



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی ۱ - ۱۰ سوال

۵۱- اگر $A = [-1, 4]$ و $B = (-5, 2]$ باشد، مجموعه $(A - B) \cup (B - A)$ شامل کدام بازه است؟

- (۱) $[-4, -1]$ (۲) $[2, 3]$
(۳) $(2, 4)$ (۴) $(-1, 2)$

آزمون ۲۰ مهر

۵۲- از ۷۲ نفر مسافر در یک هتل، ۲۳ نفر تاجر هستند و ۱۲ نفر برای اولین بار سفر کرده‌اند. اگر ۸ نفر از این تاجران برای اولین بار سفر کرده باشند، چند نفر نه تاجرند و نه برای اولین بار سفر کرده‌اند؟

- (۱) ۵۲ (۲) ۴۵
(۳) ۳۷ (۴) ۳۵

آزمون ۲۰ مهر

۵۳- چه تعداد از مجموعه‌های زیر، مجموعه‌ای نامتناهی است؟

(الف) مجموعه پرنده‌های موجود در کره زمین

(ب) $\mathbb{Z} - \mathbb{N}$

(پ) مجموعه خطوطی که محور x ها را در طول ۲- قطع کرده‌اند.

(ت) مجموعه اعداد حقیقی موجود در بازه $[-1, 1]$

(ث) مجموعه $A = \left\{ x \in \mathbb{N} \mid 3^{-x} > \frac{1}{3} \right\}$

- (۱) ۲ (۲) ۳
(۳) ۴ (۴) ۵

آزمون ۲۰ مهر

۵۴- متمم عبارت زیر، کدام گزینه است؟ (A و B زیرمجموعه‌ای از مجموعه مرجع U هستند.)

$$(A \cap B) \cup (A \cap (A' \cup B')) = ?$$

- (۱) A (۲) A'
(۳) U (۴) \emptyset

آزمون ۲۰ مهر

۵۵- اگر $n(U) = 50$ ، $n(B) = 35$ ، $n(A' \cup B') = 30$ و $n(A') = 20$ باشند، مقدار $n(A \cup B)$ کدام است؟

- (۱) ۳۵ (۲) ۴۰
(۳) ۴۵ (۴) ۲۰

آزمون ۲۰ مهر

۵۶- اگر $m < -1$ باشد، آنگاه چند عدد صحیح در مجموعه $\left[\frac{1}{m}, -m \right] \cap \left[m, -\frac{1}{m} \right]$ قرار دارد؟

- (۱) صفر
(۲) ۱
(۳) ۲
(۴) نمی توان تعیین کرد.

آزمون ۲۰ مهر

۵۷- اگر $U = \{1, 2, 3, \dots\}$ مجموعه مرجع و A زیر مجموعه ای متناهی و B زیر مجموعه ای نامتناهی از مجموعه مرجع باشند، چه تعداد از موارد زیر همواره درست است؟

- (الف) $A \cap B$ متناهی است.
(ب) $A \cup B$ نامتناهی است.
(پ) $A - B$ متناهی است.
(ت) $A' \cap B$ نامتناهی است.
- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

آزمون ۲۰ مهر

۵۸- اگر مجموعه شمارنده های طبیعی عدد ۹۶ را مجموعه مرجع، مجموعه شمارنده های طبیعی عدد ۲۴ را مجموعه A و مجموعه B را اعداد مضرب ۳ موجود در مجموعه مرجع مفروض در نظر بگیریم، کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) $n(A \cap B) = 4$
(۲) $n(A \cap B') = 4$
(۳) $n(A' \cup B') = 10$
(۴) $n(A \cup B) = 10$

آزمون ۲۰ مهر

۵۹- در یک کلاس، نصف دانش آموزان به ورزش فوتبال، $\frac{3}{8}$ دانش آموزان به ورزش والیبال و $\frac{1}{8}$ دانش آموزان به هر دو رشته ورزشی علاقه مند هستند. اگر ۱۰ نفر به هیچ یک از این دو رشته ورزشی علاقه مند نباشند، تعداد دانش آموزانی که به هر دو رشته ورزشی علاقه مندند، کدام است؟

(۱) ۵
(۲) ۱۰
(۳) ۱۵
(۴) ۲۰

آزمون ۲۰ مهر

۶۰- بین اعداد طبیعی کوچک تر از ۲۱۱، بیست عدد وجود دارد که ویژگی L_1 را دارند ولی ویژگی L_2 را ندارند. ۱۰۰ عدد نیز، نه ویژگی L_1 را دارند نه ویژگی L_2 را. حداکثر چند عدد وجود دارند که ویژگی L_2 را دارند ولی ویژگی L_1 را ندارند؟

