqrt{۲}$ ۳) صفر ۴) ۸

آزمون ۴ آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۰- اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادلهٔ $2x^2-2\sqrt{3}x+1=0$ باشند، آن‌گاه ریشه‌های کدام معادله $\frac{x_2}{x_1}+\frac{x_1}{x_2}$ و $x_1^3x_2+x_2^3x_1$ هستند؟

۱) $x^2-5x-4=0$

۲) $x^2+5x-4=0$

۳) $x^2-5x+4=0$

۴) $x^2+5x+4=0$

آزمون ۴ آبان

www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

۸۱- (جمال‌الدین حسینی)

جملات دنباله‌های داده شده به صورت زیر است:

گزینه «۱»: $۱,۱,-۱,۱,\ldots$

گزینهٔ «۲»: $۱,۰,۱,-۱,۰,\ldots$

گزینهٔ «۳»: $۱,-۱,۱,-۱,۱,\ldots$

گزینهٔ «۴»: $۱,۰,۱,۰,۱,\ldots$

با توجه به نمودار، گزینهٔ «۲» صحیح است.

(دیفرانسیل - دنباله‌ها: صفحه‌های ۱۹ تا ۲۳)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۴ آبان

-۸۲ (علی ساوجی)

جملات دو دنباله را از هم کم می‌کنیم:

$$a_{n+1}-a_n=\left(\frac{1}{n+2}+\frac{1}{n+3}+\ldots+\frac{1}{n+n}+\frac{1}{n+n+1}+\frac{1}{n+n+2}\right)-\left(\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\ldots+\frac{1}{n+n}\right)$$

$$=\frac{1}{2n+1}+\frac{1}{2n+2}-\frac{1}{n+1}=\frac{(2n+2)+(2n+1)-2(2n+1)}{(2n+1)(2n+2)}$$

$$=\frac{4n+3-4n-2}{4n^2+6n+2}=\frac{1}{4n^2+6n+2}$$

(دیفرانسیل - دنباله‌ها: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۳)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

آزمون ۴ آبان

-۸۳ (کیا مقدس نیاک)

$$\xrightarrow{[a]>0\Rightarrow a\geq 1}\left[\frac{3n+16}{n^2-n+4}\right]>0\Rightarrow\frac{3n+16}{n^2-n+4}\geq 1$$

$$\Rightarrow 3n+16\geq n^2-n+4$$

$$\Rightarrow n^2-4n-12\leq 0\Rightarrow (n-6)(n+2)\leq 0$$

$$\Rightarrow\begin{cases}-2\leq n\leq 6\\ n\geq 1\end{cases}\Rightarrow 1\leq n\leq 6$$

(دیفرانسیل - دنباله‌ها: صفحه‌های ۱۹ تا ۲۲)

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

آزمون ۴ آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

$$a_n = \left\{\sin\frac{n\pi}{2}\cos\frac{n\pi}{2}\right\} = \left\{\frac{1}{2}\sin n\pi\right\} = 0$$

پس a_n دنبالهٔ ثابت صفر است.

$$b_n = \left\{\tan^{-1}\left(\frac{1}{2n+1}\right) + \cot^{-1}\left(\frac{1}{2n+1}\right)\right\}$$

$$\xrightarrow{\tan^{-1}x+\cot^{-1}x=\frac{\pi}{2}} b_n = \left\{\frac{\pi}{2}\right\}$$

پس b_n دنبالهٔ ثابت $\frac{\pi}{2}$ است.

$$c_n = \left\{\left[(3n)^{(-1)^{2n+1}}\right]\right\} \xrightarrow{(2n+1)\text{ فرد است.}} c_n = \left\{\left[(3n)^{-1}\right]\right\}$$

$$= \left\{\left[\frac{1}{3n}\right]\right\} = \{0\}$$

پس c_n دنبالهٔ ثابت صفر است.

$$d_n = \left\{\left[\frac{n+1}{n}\right] + \left[\frac{n-1}{n}\right]\right\} = \left\{\left[1+\frac{1}{n}\right] + \left[1-\frac{1}{n}\right]\right\}$$

$$\left\{2 + \left[\frac{1}{n}\right] + \left[-\frac{1}{n}\right]\right\} \Rightarrow d_n = \begin{cases} 2 & n=1 \\ 1 & n>1 \end{cases}$$

پس d_n دنبالهٔ ثابت نیست.

(دیفرانسیل - دنباله‌ها: صفحه‌های ۱۹ تا ۲۲)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۴ آبان

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۸۵- (سیدعادل حسینی)

اگر دنبالهٔ b_n یک دنبالهٔ هندسی باشد آن‌گاه باید داشته باشیم: $b_{n+1} = qb_n$ ، که در آن q عددی ثابت است.

$$b_{n+1} = qb_n \Rightarrow k + a_{n+1} = q(k + a_n)$$

$$\Rightarrow k + \frac{3}{4}a_n + 1 = qk + qa_n$$

$$\Rightarrow \frac{3}{4}a_n + (k+1) = qa_n + qk$$

$$\Rightarrow \begin{cases} q = \frac{3}{4} \\ k+1 = qk \Rightarrow k+1 = \frac{3}{4}k \Rightarrow \frac{1}{4}k = -1 \Rightarrow k = -4 \end{cases}$$

(دیفرانسیل - دنباله‌ها: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون ۴ آبان

۸۶- (کیا مقدس نیاک)

نقطهٔ رأس تابع متناظر با این دنباله برابر $n = 4/5$ می‌باشد.

$\left(-\frac{b}{2a} = -\frac{-9}{2}\right)$ و این یعنی جملات $n=1$ تا $n=4$ این دنباله در تقارن با جملات $n=5$ تا $n=8$ می‌باشند. پس ۸ جملهٔ اول این دنباله (یعنی ۴جفت) دو به دو با یکدیگر برابرند.

$$a_1 = a_8 , a_2 = a_7 , a_3 = a_6 , a_4 = a_5$$

(دیفرانسیل - دنباله‌ها: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون ۴ آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۸۷ (آریان حیدری)

$$\frac{a_n}{a_{n+1}}=\frac{1}{n}\Rightarrow\begin{cases}\frac{a_1}{a_2}=1\\ \frac{a_2}{a_3}=\frac{1}{2}\\ \frac{a_3}{a_4}=\frac{1}{3}\\ \vdots\\ \frac{a_n}{a_{n+1}}=\frac{1}{n}\end{cases}\xrightarrow{\text{با ضرب طرفین روابط در هم}}$$

$$\frac{a_1}{a_2}\times\frac{a_2}{a_3}\times\frac{a_3}{a_4}\times\ldots\times\frac{a_n}{a_{n+1}}=1\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\ldots\times\frac{1}{n}$$

$$\Rightarrow\frac{a_1}{a_{n+1}}=\frac{1}{n!}\Rightarrow a_{n+1}=a_1\times n!\xrightarrow{n=1397}$$

$$a_{1398}=1398\times1397!\Rightarrow a_{1398}=1398!$$

(دیفرانسیل - دنباله‌ها: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۴ آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۸۸ (سیدعادل حسینی)

$$a_1 = \frac{2}{3} = \frac{1+1}{3^1}$$

$$a_2 = \frac{2+1}{3\times 2}\times\frac{2}{3} = \frac{3}{6}\times\frac{2}{3} = \frac{1}{3} = \frac{3}{9} = \frac{2+1}{3^2}$$

$$a_3 = \frac{3+1}{3\times 3}\times\frac{1}{3} = \frac{4}{9}\times\frac{1}{3} = \frac{4}{27} = \frac{3+1}{3^3}$$

$$\Rightarrow a_n = \frac{n+1}{3^n} \Rightarrow a_{10} = \frac{11}{3^{10}}$$

(دیفرانسیل - دنباله‌ها: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۴ آبان

