



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

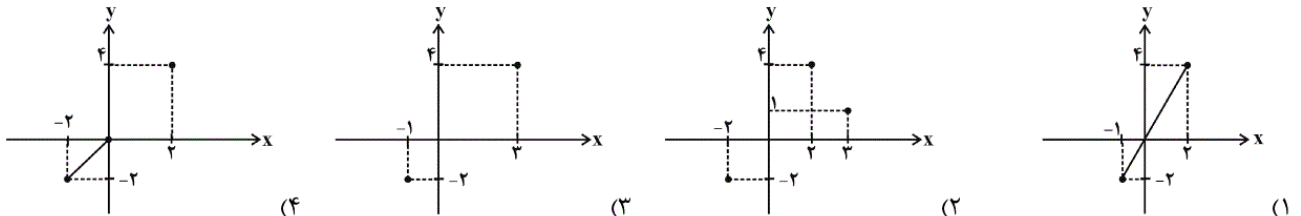
۴۱- اگر دامنه و برد تابع  $f = \{(3, -1), (1, 2), (a-b, 2), (3, a+b)\}$  هر کدام دو عضو داشته باشند، مجموع مقادیر

ممکن برای  $a$  و  $b$  کدام است؟

- (۴) صفر      (۳) -۱      (۲) -۲      (۱) -۳

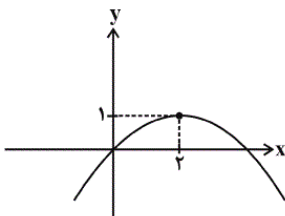
آزمون ۱۶ شهریور

۴۲- برد نمودار تابع موجود در کدام گزینه برابر  $\{-2, 4\}$  است؟



آزمون ۱۶ شهریور

۴۳- نمودار تابع درجه دوم  $f(x)$  در شکل زیر داده شده است. ضابطه آن کدام است؟



(۲)  $f(x) = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 1$

(۱)  $f(x) = -\frac{1}{4}(x-2)^2 + 1$

(۴)  $f(x) = -\frac{1}{4}(x-1)^2 + 2$

(۳)  $f(x) = -\frac{1}{4}(x-1)^2 + 2$

آزمون ۱۶ شهریور

۴۴- به چند طریق می توان ۴ مرد و ۵ زن را در یک صف قرار داد به طوری که هیچ دو زنی هم نباشند؟

- (۴) ۲۸۸۰      (۳) ۱۴۴۰      (۲) ۵۱۲      (۱) ۷۲۰

آزمون ۱۶ شهریور

۴۵- با ارقام ۰، ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ نسبت تعداد اعداد سه رقمی زوج به تعداد اعداد سه رقمی فرد که می توان ساخت کدام است؟ (تکرار ارقام در هر دو حالت مجاز نیست.)

- (۴)  $\frac{15}{8}$       (۳)  $\frac{13}{12}$       (۲)  $\frac{13}{9}$       (۱)  $\frac{3}{2}$

آزمون ۱۶ شهریور

۴۶- در چند جایگشت از حروف کلمه (computer)، حروف c، o و m در کنار هم قرار می گیرند؟

- (۴) ۴۳۲۰      (۳) ۲۱۶۰      (۲) ۱۴۴۰      (۱) ۷۲۰

آزمون ۱۶ شهریور

۴۷- با حروف کلمه (نیلوفر)، چند کلمه پنج حرفی، (بدون تکرار حروف) می توان ساخت به طوری که حرف اول هریک از کلمات نقطه دار باشد؟

۹۰ (۴)

۱۲۰ (۳)

۲۴۰ (۲)

۳۶۰ (۱)

آزمون ۱۶ شهریور

۴۸- در یک کیسه ۳ مهره آبی، ۴ مهره قرمز و ۵ مهره سبز قرار دارد. از این ظرف یکی یکی مهره ها را خارج می کنیم تا به اولین مهره قرمز برسیم. به چند

طریق حداقل یک مهره آبی از ظرف خارج کرده ایم ولی هیچ مهره سبزی خارج نکرده ایم؟

۶۴ (۴)

۶۰ (۳)

۲۸ (۲)

۱۵ (۱)

آزمون ۱۶ شهریور

۴۹- به چند طریق می توان ۳ عدد از مجموعه  $\{1, 12, 13, \dots, 20\}$  انتخاب کرد به طوری که کوچکترین عدد از ۱۵ کوچکتر باشد؟

۱۱۰ (۴)

۱۰۰ (۳)

۶۰ (۲)

۵۰ (۱)

آزمون ۱۶ شهریور

۵۰- نمودار تابع درجه دوم  $f(x) = x^2 + bx + a$  و تابع خطی  $y = -3x + a$  در نقطه ای به طول ۲ روی محور  $x$ ها متقاطع اند.  $a + b$  کدام است؟

