سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درســـنامه ها و جـــزوه های ریاضـــی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

https://t.me/riazisara (@riazisara)

۴۱- اگر $\sin\alpha.\cos\alpha < 0$ و $\cos\alpha.\cot\alpha - \frac{1}{\sin\alpha} > 0$ باشد، انتهای کمان α در کدام ناحیهٔ محورهای مختصات واقع است؟

۱) اول ۲) دوم ۳) سوم ۴) چهارم

شما پاسخ نداده اید

۴۲- اگر نقطهٔ $P\left(-\frac{1}{\sqrt{7}}, -\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{7}}\right)$ محل برخورد انتهای زاویهٔ θ با دایره مثلثاتی باشد، حاصل $\tan\theta + \cot\theta$ کدام است؟

۱) $\frac{7\sqrt{7}}{6}$ ۲) $\frac{7\sqrt{6}}{6}$ ۳) $\frac{8\sqrt{6}}{7}$ ۴) $\frac{8\sqrt{7}}{7}$

شما پاسخ نداده اید

۴۳- حاصل $\sin^4 x + \cos^4 x + 2(\sin^2 x - \sin^4 x)$، کدام است؟

۱) ۱- ۲) صفر ۳) ۱ ۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۴۴- حاصل $4 + \sqrt{32} + \frac{1+3\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۳- ۳) ۱ ۴) ۱-

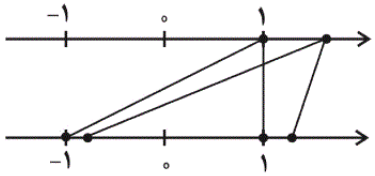
شما پاسخ نداده اید

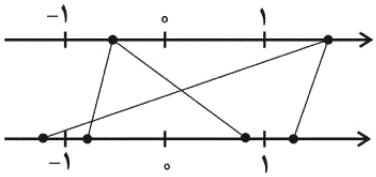
۴۵- حاصل $\frac{49^{\frac{1}{2}}}{4^{\frac{1}{2}}} \times \frac{27^{\frac{1}{3}}}{5} \times \frac{125^{\frac{1}{3}}}{7} \times \frac{(32)^{\frac{1}{5}}}{81^{\frac{1}{4}}}$ کدام است؟

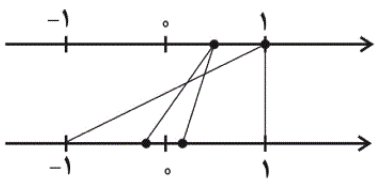
۱) ۲ ۲) ۱ ۳) $\frac{2}{7}$ ۴) $\frac{6}{7}$

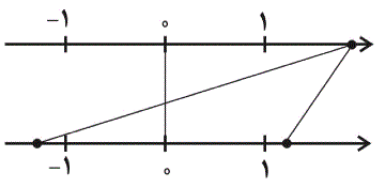
شما پاسخ نداده اید

۴۶- اگر نقاط مشخص شده روی محور پایین متناظر با ریشهٔ چهارم نقاط مشخص شده روی محور بالا باشند، کدام گزینه صحیح است؟

۱)


۲)


۳)


۴)


شما پاسخ نداده اید

۴۷- اگر $a < -1 < 0$ باشد، کدام گزینه صحیح است؟

۱) $\frac{a}{\sqrt[3]{a}} < \frac{1}{\sqrt[3]{a}} < \frac{\sqrt[3]{a}}{a}$ ۲) $\frac{a}{\sqrt[3]{a}} < \frac{\sqrt[3]{a}}{a} < \frac{1}{\sqrt[3]{a}}$ ۳) $\frac{1}{\sqrt[3]{a}} < \frac{a}{\sqrt[3]{a}} < \frac{\sqrt[3]{a}}{a}$ ۴) $\frac{1}{\sqrt[3]{a}} < \frac{\sqrt[3]{a}}{a} < \frac{a}{\sqrt[3]{a}}$

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۴۸-اگر $a=\sqrt{۳}+۲$ و $b=۷-۴\sqrt{۳}$ باشد، حاصل $\frac{a^۶b^۲+a^۴b^۳}{a+\sqrt{b}}$ کدام است؟

۱) $۲\sqrt{۳}$ ۲) $\frac{۷}{۴}$ ۳) $\frac{۷}{۲}$ ۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۴۹-حاصل عبارت $A=\frac{\sqrt{۲۵۰\sqrt[۳]{۶۴}}+\sqrt{۱۰\sqrt{۸۱}}}{\sqrt{۱۹۶۰}+\sqrt{۱۴۴۰}}$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۴}{۱۳}$ ۳) $\frac{۵}{۲۶}$ ۴) $\frac{۱۳}{۲۵}$

شما پاسخ نداده اید

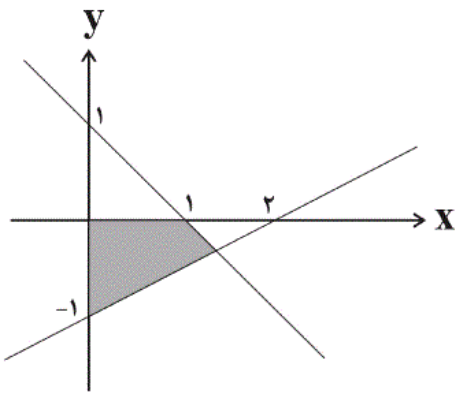
۵۰-اگر $\sqrt{x}-\frac{۱}{\sqrt{x}}=۵$ باشد، حاصل عبارت $x\sqrt{x}-\frac{۱}{x\sqrt{x}}$ کدام است؟

۱) ۱۲۰ ۲) ۲۴۵ ۳) ۸۴ ۴) ۱۴۰

شما پاسخ نداده اید

ریاضي ، ریاضي 2 ، - 13970519

۵۱-در شکل زیر، مساحت قسمت سایه زده کدام است؟



۱) $\frac{۱}{۳}$
۲) $\frac{۱}{۲}$
۳) $\frac{۲}{۳}$
۴) $\frac{۵}{۶}$

شما پاسخ نداده اید

۵۲-نقطهٔ (۶ و ۴) رأس مستطیلی است که دو ضلع آن منطبق بر دو خط به معادلات $y+x-۴=۰$ و $y-x+۲=۰$ است. نقطهٔ برخورد قطرهای مستطیل کدام است؟

۱) $(۱/۵,۲)$ ۲) $(۲/۵,۱)$ ۳) $(۳/۵,۳/۵)$ ۴) $(۲/۵,۲/۵)$

شما پاسخ نداده اید

۵۳-خط D از محل برخورد دو تابع $y=\sqrt{x}$ و $y=-x+۲$ موازی با خط D' به معادله $-x+۳y=۴$ رسم می‌شود. در این‌صورت دو خط D و D' چقدر با هم فاصله دارند؟

۱) $\frac{\sqrt{۱۰}}{۱۰}$ ۲) $\frac{\sqrt{۱۰}}{۲}$ ۳) $\sqrt{۱۰}$ ۴) $\frac{\sqrt{۱۰}}{۵}$

شما پاسخ نداده اید

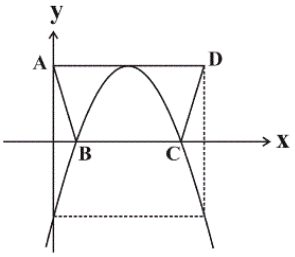
۵۴-اگر در تابع درجه دوم $y=ax^۲+۴x-۲$ رأس سهمی روی نیم‌ساز ربع اول و سوم باشد، مجموع مربع ریشه‌های معادلهٔ $ax^۲+۴x-۲=۰$ کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۱۰ ۳) ۱۲ ۴) ۱۴

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۵۵- در شکل زیر سهمی $y = -۲x^۲ + ۸x - ۶$ رسم شده است. مساحت ذوزنقهٔ متساوی‌الساقین **ABCD** کدام است؟



۱) ۸
۲) ۶
۳) ۲۴
۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۵۶- کدام سهمی به ازای تمامی مقادیر **m**، محور **x**ها را در دو طرف محور **y**ها قطع می‌کند؟

۱) $y = mx^۲ + (m-۱)x - ۴$
۲) $y = (m^۲+۱)x^۲ - ۵x + m^۲ - ۲m$
۳) $y = (m^۲+۱)x^۲ - ۲(m^۲+۱)x + ۴$
۴) $y = (m^۲+۱)x^۲ + ۴x - \sqrt{۲}$

شما پاسخ نداده اید

۵۷- معادلهٔ $(x-۲)^۲ + \sqrt{x^۳ + ۲x^۲ - mx - ۶} = ۰$ دارای جواب است. مقدار **m** کدام است؟

۱) ۶
۲) ۵
۳) ۴
۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۵۸- اگر معادلهٔ $\frac{x}{x-۱} + \frac{m}{x-۳} = \frac{۲}{۳-x}$ دارای دو ریشهٔ α و β باشد و حاصل ضرب ریشه‌ها دو برابر حاصل جمع ریشه‌ها باشد، **m** کدام است؟

