



[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir) سایت ویژه ریاضیات

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir)

ریاضی سرا در اینستاگرام:

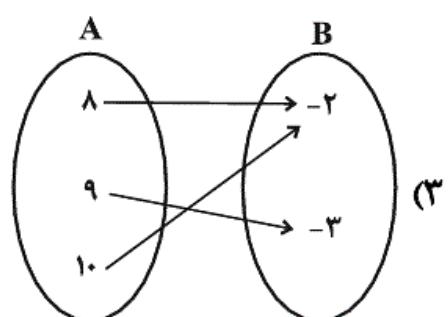
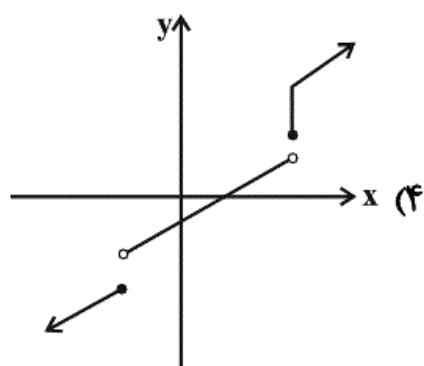


<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۵۱ - در کدام رابطه زیر  $y$  تابعی از  $x$  نیست؟

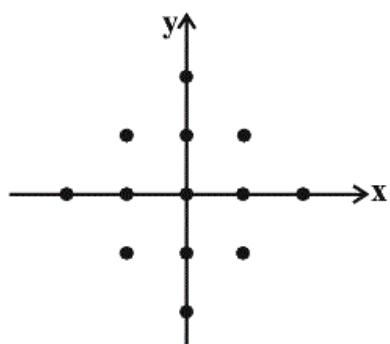
$x$	۴	۵	۶	۷	(۱)
$y$	۸	۸	۸	۸	

$$y = 2x - 4 \quad (۱)$$



شما پاسخ نداده اید

۵۲ - حداقل چند نقطه از رابطه مقابل را حذف کنیم تا به یک تابع تبدیل شود؟



۱۲ (۱)

۱۰ (۲)

۶ (۳)

۸ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۵۳ - اگر  $\{(3, x-y), (3, -1), (4x+y, -1)\}$  تابعی باشد که دامنه آن تنها یک عضو دارد،

زوج مرتب  $(5x, 5y)$  کدام است؟

(۵, ۷) (۴)

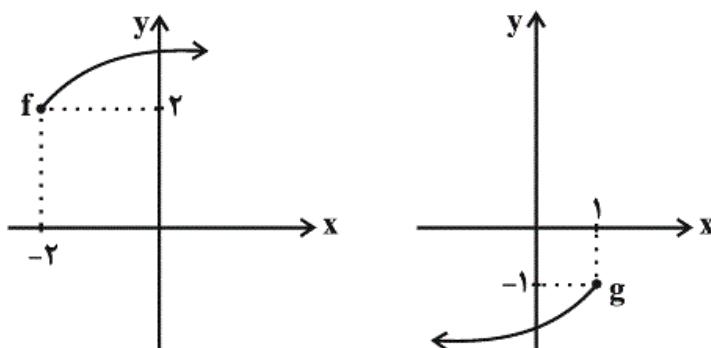
$(\frac{5}{2}, \frac{7}{2})$  (۳)

(۲, ۷) (۲)

$(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$  (۱)

شما پاسخ نداده اید

- ۵۴ - در مورد دامنه و برد توابع  $f$  و  $g$  کدام گزینه نادرست است؟ ( $D$  یعنی دامنه و  $R$  یعنی برد)



$$R_g = \{y \leq -1\}, R_f = \{y \geq 2\} \quad (1)$$

$$R_g = \{y \leq 1\}, R_f = \{y \geq -2\} \quad (2)$$

(۳) مجموعه  $\{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x \leq 1\}$  در دامنه هر دو تابع است.

$$D_g = \{x \leq 1\}, D_f = \{x \geq -2\} \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

- ۵۵ - اگر نمودار تابع خطی  $y = (n-3)x + 2n+8$  از مبدأ مختصات بگذرد، در این صورت این نمودار از

کدام یک از نقاط زیر می‌گذرد؟

$$(-1, 1) \quad (4) \quad (-1, -1) \quad (3) \quad (-1, -7) \quad (2) \quad (-1, 7) \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

- ۵۶ - در تابع خطی  $f$  داریم:  $f(-3) = 5$  و  $f(1) = -2$ ، در این صورت حاصل

است؟

$$10 \quad (4) \quad 3 \quad (3) \quad -3 \quad (2) \quad \frac{31}{4} \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

- ۵۷- استخری با ظرفیت ۵۰۰۰۰ لیتر موجود است. چنانچه ۶۰۰۰۰ لیتر از حجم استخر پر باشد و

برای پر کردن باقی مانده حجم استخر از پمپی با خروجی ۲۰۰ لیتر بر دقیقه استفاده شود. تقریباً

چند ساعت طول می‌کشد تا استخر پر شود؟

۳۱/۶) ۴

۴۱/۶) ۳

۲۶/۶) ۲

۳۶/۶) ۱

شما پاسخ نداده اید

- ۵۸- اگر طول رأس سهمی  $y = -x^2 - 2kx + 4$  باشد، مقدار عرض رأس سهمی چقدر

است؟

$\frac{19}{4}) ۴$

$\frac{17}{4}) ۳$

$\frac{3}{2}) ۲$

$\frac{3}{4}) ۱$

شما پاسخ نداده اید

- ۵۹- نمودار سهمی  $y = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 3$  از کدام ناحیه محورهای مختصات عبور می‌کند؟