۱ (۴)

-۱ (۳)

۲ (۲)

-۲ (۱)

آزمون ۱۶ شهریور

## ریاضی ۲ - ۱۰ سوال

۵۱- اگر فاصله نقطه  $A(1, 2)$  از خط  $ax - 4y = -1$  برابر ۲ باشد، مجموعه مقادیر ممکن برای  $a$  کدام است؟

$\left\{-2, -\frac{5}{2}\right\}$  (۴)

$\left\{-3, -\frac{5}{3}\right\}$  (۳)

$\left\{2, \frac{5}{2}\right\}$  (۲)

$\left\{3, \frac{5}{3}\right\}$  (۱)

آزمون ۱۶ شهریور

۵۲- اگر جواب های معادله درجه دومی با ضریب  $x^2$  برابر یک، به صورت  $3 \pm \sqrt{5}$  باشد، مجموع ضرایب این معادله کدام است؟

-۹ (۴)

۱۱ (۳)

۱ (۲)

-۱ (۱)

آزمون ۱۶ شهریور

۵۳- به ازای کدام مجموعه مقادیر  $m$ ، رأس سهمی  $y = x^2 + mx + m - 3$  در ناحیه چهارم محورهای مختصات واقع است؟

$-2 < m < 2$  (۴)

$m < 2$  یا  $m > 6$  (۳)

$m < 2$  (۲)

$m < 0$  (۱)

آزمون ۱۶ شهریور

۵۴- در مورد جواب های معادله  $\frac{2x}{x-1} - \frac{x+3}{x+1} = 1$  کدام گزینه درست است؟

(۴) معادله جواب ندارد.

(۳) یک جواب مثبت دارد.

(۲) دو جواب دارد.

(۱) یک جواب منفی دارد.

آزمون ۱۶ شهریور

(۱) جواب ندارد.

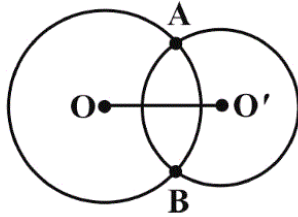
(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳

آزمون ۱۶ شهریور

۵۶- در شکل زیر دو دایره به مراکز  $O$  و  $O'$  ، یکدیگر را در نقاط  $A$  و  $B$  قطع نموده‌اند. کدام گزینه در رابطه با این شکل همواره صحیح است؟



(۱)  $OO'$  و  $AB$  عمودمنصف یکدیگرند.

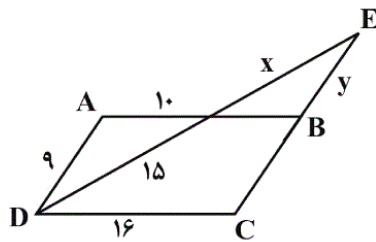
(۲)  $OO'$  ،  $AB$  را نصف می‌کند.

(۳) مثلث  $AOB$  متساوی‌الاضلاع است.

(۴)  $OO'$  ، عمودمنصف  $AB$  است.

آزمون ۱۶ شهریور

۵۷- چهارضلعی  $ABCD$  متوازی‌الاضلاع است. در این صورت  $x + y$  کدام است؟



(۱) ۱۶

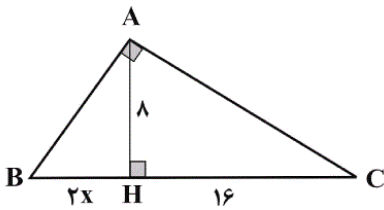
(۲)  $\frac{72}{5}$

(۳) ۱۷

(۴)  $\frac{79}{5}$

آزمون ۱۶ شهریور

۵۸- در شکل زیر زاویه  $A$  قائمه است و  $AH$  ارتفاع وارد بر وتر است. در این صورت طول  $AB$  کدام است؟



(۱) ۹

(۲)  $5\sqrt{2}$

(۳)  $8/2$

(۴)  $4\sqrt{5}$

آزمون ۱۶ شهریور

۵۹- اگر دامنه تابع  $f(x) = \frac{2x+3}{mx^2 + (m-1)x - (m+3)}$  به صورت  $R - \{\pm a\}$  باشد، مقدار  $a$  کدام است؟ ( $m \neq 0, a > 0$ )

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

آزمون ۱۶ شهریور

۶۰- مجموع عرض نقطه‌های برخورد دو تابع  $y = \sqrt{x}$  و  $y = [x]$  کدام است؟ ( $[ ]$ ، علامت جزء صحیح است.)