۱) ۲
۲) ۴
۳) -۴
۴) -۲

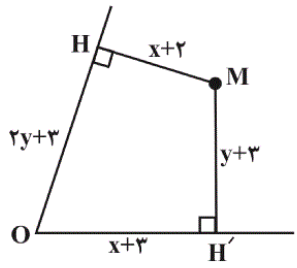
شما پاسخ نداده اید

۵۹- تعداد جواب‌های معادلهٔ $\frac{x-۵}{\sqrt{x-۱}-۲} = x-۱$ کدام است؟

۱) صفر
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۶۰- در شکل زیر نقطه **M** روی نیم‌ساز زاویهٔ **O** است. مقدار $x+y$ کدام است؟



۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴/۵
۴) ۵

شما پاسخ نداده اید

ریاضي ، ریاضي1- گواه -سوالات موازي ، - 13970519

۸۱- نقطهٔ $P\left(\frac{۲}{\sqrt{۷}}, -\sqrt{\frac{۳}{۷}}\right)$ بر روی دایرهٔ مثلثاتی زاویهٔ θ می‌سازد. $\tan\theta$ کدام است؟

۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$
۲) $-\frac{\sqrt{۳}}{۲}$
۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$
۴) $-\frac{\sqrt{۳}}{۳}$

شما پاسخ نداده اید

۸۲- کدام نامساوی زیر نادرست است؟

۱) $\sin ۵۰^\circ > \sin ۴۰^\circ$
۲) $\cos ۷۰^\circ > \cos ۸۰^\circ$
۳) $\sin ۱۷۰^\circ > \sin ۳۰^\circ$
۴) $\cos ۱۳۰^\circ < \cos ۴۰^\circ$

شما پاسخ نداده اید

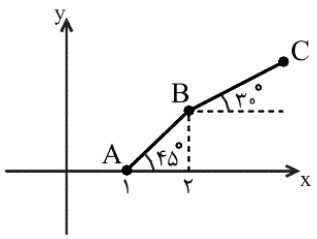
www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۸۳- زاویه‌ای که خط $\sqrt{۳}x - ۳y = ۵$ با جهت مثبت محور xها می‌سازد، چند درجه است؟

۱) ۳۰ ۲) ۴۵ ۳) ۶۰ ۴) ۷۵

شما پاسخ نداده اید

۸۴- در شکل زیر، اندازهٔ BC برابر $۲\sqrt{۳}$ است. شیب خط گذرنده از نقاط A و C کدام است؟



۱) $\frac{۱}{۴}(۱+\sqrt{۳})$

۲) $\frac{۱}{۴}(۱+\sqrt{۲})$

۳) $\frac{۱}{۲}(۱+\sqrt{۲})$

۴) $\frac{۱}{۲}(۱+\sqrt{۳})$

شما پاسخ نداده اید

۸۵- حاصل عبارت $\frac{۱+\cos\theta}{\sin^۳\theta} - \frac{۱}{\sin\theta(۱-\cos\theta)}$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) $\sin\theta$ ۴) $\cos\theta$

شما پاسخ نداده اید

۸۶- ریشهٔ سوم عدد ۱۴۸ به کدام عدد زیر نزدیک‌تر است؟

۱) ۶ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

شما پاسخ نداده اید

۸۷- حاصل $\sqrt[۵]{۳۱۲۵} - ۵\sqrt[۵]{۰/۰۰۰۳۲}$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) -۳ ۴) -۴

شما پاسخ نداده اید

۸۸- اگر $\sqrt[x]{۲} = ((((۱۶)^{\frac{۱}{۳}})^{\frac{۱}{۲}})^{\frac{۱}{۲}})^{\frac{۱}{۲}}$ باشد، مقدار x کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۹ ۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۸۹- عبارت $(x-۱)(x^۳+x^۲+x+۱)$ بر کدام عبارت بخش‌پذیر نیست؟

۱) $x^۲-۱$ ۲) $x^۲+۱$ ۳) $x^۴-۱$ ۴) $x^۴+۱$

شما پاسخ نداده اید

۹۰- حاصل عبارت $\frac{۱}{\sqrt{۱۸}+\sqrt{۲۵}} + \frac{۱}{\sqrt{۱۱}+\sqrt{۱۸}} + \frac{۱}{\sqrt{۴}+\sqrt{۱۱}}$، برابر کدام است؟

۱) $\frac{۲}{۷}$ ۲) $\frac{۳}{۷}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۷۱- خط L از نقطهٔ $A=\left(۰,\frac{\sqrt{۳}}{۳}\right)$ می‌گذرد و بر خطی که با جهت مثبت محور xها زاویهٔ ۶۰ درجه می‌سازد، عمود است. کدام یک از نقاط زیر بر روی خط L قرار دارد؟

۱) $(۴,-\sqrt{۳})$ ۲) $(۲,\sqrt{۳})$ ۳) $(۲,-\sqrt{۳})$ ۴) $(\sqrt{۳},-۲)$

شما پاسخ نداده اید

۷۲- فاصلهٔ دو نقطه روی دایرهٔ مثلثاتی که سینوس کمان متناظر با آن‌ها همواره برابر $\frac{۲}{۵}$ باشد، کدام است؟

۱) ۲ ۲) $\frac{۴}{۵}$ ۳) $\frac{\sqrt{۲۱}}{۵}$ ۴) $\frac{۲\sqrt{۲۱}}{۵}$

شما پاسخ نداده اید

۷۳- اگر $A=۳-\frac{۲\sin^۲ x}{۱+\cos x}$ ، مقداری تعریف شده باشد، حدود A کدام است؟

۱) $-۱\le A\le ۳$ ۲) $-۱< A< ۳$ ۳) $-۱\le A< ۳$ ۴) $-۱< A\le ۳$

شما پاسخ نداده اید

۷۴- اگر $\sin\theta\times\tan\theta>۰$ و $\frac{\sin\theta}{-۲+\cos\theta}<۰$ باشد، انتهای کمان θ در کدام ربع دایرهٔ مثلثاتی قرار دارد؟

۱) اول ۲) دوم ۳) سوم ۴) چهارم

شما پاسخ نداده اید

۷۵- اگر $۰<a<۱$ و $b<-۱$ باشد، آنگاه کدام گزینه نادرست است؟

۱) $a^۲>a^۳$ ۲) $\sqrt{a^{-۳}}>b^{-۲}$ ۳) $ba^۲>a$ ۴) $\frac{۱}{\sqrt{a}}>\sqrt[۳]{b^{-۳}}$

شما پاسخ نداده اید

۷۶- اگر $\sqrt[۵]{a}+۵=-۱$ و $b^۳=-۶۴$ باشد، آنگاه $\frac{a}{b}$ کدام است؟

۱) ۸ ۲) ۱۶ ۳) -۸ ۴) -۱۶

شما پاسخ نداده اید

۷۷- حاصل $\frac{(\sqrt[۳]{۶}^{(۳-\sqrt{۲})})^{(۳+\sqrt{۲})}}{\sqrt[۴]{۹}\times\sqrt{۲}}$ کدام است؟

۱) ۶ ۲) $۶\sqrt[۳]{۶}$ ۳) $۶\sqrt[۶]{۶^۵}$ ۴) $۶\sqrt[۳]{۶^۵}$

شما پاسخ نداده اید

۷۸- حاصل عبارت $A=\frac{۱}{\sqrt{۲^۶}}+۳(\sqrt{۹^{-۲}}\times\frac{۱}{\sqrt{\left(\frac{۱}{۱۶}\right)^{-۱}}})$ کدام است؟

۱) $\frac{۵}{۱۲}$ ۲) $\frac{۲۹۹}{۲۴}$ ۳) $\frac{۵}{۲۴}$ ۴) $\frac{۲۹۹}{۱۲}$

شما پاسخ نداده اید

۷۹- حاصل عبارت $\frac{\sqrt{۱۲}+۲}{۵}\times\frac{\sqrt{۵}+\sqrt{۷}+\sqrt{۹}}{\sqrt{۵}+\sqrt{۷}+\sqrt{۹}+\sqrt{۱۵}+\sqrt{۲۱}+\sqrt{۲۷}}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) $\frac{۲}{۵}$ ۳) $\frac{۳}{۵}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

شما پاسخ نداده اید

۸۰- اگر $x = \sqrt[4]{5}$ باشد، آن‌گاه حاصل $A = \sqrt[3]{\sqrt{x^6+4}-2} \times \sqrt[6]{x^6+8+4\sqrt{x^6+4}}$ کدام است؟

۱) $\sqrt[3]{10}$ ۲) ۵ ۳) $\sqrt{5}$ ۴) ۲۵

شما پاسخ نداده اید

ریاضي ، ریاضي 2 - گواه ، - 13970519

۶۱- اگر $A(-1,2)$ ، $B(3,0)$ و $C(1,-2)$ سه رأس مثلث ABC باشند، معادلهٔ ارتفاع وارد بر ضلع BC از رأس A کدام است؟

