



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۵۱- چه تعداد از موارد زیر، بیانگر مجموعه‌ای متناهی هستند؟

الف) همه کتاب‌های کتاب فروشی‌های خیابان انقلاب

ب) همه نوزادانی که در سال ۱۳۹۶ متولد شده‌اند.

پ) همه اعداد گنگ در بازه  $(2, 4)$

ت) همه مولکول‌های موجود در سر یک سوزن

ج) همه انسان‌های روی کره زمین

د)  $\{x \in \mathbb{W} \mid x \in (-\infty, 10^6)\}$

ه) تعداد نقاط روی محیط یک دایره

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

آزمون 20 مهر

۵۲- کدام یک از مجموعه‌های زیر متناهی است؟

۲) مجموعه کسرهای مثبت با صورت ۱

۱) اعداد گویای بین صفر و ۱

۴) مجموعه مولکول‌های موجود در یک بطری آب معدنی

۳) مجموعه اعداد طبیعی اول

آزمون 20 مهر

۵۳- کدام یک از عبارتهای زیر صحیح نمی باشد؟

(۱) اگر  $A$  دارای یک زیر مجموعه نامتناهی باشد، آن گاه  $A$  یک مجموعه نامتناهی خواهد بود.

(۲) اشتراک دو مجموعه متناهی همواره متناهی خواهد بود.

(۳) اشتراک دو مجموعه نامتناهی همواره نامتناهی خواهد بود.

(۴) یک مجموعه نامتناهی بی شمار زیر مجموعه نامتناهی دارد.

آزمون 20 مهر

۵۴- اگر  $R$  مجموعه مرجع باشد، آن گاه کدام یک از روابط زیر صحیح نمی باشد؟

$$N' - W' = \{ \emptyset \} \quad (۲) \qquad W' - Z' = \{ -K \mid K \in N \} \quad (۱)$$

$$Q - W \subseteq N' \quad (۴) \qquad Q' \cup N \subseteq W' \quad (۳)$$

آزمون 20 مهر

۵۵- طرف دوم تساوی زیر، کدام است؟

$$[(R - Q') \cup Z] - (Q \cup Z)' = ?$$

$$R \quad (۴) \qquad \emptyset \quad (۳) \qquad Q' \quad (۲) \qquad Q \quad (۱)$$

آزمون 20 مهر

۵۶- اگر  $A = \{x \in \mathbf{R} \mid x > 0\}$  و  $B = \{x \in \mathbf{R} \mid x < 0\}$  باشند، حاصل  $(A \cap B)'$  کدام است؟

$$(-\infty, 0) \quad (۲) \qquad \{0\} \quad (۱)$$

$$[0, +\infty) \quad (۴) \qquad (-\infty, 0] \quad (۳)$$

آزمون 20 مهر

۵۷- کدام گزینه نادرست است؟

$$[-۲,۵) \cup (۵,۷] = [-۲,۷] \quad (۲)$$

$$(-\infty, ۲] \cap [۲, +\infty) = \{۲\} \quad (۱)$$

$$(-۳, ۵] \cap (۲, ۷] = (۲, ۵] \quad (۴)$$

$$(-\infty, ۵] - [۲, ۵] = (-\infty, ۲) \quad (۳)$$

آزمون 20 مهر

۵۸- در یک کلاس ۴۰ نفره، دانش‌آموزان یا گوشی دارند یا تبلت و یا هر دو. اگر ۱۵ نفر تبلت و ۳۰ نفر گوشی

داشته باشند، در این صورت چند نفر هم گوشی و هم تبلت دارند؟

۷ (۴)

۵ (۳)

۱۵ (۲)

۱۰ (۱)

آزمون 20 مهر

۵۹- اگر  $A$  و  $B$  زیرمجموعه‌هایی از مجموعه مرجع،  $n(A \cap B) = ۵$ ،  $n(A - B) = ۳$  و  $n(A \cup B) = ۱۳$  باشد،

تعداد اعضای مجموعه  $B$  کدام است؟

۸ (۴)

۱۲ (۳)

۱۱ (۲)

۱۰ (۱)

آزمون 20 مهر

۶۰- مجموعه  $A$ ، ۱۵ عضوی است. اگر  $A - B$  دارای ۸ عضو و  $B - A$  دارای ۱۳ عضو باشد، در این صورت