(۱) ۱

(۲) ۲

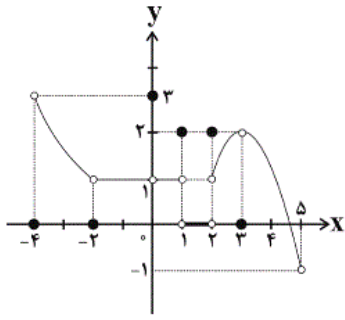
(۳) ۳

(۴) ۴

آزمون ۱۶ شهریور

ریاضی ۱ - سوالات موازی - ۱۰ سوال

۶۱- اگر مجموعه دامنه و برد تابع شکل زیر را به ترتیب  $D$  و  $R$  بنامیم، مجموع اعضای صحیح مجموعه  $D-R$  کدام است؟



(۱) -۶

(۲) -۳

(۳) صفر

(۴) ۱

آزمون ۱۶ شهریور

۶۲- با ارقام ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ چند عدد زوج چهار رقمی بزرگتر از ۲۰۰۰ می‌توان نوشت به طوری که ارقام آن غیرتکراری باشد؟

(۴) ۳۶۰

(۳) ۳۴۰

(۲) ۲۸۰

(۱) ۲۱۰

آزمون ۱۶ شهریور

۶۳- با ارقام ۰، ۲، ۵، ۶ چند عدد پنج رقمی مضرب ۲۵ می‌توان ساخت؟ (تکرار ارقام مجاز است.)

(۴) ۴۸

(۳) ۵۴

(۲) ۱۴۴

(۱) ۱۶۲

آزمون ۱۶ شهریور

۶۴- با حروف کلمه «کاطمی» چند کلمه سه حرفی شامل حرف «ک» بدون تکرار حروف می‌توان نوشت؟

(۴) ۴۸

(۳) ۳۶

(۲) ۲۴

(۱) ۱۲

آزمون ۱۶ شهریور

۶۵- چند کلمه ۵ حرفی بدون تکرار حروف با حروف کلمه (logarithm) می‌توان ساخت به طوری که حرف اول آنها صدادار باشد؟

(۴) ۹۰۷۲

(۳) ۵۰۴۰

(۲) ۱۰۵۰

(۱) ۲۱۰

آزمون ۱۶ شهریور

۶۶- در یک دوره مسابقات کشتی از بین ۷ داور ایرانی، ۴ داور ژاپنی و ۳ داور روسی به چند حالت می‌توان کمیته‌ای ۴ نفره تشکیل داد که حداقل ۲ داور ایرانی باشد؟

(۴) ۲۸۰

(۳) ۴۴۱

(۲) ۷۲۱

(۱) ۶۶۱

آزمون ۱۶ شهریور

۶۷- در جعبه‌ای ۴ مهره سفید، ۳ مهره قرمز و ۲ مهره سیاه وجود دارد. سه مهره از بین آنها انتخاب می‌کنیم. تعداد حالت‌ها در کدام یک از حالت‌های زیر از همه بیشتر است؟

(۲) حتماً مهره سیاه انتخاب شود.

(۱) فقط یکی از مهره‌ها سیاه باشد.

(۴) فقط دو تا از مهره‌ها هم‌رنگ باشند.

(۳) فقط یکی از مهره‌ها قرمز باشد.

آزمون ۱۶ شهریور

۶۸- اگر نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = -2x^2 + 1$  را ابتدا سه واحد به سمت راست و سپس یک واحد به سمت پایین انتقال دهیم. ضابطه تابع حاصل کدام است؟

$$y = 2x^2 + 4x - 3 \quad (2)$$

$$f(x) = -2x^2 + 10x - 18 \quad (1)$$

$$y = x^2 + 12x + 18 \quad (4)$$

$$f(x) = -2x^2 + 12x - 18 \quad (3)$$

آزمون ۱۶ شهریور

۶۹- نمودار  $y = \frac{1}{4}|x+1|+1$  از کدام ناحیه(های) محورهای مختصات نمی‌گذرد؟

(۴) از هر چهار ناحیه می‌گذرد.