۲) فقط سوم و چهارم

۱) فقط اول، سوم و چهارم

۴) هر چهار ناحیه

۳) فقط دوم، سوم و چهارم

شما پاسخ نداده اید

۶۰- اگر  $6 = \frac{x}{2} + 3y$  باشد، ماکسیمم حاصل ضرب  $xy$  کدام است؟

۳۰۰ (۴)

۱۲۰۰ (۳)

۱۵۰ (۲)

۶۰۰ (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی و آمار ۲ ، - ۱۳۹۷۰۶۰۲

۶۱- چند مورد از جملات و عبارت‌های زیر، گزاره محسوب نمی‌شوند؟

الف) ابوعلی سینا شاگرد ابوریحان بیرونی بوده است.

ب) عدد  $(\sqrt{5}-1)$  گنگ است.

پ) کاربردی‌ترین شکل در هندسه، دایره است.

ت) رنگ ماشین‌ها متغیرکیفی ترتیبی است.

ث) اگر  $x$  عددی فرد باشد آن‌گاه  $x^2$  زوج است.

ج)  $Z \not\subset R$

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۶۲- نقیض گزاره « $a$  منفی است» کدام است؟

(۱)  $a$  مثبت است.

(۲)  $a$  صفر است.

(۳)  $a$  نامنفی است.

شما پاسخ نداده اید

۶۳ - نقیض گزاره « $y < z$  یا  $x > y$ » کدام است؟

$y > x$  و  $y > z$  (۲)

$y \geq x$  یا  $y \geq z$  (۱)

$y \geq x$  و  $y \geq z$  (۴)

$y > x$  یا  $y > z$  (۳)

شما پاسخ نداده اید

۶۴ - کدام یک از گزاره های زیر همواره دارای ارزش درست است؟

$p \Rightarrow (p \wedge q)$  (۲)

$p \Rightarrow \sim q$  (۱)

$p \wedge (p \Rightarrow q)$  (۴)

$p \Rightarrow (p \vee q)$  (۳)

شما پاسخ نداده اید

۶۵ - اگر به ترتیب از  $(\sim p \wedge \sim q) \equiv F$  باشد، ارزش گزاره  $(p \Leftrightarrow q) \sim (q \Rightarrow \sim p)$  و گزاره  $(p \Leftrightarrow q) \sim (q \Rightarrow \sim p)$  نادرست باشد، ارزش گزاره  $(p \wedge q) \Rightarrow (s \vee r)$  را چه کدام است؟

(۲) درست، نادرست

(۱) نادرست، درست

(۴) درست، درست

(۳) نادرست، نادرست

شما پاسخ نداده اید

۶۶ - اگر ارزش گزاره  $(p \wedge q) \Rightarrow (s \vee r)$  و گزاره  $(\sim p \vee \sim r) \Leftrightarrow (s \wedge q)$  نادرست باشد، ارزش گزاره  $(p \wedge q) \Rightarrow (s \vee r)$  را به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

(۲) نادرست - درست

(۱) درست - نادرست

(۴) نادرست - نادرست

(۳) درست - درست

شما پاسخ نداده اید

۶۷- ارزش چند مورد از گزاره‌های زیر، نادرست است؟

الف) اگر دو عدد فرد باشند، آن‌گاه مجموع آن‌ها زوج است و برعکس.

ب)  $(1+x)$  مرکب است  $\Rightarrow (x)$  اول است

پ) [۱۹ عددی اول و فرد است]  $\vee$  [(-۱) عددی صحیح و گنگ است.]

ت)  $[(\sqrt{3} \notin \mathbb{Z}) \wedge (\frac{1}{2} > \frac{1}{3})]$  مربع کامل است.

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۰ (صفر)

شما پاسخ نداده اید

۶۸- نماد ریاضی «دو برابر جذر عددی برابر مجذور نصف آن است» کدام است؟ (عدد مورد نظر را  $x$  در

نظر بگیرید)

$$2\sqrt{x} = \left(\frac{x}{2}\right)^2 \quad (۱)$$

$$2x^2 = \sqrt{\frac{x}{2}} \quad (۲)$$

$$2x^2 = \frac{\sqrt{x}}{2} \quad (۳)$$

$$2\sqrt{x} = \frac{x^2}{2} \quad (۴)$$

شما پاسخ نداده اید

۶۹- در استدلال با قیاس استثنایی برای مثال زیر، ادامه استدلال کدام می‌تواند باشد؟

مثال: اگر دانشآموزی در آزمون سطح ۱ زبان نمره بالاتر از ۶۰ بگیرد، آن‌گاه در کلاس سطح ۲

زبان می‌تواند ثبت‌نام کند.

۱) علی در آزمون سطح ۱ زبان نمره ۷۰ گرفته است، در نتیجه می‌تواند در کلاس سطح ۲ زبان ثبت‌نام کند.

۲) علی در کلاس سطح ۲ زبان می‌تواند ثبت‌نام کند، در نتیجه در آزمون سطح ۱ زبان نمره ۷۰ گرفته است.