۱) $y = -x - 3$ ۲) $y = -x + 1$

۳) $y = -2x$ ۴) $y = x + 3$

شما پاسخ نداده اید

۶۲- دایره‌ای محور x ها را در دو نقطه به طول‌های ۱ و ۳ قطع کرده و مرکز آن، بر روی نیمساز ربع اول است. شعاع این دایره کدام است؟

۱) $\sqrt{3}$ ۲) ۲ ۳) $\sqrt{5}$ ۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۶۳- اگر $A(2,4)$ و $B(-4,2)$ باشد، آنگاه عمود منصف پاره‌خط AB ، محور x ها را با چه طولی قطع می‌کند؟

۱) ۱ ۲) -۱ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۶۴- در معادلهٔ درجه دوم $6x^2 + (k+1)x + k = 0$، اگر مجموع دو ریشهٔ حقیقی برابر $\frac{1}{6}$ باشد، ریشهٔ مثبت آن کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{2}{3}$ ۳) ۱ ۴) $\frac{4}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۶۵- اگر α و β ریشه‌های معادلهٔ $x(5x+3) = 2$ باشند، به ازای کدام مقدار k مجموعه جواب‌های معادلهٔ $4x^2 - kx + 25 = 0$ به صورت $\left\{\frac{1}{\alpha^2}, \frac{1}{\beta^2}\right\}$ است؟

۱) ۲۷ ۲) ۲۸ ۳) ۲۹ ۴) ۳۱

شما پاسخ نداده اید

۶۶- معادلهٔ درجه دومی که ریشه‌هایش $2 - \sqrt{4-a}$ و $2 + \sqrt{4-a}$ باشد، کدام است؟

۱) $x^2 - 4x + a = 0$ ۲) $x^2 + ax - 4 = 0$ ۳) $x^2 + 4x - a = 0$ ۴) $x^2 - ax + 4 = 0$

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۶۷- اگر یکی از جواب‌های معادلهٔ $\frac{۱۲-x}{x^۲+x}=\frac{x}{x+۱}+\frac{A}{x}$ برابر با $x=۱$ باشد، جواب دیگر آن کدام است؟

۱) ۷ ۲) ۷- ۳) ۱- ۴) ریشه دیگری ندارد.

شما پاسخ نداده اید

۶۸- جواب‌های مورد قبول معادلهٔ رادیکالی $\sqrt{x+۲}-\sqrt{۳x+۳}=۱$ چگونه‌اند؟

۱) فقط یک جواب منفی ۲) فقط یک جواب مثبت

۳) دو جواب مثبت ۴) یک جواب منفی و یک جواب مثبت

شما پاسخ نداده اید

۶۹- در چهارضلعی $ABCD$، اگر $AB=AD$ و $CB=CD$، آن‌گاه روی قطر AC چند نقطه وجود دارد که از دو رأس B و D به یک فاصله باشد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) بی‌شمار

شما پاسخ نداده اید

۷۰- در مثلث ABC، نیمساز زاویهٔ داخلی A، ضلع BC را در نقطهٔ D قطع می‌کند. از نقطهٔ D عمودهای DE و DF را به ترتیب بر اضلاع AB و AC رسم می‌کنیم. طول‌های کدام دو پاره‌خط، همواره با هم مساوی است؟

۱) CF و BE ۲) AE و CF ۳) AF و AE ۴) AF و BE

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۴۱- *(ابراهیم نجفی)*

$$۱)\ \cos\alpha.\cot\alpha-\frac{۱}{\sin\alpha}>۰\Rightarrow\cos\alpha\left(\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}\right)-\frac{۱}{\sin\alpha}>۰$$

$$\Rightarrow\frac{\cos^{۲}\alpha}{\sin\alpha}-\frac{۱}{\sin\alpha}>۰\Rightarrow\frac{\cos^{۲}\alpha-۱}{\sin\alpha}>۰$$

$$\xrightarrow{-۱\le\cos\alpha\le۱\to\cos^{۲}\alpha\le۱\to\cos\alpha^{۲}-۱\le۰}$$

$\sin\alpha<۰$ (۱) $\Rightarrow$ ناحیه‌های سوم و چهارم

$۲)\ \sin\alpha.\cos\alpha<۰\xrightarrow{(۱)}\cos\alpha>۰$ (۲) ناحیه‌های اول و چهارم

$\xrightarrow{(۱)\cap(۲)}$ انتهای کمان α در ناحیهٔ چهارم واقع است.

(ریاضی ۱، مثلثات، صفحه‌های ۳۶ تا ۴۱)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۴۲- *(ابراهیم نجفی)*

با توجه به منفی بودن علامت مؤلفه‌های اول و دوم نقطهٔ P، مشخص است که این نقطه در ناحیهٔ سوم محورهای مختصات واقع است و مختصات این نقطه در دایرهٔ مثلثاتی به صورت $(\cos\theta,\sin\theta)$ خواهد بود، بنابراین:

$$\begin{cases}\cos\theta=-\frac{۱}{\sqrt{۷}}\\ \sin\theta=-\frac{\sqrt{۶}}{\sqrt{۷}}\end{cases}\xrightarrow{\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}}\tan\theta=\frac{-\frac{\sqrt{۶}}{\sqrt{۷}}}{-\frac{۱}{\sqrt{۷}}}=\sqrt{۶}$$

$$\xrightarrow{\cot\theta=\frac{۱}{\tan\theta}}\cot\theta=\frac{۱}{\sqrt{۶}}=\frac{\sqrt{۶}}{۶}$$

$$\Rightarrow\tan\theta+\cot\theta=\sqrt{۶}+\frac{\sqrt{۶}}{۶}=\frac{۶\sqrt{۶}+\sqrt{۶}}{۶}=\frac{۷\sqrt{۶}}{۶}$$

(ریاضی ۱، مثلثات، صفحه‌های ۳۶ تا ۴۱)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۴۳ (فرنود فارسی‌جانی)

اگرطرفین رابطه $\sin^۲ x+\cos^۲ x=۱$ را به توان ۲ برسانیم، داریم:

$$(\sin^۲ x+\cos^۲ x)^۲=۱^۲$$
$$\Rightarrow \sin^۴ x+\cos^۴ x+۲\sin^۲ x\cos^۲ x=۱$$
$$\Rightarrow \sin^۴ x+\cos^۴ x=۱-۲\sin^۲ x\cos^۲ x$$
$$\underline{\sin^۴ x+\cos^۴ x=۱-۲\sin^۲ x\cos^۲ x}$$

$$۱-۲\sin^۲ x\cos^۲ x+۲(\sin^۲ x-\sin^۴ x)$$
$$=۱-۲\sin^۲ x\cos^۲ x+۲\sin^۲ x\overbrace{(۱-\sin^۲ x)}^{\cos^۲ x}$$
$$=۱-۲\sin^۲ x\cos^۲ x+۲\sin^۲ x\cos^۲ x=۱$$

(ریاضی ۱، مثلثات، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۱ ۲ ۳✓ ۴

$$=\frac{۷+۴\sqrt{۲}}{-۱}+\sqrt{۲^۵}+۴=-۷-۴\sqrt{۲}+۴\sqrt{۲}+۴=-۳$$

(ریاضی ۱، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۸)

۱ ۲✓ ۳ ۴

-۴۵ (محمد بحیرایی)

اعداد پایه‌ها را تجزیه می‌کنیم:

$$۳۲^{\frac{۱}{۵}}=\sqrt[۵]{۳۲}=۲,۱۲۵^{\frac{۱}{۳}}=\sqrt[۳]{۱۲۵}=۵$$
$$۲۷^{\frac{۱}{۳}}=\sqrt[۳]{۲۷}=۳,۴۹^{\frac{۱}{۲}}=\sqrt{۴۹}=۷$$
$$۸۱^{\frac{۱}{۴}}=\sqrt[۴]{۸۱}=۳,۴^{\frac{۱}{۲}}=\sqrt{۴}=۲$$
$$\Rightarrow \text{عبارت}=\frac{۲}{۳}\times\frac{۵}{۷}\times\frac{۳}{۵}\times\frac{۷}{۲}=۱$$

(ریاضی ۱، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۵۴ تا ۶۱)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۴۶- *(علی جعفری)*

هر عدد مثبت دارای دو ریشهٔ چهارم است که قرینهٔ یکدیگرند. پس گزینهٔ ۱ نادرست است. اعداد منفی ریشهٔ چهارم ندارند، بنابراین گزینهٔ ۲ نیز نادرست است. اندازه ریشهٔ چهارم اعدادی که در بازهٔ $(۰,۱)$ قرار دارند از خود آن اعداد بزرگ‌تر هستند، پس باید به ۱ و ۱- نزدیک‌تر باشند به همین دلیل گزینهٔ ۳ نادرست است.