(۳) فقط سوم

(۲) سوم و چهارم

(۱) فقط چهارم

آزمون ۱۶ شهریور

۷۰- اگر  $f(x) = \begin{cases} 3x + 2b, & x \geq -1 \\ x^2 + a, & x \leq -1 \end{cases}$  یک تابع باشد، مقدار  $a - 2b$  کدام است؟

(۴) -۲

(۳) -۴

(۲) ۳

(۱) ۴

آزمون ۱۶ شهریور

(ابراهیم نیفی)

$$f = \{(3, -1), (1, 2), (a-b, 2), (3, a+b)\}$$

باید دو عضو داشته باشد  $\rightarrow D = \{3, 1, a-b\}$  : مجموعه دامنه

$$\begin{cases} a-b=1 \\ \text{یا} \\ a-b=3 \end{cases}$$

حالت اول :  $a-b=1 : f = \{(3, -1), (1, 2), (1, 2), (3, a+b)\}$

شرط تابع بودن  $\rightarrow a+b=-1$

$$\Rightarrow \begin{cases} a-b=1 \\ a+b=-1 \end{cases} \Rightarrow a=0, b=-1$$

حالت دوم :  $a-b=3 : \{(3, -1), (1, 2), (3, 2), (3, a+b)\}$

این رابطه اصلاً تابع نیست. پس  $a-b=3$  قابل قبول نمی‌باشد.

در نتیجه فقط  $a=0$  و  $b=-1$  قابل قبول است.

$$\Rightarrow a+b=0-1=-1$$

(ریاضی ۱، تابع، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸)

۴

۳ ✓

۲

۱

برد تابع، محدوده تغییرات  $y$  را نشان می‌دهد.

در گزینه «۱» برد تابع بازه  $[-۲, ۴]$  است. پس نادرست است.

در گزینه «۲» برد تابع از سه عضو تشکیل شده است:  $\{-۲, ۱, ۴\}$ ، که

این گزینه هم نادرست است.

گزینه «۳» پاسخ درست است.

و در گزینه «۴» برد تابع اجتماع بازه  $[-۲, ۰]$  و مجموعه  $\{۴\}$  است

که نادرست است.

(ریاضی ۱، تابع، صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۰۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۱۶ شهریور

$$a(۰-۲)^۲ + ۱ = ۰ \Rightarrow a = -\frac{۱}{۴}$$

(ریاضی ۱، تابع، صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۱۶ شهریور

ابتدا ۵ زن را به ۵! طریق در یک ردیف می‌چینیم، سپس در هر مکان

موجود در بین زن‌ها، چهار مرد را به ۴! حالت می‌چینیم. بنابراین جواب

مورد نظر برابر  $۵! \times ۴!$  است. یعنی:

$$۵! \times ۴! = ۱۲۰ \times ۲۴ = ۲۸۸۰$$

(ریاضی ۱، شمارش بدون شمردن، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۳۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۱۶ شهریور



(ابراهیم نفی)

تعداد اعداد سه رقمی زوج بدون تکرار ارقام :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{حالت اول : } \boxed{5} \boxed{4} \boxed{1} \xrightarrow{\text{طبق اصل ضرب}} 20 \\ \text{فقط صفر} \uparrow \\ \text{حالت دوم : } \boxed{4} \boxed{4} \boxed{2} \xrightarrow{\text{طبق اصل ضرب}} 32 \\ \text{۴ یا ۲} \uparrow \end{array} \right. \xrightarrow{\text{اصل جمع}} 20 + 32 = 52$$

$$\text{تعداد اعداد سه رقمی فرد بدون تکرار ارقام : } \boxed{4} \boxed{4} \boxed{3} \xrightarrow{\text{طبق اصل ضرب}} 48 \\ \text{۵ یا ۳ یا ۱} \uparrow$$

$$\xrightarrow{\text{نسبت خواسته شده}} \frac{52}{48} = \frac{13}{12}$$

(ریاضی ۱، شمارش بدون شمردن، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۳۲)

۴

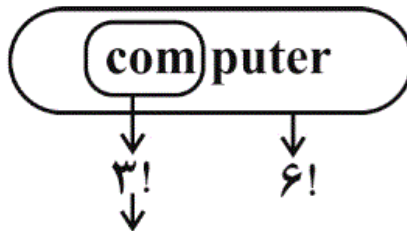
۳

۲

۱

آزمون ۱۶ شهریور

(ابراهیم نفی)



چون اشاره نشده است که  
به چه ترتیب کنار هم قرار گیرند.

$$\xrightarrow{\text{طبق اصل ضرب}} 3! \times 6! = 6 \times 720 = 4320$$

(ریاضی ۱، شمارش بدون شمردن، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۳۲)

۴

۳

۲

۱

آزمون ۱۶ شهریور

(فرد فرسی بانی)

اگر حرف اول کلمه نقطه‌دار باشد، ۳ حالت برای آن وجود دارد که یکی از حروف (ن، ی، ف) باشند.