(۱) ۹۰
(۲) ۱۱۰
(۳) ۸۰
(۴) ۱۹۰

آزمون ۲۰ مهر

هندسه ۱ - ۱۰ سوال

۷۱- برای رسم نیمساز یک زاویه، حداقل به ترسیم چند کمان نیاز داریم؟

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

آزمون ۲۰ مهر

۷۲- اگر طول پاره خط AB برابر ۵ واحد باشد، آنگاه چند نقطه در صفحه یافت می شود که از A به فاصله ۲ واحد و از B به فاصله ۷ واحد باشد؟

- (۱) هیچ
(۲) ۱
(۳) ۲
(۴) بی شمار

۷۳- از دو سر پاره خط AB به طول ۸ سانتی متر، دو کمان به شعاع ۵ سانتی متر رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در نقطه M قطع کنند. فاصله نقطه M از پاره خط AB کدام است؟

- (۱) ۱
(۲) ۳
(۳) ۴
(۴) $\sqrt{41}$

۷۴- مثلث ABC و دایره‌ای درون آن مفروض‌اند. چند نقطه روی محیط دایره وجود دارد که از دو ضلع AB و AC به یک فاصله باشد؟

- (۱) دقیقاً یک نقطه
(۲) حداکثر یک نقطه
(۳) دقیقاً دو نقطه
(۴) حداکثر دو نقطه

۷۵- پاره خط AB به طول ۵ واحد مفروض است. اگر $1 < x < 2$ باشد، آنگاه به ازای هر مقدار x ، چند نقطه مانند M در صفحه وجود دارد به طوری که $MA = x + 2$ و $MB = 3x - 1$ باشد؟

- (۱) هیچ نقطه
(۲) یک نقطه
(۳) دو نقطه
(۴) بیش از دو نقطه

۷۶- کدام یک از گزاره‌های زیر درست است؟

- (۱) متوازی‌الاضلاعی که طول قطرهای آن ۴ و ۶ باشد، به صورت منحصربه‌فرد قابل رسم است.
(۲) مستطیلی که طول قطر آن برابر ۵ باشد، به صورت منحصربه‌فرد قابل رسم است.
(۳) لوزی‌ای که طول ضلع آن برابر ۵ و طول یکی از قطرهای آن برابر ۸ باشد، به صورت منحصربه‌فرد قابل رسم است.
(۴) با رسم عمودمنصف‌های دو وتر موازی از یک دایره، می‌توان مرکز دایره را پیدا کرد.

۷۷- چند مستطیل می‌توان رسم کرد که طول یک ضلع آن $3\sqrt{2}$ و طول قطر آن ۴ باشد؟

- (۱) صفر
(۲) ۱
(۳) ۲
(۴) بی‌شمار

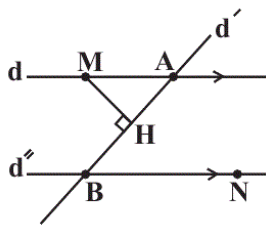
۷۸- در مثلث ABC ، اگر $\hat{B} = 50^\circ$ و عمودمنصف AC با ضلع BC ، زاویه 50° درجه بسازد، آنگاه اندازه زاویه A کدام است؟

- (۱) 90°
(۲) 100°
(۳) 110°
(۴) 105°

۷۹- در مثلث قائم‌الزاویه‌ای به اضلاع قائم ۸ و ۴، عمودمنصف وتر، امتداد ضلع کوچک‌تر را در نقطه D قطع کرده است. فاصله نقطه D از نزدیک‌ترین رأس مثلث به آن کدام است؟

- (۱) ۴
(۲) ۶
(۳) ۸
(۴) ۱۰

۸۰- در شکل زیر، از نقطه دلخواه N، خط d'' را موازی خط d رسم نموده‌ایم. محل تلاقی خط d' با این دو خط موازی را به ترتیب A و B می‌نامیم. اگر



محل برخورد عمودمنصف پاره خط AB با خط d را M بنامیم، کدام گزینه همواره صحیح است؟

(۱) AB لزوماً عمودمنصف MN است.

(۲) AB نیمساز \widehat{MBN} می‌باشد.

(۳) نقاط M و B از نقطه H به یک فاصله‌اند.

