



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

۸۱- اگر $\log 4 = a$ و $\log \sqrt{125} = b$ باشد، کدام گزینه رابطه بین a و b را نشان می‌دهد؟

(۱) $a = 1 - \frac{2b}{3}$ (۲) $a = 1 + \frac{2b}{3}$ (۳) $a = 2 - \frac{2b}{3}$ (۴) $a = 2 - \frac{4b}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۸۲- حاصل $\log_{\frac{x^2-4x+6}{4\sqrt{2}}}$ به ازای $x = 2 + \sqrt{2}$ کدام است؟

(۱) $\frac{3}{5}$ (۲) $\frac{4}{5}$ (۳) ۱ (۴) $\frac{6}{5}$

شما پاسخ نداده اید

۸۳- مقدار k برای آن که جواب‌های دو معادله $2 \log_{\frac{x}{4}} - \log_{\frac{x}{8}} = 2$ و $2x^2 + kx + 8 = 0$ یکسان باشند، کدام است؟

(۱) ۹ (۲) -۹ (۳) ۱۷ (۴) -۱۷

شما پاسخ نداده اید

۸۴- کدام یک از گزینه‌های زیر با دیگر گزینه‌ها برابر نیست؟

(۱) $\tan \frac{5\pi}{6}$ (۲) $\cot \frac{5\pi}{3}$ (۳) $\cot \frac{4\pi}{3}$ (۴) $\tan \frac{11\pi}{6}$

شما پاسخ نداده اید

۸۵- اگر $3 \sin(x + \pi) = 4 \sin(\frac{\pi}{2} + x)$ باشد، حاصل $\cos 2x$ کدام است؟

(۱) $-\frac{7}{25}$ (۲) $\frac{7}{25}$ (۳) $-\frac{16}{25}$ (۴) $\frac{16}{25}$

شما پاسخ نداده اید

۸۶- اگر $x - y = \frac{5\pi}{4}$ و $\tan(x + y) = 4$ باشد، حاصل عبارت $A = \frac{\sin^2 x \sin^2 y - \cos^2 x \cos^2 y}{\sin^2 x \cos^2 y - \sin^2 y \cos^2 x}$ کدام است؟

(۱) ۴ (۲) -۴ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $-\frac{1}{4}$

شما پاسخ نداده اید

۸۷- اگر $\sin(x + y) = -\frac{3}{5}$ و $x - y = \frac{\pi}{3}$ باشد، $\cos 2y$ کدام است؟ $(\pi < x + y < \frac{3\pi}{2})$

(۱) $\frac{3\sqrt{3} - 4}{10}$ (۲) $\frac{3\sqrt{3} + 4}{10}$ (۳) $\frac{4 - 3\sqrt{3}}{10}$ (۴) $\frac{-4 - 3\sqrt{3}}{10}$

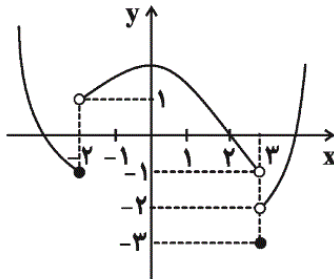
شما پاسخ نداده اید

۸۸- اگر $f(x) = \begin{cases} \tan \frac{\pi x}{\lambda} + 1 & ; |x| \leq 2 \\ 1 - \frac{x^2}{2} & ; |x| > 2 \end{cases}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) - \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ کدام است؟

(۱) -۱ (۲) ۱ (۳) -۳ (۴) -۲

شما پاسخ نداده اید

۸۹- با توجه به نمودار مقابل، حاصل $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) + f(2)$ برابر است با:



(۱) -۱

(۲) صفر

(۳) -۲

(۴) -۳

شما پاسخ نداده اید

۹۰- اگر $f(x) = [x] + x$ و $g(x) = \begin{cases} x^2 - x & x \geq 2 \\ ax + 1 & x < 2 \end{cases}$ تابع $f + g$ در $x = 2$ حد داشته باشد، a کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

(۴) $-\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{1}{2}$

(۲) -۱

(۱) ۱

شما پاسخ نداده اید

۹۱- اگر $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 + ax - 4}{3 - \sqrt{2x + 1}} = L$ باشد، حاصل $a - L$ کدام است؟ ($L \in \mathbb{R}$)

(۴) ۱۸

(۳) -۱۸

(۲) ۱۲

(۱) -۱۲

شما پاسخ نداده اید

۹۲- اگر دو تابع f و g در $x = 1$ حد داشته باشند و $\lim_{x \rightarrow 1} (f \cdot g)(x) = -2$ و $\lim_{x \rightarrow 1} (f - g)(x) = \frac{9}{2}$ ، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} (f + 2g)(x)$ کدام می‌تواند باشد؟

(۴) -۳

(۳) ۳

(۲) -۲

(۱) ۲

شما پاسخ نداده اید

۹۳- حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 5\sqrt{x} + 3}{x^2 - x}$ کدام است؟