(ریاضی ۱، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۴۷- *(مهرداد خاجی)*

$$x=\frac{a}{\sqrt[۳]{a}}=\sqrt[۳]{\frac{a^۳}{a}}=\sqrt[۳]{a^۲}$$

$$y=\frac{\sqrt[۳]{a}}{a}=\sqrt[۳]{\frac{a}{a^۳}}=\sqrt[۳]{\frac{۱}{a^۲}}$$

$$z=\frac{۱}{\sqrt[۳]{a}}=\sqrt[۳]{\frac{۱}{a}}$$

$$-۱<a<۰\Rightarrow ۰<a^۲<۱\Rightarrow ۰<\sqrt[۳]{a^۲}<۱\Rightarrow ۰<x<۱$$

$$۰<a^۲<۱\Rightarrow \frac{۱}{a^۲}>۱\Rightarrow \sqrt[۳]{\frac{۱}{a^۲}}>۱\Rightarrow y>۱$$

$$-۱<a<۰\Rightarrow \frac{۱}{a}<-۱\Rightarrow \sqrt[۳]{\frac{۱}{a}}<-۱\Rightarrow z<-۱$$

پس: $z<x<y$

(ریاضی ۱، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۸)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۴۸- *(مهرداد خاجی)*

$$b=۷-۴\sqrt{۳}=۴-۴\sqrt{۳}+۳=(۲-\sqrt{۳})^۲$$

$$\frac{a^۶b^۲+a^۴b^۳}{a+\sqrt{b}}=\frac{a^۴b^۲(a^۲+b)}{a+\sqrt{b}}$$

$$=\frac{(\sqrt{۳}+۲)^۴(\sqrt{۳}-۲)^۴((\sqrt{۳}+۲)^۲+(\sqrt{۳}-۲)^۲)}{(\sqrt{۳}+۲)+\sqrt{(\sqrt{۳}-۲)^۲}}$$

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۴۹- (مهرداد خاجی)

$$A=\frac{\sqrt{۲۵۰\sqrt[۳]{۶۴}}+\sqrt{۱۰\sqrt{۸۱}}}{\sqrt{۱۹۶۰}+\sqrt{۱۴۴۰}}$$

$$=\frac{(\sqrt{۲۵۰})(\sqrt[۶]{۶۴})+(\sqrt{۱۰})(\sqrt[۴]{۸۱})}{(\sqrt{۱۰})(\sqrt{۱۹۶})+(\sqrt{۱۰})\sqrt{۱۴۴}}$$

$$A=\frac{\sqrt{۱۰}(\sqrt{۵^۲}\times\sqrt[۶]{۲^۶}+\sqrt[۴]{۳^۴})}{\sqrt{۱۰}(\sqrt{۱۴^۲}+\sqrt{۱۲^۲})}=\frac{۱۰+۳}{۱۴+۱۲}=\frac{۱}{۲}$$

(ریاضی ۱، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۵۴ تا ۶۱)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۵۰- (مهدی ملارمضانی)

$$x\sqrt{x}-\frac{۱}{x\sqrt{x}}=(\sqrt{x})^۳-\frac{۱}{(\sqrt{x})^۳}$$

$$=(\sqrt{x}-\frac{۱}{\sqrt{x}})^۳+۳(\sqrt{x}-\frac{۱}{\sqrt{x}})=۵^۳+۳(۵)=۱۴۰$$

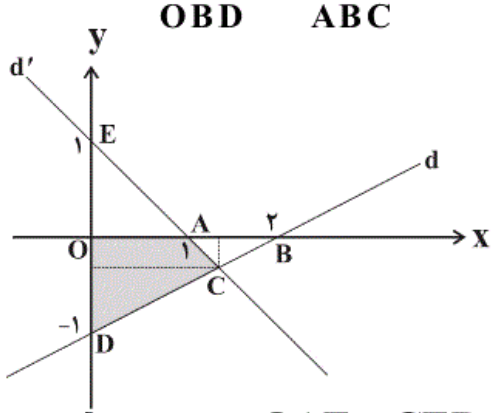
(ریاضی ۱، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۸)

۱ ۲ ۳ ۴ ✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۵۱- *(ابراهیم نجفی)*

برای به دست آوردن مساحت قسمت سایه زده می‌توانیم مساحت دو مثلث **OBD** و **ABC** را بدست آورده و در رابطه $S_{\Delta OBD} - S_{\Delta ABC}$ قرار دهیم.



یا می‌توانیم مساحت دو مثلث **CED** و **OAE** را به دست آورده و در رابطهٔ $S_{\Delta CED} - S_{\Delta OAE}$ قرار دهیم.

در هر دو صورت باید محل برخورد دو خط (نقطهٔ **C**) را بدست آوریم.

برای این منظور ابتدا باید معادلهٔ دو خط را بنویسیم:

$$\text{معادلهٔ خط } d : (۲,۰),(۰,-۱) \Rightarrow y = \frac{۰-(-۱)}{۲-۰}(x-۲)$$

$$\Rightarrow y = \frac{۱}{۲}x - ۱ \Rightarrow ۲y = x - ۲ \Rightarrow x - ۲y = ۲$$

$$\text{معادلهٔ خط } d' : (۱,۰),(۰,۱) \Rightarrow y = \frac{۰-۱}{۱-۰}(x-۱)$$

$$\Rightarrow y = -x + ۱ \Rightarrow x + y = ۱$$

۱ ۲ ۳ ۴✓

۵۲- *(خرنود فارسی‌جانی)*

این نقطه بر روی هیچ کدام از دو خط قرار ندارد، بنابراین نقطهٔ برخورد این دو خط، رأس مقابل رأس $A(۴,۶)$ را می‌دهد. بنابراین داریم:

$$\left.\begin{array}{l} y + x - ۴ = ۰ \Rightarrow y = -x + ۴ \\ y - x + ۲ = ۰ \Rightarrow y = x - ۲ \end{array}\right\} \xrightarrow[\text{این دو خط}]{\text{محل برخورد}}$$

$$-x + ۴ = x - ۲ \Rightarrow x = ۳$$

$x = ۳$ را در یکی از دو خط جای‌گذاری می‌کنیم و $y = ۱$ به دست می‌آید، پس: نقطهٔ برخورد دو خط $(۳,۱)$:

این دو رأس مقابل همدیگر می‌باشند، بنابراین نقطهٔ برخورد قطرهای مستطیل (وسط قطر)، نقطهٔ وسط پاره خطی است که از این دو نقطه می‌گذرد:

$$x = \frac{x_۱ + x_۲}{۲} = \frac{۳+۴}{۲} = \frac{۷}{۲} = ۳/۵$$

$$y = \frac{y_۱ + y_۲}{۲} = \frac{۱+۶}{۲} = \frac{۷}{۲} = ۳/۵$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۵۳ (حمید علیزاده)

$$\left.\begin{matrix} y=\sqrt{x} \\ y=-x+۲ \end{matrix}\right\} \Rightarrow -x+۲=\sqrt{x} \Rightarrow x+\sqrt{x}-۲=۰$$
$$\Rightarrow (\sqrt{x}-۱)(\sqrt{x}+۲)=۰$$

$$\begin{cases} \sqrt{x}=۱ \Rightarrow x=۱ \Rightarrow y=۱ \Rightarrow A(۱,۱) & \text{نقطهٔ برخورد دو تابع} \\ \sqrt{x}=-۲ & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

$$-x+۳y=۴ \Rightarrow y=\frac{۱}{۳}x+\frac{۴}{۳} \Rightarrow m=\frac{۱}{۳}$$
$$\Rightarrow y-۱=\frac{۱}{۳}(x-۱) \Rightarrow ۳y-۳=x-۱$$
$$\Rightarrow x-۳y+۲=۰ \quad D \text{ معادلهٔ خط}$$
$$-x+۳y=۴ \Rightarrow x-۳y+۴=۰ \quad D' \text{ معادلهٔ خط}$$

فاصلهٔ دو خط موازی $ax+by+c=۰$ و $ax+by+c'=۰$

۱) ۲) ۳) ۴) ✓

-۵۴ (سعید نصیری)

فرض کنیم رأس سهمی (α و α) باشد:

$$x=\frac{-b}{۲a} \Rightarrow \frac{-۴}{۲a}=\alpha \Rightarrow a=\frac{-۲}{\alpha}$$
$$a\alpha^۲+۴\alpha-۲=\alpha \Rightarrow \frac{-۲}{\alpha}\times\alpha^۲+۴\alpha-۲=\alpha$$
$$\Rightarrow ۴\alpha-۲\alpha-۲=\alpha$$
$$\Rightarrow \alpha=۲ \Rightarrow a=-۱$$
$$\Rightarrow \begin{cases} S=x_۱+x_۲=\frac{-۴}{-۱}=۴ \\ P=x_۱x_۲=\frac{-۲}{-۱}=۲ \end{cases} \Rightarrow x_۱^۲+x_۲^۲=S^۲-۲P=۱۲$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۸)

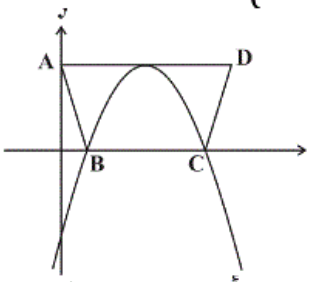
۱) ۲) ۳) ✓ ۴)