چون تکرار حروف مجاز نیست، طبق اصل ضرب داریم:

$$3 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 = 360$$

(ریاضی، شمارش بدون شمردن، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۳۲)

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون ۱۶ شهریور

(مهرداد قایمی)

ترتیب مطلوب برای خارج کردن مهره‌ها به یکی از ۳ صورت زیر است:

$$\text{آبی} \quad \text{قرمز} \quad \text{آبی} = \binom{3}{1} \times \binom{4}{1} = 12$$

$$\text{آبی} \quad \text{قرمز} \quad \text{آبی} \quad \text{آبی} = \binom{3}{1} \times \binom{2}{1} \times \binom{4}{1} = 24$$

$$\text{آبی} \quad \text{قرمز} \quad \text{آبی} \quad \text{آبی} \quad \text{آبی} = \binom{3}{1} \times \binom{2}{1} \times \binom{1}{1} \times \binom{4}{1} = 24$$

$$\text{تعداد کل حالت‌ها} = (12 + 24 + 24) = 60$$

(ریاضی، شمارش بدون شمردن، صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون ۱۶ شهریور

(مهرداد قایمی)

اگر عدد کوچکتر، از ۱۵ کوچکتر نباشد. یعنی هر سه عدد از مجموعه  $\{15, 16, \dots, 20\}$  انتخاب شده‌اند. پس تعداد حالت‌های مطلوب برابر است با:

$$\binom{10}{3} - \binom{6}{3} = 120 - 20 = 100$$

(ریاضی، شمارش بدون شمردن، صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون ۱۶ شهریور

(مهری ملا، مفسانی)

نقطه  $(2, 0)$  روی هر دو نمودار قرار دارد. (نقطه تلاقی دو نمودار) بنابراین مختصات این نقطه در ضابطه‌ها صدق می‌کند.

$$y = -3x + a \xrightarrow{(2,0)} 0 = -6 + a \Rightarrow a = 6$$

$$f(x) = x^2 + bx + a \xrightarrow[(2,0)]{a=6} 4 + 2b + 6 = 0$$

$$\Rightarrow b = -5$$

$$\Rightarrow a + b = 6 - 5 = 1$$

(ریاضی ۱، تابع، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱

آزمون ۱۶ شهریور

(سینا ممبرپور)

بنابر فرض مساله داریم:

$$ax - 4y + 1 = 0$$

$$AH = \frac{|a(1) - 4(2) + 1|}{\sqrt{a^2 + 4^2}} \Rightarrow \frac{|a - 7|}{\sqrt{a^2 + 4^2}} = 2$$

$$\Rightarrow |a - 7| = 2\sqrt{a^2 + 16}$$

$$\Rightarrow (a - 7)^2 = 4(a^2 + 16) \Rightarrow a^2 - 14a + 49 = 4a^2 + 64$$

$$\Rightarrow 3a^2 + 14a + 15 = 0$$

$$\Rightarrow (3a + 5)(a + 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ a = -\frac{5}{3} \end{cases}$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و پیر، صفحه‌های ۱ تا ۱۰ و ۲۲ تا ۲۴)

 ۴ ۳ ۲ ۱

آزمون ۱۶ شهریور

$$\alpha = 3 + \sqrt{5}, \beta = 3 - \sqrt{5} \Rightarrow \begin{cases} S = \alpha + \beta = 6 \\ P = \alpha \cdot \beta = 4 \end{cases}$$

معادله درجه دومی که مجموع ریشه‌های آن  $S$  و حاصل ضرب ریشه‌های آن  $P$  باشد به صورت  $x^2 - Sx + P = 0$  است:

$$\begin{cases} S = 6 \\ P = 4 \end{cases} \Rightarrow x^2 - 6x + 4 = 0 \Rightarrow$$

$-1 =$  مجموع ضرایب  $\Rightarrow 1, -6, 4$  : ضرایب

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳)

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون ۱۶ شهریور

$$x = \frac{-b}{2a} \Rightarrow a \left( \frac{-b}{2a} \right)^2 + b \left( \frac{-b}{2a} \right) + c = \frac{b^2}{4a} - \frac{b^2}{2a} + c$$

$$= \frac{b^2 - 2b^2 + 4ac}{4a} = \frac{4ac - b^2}{4a} = \frac{-\Delta}{4a}$$

پس رأس سهمی نقطه‌ای است با مختصات  $\left( \frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a} \right)$  ، بنابراین

خواهیم داشت:

$$x > 0 \Rightarrow \frac{-b}{2a} > 0 \Rightarrow \frac{-m}{2} > 0 \Rightarrow m < 0$$

$$y < 0 \Rightarrow \frac{-\Delta}{4a} < 0 \Rightarrow \frac{\Delta}{4} > 0$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta}{4} > 0 \Rightarrow \Delta > 0 \Rightarrow m^2 - 4(m-3) > 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 4m + 12 > 0$$

$$\Rightarrow (m-2)^2 + 8 > 0 \Rightarrow \text{همواره برقرار است.}$$

پس جواب  $m < 0$  است.