(۴) هیچ‌کدام

آزمون ۲۰ مهر

ریاضی ۱ - گواه - ۱۰ سوال

۶۱- اگر A مجموعه اعداد طبیعی فرد و B مجموعه اعداد اول باشند، کدام مجموعه متناهی و غیر تهی است؟

(۱) $A - B$

(۲) $B - A$

(۳) $A \cap B$

(۴) $A - (A \cup B)$

آزمون ۲۰ مهر

۶۲- اگر نمایش مجموعه‌های A و B به صورت بازه‌های $A = [-1, 2]$ و $B = (-3, a]$ و مجموعه $A \cap B$ غیر تهی باشد، آنگاه مجموعه تمام مقادیر ممکن برای a ، کدام است؟

(۱) $\{a \mid a \geq -1\}$

(۲) $\{a \mid -1 \leq a < 2\}$

(۳) $\{a \mid a < -3\}$

(۴) $\{a \mid -2 < a < -1\}$

آزمون ۲۰ مهر

۶۳- اگر $A = \{x \in \mathbb{R} : x > 1\}$ و $B = \{x \in \mathbb{R} : x \leq 4\}$ ، آنگاه مجموعه $(A - B) \cup (B - A)$ برابر کدام گزینه است؟

(۱) $\mathbb{R} - (1, 4]$

(۲) $\mathbb{R} - [1, 4)$

(۳) $\mathbb{R} - [1, 4]$

(۴) $\mathbb{R} - (1, 4)$

آزمون ۲۰ مهر

۶۴- اگر A و B دو مجموعه نامتناهی باشند، کدام یک از گزینه‌های زیر درباره این دو مجموعه نادرست است؟

(۱) مجموعه $A \cap B$ ممکن است نامتناهی باشد.

(۲) مجموعه $A \cup B$ لزوماً نامتناهی است.

(۳) مجموعه $A \cap B$ ممکن است متناهی باشد.

(۴) مجموعه $A - B$ لزوماً نامتناهی است.

آزمون ۲۰ مهر

۶۵- اگر A و B دو زیرمجموعه از مجموعه مرجع U باشند و $n(A) = 14$ ، $n(A \cup B) = 25$ و $A \cap B \neq \emptyset$ ، تعداد اعضای مجموعه $A \cap B$ حداکثر

چقدر است؟

(۱) ۱۱

(۲) ۱۲

(۳) ۱۳

(۴) ۱۴

آزمون ۲۰ مهر

۶۶- مجموعه A ، ۱۰ عضوی و مجموعه B ، ۵ عضوی است. اگر مجموعه $A - (A \cap B)$ ، ۷ عضوی باشد، مجموعه $A \cup B$ چند عضو دارد؟

(۱) ۷

(۲) ۱۲

(۳) ۱۳

(۴) ۱۵

آزمون ۲۰ مهر

۶۷- اگر A و B ، دو زیرمجموعه از U ، $n(A - B) = 14$ ، $n(B - A) = 12$ و $n(A \cup B) = 31$ باشد، آنگاه $n(A)$ کدام است؟

۱۹ (۲)

۱۷ (۱)

۲۳ (۴)

۲۱ (۳)

آزمون ۲۰ مهر

۶۸- اگر $A = \left\{ x \mid x \in \mathbb{R}, 3x - 1 \geq \frac{1}{2} \right\}$ ، $B = \left\{ x \mid x \in \mathbb{R}, 4x - \frac{3}{2} < 5 \right\}$ و $C = \{x \mid x \in \mathbb{W}, x - 4 \leq 0\}$ باشند، حاصل $(A \cap B) - C$ کدام است؟

$\left[\frac{1}{2}, \frac{13}{8} \right)$ (۲)

$\left[\frac{1}{2}, \frac{13}{8} \right) - \{1\}$ (۱)

$\mathbb{R} - \{0, \pm 1, \pm 2\}$ (۴)

$\mathbb{R} - \{1\}$ (۳)

آزمون ۲۰ مهر

۶۹- اجتماع دو مجموعه A و B دارای ۴۰ عضو است. مجموعه‌های $(A - B)$ و $(B - A)$ به ترتیب ۱۲ و ۱۸ عضو دارند. اگر از هر یک از مجموعه‌های A و B ، ۹ عضو برداشته شود، از مجموعه اشتراک آنها ۴ عضو کم می‌شود، تعداد عضوهای اجتماع دو مجموعه جدید کدام است؟

۲۳ (۲)

۲۲ (۱)

۲۶ (۴)

۲۴ (۳)

آزمون ۲۰ مهر

۷۰- اگر $n(A) = 18$ و $n(A \cap B) = 15$ باشد، مقدار $n(A \cap B')$ کدام است؟ (A و B زیرمجموعه‌ای از U هستند).