-۸۹ (آریان حیدری)

دنبالهٔ فوق، یک دنبالهٔ هندسی با جملهٔ اول $a_1 = 1$ و قدرنسبت ۳ است، پس:

$$S_{10} = \frac{a_1\left(1-q^{10}\right)}{1-q} = \frac{1-3^{10}}{1-3} = \frac{1}{2}\left(\underset{a_{11}=aq^{10}=3^{10}}{\underset{\downarrow}{3^{10}}} - 1\right)$$

$$= \frac{1}{2}\left(a_{11}-1\right) \Rightarrow 2S_{10} = a_{11} - 1$$

(دیفرانسیل - دنباله‌ها: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۴ آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۰- (کیا مقدس نیاک)

$$a_1 = (1)^2 \sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$a_2 = \left(2^2\right)\sin\frac{2\pi}{4} = 4\sin\frac{\pi}{2} = 4$$

$$a_3 = (3)^2 \sin\frac{6\pi}{4} = 9\sin\frac{3\pi}{2} = -9$$

$$a_4 = (4)^2 \sin\frac{24\pi}{4} = 16\sin 6\pi = 0 \Rightarrow \text{حاصل‌ضرب همهٔ جملات} = 0$$

(دیفرانسیل - دنباله‌ها: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۲)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

آزمون ۴ آبان

۹۱- (کیا مقدس نیاک)

نکته: در دنباله‌های گویا (به‌صورت کسری) که ریشهٔ مخرج در محدودهٔ اعداد طبیعی است، بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین جملات آن دنباله، به ازای نزدیک‌ترین اعداد طبیعی به ریشهٔ مخرج رخ می‌دهد.

$$3n - 7 = 0 \Rightarrow n = \frac{7}{3} \Rightarrow \begin{cases} a_2 = \dfrac{2-2}{3(2)-7} = 0 \rightarrow & \text{کران پایین} \\ a_3 = \dfrac{3-2}{3(3)-7} = \dfrac{1}{2} \rightarrow & \text{کران بالا} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} - 0 = \frac{1}{2}$$

(دیفرانسیل - دنباله‌ها: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۳)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۹۲ (محمدمصطفی ابراهیمی)

$$a_n = \underbrace{۳ + \frac{۷۹}{۳n - ۲۶}}_{t_n} + \underbrace{\frac{۱}{۲}\sin\left(\frac{n\pi}{۲}\right)}_{u_n}$$

دنبالهٔ t_n به ازای $n \leq ۸$ منفی و به ازای $n \geq ۹$ مثبت و نزولی است. در نتیجه ماکزیمم مقدار t_n به ازای $n = ۹$ به‌دست می‌آید.

دنبالهٔ u_n فقط سه مقدار $\frac{۱}{۲}$، $-\frac{۱}{۲}$ و ۰ را می‌گیرد و به ازای $n = ۹$ حداکثر مقدار خود یعنی $\frac{۱}{۲}$ را اختیار می‌کند. پس بزرگ‌ترین جملهٔ دنبالهٔ a_n، $a_۹$ می‌باشد.

$$a_۹ = ۳ + ۷۹ + \frac{۱}{۲} = ۸۲/۵$$

(دیفرانسیل - دنباله‌ها: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۳)

۱ ۲✓ ۳ ۴

-۹۳ (محمدمصطفی ابراهیمی)

$$a_n \in (۴/۹۶,۵) \Rightarrow ۵ - a_n < \frac{۴}{۱۰۰}$$

$$\Rightarrow ۵ - \left(۵ - \frac{۱}{۲n + ۲}\right) < \frac{۴}{۱۰۰}$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲n + ۲} < \frac{۱}{۲۵} \Rightarrow \frac{۲۳}{۲} < n \Rightarrow \min(M) = ۱۲$$

(دیفرانسیل - دنباله‌ها: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۹۴ (محمدمصطفی ابراهیمی)

$$k=0 \Rightarrow a_n=\log\frac{1}{n+2} \quad :\text{گزینهٔ «۱»}$$

حد دنباله برابر $\log 0^+ = -\infty$ و دنباله بی‌کران است.

$$k=1 \Rightarrow a_n=\log\frac{n+1}{n+2} \quad :\text{گزینهٔ «۲»}$$

حد دنباله برابر $\log 1 = 0$ و دنباله کران‌دار است.

$$k=n \Rightarrow a_n=\log\frac{n^2+1}{n+2} \quad :\text{گزینهٔ «۳»}$$

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۴ آبان

-۹۵ (علی یوسفی)

$$na_{n+1}-3na_n \le 2a_n - a_{n+1} \Rightarrow na_{n+1}+a_{n+1} \le 3na_n+2a_n$$

$$\Rightarrow a_{n+1}(n+1) \le a_n(3n+2) \xrightarrow{a_n<0} \frac{a_{n+1}}{a_n} \ge \frac{3n+2}{n+1}$$

چون $\frac{3n+2}{n+1} > 1$، پس $\frac{a_{n+1}}{a_n} > 1$؛ در نتیجه $a_{n+1} < a_n$ (چون $a_n < 0$)؛

بنابراین $\{a_n\}$ نزولی است.

(دیفرانسیل - دنباله‌ها؛ صفحه‌های ۲۳ تا ۲۷)

۱✓ ۲ ۳ ۴

آزمون ۴ آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۹۶

گزینهٔ «۱»: چون ریشهٔ مخرج در محدودهٔ اعداد طبیعی است؛ پس دنباله غیر یکنواست.

گزینهٔ «۲»: مخرج این دنباله فاقد ریشه است $\Rightarrow \begin{cases} a_1 = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} \\ L = \frac{1}{5} \end{cases} \Rightarrow a_1 > L$

$\Rightarrow$ دنباله صعودی نیست.

گزینهٔ «۳»: ریشهٔ مخرج در بین اعداد طبیعی نیست $\Rightarrow \begin{cases} a_1 = \frac{2}{3} \Rightarrow a_1 < L \\ L = 2 \end{cases}$

$\Rightarrow$ دنباله صعودی است.