$A \cup B$  چند عضوی است؟

۲۸ (۴)

۲۵ (۳)

۲۱ (۲)

۲۰ (۱)

آزمون 20 مهر

۶۱- اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه غیر تهی باشند، مجموعه  $(A \cap A') \cap ((A \cap B) \cap B')$  با کدام مجموعه برابر است؟

$$(A \cup A') \cup ((A \cap B) \cap B') \quad (۲)$$

$$(A \cup A') \cup (B \cap B') \quad (۱)$$

$$(B \cup B') \cup ((A \cap B) \cap B') \quad (۴)$$

$$(A \cup A') \cap ((A \cap B) \cap B') \quad (۳)$$

آزمون 20 مهر

۶۲- اگر  $A_i = [-i, \frac{1}{i}]$  باشد،  $(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4) - (A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4)$  شامل چند عضو صحیح است؟

۶ (۴)

۵ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

آزمون 20 مهر

۶۳- اگر  $(-a, a] \cap (b, +\infty) = (2, 4]$  و  $a > 0$  باشد، حاصل  $b - a$  کدام است؟

۱ (۴)

۶ (۳)

۲ (۲)

-۲ (۱)

آزمون 20 مهر

۶۴- اگر  $A = \left\{ x \in \mathbb{Z} \mid -\frac{2}{x} < 0 \right\}$  و  $B = \{ x \in \mathbb{Z} \mid 3 - x \leq 3x - 1 \leq 8 \}$  باشند، کدام یک از مجموعه‌های زیر نامتناهی است؟

$A - B$  (۴)

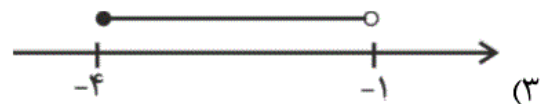
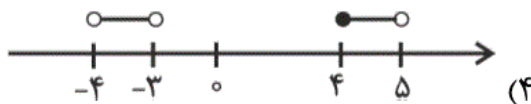
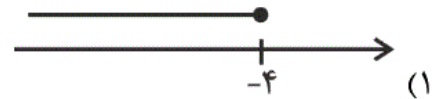
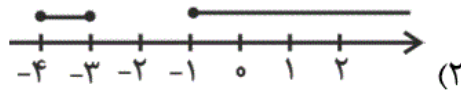
$A \cap B$  (۳)

$B - A$  (۲)

$B$  (۱)

آزمون 20 مهر

۶۵- اگر اعداد حقیقی، مجموعه مرجع باشد و داشته باشیم  $A = [-1, 5)$ ،  $B = (-3, 4]$  و  $C = (-4, +\infty)$ ، کدام گزینه مجموعه  $(A' - B)' - C$  را به درستی نمایش می‌دهد؟



آزمون 20 مهر

۶۶- اگر  $A = [-1, 4)$  و  $B = \{-x + 1 \mid x \in A\}$  باشد، آن‌گاه مجموعه  $A - B$  کدام بازه است؟

(۲, ۴) (۴)

[۳, ۴] (۳)

(-۳, ۲] (۲)

[۱, ۲) (۱)

آزمون 20 مهر

۶۷- در یک کلاس ۳۵ نفری ۱۰ نفر فقط یکی از دو امتحان فیزیک و شیمی را تجدید شده‌اند. اگر ۲۰ نفر از

دانش‌آموزان کلاس هیچ یک از این دو امتحان را تجدید نشده باشند، چند نفر در این کلاس هر دو امتحان

فیزیک و شیمی را تجدید شده‌اند؟

۱۵ (۴)

۱۰ (۳)

۵ (۲)

صفر (۱)

آزمون 20 مهر

۶۸- در یک کلاس ۳۵ نفری، ۲۰ نفر به موسیقی و ۱۷ نفر به نقاشی علاقه‌مند هستند. اگر ۳ نفر به هیچ کدام از

این دو هنر علاقه نداشته باشند، کدام گزینه صحیح نیست؟

(۱) ۵ نفر به هر دو رشته علاقه‌مند هستند.

(۲) ۱۵ نفر به نقاشی علاقه‌مند نیستند.

(۳) ۱۲ نفر فقط به نقاشی علاقه‌مند هستند.