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۵۵- *(نیما سلطانی)*

نقاط B و C محل برخورد سهمی با محور xهاست (یعنی $y = ۰$) و داریم:

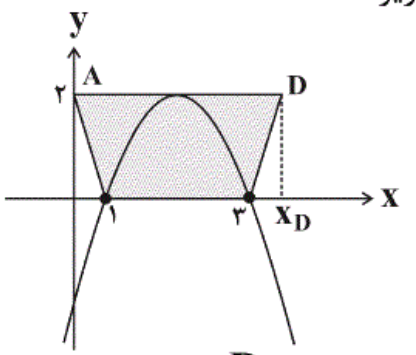
$$y = ۰ \Rightarrow ۲(-x^۲ + ۴x - ۳) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۱ \\ x = ۳ \end{cases}$$



طول رأس سهمی و عرض رأس سهمی را به دست می‌آوریم.

$$x_S = \frac{-b}{۲a} = \frac{-۸}{-۴} = ۲ \Rightarrow y_S = -۲(۴) + ۸(۲) - ۶ = ۲$$

پس عرض نقطهٔ A برابر ۲ است. به عبارت دیگر ارتفاع ذوزنقه ۲ خواهد بود (قاعدهٔ کوچک نیز برابر است با $x_C - x_B = ۳ - ۱ = ۲$) و شکل به صورت زیر است:



از شکل مشخص است نقاط D و A دارای عرض یکسان هستند، پس نسبت به رأس متقارن خواهند بود یعنی داریم:

$$x_S = \frac{x_D + ۰}{۲} \Rightarrow x_D = ۲ \times ۲ \Rightarrow x_D = ۴$$

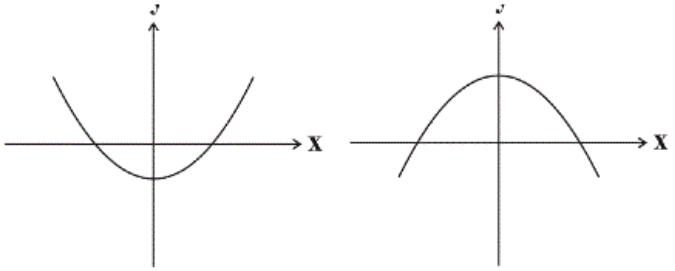
پس قاعدهٔ بزرگ ذوزنقه هم برابر ۴ است و مساحت ذوزنقه برابر است با:
(طول قاعدهٔ بزرگ $AD = x_D - ۰ = ۴ - ۰ = ۴$)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۵۶ *(ابراهیم نجفی)*

برای اینکه نمودار سهمی محور **x**ها را در دو طرف محور **y**ها قطع کند باید به عنوان نمونه نمودار آن به یکی از صورت‌های زیر باشد:



با توجه به نمودارهای فوق مشخص است که یکی از ریشه‌های (صفرهای) تابع مثبت و دیگری منفی است و این یعنی ضرب دو ریشه حتماً منفی خواهد بود بنابراین باید در سهمی داده شده مقدار $\frac{c}{a}$ منفی باشد. از طرفی اگر $\frac{c}{a}<0$ باشد Δ همواره مثبت است و معادله حتماً دو ریشه دارد.

$$۱)\ y = mx^۲ + (m-۱)x - ۴ \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{-۴}{m}$$

این عبارت تنها زمانی منفی است که $m>0$ باشد.

$$۲)\ y = (m^۲+۱)x^۲ - ۵x + m^۲ - ۲m \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{m^۲-۲m}{m^۲+۱}$$

با توجه به مثبت بودن $m^۲+۱$، عبارت تنها زمانی منفی است که $m^۲-۲m<0$ باشد و این زمانی است که $0<m<2$

$$۳)\ y = (m^۲+۱)x^۲ - ۲(m^۲+۱)x + ۴ \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{۴}{m^۲+۱}$$

این عبارت همواره مثبت است.

$$۴)\ y = (m^۲+۱)x^۲ + ۴x - \sqrt{۲} \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{-\sqrt{۲}}{m^۲+۱}$$

این عبارت همواره منفی است.

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۸)

---

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۵۷ *(نیما سلطانی)*

$(x-۲)^۲$ و $\sqrt{x^۳+۲x^۲-mx-۶}$ دو عبارت نامنفی (مثبت یا صفر) هستند و جمع چند عبارت نامنفی زمانی صفر می‌شود که تمامی آن‌ها همزمان صفر شوند. $(x-۲)^۲$ تنها دارای ریشهٔ $x=۲$ است و چون معادله پاسخ دارد، این ریشه عبارت دیگر را هم صفر می‌کند. یعنی $x=۲$ باید در عبارت دیگر صدق کند و داریم:

$$\xrightarrow{x=۲} \sqrt{x^۳+۲x^۲-mx-۶}=۰$$

$$\Rightarrow ۸+۸-۲m-۶=۰ \Rightarrow ۱۰-۲m=۰ \Rightarrow m=۵$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴)

۱ ۲✓ ۳ ۴

$$x^۲-۳x+mx-m+۲x-۲=۰$$

$$\Rightarrow x^۲+(m-۱)x-m-۲=۰ \Rightarrow \begin{cases} S=-\frac{b}{a}=۱-m \\ P=\frac{c}{a}=-m-۲ \end{cases}$$

$$P=۲S \Rightarrow -m-۲=۲(۱-m)$$

$$\Rightarrow -m-۲=۲-۲m \Rightarrow m=۴$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۴)

۱ ۲✓ ۳ ۴

-۵۹ *(مهرداد خاجی)*

ابتدا حدود x را به دست می‌آوریم.

$$\begin{cases} x-۱ \geq ۰ \\ \sqrt{x-۱} \neq ۲ \end{cases} \Rightarrow x \in [۱,+\infty)-\{۵\}$$

طرف چپ معادله را گویا می‌کنیم:

$$\frac{x-۵}{\sqrt{x-۱}-۲} \times \frac{\sqrt{x-۱}+۲}{\sqrt{x-۱}+۲} = \frac{(x-۵)(\sqrt{(x-۱)}+۲)}{x-۵} = \sqrt{x-۱}+۲$$

حال به حل معادله می‌پردازیم:

$$\sqrt{x-۱}+۲=(x-۱) \Rightarrow (x-۱)-\sqrt{x-۱}-۲=۰$$

$$\xrightarrow{\sqrt{x-۱}=A} A^۲-A-۲=۰ \Rightarrow (A-۲)(A+۱)=۰$$

$$\begin{cases} A=۲ \\ A=-۱ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x-۱}=۲ \Rightarrow x=۵ & \text{غیرقابل قبول} \\ \sqrt{x-۱}=-۱ & \text{غیرقابل قبول} \end{cases}$$

با توجه به حدود x، $x=۵$ نیز قابل قبول نیست. پس معادله جواب ندارد.

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۴)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۶۰ (محمد بحیرایی)

هر نقطه روی نیم‌ساز زاویهٔ O از دو ضلع زاویه به یک فاصله است. همچنین دو مثلث OHM و $OH'M$ هم‌نهشتند. پس $OH = OH'$ در نتیجه:

$$\begin{cases} x+۲ = y+۳ \\ ۲y+۳ = x+۳ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-y = ۱ \\ -x+۲y = ۰ \end{cases} \Rightarrow y = ۱, x = ۲$$

$$\Rightarrow x+y = ۲+۱ = ۳$$

(ریاضی ۲، هندسه ، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

۱ ۲✓ ۳ ۴

ریاضي ، رياضي1- گواه -سوالات موازي ، - 13970519

-۸۱ (کتاب آبی)

از آن‌جایی که در نقطهٔ $P\left(\frac{۲}{\sqrt{۷}}, -\sqrt{\frac{۳}{۷}}\right)$، داریم:

$$x = \cos\theta = \frac{۲}{\sqrt{۷}} \text{ و } y = \sin\theta = -\sqrt{\frac{۳}{۷}}$$

$$\Rightarrow \tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{y}{x} = \frac{-\frac{\sqrt{۳}}{\sqrt{۷}}}{\frac{۲}{\sqrt{۷}}} = -\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

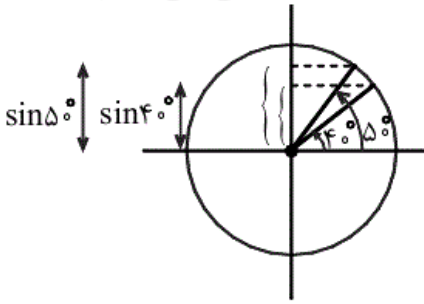
(ریاضی ۱، مثلثات، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹ و ۴۱)

۱ ۲✓ ۳ ۴

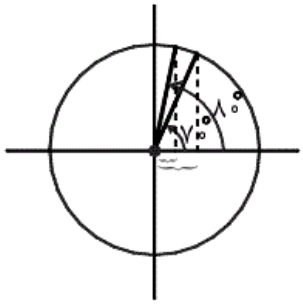
www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۸۲ *(کتاب آبی)*

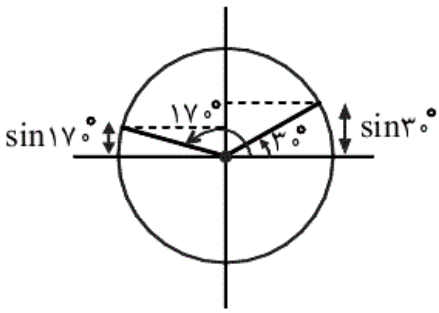
هر یک از نامساوی‌ها را در شکل‌های زیر بررسی می‌کنیم:



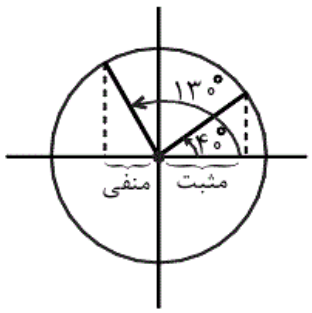
$\sin 50^\circ > \sin 40^\circ$



$\cos 70^\circ > \cos 80^\circ$



$\sin 170^\circ < \sin 30^\circ$



$\cos 40^\circ > \cos 130^\circ$

بنابراین گزینهٔ (۳) نادرست است.