گزینهٔ «۴»: ریشهٔ مخرج در محدودهٔ اعداد طبیعی است $\Rightarrow$ **ریشه مخرج :** $n^4 = \frac{5}{2}$

$\Rightarrow$ دنباله رفتار یکنوا ندارد. $\Rightarrow n = \sqrt[4]{\frac{5}{2}} > 1$

(دیفرانسیل - دنباله‌ها؛ صفحه‌های ۲۳ تا ۲۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۴ آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۹۷ (مرتضی فهیم علوی)

$$a_1 = \frac{1}{2} \qquad a_2 = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \qquad a_3 = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{6}, \ldots$$

پس ملاحظه می‌شود که جملات این دنباله همواره نزولی و کوچک‌تر از $\frac{1}{2}$ هستند. از طرف دیگر تمام جملات، مثبت می‌باشند؛ در نتیجه دنباله نزولی و کراندار است.

(دیفرانسیل - دنباله‌ها؛ صفحه‌های ۲۳ تا ۲۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۴ آبان

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

$$\frac{۳-kn}{n+k-۴}=-k+\frac{k^۲-۴k+۳}{n+k-۴}$$

برای اینکه دنبالهٔ بالا نزولی باشد، ریشهٔ مخرج نباید در محدودهٔ اعداد طبیعی

باشد؛ یعنی:

$$-k+۴<۱\Rightarrow k>۳ \quad (۱)$$

همچنین صورت کسر باید مثبت باشد؛ یعنی:

$$k^۲-۴k+۳=(k-۱)(k-۳)>۰$$

$$\Rightarrow k<۱ \text{ یا } k>۳ \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} k>۳$$

(دیفرانسیل - دنباله‌ها: صفحه‌های ۲۳ تا ۲۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۴ آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۹۹ (کیا مقدس نیاک)

$$\sin n\pi = ۰ \Rightarrow k \sin n\pi = ۰$$

$$\Rightarrow ۲\log n + k\sin(n\pi) = ۲\log n = \log n^{۲}$$

این دنباله همواره صعودی است و هیچ ارتباطی به مقدار k ندارد.

(دیفرانسیل - دنباله‌ها: صفحه‌های ۲۳ تا ۲۷)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون ۴ آبان

-۱۰۰ (محمدمصطفی ابراهیمی)

تابع $g(x) = \frac{۱}{\sqrt{x} + [\sqrt{x}]}$ نزولی اکید و $f(x) = \text{Ln}x$ صعودی اکید است. در نتیجه $fog(x) = \text{Ln}\left(\frac{۱}{\sqrt{x} + [\sqrt{x}]}\right)$ نزولی اکید است؛ بنابراین دنبالهٔ a_n نزولی اکید است.

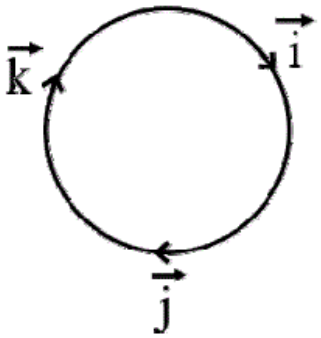
با افزایش n، a_n به $-\infty$ نزدیک می‌شود؛ بنابراین دنباله بی‌کران است.

(دیفرانسیل - دنباله‌ها: صفحه‌های ۲۳ تا ۲۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۱۱ (محسن رجبی)



$$\mathbf{k}\times(\mathbf{i}+\mathbf{j}+\mathbf{k})+\mathbf{i}\times(\mathbf{j}+\mathbf{k})-\mathbf{j}\times(\mathbf{i}+\mathbf{k})$$
$$=(\mathbf{k}\times\mathbf{i}+\mathbf{k}\times\mathbf{j}+\mathbf{k}\times\mathbf{k})+(\mathbf{i}\times\mathbf{j}+\mathbf{i}\times\mathbf{k})-(\mathbf{j}\times\mathbf{i}+\mathbf{j}\times\mathbf{k})$$

$$=(\mathbf{j}+(-\mathbf{i})+\mathbf{o})+(\mathbf{k}-\mathbf{j})-(-\mathbf{k}+\mathbf{i})=۲\mathbf{k}-۲\mathbf{i}$$

(هندسه تحلیلی- بردارها: مشابه تمرین ۶ (الف) صفحهٔ ۳۳)

۱ ۲ ۳ ۴✓

-۱۱۲ (علی‌اصغر فرضی)

$$|\mathbf{a}\times\mathbf{b}|^۲+|\mathbf{a}\,.\,\mathbf{b}|^۲=|\mathbf{a}|^۲\,|\mathbf{b}|^۲$$

$$\Rightarrow|\mathbf{a}\times\mathbf{b}|^۲+۹=۹\times۴\ \Rightarrow\ |\mathbf{a}\times\mathbf{b}|^۲=۳۶-۹=۲۷$$

$$\Rightarrow|\mathbf{a}\times\mathbf{b}|=۳\sqrt{۳}$$

(هندسه تحلیلی- بردارها: مشابه تمرین ۵ صفحهٔ ۳۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۳- (داریوش ناظمی)

می‌دانیم مساحت متوازی‌الاضلاع ساخته شده روی دو بردار $\mathbf{a}$ و $\mathbf{b}$ برابر است با $|\mathbf{a}\times\mathbf{b}|$. با توجه به این که $\mathbf{a}\times\mathbf{b}=(۰,-\alpha-۱,-\alpha-۱)$، بنابراین داریم:

$$|\mathbf{a}\times\mathbf{b}|=۳\sqrt{۲}\Rightarrow|\alpha+۱|=۳\Rightarrow\begin{vmatrix}\alpha=۲ & \text{غ.ق.ق}\\ \alpha=-۴ & \text{ق.ق}\end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow \mathbf{b}=(-۴,-۱,۱)\Rightarrow \mathbf{a}+\mathbf{b}=(-۳,۰,۰)\Rightarrow|\mathbf{a}+\mathbf{b}|=۳$$

تذکر: جواب $\alpha=۲$ غیرقابل‌قبول است چون به ازای آن، زاویهٔ بین دو بردار، قائمه می‌شود.

(هندسه تحلیلی- بردارها: صفحهٔ ۳۰)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۴ آبان

$$(\mathbf{a}+\mathbf{b})\times(\mathbf{a}-\mathbf{b})=\underbrace{\mathbf{a}\times\mathbf{a}}_{\mathbf{0}}-\mathbf{a}\times\mathbf{b}+\mathbf{b}\times\mathbf{a}-\underbrace{\mathbf{b}\times\mathbf{b}}_{\mathbf{0}}=-۲(\mathbf{a}\times\mathbf{b})$$

۳) نادرست، ضرب سه گانه برداری، ویژگی شرکت پذیری را ندارد.

$$\mathbf{a}\times(\mathbf{b}\times\mathbf{c})\neq(\mathbf{a}\times\mathbf{b})\times\mathbf{c}$$

$$\mathbf{a}\times(\mathbf{b}\times\mathbf{c})=(\mathbf{a}.\mathbf{c})\mathbf{b}-(\mathbf{a}.\mathbf{b})\mathbf{c}\text{ و }(\mathbf{a}\times\mathbf{b})\times\mathbf{c}=(\mathbf{c}.\mathbf{a})\mathbf{b}-(\mathbf{c}.\mathbf{b})\mathbf{a}$$

۴) درست.