۵ (۲)

۳ (۱)

۹ (۴)

۷ (۳)

آزمون ۲۰ مهر

-۵۱

(علی ارجمند)

$$\begin{aligned} A - B &= [-1, 4] - (-5, 2] = (2, 4) \\ B - A &= (-5, 2] - [-1, 4] = (-5, -1) \\ \Rightarrow (A - B) \cup (B - A) &= (-5, -1) \cup (2, 4) \end{aligned}$$

بنابراین این مجموعه شامل بازه $(2, 4)$ است. (ریاضی، صفحه‌های ۱ تا ۵)

۴

۳

۲

۱

آزمون ۲۰ مهر

-۵۲

(مازیار احمدی‌نابو)

A: مجموعه مسافرانی که تاجر هستند

B: مجموعه مسافرانی که برای اولین بار سفر کرده‌اند.

$$n(A' \cap B') = n(A \cup B)' = n(U) - n(A \cup B)$$

$$= n(U) - (n(A) + n(B) - n(A \cap B)) = 72 - (23 + 12 - 8) = 45$$

(ریاضی، صفحه‌های ۸ تا ۱۳)

۴

۳

۲

۱

آزمون ۲۰ مهر

-۵۳

(امین نصرالله)

الف) مجموعه پرنده‌های موجود در کره زمین، مجموعه‌ای نامتناهی است.

ب) $\mathbb{Z} - \mathbb{N} = \{0, -1, -2, \dots\}$ نامتناهی است.

پ) از نقطه $\begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix}$ ، بی‌شمار خط می‌تواند عبور کند. بنابراین این مجموعه نامتناهی است.

ت) مجموعه اعداد حقیقی موجود در بازه $[-1, 1]$ ، بی‌شمار عضو دارد. پس این مجموعه نامتناهی است.

$$3^{-x} > \frac{1}{3} \Rightarrow 3 > 3^x \Rightarrow 1 > x$$

ث) از آنجا که x باید عددی طبیعی باشد، این مجموعه تهی بوده و متناهی شمرده می‌شود. (ریاضی، صفحه‌های ۵ تا ۷)

۴

۳

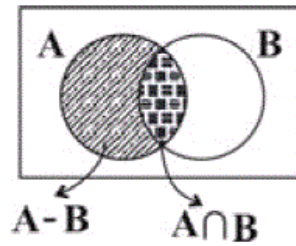
۲

۱

آزمون ۲۰ مهر

(مهسا زمانی)

$$\begin{aligned} (A \cap B) \cup (A \cap (A' \cup B')) &= (A \cap B) \cup (A - (A \cap B)) \\ &= (A \cap B) \cup (A - B) \end{aligned}$$



$$\Rightarrow (A \cap B) \cup (A - B) = A \Rightarrow A \text{ متمم} = A'$$

$$\begin{aligned} (A \cap B) \cup (A \cap (A' \cup B')) &= (A \cap B) \cup (A - B) \\ &= (A \cap B) \cup (A \cap B') = A \cap (B \cup B') \\ &= A \cap U = A \Rightarrow A \text{ متمم} = A' \end{aligned}$$

راه حل دوم:

(ریاضی، صفحه‌های ۸ تا ۱۰)

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۲۰ مهر

(مهمرب بیرایی)

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

می‌دانیم:

$$n(A \cap B) = n(U) - n(A' \cup B') = 50 - 30 = 20$$

$$n(A) = n(U) - n(A') = 50 - 20 = 30$$

$$\Rightarrow n(A \cup B) = 30 + 35 - 20 = 45$$

(ریاضی، صفحه‌های ۸ تا ۱۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون ۲۰ مهر

(امین نصرالله)

از آنجا که $m < -1$ است؛ بنابراین $m < -\frac{1}{m} < -\frac{1}{m} < -m$ است. در نتیجه:

$$\left[\frac{1}{m}, -m \right] \cap \left[m, -\frac{1}{m} \right] = \left[\frac{1}{m}, -\frac{1}{m} \right]$$

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۲۰ مهر

(مهمرب بیرایی)

همه موارد درست است.

چون A متمم است، پس $A \cap B$ و $A - B$ متمم است.چون B نامتمم است، پس $A \cup B$ نامتمم است.بنابراین $A - B = A \cap B' = A \cap (A \cup B)' = A \cap (A' \cap B) = A \cap B' = A - B$ از آنجا که B نامتمم است و A متمم است؛

(ریاضی، صفحه‌های ۵ تا ۷)

۴ ✓

۳

۲

۱

آزمون ۲۰ مهر

$U = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 32, 48, 96\}$: مجموعه مقسوم علیه‌های عدد ۹۶

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$: مجموعه مقسوم علیه‌های عدد ۲۴

$B = \{3, 6, 12, 24, 48, 96\}$: مجموعه اعداد مضرب ۳ موجود در مجموعه مرجع

$$A \cap B = \{3, 6, 12, 24\} \Rightarrow n(A \cap B) = 4$$

$$B' = \{1, 2, 4, 8, 16, 32\} \Rightarrow A \cap B' = \{1, 2, 4, 8\} \Rightarrow n(A \cap B') = 4$$

$$A' \cup B' = (A \cap B)' = \{1, 2, 4, 8, 16, 32, 48, 96\} \Rightarrow n(A' \cap B') = 8$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24, 48, 96\} \Rightarrow n(A \cup B) = 10$$