(ریاضی ۱، مثلثات، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹ و ۴۱)

۱ ۲ ۳✓ ۴

-۸۳ *(کتاب آبی)*

شیب خط را می‌یابیم:

$$\sqrt{3}x - 3y = 5$$

$$\Rightarrow \text{شیب خط} = -\frac{\text{ضریب } x}{\text{ضریب } y} = -\frac{\sqrt{3}}{-3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

تانژانت زاویهٔ ۳۰ درجه برابر $\frac{\sqrt{3}}{3}$ است.

(ریاضی ۱، مثلثات، صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

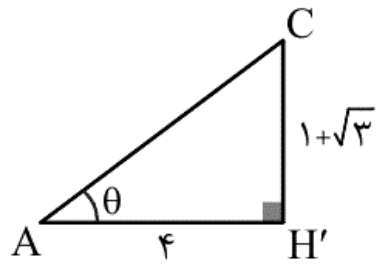
$$\Rightarrow ۱ = \frac{BH}{۱} \Rightarrow BH = ۱$$

از طرفی در مثلث BCH'' داریم:

$$\cos ۳۰^\circ = \frac{BH''}{BC} \Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \frac{BH''}{۲\sqrt{۳}} \Rightarrow BH'' = ۳ = HH'$$

$$\sin ۳۰^\circ = \frac{CH''}{BC} \Rightarrow \frac{۱}{۲} = \frac{CH''}{۲\sqrt{۳}} \Rightarrow CH'' = \sqrt{۳}$$

بنابراین شیب خط AC از مثلث ACH' به‌دست می‌آید:



$$\text{شیب خط } AC = \tan\theta = \frac{CH'}{AH'} = \frac{CH'' + H''H'}{AH + HH'}$$

$$\text{شیب خط } AC = \tan\theta = \frac{\sqrt{۳}+۱}{۱+۳} = \frac{۱}{۴}(۱+\sqrt{۳})$$

(ریاضی ۱، مثلثات، صفحه‌های ۳۶ تا ۴۱)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۸۵- *(کتاب آبی)*

مخرج مشترک می‌گیریم:

$$\frac{۱+\cos\theta}{\sin^۳\theta} - \frac{۱}{\sin\theta(۱-\cos\theta)}$$

$$= \frac{\overbrace{(۱+\cos\theta)(۱-\cos\theta)}^{\text{اتحاد مزدوج}} - \sin^۲\theta}{\sin^۳\theta(۱-\cos\theta)}$$

$$= \frac{\overbrace{(۱-\cos^۲\theta)}^{\sin^۲\theta} - \sin^۲\theta}{\sin^۳\theta(۱-\cos\theta)} = \frac{۰}{\sin^۳\theta(۱-\cos\theta)} = ۰$$

(ریاضی ۱، مثلثات، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۸۶- *(کتاب آبی)*

کافی است ببینیم ۱۴۸ بین توان سوم کدام دو عدد طبیعی متوالی قرار دارد.

$$۵^۳ = ۱۲۵ < ۱۴۸ < ۲۱۶ = ۶^۳ \Rightarrow ۵ < \sqrt[۳]{۱۴۸} < ۶$$

از طرفی $(۵/۵)^۳ = ۱۶۶/۳۷۵$ ، پس $۵/۵ < \sqrt[۳]{۱۴۸}$ در نتیجه $\sqrt[۳]{۱۴۸}$ به ۵ نزدیک‌تر است.

(ریاضی ۱، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۸)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۸۷- *(کتاب آبی)*

$$۵\sqrt[۵]{۰/۰۰۰۳۲} - \sqrt[۵]{۳۱۲۵} = ۵\sqrt[۵]{۳۲\times۱۰^{-۵}} - \sqrt[۵]{۵^۵}$$

$$= ۵\sqrt[۵]{۲^۵\times۱۰^{-۵}} - ۵ = ۵\sqrt[۵]{(۰/۲)^۵} - ۵$$

$$= ۵\times۰/۲ - ۵ = -۴$$

(ریاضی ۱، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۸)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۸۸- *(کتاب آبی)*

$$\sqrt[x]{۲} = ((((۱۶)^{\frac{۱}{۳}})^{\frac{۱}{۲}})^{\frac{۱}{۲}})^{\frac{۱}{۲}} \Rightarrow \sqrt[x]{۲} = ((((۲^۴)^{\frac{۱}{۳}})^{\frac{۱}{۲}})^{\frac{۱}{۲}})^{\frac{۱}{۲}}$$

$$\Rightarrow ۲^{\frac{۱}{x}} = ۲^{۴\times\frac{۱}{۳}\times\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۲}} \Rightarrow ۲^{\frac{۱}{x}} = ۲^{\frac{۱}{۶}}$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{x} = \frac{۱}{۶} \Rightarrow x = ۶$$

(ریاضی ۱، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۴۸ تا ۶۱)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۸۹- *(کتاب آبی)*

$$(x-1)(x^3+x^2+x+1)$$

$$=(x-1)x^3+\underbrace{(x-1)(x^2+x+1)}_{x^3-1}$$

$$=x^3(x-1)+x^3-1=x^4-x^3+x^3-1$$

$$=x^4-1=(x^2-1)(x^2+1)$$

بنابراین عبارت بر x^4-1، x^2-1 و x^2+1 بخش‌پذیر است.

(ریاضی ۱، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۸)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۹۰- *(کتاب آبی)*

مخرج هر یک از کسرها را با استفاده از اتحاد مزدوج گویا کرده سپس مخرج مشترک می‌گیریم:

$$\frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{11}}+\frac{1}{\sqrt{11}+\sqrt{18}}+\frac{1}{\sqrt{18}+\sqrt{25}}$$

$$=\frac{\sqrt{4}-\sqrt{11}}{(\sqrt{4}+\sqrt{11})(\sqrt{4}-\sqrt{11})}+\frac{\sqrt{11}-\sqrt{18}}{(\sqrt{11}+\sqrt{18})(\sqrt{11}-\sqrt{18})}$$

$$+\frac{\sqrt{18}-\sqrt{25}}{(\sqrt{18}+\sqrt{25})(\sqrt{18}-\sqrt{25})}$$

$$=\frac{\sqrt{4}-\sqrt{11}}{4-11}+\frac{\sqrt{11}-\sqrt{18}}{11-18}+\frac{\sqrt{18}-\sqrt{25}}{18-25}$$

$$=\frac{\sqrt{4}-\sqrt{11}}{-7}+\frac{\sqrt{11}-\sqrt{18}}{-7}+\frac{\sqrt{18}-\sqrt{25}}{-7}$$

$$=\frac{\sqrt{4}-\sqrt{25}}{-7}=\frac{2-5}{-7}=\frac{3}{7}$$

(ریاضی ۱، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۸)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۷۱ (علی جعفری)

می‌دانیم شیب خطی که با جهت مثبت محور xها زاویهٔ ۶۰° بسازد برابر است با $\tan ۶۰^\circ$. اگر شیب این خط را m در نظر بگیریم. برای شیب خط L که آن را m' می‌نامیم، داریم:

$$mm' = -۱ \Rightarrow m' = -\frac{۱}{m} \Rightarrow m' = -\frac{۱}{\tan ۶۰} = -\frac{۱}{\sqrt{۳}} = -\frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

معادلهٔ خط L برابر است با:

$$y - y_۰ = m(x - x_۰) \Rightarrow y - \frac{\sqrt{۳}}{۳} = -\frac{\sqrt{۳}}{۳}(x - ۰) \xrightarrow{\times \sqrt{۳}}$$

$$\sqrt{۳}y - ۱ = -x \Rightarrow \sqrt{۳}y + x = ۱$$

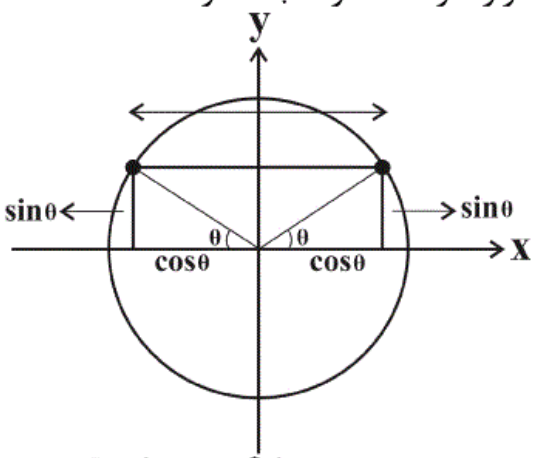
از بین گزینه‌های داده شده، تنها نقطهٔ گزینهٔ ۱ در این خط صدق می‌کند.