$$\begin{cases}\mathbf{a}.(\mathbf{b}\times\mathbf{c})=\mathbf{c}.(\mathbf{a}\times\mathbf{b}) & \text{جابه‌جایی با تبدیل دوری}\\ \mathbf{c}.(\mathbf{a}\times\mathbf{b})=(\mathbf{a}\times\mathbf{b}).\mathbf{c} & \text{ویژگی ضرب داخلی}\end{cases}$$

$$\Rightarrow \mathbf{a}.(\mathbf{b}\times\mathbf{c})=(\mathbf{a}\times\mathbf{b}).\mathbf{c}\Rightarrow\mathbf{a}.(\mathbf{b}\times\mathbf{c})-(\mathbf{a}\times\mathbf{b}).\mathbf{c}=۰$$

(هندسه تحلیلی- بردارها: صفحه‌های ۲۵ تا ۳۳)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون ۴ آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۵- (امیرحسین ابومحبوب)

ابتدا مساحت مثلث ABC را محاسبه می‌نماییم. داریم:

$$\begin{matrix}\overrightarrow{AB}=(-۲,-۲,۱)\\ \overrightarrow{BC}=(۱,۰,-۱)\end{matrix}\Rightarrow \overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{BC}=(۲,-۱,۲)$$

$$S_{ABC}=\frac{۱}{۲}|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{BC}|=\frac{۱}{۲}\sqrt{۴+۱+۴}=\frac{۳}{۲}$$

$$|BC|=\sqrt{۱^۲+۰^۲+(-۱)^۲}=\sqrt{۲}$$

اگر AH ، ارتفاع وارد بر ضلع BC باشد، آنگاه:

$$S_{ABC}=\frac{۱}{۲}AH.BC\Rightarrow\frac{۳}{۲}=\frac{۱}{۲}AH\times\sqrt{۲}\Rightarrow AH=\frac{۳}{\sqrt{۲}}=\frac{۳\sqrt{۲}}{۲}$$

(هندسه تحلیلی- بردارها: صفحهٔ ۳۰)

۱ ✓۲ ۳ ۴

آزمون ۴ آبان

۱۱۶- (سیدعادل‌رضا مرتضوی)

اگر دو خط بر یکدیگر عمود باشند، آنگاه بردارهای هادی دو خط بر یکدیگر عمود خواهند بود و داریم:

$$u_L=\overrightarrow{AB}=(-۱,۱,-۳)$$

$$d:\frac{x}{۳}=\frac{y}{\frac{۱}{b}}=\frac{z-۲}{a}\Rightarrow u_d=(۳,\frac{۱}{b},a)$$

$$u_L\perp u_d\Rightarrow u_L.u_d=۰\Rightarrow -۳+\frac{۱}{b}-۳a=۰$$

$$\Rightarrow\frac{۱}{b}=۳a+۳$$

در گزینه‌ها، فقط گزینهٔ (۱) در این رابطه صدق می‌کند.

(هندسه تحلیلی- خط و صفحه: صفحه‌های ۳۹ تا ۴۱)

۱ ✓۲ ۳ ۴

آزمون ۴ آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۱۷ (نوید مجیدی)

معادله‌های پارامتری خط اول را در معادلهٔ متقارن خط دوم جایگذاری می‌کنیم. برای این که دو خط متقاطع باشند، باید اعداد به دست آمده یکسان باشند:

$$\begin{cases} x = ۲t + ۱ \\ y = -۲t - ۱ \\ z = -at + ۱ \end{cases} \xrightarrow{\text{جایگذاری در معادله}} \frac{۲t - ۲}{۳} = \frac{-۲t - ۳}{۲} = \frac{at + ۱}{۲}$$

از برابری دو کسر سمت چپ داریم:

$$-۶t - ۹ = ۴t - ۴ \Rightarrow t = -\frac{۱}{۲}$$

$$\xrightarrow{\text{جایگذاری}} \frac{-۲(-\frac{۱}{۲}) - ۳}{۲} = \frac{-\frac{a}{۲} + ۱}{۲}$$

$$\Rightarrow \frac{-\frac{a}{۲} + ۱}{۲} = -۱ \Rightarrow -\frac{a}{۲} = -۳ \Rightarrow a = ۶$$

(هندسه تحلیلی- خط و صفحه: صفحه‌های ۳۹ تا ۴۱)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون ۴ آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۱۸

بردار هادی خط D به‌صورت $u=(۱,۱,۰)$ است و $B=(۰,۰,۱)$، نقطهٔ دلخواهی روی این خط می‌باشد. با فرض $A=(۰,۰,z)$، داریم:

$$\overrightarrow{AB}\times u=(۰,۰,۱-z)\times(۱,۱,۰)=(z-۱,۱-z,۰)$$
$$d_۱=\frac{\left|\overrightarrow{AB}\times u\right|}{|u|}=\frac{\sqrt{۲(z-۱)^۲}}{\sqrt{۲}}$$

همچنین $u'=(۰,۱,۱)$ بردار هادی خط D' و $C(۱,۰,۰)$، نقطهٔ دلخواهی روی این خط است. داریم:

$$\overrightarrow{AC}\times u'=(۱,۰,-z)\times(۰,۱,۱)=(z,-۱,۱)$$
$$d_۲=\frac{\left|\overrightarrow{AC}\times u'\right|}{|u'|}=\frac{\sqrt{z^۲+۲}}{\sqrt{۲}}$$

$$d_۱=d_۲\Rightarrow\frac{\sqrt{۲(z-۱)^۲}}{\sqrt{۲}}=\frac{\sqrt{z^۲+۲}}{\sqrt{۲}}$$
$$\Rightarrow z^۲-۴z=۰\Rightarrow z=۰\ ،\ z=۴$$

(هندسه تحلیلی- خط و صفحه: صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۴ آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

از نقطهٔ A ، عمودی بر خط d رسم می‌کنیم. فرض کنید H پـای عمـود باشـد. در

این صورت داریم:

$$\frac{x-۵}{۲}=\frac{y-۴}{۴}=۲z+۳=t\Rightarrow\begin{cases}x=۲t+۵\\y=۴t+۴\\z=\dfrac{t-۳}{۲}\end{cases}$$

بنابراین $u=(۲,۴,\frac{۱}{۲})$ ، بردار هادی خط d است و مختصات نقطهٔ H

به صورت $\left(۲t+۵\ ,\ ۴t+۴,\ \dfrac{t-۳}{۲}\right)$ می‌باشد.

$$\overrightarrow{AH}=(۲t+۸,۴t+۲,\frac{t-۳}{۲}-۶)$$

$$\overrightarrow{AH}.\vec{u}=۰\Rightarrow ۴t+۱۶+۱۶t+۸+\frac{t-۳}{۴}-۳=۰$$

$$\Rightarrow ۲۰t+\frac{t-۳}{۴}=-۲۱$$

$$\Rightarrow ۸۱t=-۸۱\Rightarrow t=-۱\Rightarrow H=(۳,۰,-۲)$$

$$A'=۲H-A=(۶,۰,-۴)-(-۳,۲,۶)=(۹,-۲,-۱۰)$$

(هندسه تحلیلی- خط و صفحه: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۹)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۴ آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۰- (محمدعلی نادرپور)