(۴) $-\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{1}{2}$

(۲) $-\frac{5}{2}$

(۱) $\frac{5}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۹۴- حاصل $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\cos x - \cos a}{x - a}$ همواره کدام است؟

(۴) $-\cos a$

(۳) $\cos a$

(۲) $-\sin a$

(۱) $\sin a$

شما پاسخ نداده اید

۹۵- حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{|\sin x - \cos x|}{\tan x - 1}$ کدام است؟

(۴) $-\sqrt{2}$

(۳) $\sqrt{2}$

(۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۱) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

شما پاسخ نداده اید

$$-96 \text{ اگر } \begin{cases} 1 - \sin^2 x & x \neq \frac{\pi}{2} \\ \frac{4x}{3} + 1 & x = \frac{\pi}{2} \end{cases} \text{ در } f(x) = \begin{cases} 1 - \sin^2 x & x \neq \frac{\pi}{2} \\ \frac{4x}{3} + 1 & x = \frac{\pi}{2} \end{cases} \text{ پیوسته باشد، } a \text{ کدام است؟}$$

- ۱ (۴) -۱ (۳) ۲ (۲) -۲ (۱)

شما پاسخ نداده اید

-97 اگر تابع $f(x) = a|x+1| + |x| + 2$ در $x=4$ پیوسته باشد، a کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

- ۲ (۴) صفر (۳) -۱ (۲) ۱ (۱)

شما پاسخ نداده اید

$$-98 \text{ تابع } f(x) = \begin{cases} x + \frac{3}{x} & x \geq a \\ 3x + a & x < a \end{cases} \text{ به ازای چه مجموعه مقادیر } a \text{ در } \mathbb{R} \text{ پیوسته است؟}$$

- ۱ (۱) $\{+1, -1\}$ ۲ (۲) $\{+1\}$ ۳ (۳) $\{-1\}$ ۴ (۴) هیچ مقدار a

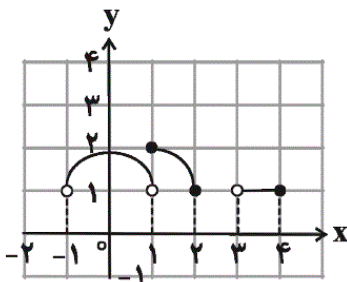
شما پاسخ نداده اید

-99 تابع $f(x) = [\log_{\Delta}^x] + 2$ در بازه $(\Delta, k^2 + 10)$ پیوسته است. k کدام مقادیر زیر نمی‌تواند باشد؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

- ۱ (۱) ± 4 ۲ (۲) $\pm\sqrt{4}$ ۳ (۳) ± 3 ۴ (۴) $\pm\sqrt{7}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۰- شکل مقابل، قسمتی از نمودار تابع $y = f(x)$ می‌باشد. کدام گزینه در مورد این تابع نادرست است؟



(۱) تابع در $x=-1$ ناپیوسته است.

(۲) تابع در $x=2$ ناپیوسته است.

(۳) تابع در بازه $(1, 2)$ پیوسته است.

(۴) تابع در $x=3$ حد دارد ولی ناپیوسته است.

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ی 2 ، - 13970221

۱۰۱- دو خط عمود بر هم d و d' مفروض‌اند. نقاط صفحه را ابتدا نسبت به خط d و سپس تصاویر آنها را نسبت به

d' بازتاب می‌دهیم. اگر ترکیب این دو بازتاب را یک تبدیل فرض کنیم، کدام گزاره در مورد این تبدیل همواره

درست است؟

(۱) این تبدیل، شیب خطوط و جهت اشکال را حفظ می‌کند.

(۲) این تبدیل، شیب خطوط و جهت اشکال را حفظ نمی‌کند.

(۳) این تبدیل، شیب خطوط را حفظ کرده ولی جهت اشکال را حفظ نمی‌کند.

(۴) این تبدیل، جهت اشکال را حفظ کرده ولی شیب خطوط را حفظ نمی‌کند.

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲- مثلث ABC را با بردار $\overline{AA'}$ انتقال می‌دهیم تا بر مثلث $A'B'C'$ تصویر شود. اگر A' روی ضلع AB و $\frac{A'A}{A'B} = 2$ باشد، اندازه مساحت ناحیه

مشترک بین این دو مثلث چه کسری از مساحت مثلث $A'B'C'$ است؟

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\frac{1}{3} \quad (2)$$

$$\frac{1}{4} \quad (3)$$

$$\frac{1}{9} \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- دایره‌ای به شعاع $\sqrt{2}$ واحد و مربعی به ضلع ۱ واحد مفروض‌اند. فاصله مرکز دایره تا محل برخورد قطرهای مربع برابر ۶ واحد است. اگر مجانس این