(۴) ۲۷ نفر فقط به یکی از دو رشته نقاشی و موسیقی علاقه‌مند هستند.

آزمون 20 مهر

۶۹-  $\frac{4}{5}$  دانش‌آموزان یک کلاس در درس ریاضی،  $\frac{3}{5}$  دانش‌آموزان در درس فیزیک و نصف دانش‌آموزان در هر

دو درس تجدید شده‌اند. اگر تعداد دانش‌آموزانی که حداقل در یکی از این دو درس تجدید شده‌اند برابر ۳۶

باشد، چند نفر در هر دو درس قبول شده‌اند؟

۹ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

آزمون 20 مهر

۷۰- اگر  $A$  و  $B$  زیر مجموعه‌هایی از مجموعه مرجع باشند، به طوری که  $n(A) = 60$ ،  $n(U) = 100$ ،

$n(B) = 50$  و  $n(A \cap B) = 20$  باشد، مقدار  $n(A' \cap B')$  کدام است؟

۴۰ (۴)

۳۰ (۳)

۱۰ (۲)

۲۰ (۱)

آزمون 20 مهر

-۵۱

«مینا عبیری»

موارد (الف)، (ب)، (ت)، (ج) و (د) همگی مجموعه‌هایی را بیان می‌کنند که تعداد اعضای آن‌ها هر چند زیاد، ولی حسابی و قابل شمارش است. تنها موارد (پ) و (ه) نامتناهی است.

تذکر: توجه کنید که در مورد (د) تعداد اعداد حسابی را در بازه  $(۱۰^۶ و -۱۰۰)$  یک عدد حسابی است، زیرا اعداد حسابی از صفر شروع می‌شوند و نه از  $-۱۰۰$ .

(صفحه‌های ۵ تا ۷ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

آزمون 20 مهر

-۵۲

«علی ارجمند»

تعداد مولکول‌های موجود در یک بطری آب معدنی یک عدد حسابی است. بنابراین، این مجموعه متناهی است.

(صفحه‌های ۵ تا ۷ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

آزمون 20 مهر

-۵۳

«علی ارجمند»

اشتراک دو مجموعه نامتناهی می‌تواند متناهی باشد، مثلاً اشتراک مجموعه‌های اعداد طبیعی زوج و اعداد اول برابر با  $\{۲\}$  است.

(صفحه‌های ۵ تا ۷ کتاب درسی)

۴

۳

۲

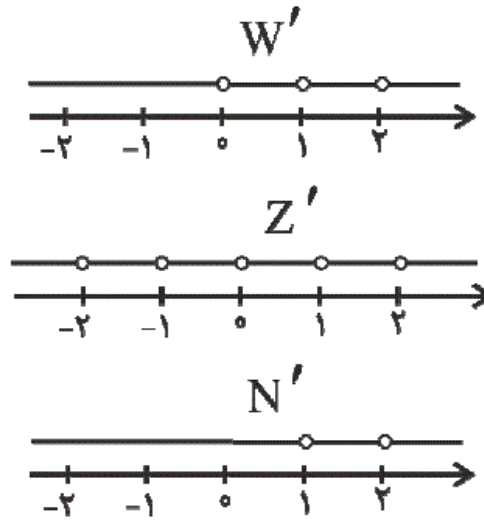
۱

آزمون 20 مهر



با توجه به مجموعه‌های  $W'$ ،  $Z'$  و  $N'$  که در زیر نشان داده شده‌اند،

تمام گزینه‌ها به جز گزینه «۳» صحیح هستند. در گزینه «۳» داریم:



۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون 20 مهر

مجموعه‌های  $R$ ،  $Z$ ،  $Q$  و  $Q'$  به ترتیب مجموعه اعداد حقیقی،

اعداد صحیح، اعداد گویا و اعداد گنگ هستند. در نتیجه:

$$\left[ \underbrace{\underbrace{(R-Q') \cup Z}_Q}_{Q'} \right] - \underbrace{\underbrace{(Q \cup Z)'}_{Q'}} = Q - Q' = Q$$

(صفحه‌های ۲، ۳، ۱ و ۹ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون 20 مهر

$$A = (0, +\infty), B = (-\infty, 0) \Rightarrow A' = (-\infty, 0] \text{ و } B' = [0, +\infty)$$