(ریاضی، صفحه‌های ۸ تا ۱۳)

۴

۳✓

۲

۱

آزمون ۲۰ مهر

(ابراهیم نبفی)

V : دانش‌آموزان علاقه‌مند به والیبال

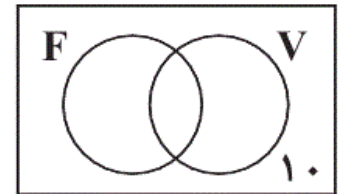
F : دانش‌آموزان علاقه‌مند به فوتبال

اگر تعداد کل دانش‌آموزان کلاس را x فرض کنیم، خواهیم داشت:

$$n(F \cup V) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x - \frac{1}{8}x = \frac{3}{4}x$$

$$n(U) - n(F \cup V) = 10 \text{ : از طرفی}$$

$$\Rightarrow x - \frac{3}{4}x = 10 \Rightarrow x = 40$$



$$\frac{1}{8}x = \frac{1}{8} \times 40 = 5 \text{ : تعداد دانش‌آموزانی که به هر دو رشته علاقه‌مندند.}$$

(ریاضی، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۴

۳

۲

۱✓

آزمون ۲۰ مهر

(میلاد منصوری)

$A = \{ \text{اعدادی که ویژگی } L_1 \text{ را دارند.} \}$

و $B = \{ \text{اعدادی که ویژگی } L_2 \text{ را دارند.} \}$ در این صورت :

ویژگی L_1 را دارند، ویژگی L_2 را ندارند. $n(A \cap B') = n(A - B) = 20$

$$n(A) - n(A \cap B) = 20$$

بنابراین:

نه ویژگی L_1 را دارند و نه ویژگی L_2 $n(U) - n(A \cup B) = 100$

$$210 - (n(A) + n(B) - n(A \cap B)) = 100$$

$$210 - (20 + n(B)) = 100 \Rightarrow n(B) = 90$$

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 90 - n(A \cap B)$$

یعنی داریم:

(ریاضی، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

که حداکثر ۹۰ عدد می‌باشد.

۴

۳

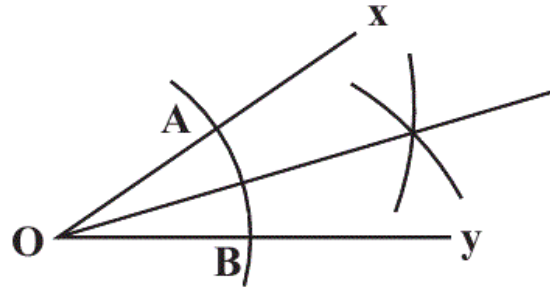
۲

۱✓

(عمیدرضا مظاهری)

کمان اول به شعاع دلخواه و به مرکز O رسم می‌شود تا نقطه‌های A و B به دست آیند.

کمان‌های دوم و سوم با شعاع‌های برابر و به طولی بزرگ‌تر از نصف طول AB و به مرکزهای A و B رسم می‌شوند تا یکدیگر را در یک نقطه قطع کنند. با وصل کردن این نقطه به O ، نیمساز زاویه xOy به دست می‌آید.



بنابراین حداقل با ترسیم سه کمان می‌توان نقطه‌ای را یافت که با وصل کردن آن به نقطه O در رأس، نیمساز زاویه xOy به دست آید.

(هنرسه ا، صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

۴

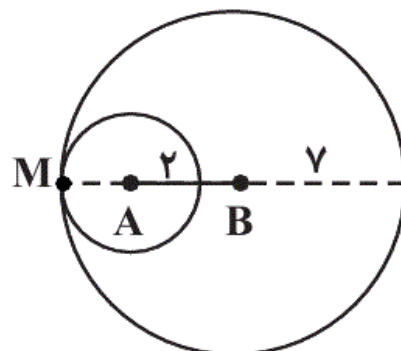
۳ ✓

۲

۱

(سینا مهمدیور)

دایره‌ای به مرکز A و به شعاع ۲ واحد و دایره‌ای به مرکز B و به شعاع ۷ واحد رسم می‌کنیم. محل تلاقی این دو دایره، جواب مسئله است.



همان طور که در شکل مشاهده می‌کنید، تنها نقطه M ویژگی‌های مذکور را دارد.