بدیهی است وسط پاره‌خط BC، یعنی نقطهٔ $M=(۲,۱,۱)$، روی خط L قرار دارد، پس داریم:

$$\mathbf{u_L}=\overrightarrow{AM}=(۱,-۱,۰)\Rightarrow \cos\alpha=\frac{u_x}{|u|}=\frac{۱}{\sqrt{۲}}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

$$\Rightarrow \alpha=۴۵^\circ$$

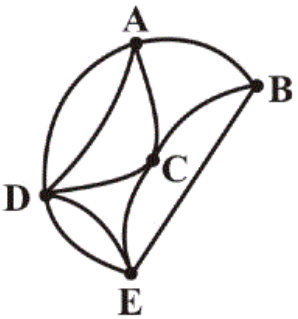
(هندسه تحلیلی- خط و صفحه: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۹)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۴ آبان

۱۲۱- (سیدمحسن فاطمی)

گراف چندگانهٔ نظیر این مناطق و پل‌های آن به‌صورت شکل زیر است که در آن درجهٔ دو رأس B و D فرد بوده و بقیه رئوس زوج هستند. بنابراین برای این که بتوانیم همهٔ پل‌ها را فقط یک‌بار طی کنیم، لازم است که از منطقهٔ B یا D شروع کنیم و با شروع از منطقهٔ A، این امر امکان‌پذیر نخواهد بود.



(ریاضیات گسسته - گراف‌ها و کاربردهای آن: مشابه تمرین ۸ صفحهٔ ۱۵)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون ۴ آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

تعداد گراف‌هایی با ۵ رأس و ۴ یال که از دو بخش جدا از هم تشکیل شده

باشد، برابر ۳ است که در شکل‌های زیر رسم شده‌اند:

در واقع، کافی است مجموعهٔ ۵ نقطه‌ای رأس‌ها را به دو زیرمجموعهٔ ۲ و ۳

رأسی یا ۱ و ۴ رأسی افراز کنیم و گراف‌های ممکن را رسم نماییم.

(ریاضیات گسسته - گراف‌ها و کاربردهای آن: صفحه‌های ۵ تا ۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۴ آبان

$$\sum_{i=1}^{11} \deg v_i = 2q \Rightarrow 9+7+9\times 6 = 2q_{min} \Rightarrow q_{min} = \frac{70}{2} = 35$$

(ریاضیات گسسته - گراف‌ها و کاربردهای آن: صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون ۴ آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۴- (سیدعادل‌رضا مرتضوی)

$$a_1 \to b_1, a_2 \to b_2, a_4 \to b_3, \begin{cases} a_3 \to b_5 \\ \text{یا} \\ a_3 \to b_4 \end{cases}$$

$$a_1 \to b_1, a_2 \to b_3, a_4 \to b_2, \begin{cases} a_3 \to b_4 \\ \text{یا} \\ a_3 \to b_5 \end{cases}$$

بنابراین کاملاً مشخص است که مسأله ۴ جواب دارد.

(ریاضیات گسسته - گراف‌ها و کاربردهای آن: صفحه‌های ۴ و ۵)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۴ آبان

۱۲۵- (سروش موئینی)

مرتبهٔ گراف برابر است با:

$$rp = 2q \Rightarrow 3p = 24 \Rightarrow p = 8$$

پس شکل آن به‌صورت **است که در هر قسمت ۳ دور بـه**

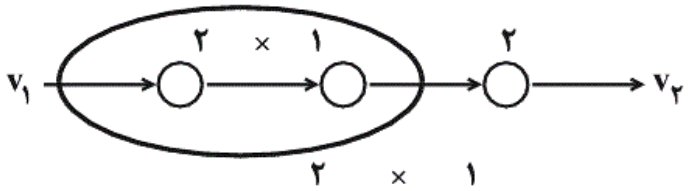
طول ۴ و ۴ دور به طول ۳ (روی هم ۷ دور) دارد. یعنی در کل ۱۴ دور دارد.

(ریاضیات گسسته - گراف‌ها و کاربردهای آن: صفحه‌های ۱۲ تا ۱۴)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون ۴ آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا



مسیر به طول۴، دارای ۵ رأس است. بنابراین سه رأس غیر از v_1 و v_2 ، در این مسیر وجود دارد. چون مسیر شامل یال v_3v_4 است، پس مطابق شکل این دو رأس را به‌صورت یک بسته در نظر می‌گیریم. این بسته با رأس دیگر که خود از میان v_5 یا v_6 باید انتخاب شود، دارای ۲! جایگشت است. ضمناً در داخل این بسته، v_3 و v_4 نیز ۲! جایگشت دارند، پس تعداد مسیرهای مورد نظر برابر است با:

$$۲\times۲\times۲=۸$$

(ریاضیات گسسته - گراف‌ها و کاربردهای آن: صفحه‌های ۱۲ تا ۱۵)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۴ آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۲۷ (امیرحسین ابومحبوب)

گراف همیلتنی، گرافی است از مرتبهٔ p که دوری به طول p داشته باشد.

در گراف گزینهٔ ۳، دوری به طول ۵ وجود ندارد.

(ریاضیات گسسته - گراف‌ها و کاربردهای آن: صفحهٔ ۱۶)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۴ آبان

-۱۲۸ (سیدعادل‌رضا مرتضوی)

بازه‌ها دو به دو اشتراک دارند پس گراف حاصل یک گراف کامل است و در

گراف کامل داریم: $\Delta = \delta = p - ۱$، در نتیجه:

$$\Delta^۲ - ۲\delta = ۴۹ - ۱۴ = ۳۵$$

(ریاضیات گسسته - گراف‌ها و کاربردهای آن: صفحه‌های ۸ تا ۱۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون ۴ آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

$$\sum_{i=1}^{9} \deg v_i = 2q \Rightarrow a+a+a+b+b+b+c+c+c = 2q$$

$$\Rightarrow 3(a+b+c) = 2q$$

چون a، b و c اعداد متوالی‌اند پس می‌توانیم a و c را به‌صورت $(b+1)$ و $(b-1)$ بنویسیم و داریم:

$$\Rightarrow 3(b+1+b+b-1) = 2q \Rightarrow 9b = 2q$$

چون $10 \leq q \leq 20$ و q باید مضرب ۹ باشد، پس $q = 18$ خواهد بود.