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۴ تا ۱۸)

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون ۱۶ شهریور

(ابراهیم نبفی)

$$\frac{2x}{x-1} - \frac{x+3}{x+1} = 1 \Rightarrow \frac{2x}{x-1} - \frac{x+3}{x+1} - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{2x(x+1) - (x+3)(x-1) - (x+1)(x-1)}{(x+1)(x-1)} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{2x^2 + 2x - x^2 - 2x + 3 - x^2 + 1}{(x+1)(x-1)} = 0 \Rightarrow \frac{4}{(x+1)(x-1)} = 0$$

این تساوی امکان پذیر نیست چون می‌دانیم کسری برابر صفر است که صورتش صفر باشد در حالی که کسر بدست آمده صورتش مخالف صفر است. پس معادله جواب ندارد.

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۴)

 ۴ ۳ ۲ ۱

آزمون ۱۶ شهریور

(ایمان نخستین)

$$\sqrt{x^2 - 9} + 9 - 6x + x^2 = 0 \Rightarrow \sqrt{x^2 - 9} + (x-3)^2 = 0$$

برای آنکه مجموع دو عبارت نامنفی برابر صفر باشد، باید همزمان هر دوی آنها صفر باشند.

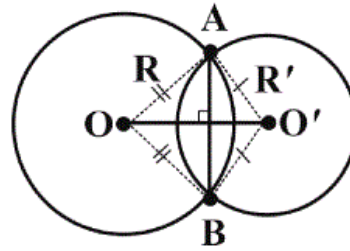
$$\begin{cases} \sqrt{x^2 - 9} = 0 \\ (x-3)^2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \pm 3 \\ x = 3 \end{cases} \Rightarrow x = 3 \text{ دارد. یک جواب دارد.}$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴)

 ۴ ۳ ۲ ۱

آزمون ۱۶ شهریور

هر نقطه‌ای که از دو سر یک پاره خط به یک فاصله باشد، روی عمود منصف آن قرار دارد.



$OA = OB = R \Rightarrow$  روی عمود منصف  $AB$  است  $O$

$O'A = O'B = R' \Rightarrow$  روی عمود منصف  $AB$  است  $O'$

بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که  $OO'$  عمود منصف  $AB$  است.

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

۴

۳

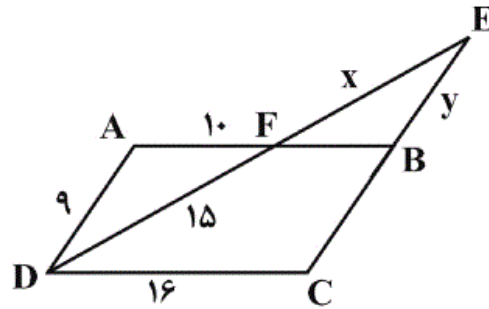
۲

۱

آزمون ۱۶ شهریور

(رهیم مشتاق نظم)

چون  $\widehat{BF} \parallel DC$  پس  $\widehat{FBE} = \widehat{C}$  و چون  $\widehat{A} = \widehat{C}$  پس  $\widehat{A} = \widehat{FBE}$  از طرفی  $BF = ۶$  است.



بنا به حالت دو زاویه  $\triangle AFD \sim \triangle BFE$  در نتیجه:

$$\frac{EF}{DF} = \frac{BE}{AD} = \frac{BF}{AF} \Rightarrow \frac{x}{15} = \frac{y}{9} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$\begin{cases} \frac{x}{15} = \frac{3}{5} \Rightarrow x = 9 \\ \frac{y}{9} = \frac{3}{5} \Rightarrow 5y = 27 \Rightarrow y = \frac{27}{5} \end{cases}$$

$$x + y = 9 + \frac{27}{5} = \frac{45 + 27}{5} = \frac{72}{5}$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۱۶ شهریور

(محمّد بصیرایی)

$$AH^2 = CH \times BH$$

$$64 = 16 \times 2x \Rightarrow x = 2$$

$$\Rightarrow BH = 2 \times 2 = 4$$

$$\Rightarrow AB^2 = BH^2 + AH^2 = 16 + 64 = 80$$

۴ ✓

۳

۲

۱

آزمون ۱۶ شهریور

(نیما سلطانی)

ریشه‌های مخرج  $a$  و  $-a$  هستند و مخرج درجه ۲ است، پس جمع ریشه‌ها یعنی  $\frac{-b'}{a'}$  برابر صفر است:

$$\frac{-(m-1)}{m} = 0 \Rightarrow m-1=0 \Rightarrow m=1$$

پس فرم کلی مخرج به صورت عبارت  $(x^2 - 4)$  است که ریشه‌های آن  $\pm 2$  است. لذا داریم:

$$\pm a = \pm 2 \xrightarrow{a>0} a = 2$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۴