(ریاضی ۱، مثلثات، صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

-۷۲ (مهرداد خاجی)

می‌دانیم سینوس یک زاویه، وقتی که آن زاویه در نواحی اوّل و دوّم دایره مثلثاتی قرار دارد، مقدار مثبت دارد.



فاصلهٔ این دو نقطه برابر است با: $d = |۲\cos\theta|$

برای بدست آوردن فاصلهٔ این دو نقطه به مقدار $\cos\theta$ نیاز داریم.

$$\sin^۲\theta + \cos^۲\theta = ۱ \xrightarrow{\sin\theta = \frac{۲}{۵}} \cos\theta = \pm\frac{\sqrt{۲۱}}{۵}$$

بنابراین:

$$d = |\pm\frac{۲\sqrt{۲۱}}{۵}| = \frac{۲\sqrt{۲۱}}{۵}$$

(ریاضی ۱، مثلثات، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹ و ۴۲ تا ۴۶)

۱ ۲ ۳ ۴ ✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

$$= \frac{\sin^2 x(1-\cos x)}{\sin^2 x} = 1-\cos x \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} A = 3-2(1-\cos x) = 1+2\cos x$$

$$\xrightarrow{-1<\cos x\le 1} -1 < A \le 3$$

دقت کنید که چون $1+\cos x$ در مخرج کسر قرار دارد، پس:

$$\cos x \neq -1$$

(ریاضی ۱، مثلثات، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۷۴- *(فرنود فارسی‌جانی)*

$$\sin\theta \times \tan\theta > 0 \Rightarrow \sin\theta \times \frac{\sin\theta}{\cos\theta} > 0 \Rightarrow \frac{\sin^2\theta}{\cos\theta} > 0$$

$\sin^2\theta$، یک عبارت همواره نامنفی است (توان ۲ دارد.) پس $\cos\theta$ هم باید مثبت باشد: $\cos\theta > 0$

پس انتهای کمان θ یا در ناحیهٔ اول قرار دارد یا چهارم چون کسینوس مثبت است.

$$\frac{\sin\theta}{-2+\cos\theta} < 0$$

در این نامساوی، مخرج همواره منفی است. پس برای اینکه کل کسر منفی باشد، صورت باید مثبت باشد:

$\sin\theta > 0 \Rightarrow \theta$ در ناحیهٔ اول یا دوم

با توجه به اینکه $\cos\theta > 0$ و $\sin\theta > 0$، انتهای کمان θ در ربع اول دایرهٔ مثلثاتی قرار دارد.

(ریاضی ۱، مثلثات، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹ و ۴۱)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۷۵- *(علی جعفری)*

به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینهٔ ۱: چون $0<a<1$، پس $a^2>a^3$. این گزینه صحیح است.

گزینهٔ ۲: داریم:

$$0<a<1 \Rightarrow \sqrt{a^{-3}}=\sqrt{\frac{1}{a^3}} \xrightarrow{\text{چون } 0<a<1 \text{ پس } \frac{1}{a^3}>1} \sqrt{\frac{1}{a^3}}>1$$

$$b<-1 \Rightarrow 0<b^{-2}=\frac{1}{b^2}<1$$

پس این گزینه نیز صحیح است.

گزینهٔ ۳: چون $b<0$ و $a^2>0$ پس $ba^2<0$ و چون $a>0$ است. پس این گزینه نادرست است.

گزینهٔ ۴:

$$\begin{cases} \sqrt[3]{b^{-3}}=\frac{1}{b} \xrightarrow{\text{چون } b<-1} -1<\frac{1}{b}<0 \\ 0<a<1 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{a}}>0 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{a}}>\sqrt[3]{b^{-3}}$$

این گزینه نیز صحیح است.

(ریاضی ۱، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۸)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۷۶- *(علی جعفری)*

می‌دانیم $\sqrt[3]{-27}=-3$ و داریم:

$$(-3)^2+5\sqrt[5]{a}=-1 \Rightarrow 5\sqrt[5]{a}=-10$$
$$\Rightarrow \sqrt[5]{a}=-2 \Rightarrow a=-32$$

۱✓ ۲ ۳ ۴

۷۷- *(فرنود فارسی‌جانی)*

$$\frac{(\sqrt[3]{6}^{(3-\sqrt{2})})^{(3+\sqrt{2})}}{\sqrt[4]{9}\times\sqrt{2}}=\frac{(\sqrt[3]{6})^{(3-\sqrt{2})(3+\sqrt{2})}}{\sqrt[4]{9}\times\sqrt{2}}$$

$$=\frac{(\sqrt[3]{6})^{(9-2)}}{\sqrt[4]{9}\times\sqrt[4]{4}}=\frac{(\sqrt[3]{6})^7}{\sqrt[4]{36}}=\frac{(6^{\frac{1}{3}})^7}{(6^2)^{\frac{1}{4}}}=\frac{(6^{\frac{7}{3}})}{(6)^{\frac{1}{2}}}$$

$$=6^{(\frac{7}{3}-\frac{1}{2})}=6^{\frac{11}{6}}=\sqrt[6]{6^{11}}=6\sqrt[6]{6^5}$$

(ریاضی ۱، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۵۴ تا ۶۱)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۷۸ (علی جعفری)

$$\sqrt{۹^{-۲}}=\frac{۱}{۹}\Rightarrow\sqrt{\left(\frac{۱}{۱۶}\right)^{-۱}}=\sqrt{۱۶}=۴\Rightarrow\sqrt{۲^{۶}}=۲^{۳}=۸$$

$$A=\frac{۱}{۸}+۳\left(\frac{۱}{۹}\times\frac{۱}{۴}\right)=\frac{۱}{۸}+\frac{۱}{۱۲}=\frac{۳+۲}{۲۴}=\frac{۵}{۲۴}$$

(ریاضی ۱، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۵۴ تا ۶۱)

۱ ۲ ۳✓ ۴

-۷۹ (مهدی ملارمضانی)

$$\frac{\sqrt{۵}+\sqrt{۷}+\sqrt{۹}}{\sqrt{۵}+\sqrt{۷}+\sqrt{۹}+\sqrt{۱۵}+\sqrt{۲۱}+\sqrt{۲۷}}=$$

$$\frac{(\sqrt{۵}+\sqrt{۷}+\sqrt{۹})}{(\sqrt{۵}+\sqrt{۷}+\sqrt{۹})+\sqrt{۳}(\sqrt{۵}+\sqrt{۷}+\sqrt{۹})}=\frac{۱}{۱+\sqrt{۳}}$$

$$\Rightarrow \text{عبارت}=\frac{۱}{۱+\sqrt{۳}}\times\frac{\sqrt{۱۲}+۲}{۵}=\frac{۱}{۱+\sqrt{۳}}\times\frac{۱-\sqrt{۳}}{۱-\sqrt{۳}}$$

$$\times\frac{۲\sqrt{۳}+۲}{۵}=\frac{(۱-\sqrt{۳})}{-۲}\times\frac{۲(\sqrt{۳}+۱)}{۵}=\frac{۲}{۵}$$

(ریاضی ۱، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۵۴ تا ۶۸)

۱ ۲✓ ۳ ۴

-۸۰ (رحیم مشتاق‌نظم)

$$A=\sqrt[۳]{\sqrt{x^{۶}+۴}-۲}\times\sqrt[۶]{(\sqrt{x^{۶}+۴}+۲)^{۲}}$$

$$=\sqrt[۳]{\sqrt{x^{۶}+۴}-۲}\times\sqrt[۳]{\sqrt{x^{۶}+۴}+۲}$$

$$=\sqrt[۳]{x^{۶}+۴-۴}=\sqrt[۳]{x^{۶}}=x^{۲}$$

$$\xrightarrow{x=\sqrt[۴]{۵}}A=\left(\sqrt[۴]{۵}\right)^{۲}=\sqrt{۵}$$

(ریاضی ۱، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۵۴ تا ۶۸)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

$$m_{BC} = \frac{-۲-۰}{۱-۳} = ۱$$

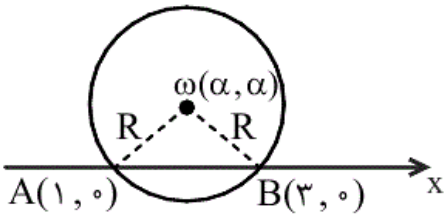
$$m_{AH}.m_{BC} = -۱ \Rightarrow m_{AH} = -۱ \text{ و } A(-۱,۲)$$

$$\Rightarrow AH \text{ معادلهٔ : } y-۲ = -۱(x+۱) \Rightarrow y = -x+۱$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

۱ ۲✓ ۳ ۴

-۶۲ *(کتاب آبی)*



از آنجا که مرکز دایره روی نیمساز ربع اول (یعنی خط $y = x$) قرار دارد، می‌توانیم مختصات آن را به صورت $\omega(\alpha, \alpha)$ در نظر بگیریم.