(ریاضیات گسسته - گراف‌ها و کاربردهای آن: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴)

۱ ۲ ۳ ۴✓

آزمون ۴ آبان

-۱۳۰ (سیدمحسن فاطمی)

$$\text{در گراف } r- \text{منتظم مرتبهٔ } p: q = \frac{rp}{۲}$$

$$\text{در گراف کامل } K_p: q = \binom{p}{۲} = \frac{p(p-۱)}{۲}$$

$$\frac{p(p-۱)}{۲} - \frac{rp}{۲} = ۱۲ \Rightarrow \frac{p(p-۱)}{۲} - \frac{۴p}{۲} = ۱۲$$
$$\Rightarrow p(p-۱) - ۴p = ۲۴ \Rightarrow p(p-۵) = ۲۴ = ۸ \times ۳ \Rightarrow p = ۸$$

(ریاضیات گسسته - گراف‌ها و کاربردهای آن: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۴ آبان

-۱۳۱ (شروین سیاح‌نیا)

می‌دانیم مساحت هر مثلث با نصف حاصل‌ضرب ارتفاع در قاعدهٔ نظیر آن برابر است. بنابراین داریم:

$$S = \frac{۱}{۲}a.h_a = \frac{۱}{۲}b.h_b = \frac{۱}{۲}c.h_c \Rightarrow a.h_a = b.h_b = c.h_c$$

$$\Rightarrow \frac{h_b}{h_c} = \frac{c}{b} \text{ و } \frac{h_a}{h_b} = \frac{b}{a} \text{ و } \frac{h_c}{h_a} = \frac{a}{c}$$

$$\Rightarrow \frac{h_b}{h_c} + \frac{h_a}{h_b} + \frac{h_c}{h_a} = \frac{c}{b} + \frac{b}{a} + \frac{a}{c}$$

$$\Rightarrow \frac{h_b}{h_c} + \frac{h_a}{h_b} + \frac{h_c}{h_a} = \frac{۶}{۴} + \frac{۴}{۳} + \frac{۳}{۶} = \frac{۱۰}{۳}$$

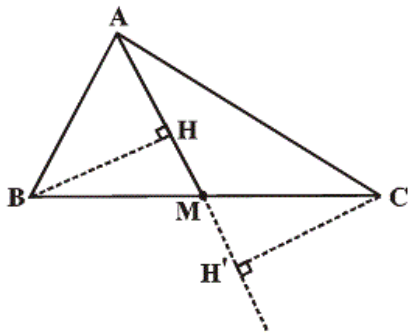
(هندسه ۱- مساحت و قضیهٔ فیثاغورس: صفحه‌های ۴۴ تا ۴۶)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۴ آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۳۲



می‌دانیم که میانهٔ وارد بر هر ضلع مثلث، آن مثلث را به دو مثلث کوچک‌تر با مساحت‌های برابر تقسیم می‌کند. در شکل بالا AM میانه است، پس خواهیم داشت:

$$S_{\overset{\Delta}{ABM}} = S_{\overset{\Delta}{AMC}}$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}AM \times BH = \frac{۱}{۲}AM \times CH'$$

$$\Rightarrow BH = CH' = k$$

توجه: از داده‌های عددی مسئله، هیچ استفاده‌ای نبردیم و اطلاعات، اضافی بودند.

(هندسه ۱- مساحت و قضیهٔ فیثاغورس: صفحه‌های ۴۶ و ۵۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۴ آبان

$AH = \frac{BC\sqrt{۳}}{۲} = \sqrt{۳}$. داریم:

$$S_{\overset{\Delta}{AED}} = \frac{۱}{۲}AF \times DE = \frac{۱}{۲}(AH + FH) \times DE$$

$$\Rightarrow S_{\overset{\Delta}{AED}} = \frac{۱}{۲}(\sqrt{۳} + ۲) \times ۲ = ۲ + \sqrt{۳}$$

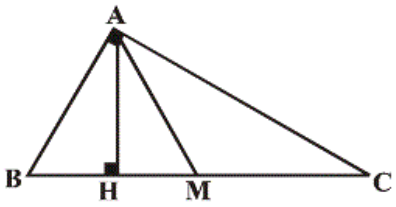
(هندسه ۱- مساحت و قضیهٔ فیثاغورس: صفحه‌های ۴۶ و ۶۲)

۱✓ ۲ ۳ ۴

آزمون ۴ آبان

می‌دانیم که در هر مثلث قائم‌الزاویه، میانهٔ وارد بر وتر نصف وتر است. از سوی دیگر همواره $AH < AM$ است، بنابراین داریم:

$$\frac{AH}{AM} = \frac{۲}{۳} \xrightarrow{AM=\frac{BC}{۲}} \frac{AH}{\frac{BC}{۲}} = \frac{۲}{۳}$$



$$\Rightarrow AH = \frac{BC}{۳} \qquad (*)$$

$$S_{\overset{\Delta}{ABC}} = \frac{BC.AH}{۲} = ۲۴ \overset{(*)}{\Rightarrow} \frac{BC^۲}{۳} = ۴۸$$

$$\Rightarrow BC^۲ = ۱۴۴ \Rightarrow BC = ۱۲$$

$$\overset{(*)}{\Rightarrow} AH = \frac{۱۲}{۳} = ۴ \xrightarrow{\text{رابطهٔ فیثاغورس در } \overset{\Delta}{AHM}} HM^۲ = AM^۲ - AH^۲$$

$$= (\frac{BC}{۲})^۲ - AH^۲ \Rightarrow HM^۲ = ۳۶ - ۱۶ = ۲۰ \Rightarrow HM = ۲\sqrt{۵}$$

(هندسه ۱- مساحت و قضیهٔ فیثاغورس: صفحه‌های ۴۶ و ۵۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۴ آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

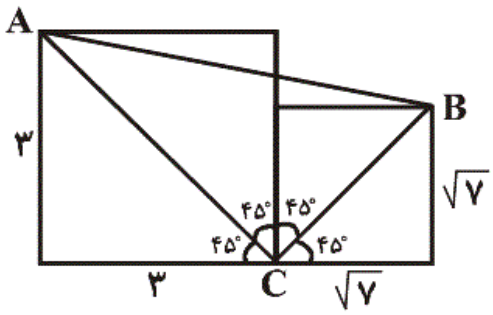
مثلث ABC در رأس C قائم‌الزاویه است و داریم:

$$AC^۲ = ۳^۲ + ۳^۲ = ۱۸$$

$$BC^۲ = (\sqrt{۷})^۲ + (\sqrt{۷})^۲ = ۱۴$$

$$AB^۲ = AC^۲ + BC^۲$$

$$= ۱۸ + ۱۴ = ۳۲ \Rightarrow AB = ۴\sqrt{۲}$$



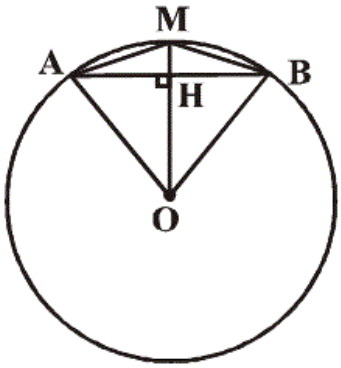
(هندسه ۱- مساحت و قضیهٔ فیثاغورس: صفحه‌های ۵۷ تا ۵۹)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۴ آبان

اگر AB یکی از اضلاع یک شش‌ضلعی منتظم محاط در دایره باشد و از نقطهٔ O (مرکز دایره) عمودی بر AB رسم نماییم تا دایره را در نقطهٔ M قطع کند، آن‌گاه AM و BM دو ضلع از اضلاع دوازده‌ضلعی منتظم محاط در دایره هستند.