(هنرسه ا، صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

(فرشار فرامرزی)

از آنجا که M از دو سر پاره خط AB به یک فاصله است ($MA = MB$)، روی

عمودمنصف این پاره خط قرار دارد؛ بنابراین:

$$AH = BH = ۴ \text{ cm}$$

$$MH^2 = AM^2 - AH^2 = ۵^2 - ۴^2 = ۹$$

$$\Rightarrow MH = ۳$$

۴

۳

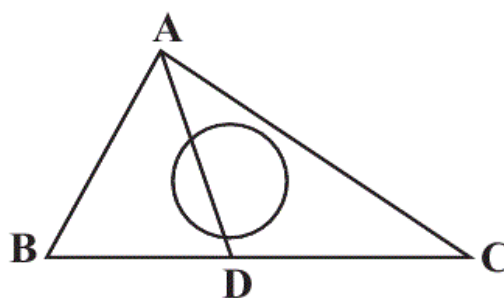
۲ ✓

۱

(علی فتح آباری)

می‌دانیم هر نقطه روی نیمساز رأس A از دو ضلع AB و AC به یک فاصله است، بنابراین تعداد نقاط برخورد نیمساز AD با دایره مفروض جواب مسئله است.

بسته به موقعیت دایره، AD می‌تواند دایره را در دو نقطه قطع کند یا در یک نقطه بر آن مماس باشد و یا اصلاً آن را قطع نکند. پس AD و دایره حداکثر در دو نقطه متقاطع‌اند.



(هندسه ۱، صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

۴ ✓

۳

۲

۱

(فشار فرامرزی)

$$MA + MB = x + 2 + 3x - 1 = 4x + 1$$

$$1 < x < 2 \Rightarrow 4 < 4x < 8 \Rightarrow 5 < 4x + 1 < 9$$

$$\Rightarrow 5 < MA + MB < 9$$

همچنین:

$$|MA - MB| = |2x - 3| \xrightarrow{1 < x < 2} |MA - MB| < 1$$

از آنجا که $|MA - MB| < AB < MA + MB$ ، پس دو نقطه مانند M در

صفحه وجود دارد.

(هندسه ا، مشابه کار در کلاس صفحه ۱۱)

۴

۳ ✓

۲

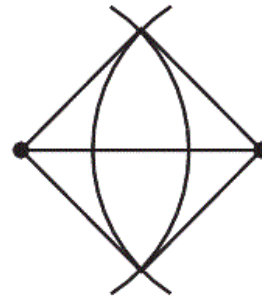
۱

آزمون ۲۰ مهر

ابتدا پاره‌خطی به اندازه طول قطر داده شده رسم می‌کنیم. سپس از دو سر قطر، دو

کمان به شعاع طول ضلع لوزی رسم کرده و نقاط برخورد دو کمان را به دو سر قطر

وصل می‌کنیم.



(هندسه ا، صفحه‌های ۱۰، ۱۱، ۱۵ و ۱۶)

۴

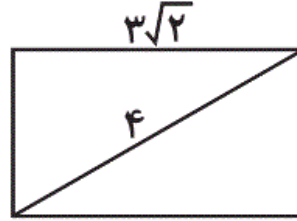
۳ ✓

۲

۱

آزمون ۲۰ مهر

قطر مستطیل، وتر مثلث قائم‌الزاویه‌ای است که رئوس آن سه رأس مستطیل است.
بنابراین همواره طول قطر مستطیل از طول اضلاع آن بیشتر است.



$$3\sqrt{2} \simeq 3 \times 1.4 = 4.2 > 4 \quad (\text{تناقض})$$

پس با معلومات فوق هیچ مستطیلی قابل رسم نیست.

(هندسه ا، صفحه‌های ۱۰، ۱۱ و ۱۶)

۴

۳

۲

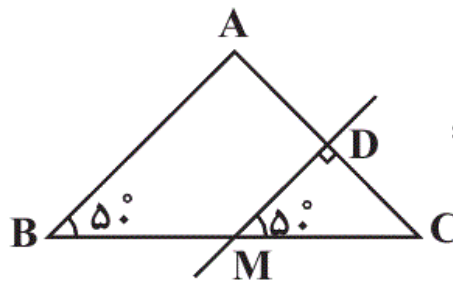
۱ ✓

آزمون ۲۰ مهر

طبق عکس قضیه خطوط موازی و مورب در مثلث ABC داریم:

$$\hat{B} = \hat{DMC} = 50^\circ \Rightarrow AB \parallel DM$$

حال طبق قضیه خطوط موازی و مورب داریم:



$$\left. \begin{array}{l} AB \parallel DM \\ \text{مورب } AC \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{A} = \hat{MDC}$$

با توجه به اینکه MD عمودمنصف پاره‌خط AC است، پس $\hat{MDC} = 90^\circ$ و در

نتیجه $\hat{A} = 90^\circ$ است.