۳) علی در کلاس سطح ۲ زبان ثبت‌نام نکرده است، در نتیجه در آزمون سطح ۱ زبان نمره کمتر از ۶۰

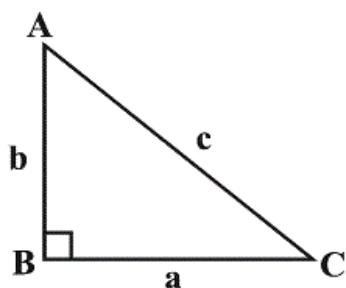
گرفته است.

۴) علی در کلاس سطح ۲ زبان ثبت‌نام نکرده است، در نتیجه در آزمون سطح ۱ زبان نمره ۶۰ گرفته است.

شما پاسخ نداده اید

-۷۰- در مثلث قائم الزاویه  $ABC$  اگر ضلع  $BC$  را  $5$  برابر کنیم، (اندازه ضلع  $AB$  ثابت باشد)

حاصل  $\sqrt{c'^2 - c^2}$  کدام است؟ ( $c'$  وتر مثلث قائم الزاویه جدید است.)



$$a\sqrt{24} \quad (1)$$

$$a\sqrt{20} \quad (2)$$

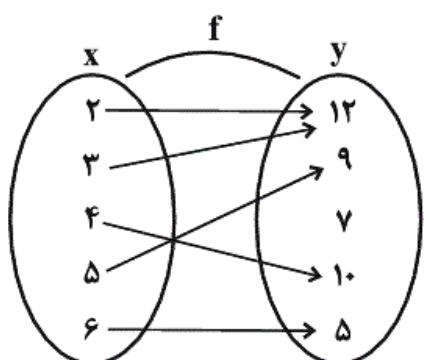
$$a\sqrt{2} \quad (3)$$

$$a\sqrt{3} \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی و آمارا-سوالات موازی ، - ۱۳۹۷۰۶۰۲

-۷۱- کدام گزینه دامنه و برد تابع  $f$  را به درستی نشان می‌دهد؟



$$\text{دامنه } \{12, 9, 10, 5\} = \text{برد } \{12, 9, 1, 5\} \quad (1)$$

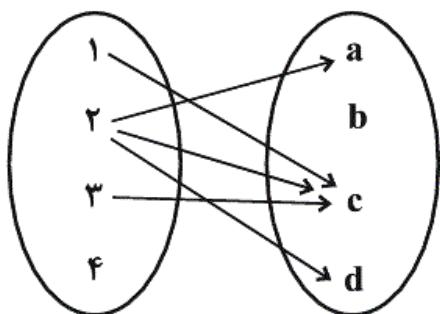
$$\text{دامنه } \{12, 7, 10, 5, 6\} = \text{برد } \{2, 3, 4, 5, 6\} \quad (2)$$

$$\text{دامنه } \{2, 3, 4, 6\} = \text{برد } \{12, 9, 10, 5, 12\} \quad (3)$$

$$\text{دامنه } \{2, 3, 4, 5, 6\} = \text{برد } \{12, 9, 10, 5\} \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

-۷۲- با حذف کدام عضوها و پیکان‌های مرتبط با آن در صورت وجود، رابطه زیر به تابع تبدیل می‌شود؟



$$c \text{ و } 4 \quad (1)$$

$$2 \text{ و } 4 \quad (2)$$

$$2 \text{ و } b \quad (3)$$

$$4 \text{ و } b \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

اگر  $A = \{3, 8, -1, 0\}$  باشد، در این صورت مجموع اعضای برد تابع  $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x-2}$  در تابع ۷۳ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲) صفر

۱ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۷۴- تابع خطی که از نقاط  $(2, 3)$  و  $(-1, 4)$  می‌گذرد، از کدام ناحیه محورهای مختصات عبور

نمی‌کند؟

۴) چهارم

۳) دوم و چهارم

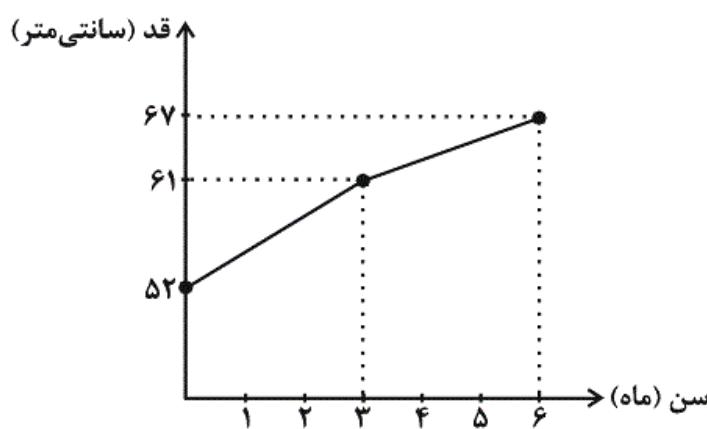
۲) سوم

۱) اول و سوم

شما پاسخ نداده اید

۷۵- نمودار مقابل طول قد یک کودک را از تولد تا ۶ ماهگی نشان می‌دهد. در سه ماهه نخست، این

کودک ماهانه چند سانتی‌متر افزایش قد خواهد داشت؟



۵  
۳ (۱)

۶ (۲)

۳ (۳)