در مثلث OAB، $OA = OB$ و $A\hat{O}B = ۶۰^\circ$، پس این مثلث، متساوی‌الاضلاع است و $AB = ۱$ و $OH = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$ و در نتیجه $MH = ۱ - \frac{\sqrt{۳}}{۲}$. از طرفی $AH = BH = \frac{۱}{۲}$ و داریم:



$$AM^۲ = AH^۲ + MH^۲$$

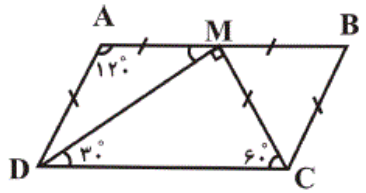
$$= (\frac{۱}{۲})^۲ + (۱ - \frac{\sqrt{۳}}{۲})^۲ = ۲ - \sqrt{۳}$$

$$\Rightarrow AM = \sqrt{۲ - \sqrt{۳}}$$

(هندسه ۱- مساحت و قضیهٔ فیثاغورس: مشابه تمرین ۲۲، صفحهٔ ۶۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۴ آبان



با توجه به این که $AB = ۲AD$ و M وسط AB است، پس $AM = AD$ و $\overset{\Delta}{AMD}$ متساوی‌الساقین است و چون $MB = BC$ و $\hat{B} = ۶۰^\circ$، پس $\overset{\Delta}{MBC}$ متساوی‌الاضلاع است. در نتیجه زاویه‌های مثلث MDC به صورت نشان داده شده در شکل، مشخص می‌شوند که نشان می‌دهد مثلث MDC قائم‌الزاویه است. اگر $DC = ۲a$، آنگاه در مثلث MDC داریم:

$$\begin{cases} MC = \frac{۲a}{۲} & (\text{ضلع روبه زاویهٔ } ۳۰^\circ) \\ MD = ۲a\frac{\sqrt{۳}}{۲} & (\text{ضلع روبه زاویهٔ } ۶۰^\circ) \end{cases}$$

$$\text{محیط } ABCD = ۲\big(AB + AD\big) = ۲\big(۲a + a\big) = ۶a$$

$$\Rightarrow ۶a = ۲۴ \Rightarrow a = ۴ \Rightarrow \begin{cases} MC = ۴ \\ MD = ۴\sqrt{۳} \end{cases} \Rightarrow MC.MD = ۱۶\sqrt{۳}$$

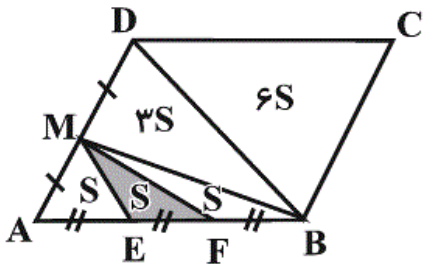
(هندسه ۱- مساحت و قضیهٔ فیثاغورس: صفحهٔ ۶۵)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۴ آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۸- (محمدطاهر شعاعی)



MB و قطر BD را رسم می‌کنیم. مثلث‌های AME ، MEF و MFB هم مساحت‌اند. MB در مثلث ABD ، میانه است پس مساحت $\overset{\Delta}{MBD}$ برابر ۳S می‌شود. اما قطر متوازی‌الاضلاع آن را به دو مثلث هم‌نهشت تقسیم می‌کند پس مساحت مثلث BDC برابر ۶S می‌شود.

$$\frac{S_{\overset{\Delta}{MEF}}}{S_{ABCD}} = \frac{S}{۱۲S} = \frac{۱}{۱۲}$$

(هندسه ۱- مساحت و قضیهٔ فیثاغورس: صفحه‌های ۴۱ تا ۴۶)

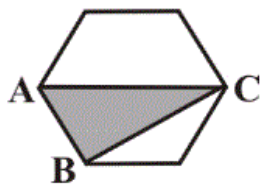
۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۴ آبان

۱۳۹- (نوید مجیدی)

با توجه به شکل، ضلع‌های مثلث برابر قطر بزرگ، قطر کوچک و یک ضلع از شش ضلعی منتظم‌اند. اگر اندازهٔ ضلع شش ضلعی را a بگیریم، داریم:

$$\begin{cases} AB = a \\ AC = ۲a \\ BC = \sqrt{۳}a \end{cases} \xrightarrow{\text{محیط}} a(۱+۲+\sqrt{۳}) = \sqrt{۳}+۱$$



$$\Rightarrow a = \frac{\sqrt{۳}+۱}{\sqrt{۳}+۳} = \frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

$$\Rightarrow \text{مساحت ۶ ضلعی} = \frac{۳\sqrt{۳}}{۲}a^۲ = \frac{۳\sqrt{۳}}{۲} \times (\frac{\sqrt{۳}}{۳})^۲ = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

(هندسه ۱- مساحت و قضیهٔ فیثاغورس: صفحه‌های ۶۲ و ۶۳)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

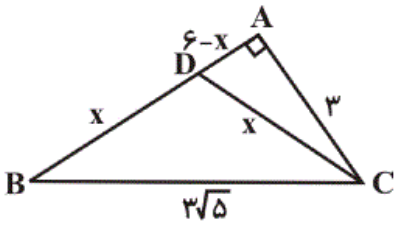
۱۴۰- (محمدطاهر شعاعی)

$$AB^۲ + AC^۲ = BC^۲ \Rightarrow AB^۲ = (۳\sqrt{۵})^۲ - ۳^۲ = ۴۵ - ۹ = ۳۶$$
$$\Rightarrow AB = ۶$$

بنابه فرض $BD = CD = x$ ، پس $AD = ۶ - x$ و در نتیجه داریم:

$$x^۲ = (۶ - x)^۲ + ۳^۲ \Rightarrow x^۲ = ۳۶ - ۱۲x + x^۲ + ۹$$

$$\Rightarrow ۱۲x = ۴۵ \Rightarrow x = \frac{۱۵}{۴}$$



فاصلهٔ D از رأس A $= ۶ - \frac{۱۵}{۴} = \frac{۹}{۴}$

(هندسه ۱- مساحت و قضیهٔ فیثاغورس؛ صفحه‌های ۵۷ تا ۵۹)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۰۱- (میلاد منصوری)

ابتدا دقت کنید که $(۲ + \sqrt{۳})^{-۱} = \frac{۱}{۲ + \sqrt{۳}} = ۲ - \sqrt{۳}$؛ بنابراین:

$$(۲ - \sqrt{۳})^{\frac{-۱}{\sqrt{۲}+۱}} = (۲ + \sqrt{۳})^{\frac{۱}{\sqrt{۲}+۱}} = (۲ + \sqrt{۳})^{\sqrt{۲}-۱}$$

و در نتیجه:

$$(۲ + \sqrt{۳})^{۳-\sqrt{۲}} (۲ + \sqrt{۳})^{\sqrt{۲}-۱} = (۲ + \sqrt{۳})^۲ = ۷ + ۴\sqrt{۳}$$

(ریاضی ۱- الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۴)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۲- (کیا مقدس نیاک)

$$\alpha = \left(\sqrt{۲}-۱\right)^{۲} = ۲+۱-۲\sqrt{۲} = ۳-۲\sqrt{۲} \Rightarrow \alpha - ۳ = -۲\sqrt{۲}$$

$$\Rightarrow (\alpha-۳)^{۲} = \left(۲\sqrt{۲}\right)^{۲} = ۸ \Rightarrow \sqrt[۳]{(\alpha-۳)^{۲}} = \sqrt[۳]{۸} = ۲$$