راه حل اول:

$$A \cap B' = (0, +\infty) \cap [0, +\infty) = (0, +\infty)$$

$$(A \cap B')' = \mathbb{R} - (0, +\infty) = (-\infty, 0]$$

راه حل دوم:

$$(A \cap B')' = A' \cup B = (-\infty, 0] \cup (-\infty, 0) = (-\infty, 0]$$

(صفحه‌های ۳ تا ۵، ۸ و ۹ کتاب درسی)

۴

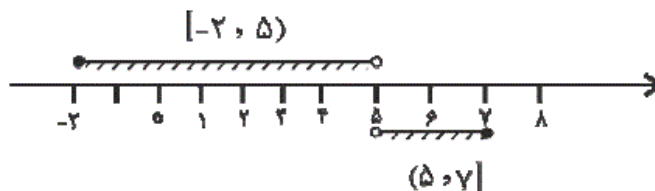
۳ ✓

۲

۱

آزمون 20 مهر

در گزینه «۲» داریم:



$$[-2, 5) \cup (5, 7] = [-2, 7] - \{5\}$$

به کمک نمایش روی محور می‌توان درستی سایر گزینه‌ها را نشان داد.

(صفحه‌های ۳ تا ۵ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

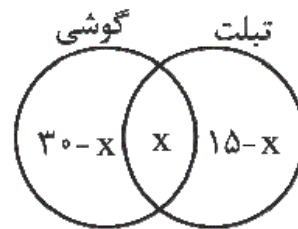
۱

آزمون 20 مهر

مطابق نمودار ون زیر، داریم:

$$30 - x + x + 15 - x = 40 \Rightarrow 45 - x = 40$$

$$\Rightarrow x = 5$$



(صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳ کتاب درسی)

۴

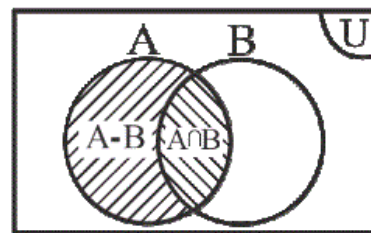
۳ ✓

۲

۱

آزمون 20 مهر

با توجه به نمودار ون داریم:



$$n(A) = n(A - B) + n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow n(A) = 3 + 5 \Rightarrow n(A) = 8$$

از طرفی:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow 13 = 8 + n(B) - 5 \Rightarrow n(B) = 10$$

(صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون 20 مهر

«ریمع مشتاق نظم»

$$n(A) = 15, n(A - B) = 8, n(B - A) = 13$$

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow 8 = 15 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 7$$

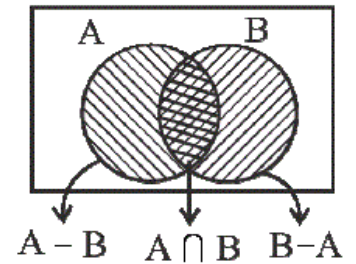
$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow 13 = n(B) - 7 \Rightarrow n(B) = 20$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$= 15 + 20 - 7 = 35 - 7 = 28$$

(صفحه‌های ۸ تا ۱۳ کتاب درسی)



۴ ✓

۳

۲

۱

آزمون 20 مهر

«ابراهیم نفی»

$$\underbrace{(A \cap A')}_{\emptyset} \cap \underbrace{((A \cap B) \cap B')}_{\subseteq B, \emptyset} = \emptyset$$

گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

$$۱) \underbrace{(A \cup A')}_{U} \cup \underbrace{(B \cap B')}_{\emptyset} = U \quad \times$$

$$۲) \underbrace{(A \cup A')}_{U} \cup \underbrace{((A \cap B) \cap B')}_{\emptyset} = U \quad \times$$

$$۳) \underbrace{(A \cup A')}_{U} \cap \underbrace{((A \cap B) \cap B')}_{\emptyset} = \emptyset \quad \checkmark$$

$$۴) \underbrace{(B \cup B')}_{U} \cup \underbrace{((A \cap B) \cap B')}_{\emptyset} = U \quad \times$$

(صفحه‌های ۸ و ۹ کتاب درسی)

«شکيب ربي»