۲ / ۵ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۷۶- اگر  $a > b$  و رابطه  $f = \{(5, 4), (2, 12), (ab, a^2 + b^2), (5, 2ab)\}$  تابع باشد، کدام است؟

$$-\sqrt{2} \quad (4)$$

$$2\sqrt{2} \quad (3)$$

$$-2\sqrt{2} \quad (2)$$

$$\sqrt{2} \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۷۷- طول یک فنر در حالتی که هیچ وزنه‌ای به آن آویزان نشده است ۷ سانتی‌متر است و بهازای هر

۵ کیلوگرم وزنه‌ای که به آن آویزان شود، نیم سانتی‌متر به طول آن افزوده می‌شود. ضابطه تابع

طول فنر  $f$  برحسب جرم آویخته شده به آن ( $m$ ) کدام است؟ ( $f$  را برحسب سانتی‌متر و  $m$  را

برحسب کیلوگرم در نظر بگیرید)

$$f(m) = 0 / 5m \quad (5)$$

$$f(m) = 0 / 5m + 7 \quad (1)$$

$$f(m) = 0 / 1m \quad (4)$$

$$f(m) = 0 / 1m + 7 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۷۸- در تابع درجه دوم  $y = 2ax^2 + 2x + 1$ ، اگر حد اکثر تابع برابر با ۲ باشد، مقدار  $a$  را بیابید؟

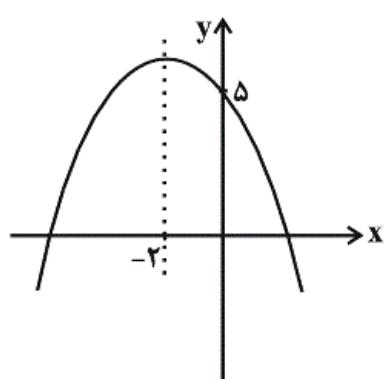
$$-2 \quad (4)$$

$$-1 \quad (3)$$

$$\frac{-2}{3} \quad (2)$$

$$-\frac{1}{2} \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید



$$y = x^2 + 4x + 4 \quad (1)$$

$$y = x^2 - 4x + 4 \quad (2)$$

$$y = -x^2 + 4x + 4 \quad (3)$$

$$y = -x^2 - 4x + 4 \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

- ۸۰- مستطیل‌هایی با ابعاد متفاوت موجود است. باریک‌ترین آن‌ها مستطیلی به عرض  $3^\circ$  و طول  $8^\circ$  می‌باشد.

بهازای هر یک واحد که به عرض آن افزوده شود ۲ واحد از طول آن کم می‌شود، بیشترین مساحت بین این

مستطیل‌ها کدام است؟

۱۴۰۰ (۴)

۱۸۵۰ (۳)

۲۲۵۰ (۲)

۲۴۵۰ (۱)

شما پاسخ نداده اید

-۵۱

(امیر زرآندوز، مفهوم تابع، صفحه‌ی ۵۶ تا ۶۵)

فقط نمودار رسم شده در گزینه (۴) تابع نیست، زیرا خطی عمودی می‌توان رسم کرد که نمودار را در بیش از یک نقطه قطع کند.

۴✓

۳

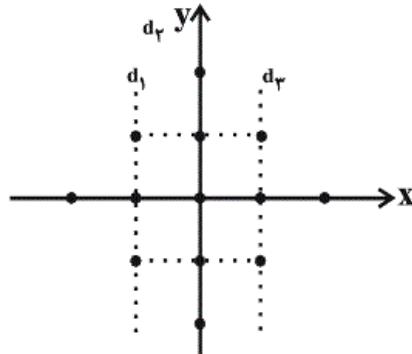
۲

۱

-۵۲

(فردراد روشنی، مفهوم تابع، صفحه‌ی ۵۶ تا ۶۵)

وقتی نمودار یک رابطه داده شده، این نمودار وقتی تابع است که اگر هر خطی موازی محور y ها رسم کنیم نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع کند. با حذف حداقل دونقطه از نقاط مشخص روی خط  $d_1$ ، حذف حداقل ۴ نقطه از نقاط مشخص روی محور y ها و حذف دو نقطه از نقاط مشخص روی خط  $d_3$  نمودار تبدیل به یک تابع خواهد شد. پس حداقل با حذف ۸ نقطه به یک تابع می‌رسیم.



۴✓

۳

۲

۱

-۵۳

(فردراد روشنی، ضابطه جبری تابع، صفحه‌ی ۶۶ تا ۷۱)

وقتی دامنه تک عضوی است، پس الزاماً برد تابع نیز تک عضوی می‌باشد.

$$f = \{(3, x-y), (3, -1), (4x+y, -1)\}$$

$$\begin{cases} 4x + y = 3 \\ x - y = -1 \end{cases}$$

$$5x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{5} \Rightarrow y = \frac{2}{5} + 1 = \frac{7}{5}$$

$$(5x, 5y) = (2, 7)$$

۴

۳

۲✓

۱

با توجه به نمودارها می‌توان این طور نوشت:

$$D_f = \{x \geq -2\} , D_g = \{x \leq 1\}$$

$$R_f = \{y \geq 2\} , R_g = \{y \leq -1\}$$

پس فقط گزینه‌ی «۲» نادرست است.

دقت کنید که مجموعه  $D = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x \leq 1\}$  در دامنه هر دو تابع قرار دارد.