(ریاضی ۱- الگو و دنباله: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۴)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

آزمون ۴ آبان

۱۰۳- (ابوالقاسم شعبانی)

$$x - ۲ = ۰ \Rightarrow x = ۲$$

باید $f(۲)$ را بیابیم:

$$\left.\begin{array}{l} x = ۲ \Rightarrow f(۲) - ۲f(-۲) = ۵ \\ x = -۲ \Rightarrow f(-۲) - ۲f(۲) = ۵ \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{cases} f(۲) - ۲f(-۲) = ۵ \\ -۴f(۲) + ۲f(-۲) = ۱۰ \end{cases}$$

$$\Rightarrow -۳f(۲) = ۱۵ \Rightarrow f(۲) = -۵$$

(حسابان - محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۶ تا ۸)

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

آزمون ۴ آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۰۴ (حسن رستار)

$P(x)$ بر $x+۲$ بخش‌پذیر است؛ بنابراین:

$$P(x)=(x+۲)Q(x)\Rightarrow P(-۱)=(۱)Q(-۱)$$

$$\Rightarrow Q(-۱)=۱۲۷$$

(حسابان - محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات؛ صفحه‌های ۶ تا ۸)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

آزمون ۴ آبان

-۱۰۵ (حمید علیزاده)

$$f(x)=\left(۴x^{۲}-۱\right)Q(x)+ax+b$$

$$\Rightarrow\begin{cases}۲x-۱=۰\Rightarrow x=\frac{۱}{۲}\Rightarrow f\left(\frac{۱}{۲}\right)=۳\\ ۲x+۱=۰\Rightarrow x=-\frac{۱}{۲}\Rightarrow f\left(-\frac{۱}{۲}\right)=۵\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}f\left(\frac{۱}{۲}\right)=\frac{a}{۲}+b=۳\\ f\left(-\frac{۱}{۲}\right)=\frac{-a}{۲}+b=۵\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=-۲\\ b=۴\end{cases}\Rightarrow a\times b=-۸$$

(حسابان - محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات؛ صفحه‌های ۶ تا ۸)

۱ ۲ ۳ ۴ ✓

آزمون ۴ آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

جملهٔ $(i+1)$ام به‌صورت زیر است:

$$\binom{9}{i}\left(\frac{3}{x}\right)^{i}\times\left(4x^{2}\right)^{9-i}=\binom{9}{i}\left(3x^{-1}\right)^{i}\times 4^{9-i}\times x^{18-2i}$$

$$=\binom{9}{i}3^{i}\times x^{-i}\times 4^{9-i}\times x^{18-2i}=\binom{9}{i}3^{i}\times 4^{9-i}\times x^{18-3i}$$

اگر بخواهیم این جمله مستقل از x باشد، باید توان x برابر صفر گردد.

بنابراین $18-3i=0$ یعنی $i=6$.

بنابراین جملهٔ $(6+1)$ام یعنی جملهٔ ۷ام مستقل از x است.

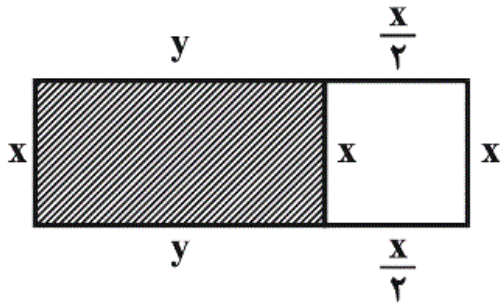
(حسابان - محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۸ تا ۱۱)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۴ آبان

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

-۱۰۷



طول مستطیل هاشورخورده را y فرض می‌کنیم. مساحت برابر ۲ است؛

بنابراین داریم:

$$yx = ۲ \Rightarrow y = \frac{۲}{x} \quad ; \quad ۲y + ۴x = ۸ \Rightarrow y + ۲x = ۴$$

$$\xrightarrow{y=\frac{۲}{x}} \frac{۲}{x} + ۲x = ۴ \Rightarrow \frac{۱}{x} + x = ۲ \Rightarrow \begin{cases} x = ۱ \\ y = ۲ \end{cases}$$

$$\Rightarrow x + y = ۲ + ۱ = ۳$$

(حسابان - محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

آزمون ۴ آبان

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

مجموع ضرایب معادلـه بـه‌صـورت $۳a+۲-b+c-۵$ اسـت و از فـرض مسأله ملاحظه می‌شود که مجموع ضرایب معادله صفر است. پس $x=۱$ یک ریشهٔ معادله است؛ بنابراین داریم:

$$S=x_۱+x_۲=-\frac{۲-b}{۳a}\Rightarrow ۱+x_۲=\frac{b-۲}{۳a}$$

$$\Rightarrow x_۲=\frac{b-۳a-۲}{۳a}$$

(حسابان - محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۴ آبان

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

معادلهٔ موردنظر باید دو ریشه داشته باشد؛ بنابراین:

$$m^{۲} - ۸ > ۰ \Rightarrow m \in \mathbb{R} - \left[-۲\sqrt{۲}, ۲\sqrt{۲}\right]$$

از طرفی می‌دانیم:

$$x' + x'' = S = m \ , \ x'x'' = P = ۲$$

حال اگر اعداد ۴ و ۲ و m تشکیل دنبالهٔ حسابی دهند، حالات زیر امکان‌پذیر است:

$۲, ۴, m \Rightarrow m = ۶$ ق.ق

$۲, m, ۴ \Rightarrow m = ۳$ ق.ق

$m, ۲, ۴ \Rightarrow m = ۰$ غ.ق.ق

بنابراین m می‌تواند مقادیر ۳ و ۶ را بپذیرد.

لازم به ذکر است که جابه‌جایی جملات اول و سوم دنباله تغییری در جواب به‌دست آمده برای m ایجاد نمی‌کند؛ مثلاً جواب حالت « $۴, m, ۲$ » با جواب حالت « $۲, m, ۴$ » یکسان است.

(حسابان - محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

✓۱ ۲ ۳ ۴

آزمون ۴ آبان

$$x_1 + x_2 = \sqrt{3} \quad , \quad x_1 x_2 = \frac{1}{2}$$

$$x_1' = x_1^3 x_2 + x_2^3 x_1 = x_1 x_2 \left(x_1^2 + x_2^2 \right) = \frac{1}{2}\left(x_1^2 + x_2^2 \right)$$

$$= \frac{1}{2}\left(\left(x_1 + x_2 \right)^2 - 2x_1 x_2 \right) = \frac{1}{2}(3 - 1) = 1$$

$$x_2' = \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1 x_2} = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4$$

$$\Rightarrow S = 1 + 4 = 5 \qquad , \qquad P = 1 \times 4 = 4$$

$$\Rightarrow x^2 - 5x + 4 = 0$$

(حسابان - محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

آزمون ۴ آبان