(هندسه ا، صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۴

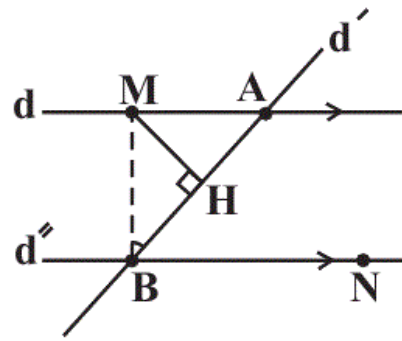
۳

۲

۱ ✓

آزمون ۲۰ مهر

با توجه به شکل داریم:



$M \Rightarrow MA = MB$ روی عمود منصف AB است.

\Rightarrow مثلث MAB متساوی الساقین است

$\Rightarrow \hat{MBH} = \hat{MAH} (*)$

از طرفی طبق قضیه خطوط موازی و مورب داریم:

$$\left. \begin{array}{l} d \parallel d'' \\ AB \text{ مورب} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{HBN} = \hat{MAH} \xrightarrow{(*)} \hat{MBH} = \hat{HBN}$$

بنابراین AB نیمساز زاویه MBN است.

(هندسه ۱، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۲۰ مهر

(سراسری انسانی فارغ از کشور - ۹۱)

۶۱-

چون همه اعداد اول به جز عدد ۲، عضو مجموعه اعداد طبیعی فرد هستند، بنابراین:

متناهی: $B - A = \{2\}$

۴

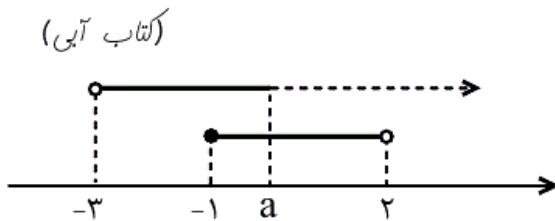
۳

۲ ✓

۱

آزمون ۲۰ مهر

نمایش هندسی دو بازه را رسم می‌کنیم.



چون اشتراک دو مجموعه غیر تهی است، پس a باید عددی بزرگتر یا مساوی -1 باشد؛ لذا $a \geq -1$.
(ریاضی، صفحه‌های ۱ تا ۷)

۴

۳

۲

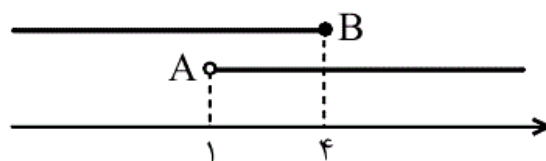
۱ ✓

آزمون ۲۰ مهر

با رسم نمودار هندسی داریم:

(کتاب آبی)

$$A = (1, +\infty) \text{ و } B = (-\infty, 4]$$



$$A - B = (1, +\infty) - (-\infty, 4] = (4, +\infty) \quad \text{لذا:}$$

$$B - A = (-\infty, 4] - (1, +\infty) = (-\infty, 1]$$

$$(A - B) \cup (B - A) = (4, +\infty) \cup (-\infty, 1] \quad \text{پس:}$$

$$= (-\infty, 1] \cup (4, +\infty) = \mathbb{R} - (1, 4]$$

تذکره ◀ توجه کنید اگر $a < b$ باشد، آنگاه:

$$(۱) \quad (-\infty, a] \cup [b, +\infty) = \mathbb{R} - (a, b)$$

$$(۲) \quad (-\infty, a) \cup (b, +\infty) = \mathbb{R} - [a, b]$$

$$(۳) \quad (-\infty, a) \cup [b, +\infty) = \mathbb{R} - [a, b)$$

$$(۴) \quad (-\infty, a] \cup (b, +\infty) = \mathbb{R} - (a, b]$$

(ریاضی، صفحه‌های ۱ تا ۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون ۲۰ مهر

(کتاب آبی)

$$\left. \begin{array}{l} \text{گزینه «۱» : } A = \mathbb{Z} \\ B = \mathbb{N} \end{array} \right\} \Rightarrow A \cap B = \mathbb{N} \rightarrow \text{نامتناهی}$$

گزینه «۲»: چون مجموعه‌های A و B نامتناهی هستند اجتماع آن‌ها که تمام اعضای A و تمام اعضای B را شامل می‌شود، مجموعه‌ای نامتناهی است.

$$\text{گزینه «۳» : } \begin{cases} A = \{\dots, -1, 0, 1, 2, 3, 4\} \\ B = \{4, 5, 6, \dots\} \end{cases} \\ \rightarrow A \cap B = \{4\} \rightarrow \text{متناهی}$$

$$\text{گزینه «۴» : } \begin{cases} A = \{3, 4, 5, \dots\} \\ B = \{4, 5, 6, \dots\} \end{cases} \\ \rightarrow A - B = \{3\} \rightarrow \text{متناهی}$$

(ریاضی، صفحه‌های ۵ تا ۷)

۴ ✓

۳

۲

۱

آزمون ۲۰ مهر

(کتاب آبی)

اشتراک دو مجموعه A و B تهی نیست و اجتماع دو مجموعه ۲۵ عضو دارد، لذا مجموعه B حداکثر ۲۵ عضو می‌تواند داشته باشد و اشتراک A و B ، حداکثر ۱۴ عضو می‌تواند داشته باشد.