۴

۳

۲✓

۱

چون نمودار تابع خطی از مبدأ مختصات می‌گذرد، لذا ضابطه تابع به فرم  $y = ax + b$  است. پس داریم:

$$2n + 8 = 0 \Rightarrow n = -4$$

حال با جایگذاری مقدار  $-4 = n$  داریم:

$$y = (-4 - 3)x \Rightarrow y = -7x$$

حال با توجه به گزینه‌ها و قرار دادن  $x = -1$  در ضابطه تابع داریم:

$$y = -7 \times (-1) = 7 \Rightarrow (-1, 7)$$

۴

۳

۲

۱✓

فرض می‌کنیم ضابطه تابع خطی به فرم  $f(x) = mx + n$  باشد، در این صورت داریم:

$$f(x) = mx + n \Rightarrow \begin{cases} f(-1) = 5 \Rightarrow m \times (-1) + n = 5 \Rightarrow -m + n = 5 & (1) \\ f(3) = -2 \Rightarrow m \times (3) + n = -2 \Rightarrow 3m + n = -2 & (2) \end{cases}$$

$$\frac{(2), (1)}{} \rightarrow m = \frac{-7}{4}, n = \frac{13}{4}$$

پس ضابطه تابع خطی به فرم  $f(x) = -\frac{7}{4}x + \frac{13}{4}$  می‌باشد.

$$f(1) = -\frac{7}{4} \times 1 + \frac{13}{4} = \frac{-7 + 13}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$f(-3) = -\frac{7}{4} \times (-3) + \frac{13}{4} = \frac{21 + 13}{4} = \frac{34}{4} = \frac{17}{2}$$

$$f(1) + f(-3) = \frac{3}{2} + \frac{17}{2} = \frac{20}{2} = 10$$

۴✓

۳

۲

۱

(امیر ورکیانی، نمودار تابع خطی، صفحه‌ی ۷۲ تا ۷۱)

ابتدا مقدار حجمی که استخراج خالی است و باید پر شود را به دست می‌آوریم که برابر

است با:

$$\text{لیتر} = ۴۴۰۰۰ - ۶۰۰۰۰ = ۳۸۰۰۰$$

حال این مقدار حجم توسط پمپی با نرخ ۲۰۰ لیتر بر دقیقه پر می‌شود. پس مدت

زمان لازم برابر است با:

$$\text{دقیقه} = \frac{۴۴۰۰۰}{۲۰۰} = ۲۲۰۰ \text{ مدت زمان لازم}$$

که اگر این مدت زمان را به ساعت تبدیل کنیم خواهیم داشت:

$$\text{ساعت} = \frac{۲۲۰۰}{۶۰} \approx ۳۶ / ۶ = \text{مدت زمان بر حسب ساعت}$$

 ۴ ۳ ۲ ۱ ✓

(امیر زر اندرز، نمودار تابع درجه ۲، صفحه‌ی ۷۹ تا ۸۰)

$$y = -x^2 - 2kx + 4$$

$$x_s = \frac{-b}{2a} \xrightarrow{x_s = \frac{1}{2}} \frac{1}{2} = \frac{-(-2k)}{2(-1)} \Rightarrow -k = \frac{1}{2} \Rightarrow k = \frac{-1}{2}$$

$$y = -x^2 - 2\left(\frac{-1}{2}\right)x + 4 \Rightarrow y = -x^2 + x + 4 \xrightarrow{x_s = \frac{1}{2}}$$

$$y_s = -\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} + 4 = -\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + 4 = \frac{-1 + 2 + 16}{4} = \frac{17}{4}$$

 ۴ ۳ ✓ ۲ ۱

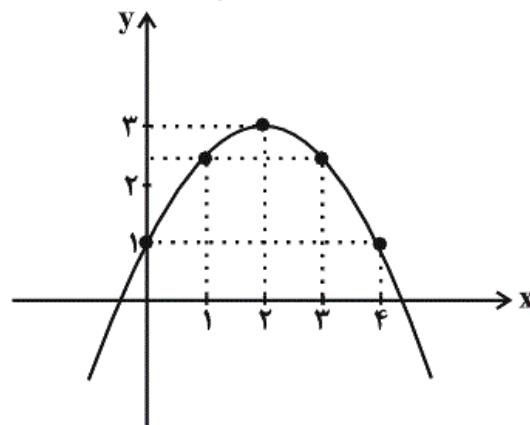
$$y = \frac{-1}{2}(x - 2)^2 + 3$$

برای رسم نمودار سه‌می، ابتدا طول و عرض رأس آن را با توجه به ضابطه تابع می‌یابیم:

(۲, ۳) : مختصات رأس

x	۰	۱	۲	۳	۴
y	۱	$\frac{5}{2}$	۳	$\frac{5}{2}$	۱

حال با توجه به جدول بالا نمودار تابع را رسم می‌کنیم:



همان‌طور که از نمودار پیداست، این نمودار از هر ۴ ناحیه محورهای مختصات عبور می‌کند.