در عبارت  $A_i = [-i, \frac{1}{i}]$  به جای  $i$  مقادير ۱، ۲، ... می‌گذاريم تا بازه‌ها

به دست آیند:

$$\begin{aligned} & A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4 \\ &= [-1, 1] \cup [-2, \frac{1}{2}] \cup [-3, \frac{1}{3}] \cup [-4, \frac{1}{4}] = [-4, 1] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4 \\ &= [-1, 1] \cap [-2, \frac{1}{2}] \cap [-3, \frac{1}{3}] \cap [-4, \frac{1}{4}] = [-1, \frac{1}{4}] \end{aligned}$$

$$\Rightarrow [-4, 1] - [-1, \frac{1}{4}] = [-4, -1) \cup (\frac{1}{4}, 1]$$

اعداد صحيح در اين بازه:

$$-4, -3, -2, +1$$

(صفحه‌های ۳ تا ۵ کتاب درسی)

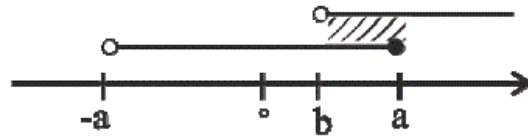
۴

۳

۲

۱ ✓

«ریم مشتاق نظم»

تنها حالتی که در آن  $(-a, a] \cap (b, +\infty)$  برابر  $(2, 4]$  می‌شود، حالتیاست که  $b < a$  باشد. بنابراین:  $(-a, a] \cap (b, +\infty) = (b, a]$ پس  $b = 2$  و  $a = 4$  بنابراین:

$$b - a = 2 - 4 = -2$$

(صفحه‌های ۳ تا ۵ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون 20 مهر

«عباس اسدی امیرآبادی»

$$-\frac{2}{x} < 0 \Rightarrow x > 0 \Rightarrow A = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{Z} \mid 3 - x \leq 3x - 1 \leq 8\}$$

$$\begin{cases} 3 - x \leq 3x - 1 \Rightarrow 4x \geq 4 \Rightarrow x \geq 1 \\ 3x - 1 \leq 8 \Rightarrow 3x \leq 9 \Rightarrow x \leq 3 \end{cases} \xrightarrow{\cap} 1 \leq x \leq 3$$

$$B = \{1, 2, 3\}$$

B متناهی،  $B - A = \{ \}$  متناهی،  $A \cap B = B$  متناهی هستند،تنها  $A - B$  برابر با مجموعه  $\{4, 5, 6, \dots\}$  است که نامتناهی است.

(صفحه‌های ۵ تا ۷ کتاب درسی)

۴ ✓

۳

۲

۱

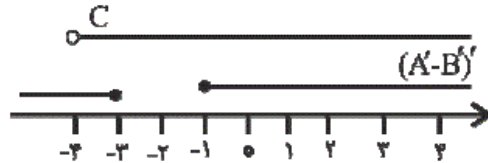
آزمون 20 مهر

راه حل اول:



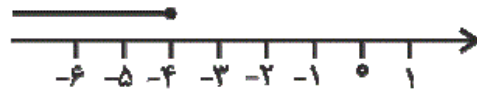
$$\Rightarrow A' - B' = (-3, -1)$$

$$\Rightarrow (A' - B')' = (-\infty, -3] \cup [-1, +\infty)$$



$$\Rightarrow (A' - B')' - C = (-\infty, -4]$$

جواب به صورت زیر است:



۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون 20 مهر

«علی غلام پور سرابی»

$$A = [-1, 4) \xrightarrow{x \in A} -1 \leq x < 4$$

$$B = \{-x+1 | x \in A\} \xrightarrow{x(-1)} -1 \leq x < 4 \rightarrow -4 < -x \leq 1$$

$$\xrightarrow{+1} -3 < -x+1 \leq 2$$

$$B = (-3, 2]$$

$$A - B = [-1, 4) - (-3, 2] = (2, 4)$$



(صفحه‌های ۳ تا ۵ کتاب درسی)