از طرفی این دایره، محور xها را با طول‌های ۱ و ۳ قطع کرده است یعنی دو نقطهٔ $A(۱,۰)$ و $B(۳,۰)$ روی این دایره واقع‌اند.

بنابراین $R = A\omega = B\omega$.

$$A\omega = B\omega \Rightarrow \sqrt{(\alpha-۱)^۲ + (\alpha-۰)^۲} = \sqrt{(\alpha-۳)^۲ + (\alpha-۰)^۲}$$

$$\Rightarrow (\alpha-۱)^۲ + \alpha^۲ = (\alpha-۳)^۲ + \alpha^۲ \Rightarrow (\alpha-۱)^۲ = (\alpha-۳)^۲$$

$$\Rightarrow \alpha^۲ - ۲\alpha + ۱ = \alpha^۲ - ۶\alpha + ۹ \Rightarrow ۴\alpha = ۸ \Rightarrow \alpha = ۲$$

$$\Rightarrow R = A\omega = \sqrt{(۲-۱)^۲ + ۲^۲} = \sqrt{۵}$$

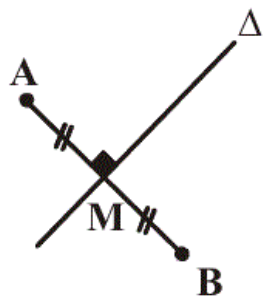
(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۶۳- *(کتاب آبی)*

عمود منصف پاره‌خط **AB**، خطی است که از نقطهٔ وسط آن **(M)** گذشته و بر آن عمود است.



$$A(۲,۴) \text{ و } B(-۴,۲)$$

$$\Rightarrow M\left(\frac{x_A+x_B}{۲},\frac{y_A+y_B}{۲}\right)\Rightarrow M=\left(\frac{۲-۴}{۲},\frac{۴+۲}{۲}\right)=(-۱,۳)$$

$$m_{AB}=\frac{y_A-y_B}{x_A-x_B}=\frac{۴-۲}{۲+۴}=\frac{۱}{۳}$$

$$\Rightarrow m_\Delta=\frac{-۱}{m_{AB}}=\frac{-۱}{\frac{۱}{۳}}=-۳$$

$$\Delta: y-y_M=m_\Delta(x-x_M)$$

$$\Rightarrow \Delta: y-۳=-۳(x+۱)\Rightarrow \Delta: y+۳x=۰$$

$$y=۰\Rightarrow ۰+۳x=۰\Rightarrow x=۰$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۶۴ *(کتاب آبی)*

$$۶x^۲ + (k+۱)x + k = ۰ \Rightarrow \begin{cases} a = ۶ \\ b = k+۱ \\ c = k \end{cases}$$

$$S = \frac{-b}{a} \Rightarrow \frac{۱}{۶} = \frac{-(k+۱)}{۶} \Rightarrow -k - ۱ = ۱$$

$$\Rightarrow k = -۲$$

حال در معادله به جای k، -۲ قرار می‌دهیم و ریشه‌ها را پیدا می‌کنیم.

$$\Rightarrow ۶x^۲ + (-۲+۱)x + (-۲) = ۰ \Rightarrow ۶x^۲ - x - ۲ = ۰$$

$$\Rightarrow \Delta = b^۲ - ۴ac = (-۱)^۲ - ۴(۶)(-۲) = ۱ + ۴۸ = ۴۹$$

$$x_۱ \ , \ x_۲ = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{۲a} = \frac{-(-۱) \pm \sqrt{۴۹}}{۲(۶)} = \frac{۱ \pm ۷}{۱۲}$$

$$\Rightarrow \text{ریشهٔ مثبت } x = \frac{۱+۷}{۱۲} = \frac{۸}{۱۲} = \frac{۲}{۳}$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۸)

۱ ۲✓ ۳ ۴

-۶۵ *(کتاب آبی)*

با بازنویسی معادلهٔ $x(۵x+۳) = ۲$ خواهیم داشت:

$$۵x^۲ + ۳x - ۲ = ۰$$

در این معادله $a + c = b$، پس $\alpha = -۱$ و $\beta = \frac{۲}{۵}$ خواهد بود، بنابراین ریشه‌های معادلهٔ جدید عبارتند از:

$$\frac{۱}{\alpha^۲} = ۱ \ \text{و} \ \frac{۱}{\beta^۲} = \frac{۲۵}{۴}$$

ریشهٔ معادله در خود معادله صدق می‌کند، لذا $x = ۱$ را در معادله قرار می‌دهیم:

$$۴ - k + ۲۵ = ۰ \Rightarrow k = ۲۹$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۸)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۶۶ *(کتاب آبی)*

$$x_1 = ۲ - \sqrt{۴-a} \quad , \quad x_2 = ۲ + \sqrt{۴-a}$$

$$\begin{cases} S = x_1 + x_2 = (۲ - \sqrt{۴-a}) + (۲ - \sqrt{۴-a}) = ۴ \\ P = x_1 . x_2 = (۲ - \sqrt{۴-a})(۲ - \sqrt{۴-a}) = a \end{cases}$$

$$\Rightarrow x^2 - Sx + P = ۰ \Rightarrow x^2 - ۴x + a = ۰$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۸)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

$$\frac{۱۱}{۲} = \frac{۱}{۲} + A \Rightarrow A = ۵ \Rightarrow \frac{۱۲-x}{x^2+x} = \frac{x}{x+۱} + \frac{۵}{x}$$

$$\Rightarrow \frac{۱۲-x}{x(x+۱)} = \frac{x^2+۵x+۵}{x(x+۱)}$$

$$\Rightarrow x^2 + ۵x + ۵ = ۱۲ - x$$

$$\Rightarrow x^2 + ۶x - ۷ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۱ \\ x = -۷ \end{cases}$$

بنابراین جواب دیگر معادله، $x = -۷$ است.

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۴)

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

-۶۸ *(کتاب آبی)*

$\sqrt{۳x+۳}$ را به طرف دیگر انتقال داده و طرفین تساوی را به تـوان ۲ می‌رسانیم:

$$\sqrt{x+۲} - \sqrt{۳x+۳} = ۱ \Rightarrow \sqrt{x+۲} = ۱ + \sqrt{۳x+۳}$$

$$\Rightarrow (\sqrt{x+۲})^2 = (۱ + \sqrt{۳x+۳})^2$$

$$x + ۲ = ۱ + ۳x + ۳ + ۲\sqrt{۳x+۳} \Rightarrow -۲x - ۲ = ۲\sqrt{۳x+۳}$$

$$\Rightarrow -x - ۱ = \sqrt{۳x+۳}$$ (دو طرف را به توان ۲ می‌رسانیم.)

$$x^2 + ۲x + ۱ = ۳x + ۳ \Rightarrow x^2 - x - ۲ = ۰$$

$$\Rightarrow (x-۲)(x+۱) = ۰ \Rightarrow x = ۲ \text{ یا } x = -۱$$

$x = ۲$ قابل قبول نیست زیرا در معادلهٔ اولیه صدق نمی‌کند،

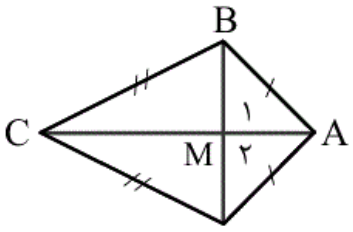
و فقط $x = -۱$ قابل قبول است.

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۶۹



با توجه به مفروضات سؤال، دو مثلث **ABC** و **ACD** طبق حالت تساوی سه ضلع با هم مساویند. بنابراین دو مثلث **ABM** و **AMD** طبق حالت تساوی دو ضلع و زاویهٔ بین با هم مساویند، پس:

$$\begin{cases}\hat{M}_1 = \hat{M}_2 \xrightarrow{\hat{M}_1+\hat{M}_2=180^\circ} \hat{M}_1 = \hat{M}_2 = 90^\circ \\ BM = MD\end{cases}$$

یعنی قطر **AC** عمود منصف قطر **BD** است، بنابراین، بی‌شمار نقطه روی خط **AC** وجود دارند که از **B** و **D** به یک فاصله‌اند.

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

۱ ۲ ۳ ۴✓

$$\begin{cases}\hat{A}_1 = \hat{A}_2 \\ \text{مشترک } AD\end{cases} \xrightarrow{\text{وتر و یک زاویهٔ حاده}}$$

$$\overset{\Delta}{ADE} \cong \overset{\Delta}{ADF} \Rightarrow AE = AF$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.kanoon.ir