۴ ✓

۳

۲

۱

برای بدست آوردن ماقسیمم حاصل‌ضرب  $xy$  ابتدا از رابطه  $xy = 60$  مقدار  $y$  را برحسب  $x$  به دست می‌آوریم و در تابع حاصل‌ضرب قرار می‌دهیم، سپس ماقسیمم مقدار تابع حاصل‌ضرب که یک تابع درجه دوم و برحسب  $x$  می‌شود را می‌یابیم:

$$\frac{x}{2} + 3y = 60 \Rightarrow 3y = 60 - \frac{x}{2} \Rightarrow y = \frac{60}{3} - \frac{x}{6} = 20 - \frac{x}{6} \quad (1)$$

$$S = xy \xrightarrow{(1)} S = x(20 - \frac{x}{6}) = -\frac{x^2}{6} + 20x$$

$$= \frac{-20}{2 \times (-\frac{1}{6})} = \frac{-20}{-\frac{1}{3}} = 60 = \text{طول رأس سه‌می}$$

$$S = -\frac{(60)^2}{6} + 20 \times (60) = \frac{-3600}{6} + 1200 \\ = -600 + 1200 = 600$$

۴

۳

۲

۱ ✓

(امیر ورکیانی، گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها، صفحه‌ی ۲ تا ۴)

-۶۱

می‌دانیم گزاره جمله‌ای است خبری که ارزش درست یا نادرست داشته باشد. ولی جمله‌ی (پ) قابل ارزش گذاری نیست و گزاره محسوب نمی‌شود.

 ۴✓ ۳ ۲ ۱

(فرداد روشنی، گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها، صفحه‌ی ۳ و ۴)

-۶۲

نقیض گزاره « $a$  منفی است» به صورت « $a$  منفی نیست» یا « $a$  نامنفی است» می‌باشد. دقت کنید که  $a$  مثبت است نقیض گزاره نمی‌باشد، زیرا  $\neg a = \neg\neg a$  نیز می‌تواند رخ دهد که  $\neg a = \neg\neg a$  عدد مثبت نیست.

 ۴ ۳✓ ۲ ۱

(فرداد روشنی، گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها، صفحه‌ی ۴ تا ۱۱)

-۶۳

اگر  $x > y$  گزاره  $p$  و  $y < z$  گزاره  $q$  در نظر بگیریم پس  $y < z$  یا  $x > y$  به صورت ترکیب فصلی دو گزاره می‌باشد که به صورت  $p \vee q$  می‌باشد. نقیض  $p \vee q$  با استفاده از قوانین دمورگان به صورت  $\neg p \wedge \neg q$  در می‌آید. پس هم  $p$  و هم  $q$  نقیض می‌شود، داریم:

$$p : x > y \xrightarrow{\text{نقیض}} \neg p : x \leq y$$

$$q : y < z \xrightarrow{\text{نقیض}} \neg q : y \geq z$$

 ۴✓ ۳ ۲ ۱

طبق جدول زیر داریم:

$p$	$q$	$\sim q$	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow \sim q$
T	T	F	T	T	F
T	F	T	F	T	T
F	T	F	F	T	T
F	F	T	F	F	T

$p \Rightarrow (p \vee q)$	$(p \Rightarrow q)$	$p \wedge (p \Rightarrow q)$	$p \Rightarrow (p \wedge q)$
T	T	T	T
T	F	F	F
T	T	F	T
T	T	F	T

با توجه به جدول فقط ارزش گزاره  $p \Rightarrow (p \vee q)$  همواره درست است. ۴ ۳ ۲ ۱

با استفاده از همارزی دمورگان داریم:

$$\sim(\sim p \wedge \sim q) \equiv \sim(\sim p) \vee \sim(\sim q) \equiv p \vee q \equiv F$$

ارزش  $p \vee q$  نادرست است، پس هم  $p$  و هم  $q$  هر دو ارزش نادرست دارند، بنابراین:

$$\sim(q \Rightarrow \sim p) \equiv \sim(F \Rightarrow \sim F) \equiv \sim(\underbrace{F \Rightarrow T}_{T}) \equiv F$$

$$p \Leftrightarrow q \equiv F \Leftrightarrow F \equiv T$$

 ۴ ۳ ۲ ۱از نادرستی ارزش گزاره  $(p \wedge q) \Rightarrow (s \vee r)$  نتیجه می‌گیریم که  $(p \wedge q)$  درست و $(s \vee r)$  نادرست است، لذا هم  $p$  و هم  $q$  درست است. همچنین هم  $s$  نادرستاست و هم  $r$  نادرست. بنابراین خواهیم داشت:

$$[(\sim p \vee \sim r) \Leftrightarrow (s \wedge q)] \equiv [(\sim T \vee \sim F) \Leftrightarrow (F \wedge T)]$$

$$\equiv [(\underbrace{F \vee T}_{T}) \Leftrightarrow (\underbrace{F \wedge T}_{F})] \equiv F$$

$$p \Rightarrow r \equiv T \Rightarrow F \equiv F$$

 ۴ ۳ ۲ ۱

(امیر زراندوز، گزاره‌ها و قرکیب گزاره‌ها، صفحه‌ی ۲ تا ۱۱)

آ) اگر دو عدد فرد را  $x$  و  $y$  فرض کنیم، گزاره دوشرطی را به صورت دو گزاره زیر

تبديل می‌کنیم:

$$\underbrace{\text{حاصل } y+x \text{ زوج است}}_{\substack{T \\ \text{فرض می‌کنیم}}} \Rightarrow \underbrace{\text{فرد هستند}}_{\substack{T \\ \text{فرض می‌کنیم}}}$$

$$\underbrace{\text{فرد هستند}}_{\substack{T \\ \text{فرض می‌کنیم}}} \Rightarrow \underbrace{\text{حاصل } y+x \text{ زوج است}}_{\substack{F \\ \text{فرض می‌کنیم}}}$$

کل گزاره دو شرطی، ارزش نادرست دارد.