۳

۲ ✓

۱

آزمون ۱۶ شهریور

(ریم مشتاق‌نظم)

دو تابع را برابر قرار می‌دهیم پس  $[x] = \sqrt{x}$ . چون سمت چپ تساوی عددی صحیح است، سمت راست تساوی نیز باید عددی صحیح باشد. از طرفی  $\sqrt{x} \geq 0$  بنابراین باید  $x$  مربع عددی حسابی باشد. قرار می‌دهیم:

$$x = n^2 \Rightarrow [n^2] = \sqrt{n^2} \Rightarrow n^2 = n$$

$$\Rightarrow n^2 - n = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 0 \Rightarrow y = [0] = 0 \\ n = 1 \Rightarrow y = [1] = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع} = 0 + 1 = 1$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

۴

۳

۲

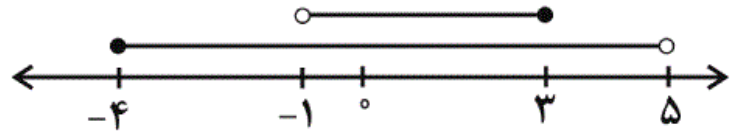
۱ ✓

آزمون ۱۶ شهریور



(ابراهیم نبفی)

$$D = [-۴, ۵) \text{ و } R = (-۱, ۳]$$



$$\Rightarrow D - R = [-۴, -۱] \cup (۳, ۵)$$

$$\Rightarrow \text{اعضای صحیح: } -۴, -۳, -۲, -۱, ۴$$

$$\Rightarrow \text{مجموع خواسته شده} = -۴ - ۳ - ۲ - ۱ + ۴ = -۶$$

(ریاضی ۱، تابع، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸)

۴

۳

۲

۱ ✓

آزمون ۱۶ شهریور

(مهمد بهیرایی)

هر عددی که رقم یکان آن زوج باشد عددی زوج است. بنابراین اصل ضرب داریم:  
تعداد اعداد زوج بزرگ‌تر از ۲۰۰۰ با رقم یکان صفر:

$$۵ \times ۵ \times ۴ \times ۱ = ۱۰۰$$

تعداد اعداد زوج بزرگ‌تر از ۲۰۰۰ با رقم یکان ۲:  $۴ \times ۵ \times ۴ \times ۱ = ۸۰$

تعداد اعداد زوج بزرگ‌تر از ۲۰۰۰ با رقم یکان ۴ یا ۶:  $۴ \times ۵ \times ۴ \times ۲ = ۱۶۰$

$$\text{طبق اصل جمع داریم: } ۱۰۰ + ۸۰ + ۱۶۰ = ۳۴۰$$

(ریاضی ۱، شمارش بدون شمردن، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶)

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون ۱۶ شهریور

(فردوس فارسی‌بانی)

عدد پنج رقمی مورد نظر اگر بخواهد مضرب ۲۵ باشد، با توجه به ارقام ۵ و ۲ و ۰ باید دو رقم سمت راست آن یکی از سه وضعیت (۰۰)، (۲۵) و یا (۵۰) باشد، رقم سمت چپ هم که صفر نمی‌تواند باشد. پس داریم:

$$۲ \times ۳ \times ۳ \times ۳ = ۵۴$$

(ریاضی ۱، شمارش بدون شمردن، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶)

۴

۳ ✓

۲

۱

آزمون ۱۶ شهریور

(ابراهیم نفی)

$$\text{حالت اول: } \begin{array}{ccc} \boxed{۱} & \boxed{۴} & \boxed{۳} \\ \uparrow & & \\ \text{حرف ک} & & \end{array} \xrightarrow{\text{طبق اصل ضرب}} ۱۲$$

$$\text{حالت دوم: } \begin{array}{ccc} \boxed{۴} & \boxed{۱} & \boxed{۳} \\ & \uparrow & \\ & \text{حرف ک} & \end{array} \xrightarrow{\text{طبق اصل ضرب}} ۱۲$$

$$\text{حالت سوم: } \begin{array}{ccc} \boxed{۴} & \boxed{۳} & \boxed{۱} \\ & & \uparrow \\ & & \text{حرف ک} \end{array} \xrightarrow{\text{طبق اصل ضرب}} ۱۲$$

$$\xrightarrow{\text{طبق اصل جمع}} ۱۲ + ۱۲ + ۱۲ = ۳۶$$

(ریاضی ۱، شمارش بدون شمردن، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۳۲)