(ریاضی، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۴ ✓

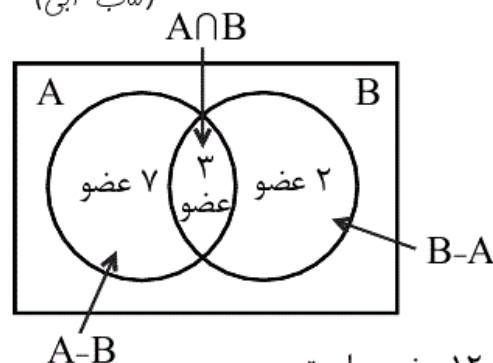
۳

۲

۱

آزمون ۲۰ مهر

(کتاب آبی)



مجموعه $A - (A \cap B) = A - B$ شامل عضوهایی است که در A وجود دارند ولی در B وجود ندارند. با توجه به ۷ عضوی بودن مجموعه $A - (A \cap B)$ و ۱۰ عضوی بودن A ، بنابراین $A \cap B$ یک مجموعه ۳ عضوی است.

پس با توجه به نمودار، مجموعه $A \cup B$ ، ۱۲ عضوی است.

$$n(A \cup B) = 7 + 3 + 2 = 12$$

(ریاضی، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۴

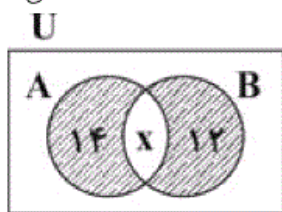
۳

۲ ✓

۱

آزمون ۲۰ مهر

(کتاب آبی - با تغییر)



نمودار ون را رسم می‌کنیم. در نمودار فرض می‌کنیم $n(A \cap B) = x$ ، بنابراین با توجه به نمودار داریم:

$$n(A \cup B) = n(A - B) + n(B - A) + n(A \cap B)$$

$$31 = 14 + 12 + x \Rightarrow x = 5 \Rightarrow n(A \cap B) = 5$$

$$n(A) = n(A - B) + n(A \cap B) = 14 + 5 = 19$$

بنابراین:

(ریاضی، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۲۰ مهر

(کتاب آبی)

$$3x - 1 \geq \frac{1}{2} \Rightarrow 3x \geq \frac{3}{2} \Rightarrow x \geq \frac{1}{2} \Rightarrow A = [\frac{1}{2}, +\infty)$$

$$4x - \frac{3}{2} < 5 \Rightarrow 4x < \frac{13}{2} \Rightarrow x < \frac{13}{8} \Rightarrow B = (-\infty, \frac{13}{8})$$

$$x - 4 \leq 0 \xrightarrow{x \in W} C = \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

$$\Rightarrow (A \cap B) - C = [\frac{1}{2}, \frac{13}{8}) - \{1\}$$

(ریاضی، صفحه‌های ۵ تا ۷)

۴

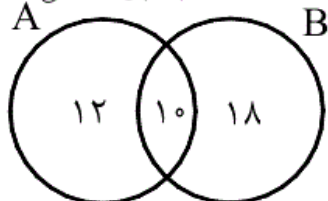
۳

۲

۱ ✓

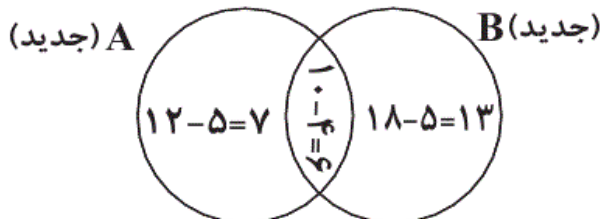
آزمون ۲۰ مهر

(سراسری انسانی - ۹۴)



چون مجموعه‌های $(B - A)$ و $(A - B)$ به ترتیب ۱۲ و ۱۸ عضو دارند و $(A \cup B)$ دارای ۴۰ عضو است؛ پس $(A \cap B)$ دارای ۱۰ عضو است. $(40 - 12 - 18 = 10)$

حال اگر از هر کدام از مجموعه‌های A و B ، ۹ عضو کم شود چون از $(A \cap B)$ ، ۴ عضو کم شده، پس از هر یک از مجموعه‌های $(A - B)$ و $(B - A)$ باید ۵ عضو کم شود.



$$\Rightarrow n(A \cup B) = 7 + 6 + 13 = 26$$

(ریاضی، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

(کتاب آبی)

-۷۰

$$n(A \cap B') = n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$$

$$= 18 - 15 = 3$$

(ریاضی، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۴

۳

۲

۱ ✓