مثالاً  $(4+8=12)$  ولی ۴ و ۸ زوج هستند.

$$\underbrace{\underbrace{\text{اول است}}_{\substack{T \\ \text{فرض می‌کنیم}}} \Rightarrow \underbrace{\text{مرکب است}}_{\substack{F \\ \text{فرض می‌کنیم}}}}_{\text{کلاً } F \text{ است}} \quad (b)$$

هر عدد اولی را با ۱ جمع کنیم به عددی زوج تبدیل می‌شود و مرکب خواهد بود ولی دقت کنید عدد اول  $2 = x$  این شرط را ندارد. پس گزاره شرطی در حالت کلی درست نیست.

(پ)

$$\underbrace{\underbrace{\text{اعداد اول و فرد است}}_{\substack{F \\ \text{فرض می‌کنیم}}} \vee \underbrace{\text{اعداد صحیح و گنگ است}}_{\substack{T \\ \text{فرض می‌کنیم}}}}_{\text{کلاً } T \text{ است}} \quad [19]$$

(ت)

$$\underbrace{\underbrace{\text{مربع کامل است}}_{\substack{F \\ \text{فرض می‌کنیم}}} \Rightarrow \underbrace{[(\sqrt{3} \notin \mathbb{Z}) \wedge (\frac{1}{2} > \frac{1}{3})]}_{\substack{T \\ \text{فرض می‌کنیم}}}}_{\text{کلاً } T \text{ است}}$$

۴
---

۳✓
----

۲
---

۱
---

(همید زرین‌کفش، استدلال ریاضی، صفحه‌ی ۱۲ و ۱۳)

اگر عدد مورد نظر را  $x$  در نظر بگیریم دو برابر جذر آن (معادل  $2\sqrt{x}$ ) که برابرمجذور نصف آن (معادل  $\frac{x}{2}$ ) است، پس داریم:

$$2\sqrt{x} = \left(\frac{x}{2}\right)^2$$

۴
---

۳
---

۲✓
----

۱
---

در قیاس استثنایی به صورت زیر استدلال می‌کنیم:

$$p \Rightarrow q$$

$$\frac{p}{(p \Rightarrow q) \wedge p} \Rightarrow q \text{ یا}$$

$$\therefore q$$

پس ادامه قیاس استثنایی مثال، گزینه (۱) «علی در آزمون سطح ۱ زبان نمره ۷۰ گرفته است، در نتیجه می‌تواند در کلاس سطح ۲ زبان ثبت‌نام کند.» است.

۴

۳

۲

۱ ✓

$$c^2 = a^2 + b^2 : \text{فیثاغورث در مثلث اولیه}$$

$$c'^2 = (5a)^2 + b^2 = 25a^2 + b^2 : \text{فیثاغورث در مثلث جدید}$$

$$\Rightarrow \sqrt{c'^2 - c^2} = \sqrt{25a^2 + b^2 - a^2 - b^2} = \sqrt{24a^2} = a\sqrt{24}$$

۴

۳

۲

۱ ✓

تابع  $f$  از مجموعه  $X$  به مجموعه  $y$  رابطه‌ای بین دو مجموعه است که در آن به هر عضو از  $X$  دقیقاً یک عضو از  $y$  نظیر شود. دامنه تابع شامل تمام اعضای مجموعه اول می‌باشد و برد تابع شامل مجموعه اعضایی است که فقط به آن‌ها پیکان وارد شده است.

دامنه  $\{2, 3, 4, 5, 6\}$

برد  $\{12, 9, 10, 5\}$

۴ ✓

۳

۲

۱

چون از عضو (۲) از مجموعه اول چند پیکان خارج شده است و شرط تابع بودن را نقض می‌کند، لذا می‌بایست این عضو حذف شود، از طرفی از تمام اعضای مجموعه اول باید پیکان خارج شود و چون از عضو ۴ پیکانی خارج نشده است این عضو نیز شرط تابع بودن را نقض می‌کند. پس با حذف عضوهای ۲ و ۴ از مجموعه اول شرط تابع بودن برآورده می‌شود.

۴

۳

۲ ✓

۱

با توجه به ضابطه تابع و دامنه تابع داریم:

$x$	$f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x-2}$
۰	$f(0) = \frac{\sqrt{0+1}}{0-2} = \frac{1}{-2} = -\frac{1}{2}$
-۱	$f(-1) = \frac{\sqrt{-1+1}}{-1-2} = \frac{\sqrt{0}}{-3} = 0$
۳	$f(3) = \frac{\sqrt{3+1}}{3-2} = \frac{\sqrt{4}}{1} = 2$
۸	$f(8) = \frac{\sqrt{8+1}}{8-2} = \frac{\sqrt{9}}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

$$\text{مجموع اعضای برد تابع} = -\frac{1}{2} + 0 + 2 + \frac{1}{2} = 2$$

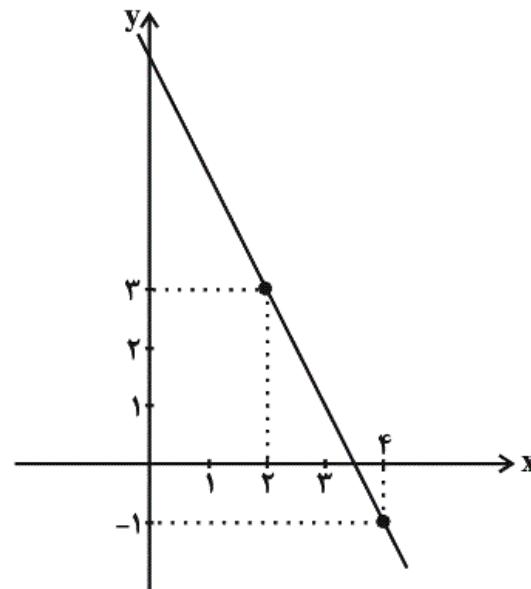
۴

۳

۲

۱ ✓

با توجه به مختصات نقاط داده شده نمودار تابع را رسم می‌کنیم:



با توجه به نمودار رسم شده، این نمودار از ناحیه سوم محورهای مختصات عبور نمی‌کند.

۴

۳

۲ ✓

۱

چون نمودار میزان افزایش در سه ماه اول یک تابع خطی است، افزایش قد از صفر تا ۳ ماه را به دست آورده و بر ۳ تقسیم می‌کنیم.

$$\text{سانتی‌متر} = \frac{۹}{۳} = ۳ = \text{افزایش ماهانه} \Rightarrow ۹ - ۵۲ = ۹$$

۴

۳ ✓

۲

۱

رابطهٔ صورت سؤال در صورتی تابع است که هیچ دو زوج مرتب متمایزی با مؤلفه‌های اول برابر در آن وجود نداشته باشد. یا به عبارت دیگر اگر هم زوج مرتب‌هایی با مؤلفه اول برابر وجود داشت در این صورت می‌باشد مؤلفه دوم آن‌ها نیز برابر باشند:

$$(5, 4) = (5, 2ab)$$

$$\Rightarrow 2ab = 4 \Rightarrow ab = 2 \quad (1) \xrightarrow{(2, 12) = (ab, a^2 + b^2)}$$

$$a^2 + b^2 = 12 \quad (2)$$

حال با توجه به اتحاد مربع دو جمله‌ای داریم:

$$(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab \Rightarrow (a - b)^2 = 12 - 2 \times 2 = 8$$

$$\Rightarrow a - b = \pm \sqrt{8} \xrightarrow{a > b} a - b = \sqrt{8} \Rightarrow a - b = 2\sqrt{2}$$

۴

۳✓

۲

۱

طول اولیهٔ فنر بدون هیچ وزنه‌ای ۷ سانتی‌متر است، پس در حقیقت به‌ازای جرم صفر مقدار تابع ۷ می‌باشد، یعنی  $f(0) = 7$  حال اگر وزنه‌ای به جرم ۵ کیلوگرم به آن اضافه کنیم افزایش طول آن  $5/0$  سانتی‌متر می‌شود پس به‌ازای هر کیلوگرم

$$\frac{0/5}{5} = 0/1$$

افزایش طول فنر برابر است با:

پس ضابطهٔ تابع طول فنر بر حسب جرم (بر حسب کیلوگرم) به صورت زیر می‌باشد.

$$f(m) = 0/1m + 7$$

۴

۳✓

۲

۱

می‌دانیم که در تابع درجه دوم  $y = ax^2 + bx + c$ ، نقطه به طول  $x = \frac{-b}{2a}$  رأس سهمی است و برای این‌که تابع حداقل داشته باشد، باید  $a > 0$  باشد. در این سؤال مختصات رأس سهمی برابر است با:

$$x = \frac{-2}{2(2a)} = \frac{-1}{2a} \quad \text{جایگذاری در تابع} \rightarrow$$

$$2a \times \left(\frac{-1}{2a}\right)^2 + 2 \times \left(\frac{-1}{2a}\right) + 1 = 2$$

$$2a \times \left(\frac{1}{4a}\right) - \frac{1}{a} - 1 = 0 \Rightarrow \frac{1}{2a} - \frac{1}{a} - 1 = 0 \Rightarrow \frac{1-2-2a}{2a} = 0$$

$$\Rightarrow -1 - 2a = 0 \Rightarrow 2a = -1 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

۴

۳

۲

۱✓

چون دهانه سهمی رو به پایین است، پس ضریب  $x^2$  باید منفی باشد. همچنین محور تقارن این سهمی خط  $x = -2$  است و محور  $y$  ها در نقطه‌ای به عرض ۵ قطع می‌کند. بنابراین:

$$y = -(x+2)^2 + c$$

$$\xrightarrow{(0, 5)} 5 = -(0+2)^2 + c \Rightarrow c = 9$$

$$\Rightarrow y = -(x+2)^2 + 9 \Rightarrow y = -x^2 - 4x + 5$$

۴✓

۳

۲

۱

چون بهازای هر ۱ واحد که به عرض اضافه می‌شود، دو واحد از طول کم می‌شود، پس ضابطه مساحت مستطیل در حالت کلی به فرم زیر است که یک تابع درجه دوم است و برای به دست آوردن حداقل مقدار آن داریم:

$$S = (30+x)(80-2x)$$

$$S = -2x^2 + 20x + 2400 \Rightarrow x = \frac{-b}{2a} = \frac{-20}{-4} = 5$$

$$S = -2 \times (5)^2 + 20 \times 5 + 2400 = -2 \times 25 + 100 + 2400 = 2450$$

۴

۳

۲

۱✓