 ۴ ۳ ۲ ۱

آزمون ۱۶ شهریور

$$\begin{aligned} 3 \times P(8, 4) &= 3 \times \frac{8!}{(8-4)!} = 3 \times \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4!} \\ &= 3 \times 1680 = 5040 \end{aligned}$$

(ریاضی ۱، شمارش بدون شمردن، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۳۲)

 ۴ ۳ ۲ ۱

آزمون ۱۶ شهریور

تعداد حالت‌هایی که حداقل ۲ داور ایرانی باشد برابر است با:

دو داویرانی و دو داور از بین داوران ژاپنی و روسی:

$$\binom{7}{2} \times \binom{7}{2} = \frac{7!}{5! \times 2!} \times \frac{7!}{5! \times 2!} = 21 \times 21$$

سه داور ایرانی و یک داور از بین داوران ژاپنی و روسی:

$$\binom{7}{3} \times \binom{7}{1} = \frac{7!}{4! \times 3!} \times 7 = 35 \times 7$$

چهار داور ایرانی:

$$\binom{7}{4} = \frac{7!}{4! \times 3!} = 35$$

$$\xrightarrow{\text{طبق اصل جمع}} 21 \times 21 + 35 \times 7 + 35$$

$$= 441 + 245 + 35 = 721$$

(ریاضی ۱، شمارش بدون شمردن، صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(ابراهیم نیفی)

$$۱) \begin{pmatrix} ۲ \\ ۱ \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} ۷ \\ ۲ \end{pmatrix} = ۲ \times ۲۱ = ۴۲$$

↓                      ↓  
یک سیاه           دو رنگ دیگر

$$۲) \begin{pmatrix} ۲ \\ ۱ \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} ۷ \\ ۲ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ۲ \\ ۲ \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} ۷ \\ ۱ \end{pmatrix} = ۲ \times ۲۱ + ۱ \times ۷ = ۴۹$$

↓                      ↓                      ↓                      ↓  
یک سیاه           دو رنگ دیگر           یا           دو تا سیاه           یک رنگ دیگر

توجه کنید چون تعداد مهره‌های سیاه مشخص نشده، پس باید از بین سه مهره، یک یا دو مهره سیاه باشد.

$$۳) \begin{pmatrix} ۳ \\ ۱ \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} ۶ \\ ۲ \end{pmatrix} = ۳ \times ۱۵ = ۴۵$$

↓                      ↓  
یکی قرمز           دو رنگ دیگر

 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۱۶ شهریور

(مهری ملا، مضانی)

-۶۸

$$y = -2x^2 + 1 \xrightarrow{\text{سه واحد به سمت راست}} y = -2(x-3)^2 + 1$$

$$\xrightarrow{\text{یک واحد به سمت پایین}} y = -2(x-3)^2 + 1 - 1 = -2(x-3)^2$$

$$y = -2(x^2 + 9 - 6x) = -2x^2 + 12x - 18$$

(ریاضی ۱، تابع، صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۷)

 ۴

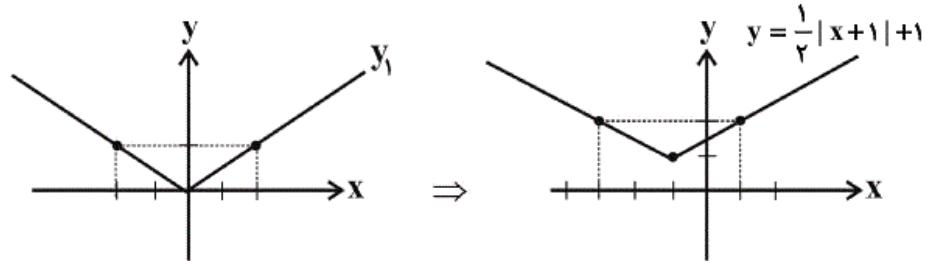
 ۳ ✓

 ۲

 ۱

آزمون ۱۶ شهریور

نمودار تابع داده شده را به کمک انتقال تابع  $y_1 = \frac{1}{2}|x|$  رسم می‌کنیم. برای این کار نمودار  $y_1$  را یک واحد به سمت چپ و سپس یک واحد به سمت بالا انتقال می‌دهیم:



همانطور که ملاحظه می‌کنید نمودار از ناحیه‌های سوم و چهارم نمی‌گذرد.

(ریاضی ۱، تابع، صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۱۶ شهریور

(مهری ملارمضانی)

$$f(-1) = 3 \times (-1) + 2b = -3 + 2b$$

$$f(-1) = (-1)^2 + a = a + 1$$

چون  $f$  تابع است:

$$\Rightarrow a + 1 = 2b - 3 \Rightarrow a - 2b = -4$$

(ریاضی ۱، تابع، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

آزمون ۱۶ شهریور