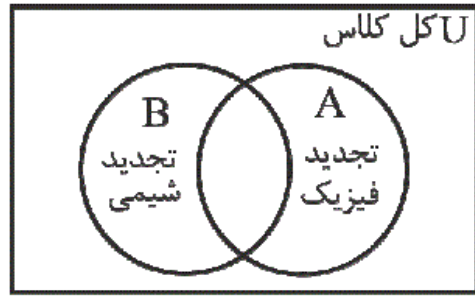
۴ ✓

۳

۲

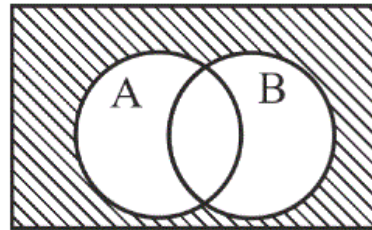
۱

آزمون 20 مهر



مطابق شکل زیر افرادی که در هیچ یک از دو درس تجدید نشده‌اند،

$(A \cup B)'$  هستند.



$$\begin{cases} n((A \cup B)') = n(U) - n(A \cup B) = 20 \\ n(U) = 35 \end{cases} \Rightarrow n(A \cup B) = 15$$

 ۴

 ۳

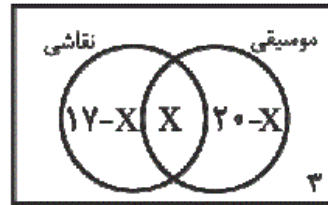
 ۲ ✓

 ۱

آزمون 20 مهر



اگر تعداد افرادی که به هر دو رشته علاقه‌مند هستند را با  $x$  نشان دهیم:



$$17 - x + x + 20 - x + 3 = 35$$

به هر دو رشته علاقه‌مند هستند  $\rightarrow x = 5$

به نقاشی علاقه‌مند نیستند  $\rightarrow 20 - x + 3 = 20 - 5 + 3 = 18$

فقط به موسیقی علاقه‌مند هستند  $\rightarrow 20 - x = 20 - 5 = 15$

فقط به نقاشی علاقه‌مند هستند  $\rightarrow 17 - x = 17 - 5 = 12$

فقط به یکی از دو رشته علاقه‌مند هستند  $\rightarrow 12 + 15 = 27$

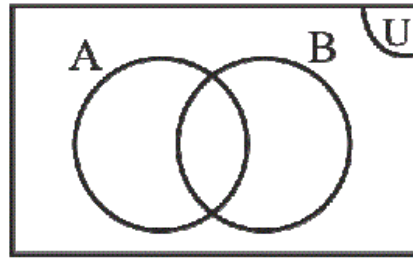
(صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱



**A** : دانش‌آموزانی که در درس ریاضی تجدید شده‌اند.

**B** : دانش‌آموزانی که در درس فیزیک تجدید شده‌اند.

اگر تعداد کل دانش‌آموزان کلاس را  $x$  در نظر بگیریم:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

↓

↓

↓

↓

$$۳۶ = \frac{۴}{۵}x + \frac{۳}{۵}x - \frac{۱}{۲}x = \frac{۹}{۱۰}x \Rightarrow x = ۴۰$$

تعداد کل تجدیدی‌ها - تعداد کل = تعداد قبولی‌ها در هر دو درس

$$= n(U) - n(A \cup B) = ۴۰ - ۳۶ = ۴$$

(صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳ کتاب درسی)

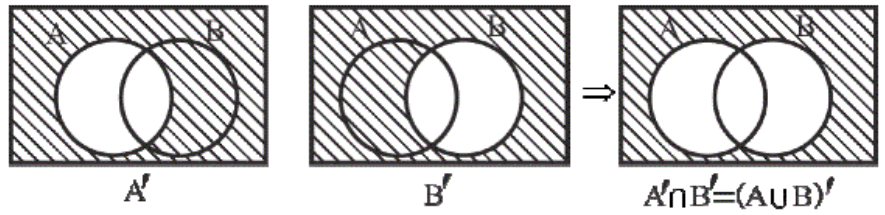
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱ ✓

ابتدا توجه کنید که دو مجموعه  $A' \cap B'$  و  $(A \cup B)'$  با هم برابرند، زیرا:



$$n(A' \cap B') = n((A \cup B)') = n(U) - n(A \cup B)$$

$$= n(U) - [n(A) + n(B) - n(A \cap B)]$$

$$= 100 - [60 + 50 - 20] = 100 - 90 = 10$$

(صفحه‌های ۱ تا ۱۳ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون 20 مهر