مربع در یک تجانس معکوس درون دایره محاط شود، آن‌گاه فاصله مرکز تجانس تا مرکز دایره کدام است؟

$$2 \quad (1)$$

$$4 \quad (2)$$

$$6 \quad (3)$$

$$12 \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- دو نقطه A و B در یک طرف خط d و به ترتیب به فاصله ۱ و ۲ از آن قرار دارند. روی خط d نقطه N به گونه‌ای قرار دارد که AN و BN با خط

d زوایای مساوی تشکیل داده و $AN = 2$ است. اگر نقطه متغیر M روی خط d قرار داشته باشد، کمترین مقدار $MA + MB$ کدام است؟

(A, B و N روی یک خط قرار ندارند.)

$$2 \quad (1)$$

$$3 \quad (2)$$

$$4 \quad (3)$$

$$6 \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- در مثلث ABC، $AB = 2\sqrt{2}$ ، $AC = \sqrt{6} + \sqrt{2}$ و $\hat{A} = 60^\circ$ است. اندازه زاویه B چند درجه است؟

$$15 \quad (1)$$

$$30 \quad (2)$$

$$45 \quad (3)$$

$$75 \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- در مثلثی با طول دو ضلع $\sqrt{2}$ و $\sqrt{6}$ که زاویه بین آن‌ها 150° درجه است، شعاع دایره محیطی کدام است؟

$$\sqrt{2} \quad (1)$$

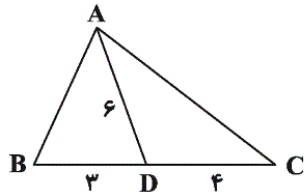
$$\sqrt{7} \quad (2)$$

$$\sqrt{14} \quad (3)$$

$$2\sqrt{7} \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- در شکل مقابل، AD نیمساز رأس A است. اندازه محیط مثلث ABC کدام است؟



(۱) ۲۰

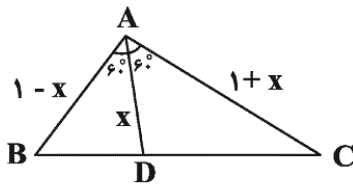
(۲) ۲۱

(۳) ۲۲

(۴) ۲۳

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- در شکل مقابل، اندازه x کدام است؟



(۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

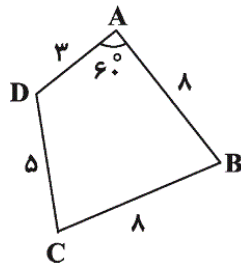
(۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۳) $\sqrt{2}-1$

(۴) $\sqrt{3}-1$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- مساحت چهارضلعی $ABCD$ کدام است؟



(۱) $13\sqrt{2}$

(۲) $16\sqrt{3}$

(۳) $19\sqrt{3}$

(۴) $22\sqrt{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- در مثلثی به اضلاع ۴، ۱۳ و ۱۵ سانتی‌متر، نقطه‌ای درون مثلث از اضلاع به طول ۴ و ۱۳، به ترتیب به فاصله ۲ و ۱ سانتی‌متر است. این نقطه از ضلع

بزرگ‌تر مثلث چه فاصله‌ای برحسب سانتی‌متر دارد؟

(۲) $1/8$

(۱) $0/9$

(۴) $3/6$

(۳) $2/7$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۱- دو تیرانداز به یک هدف شلیک می‌کنند. اگر احتمال آن که تیرانداز اول به هدف بزند ۸۰ درصد و احتمال آن که

تیرانداز دوم به هدف بزند ۵۰ درصد باشد، احتمال آن که هیچ تیری به هدف برخورد نکند، کدام است؟

- (۱) ۰/۱ (۲) ۰/۲ (۳) ۰/۳ (۴) ۰/۴

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- دانش‌آموزی در روزهای دوشنبه و چهارشنبه، یک ساعت بیش‌تر از روزهای دیگر هفته مطالعه کرده و جمع‌ها

استراحت می‌کند. اگر میانگین مطالعه این دانش‌آموز ۳ ساعت در روز باشد، مجموع ساعت‌های مطالعه او در روزهای

فرد هفته کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۹/۵ (۴) ۱۰

شما پاسخ نداده اید

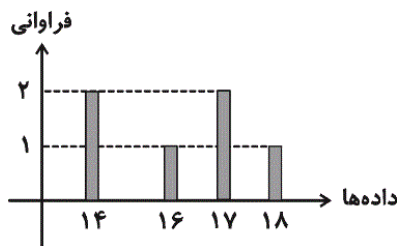
۱۱۳- کدام شاخص‌های آماری برای داده‌های ۸، ۹، ۵، ۷ و ۱ با هم برابرند؟

(۱) میانگین و واریانس (۲) دامنه تغییرات و میانگین

(۳) میانگین و انحراف معیار (۴) واریانس و دامنه تغییرات

شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- در نمودار میله‌ای مقابل، ضریب تغییرات داده‌ها کدام است؟



(۲) $\frac{\sqrt{21}}{48}$

(۱) $\frac{\sqrt{14}}{16}$

(۴) $\frac{\sqrt{30}}{48}$

(۳) $\frac{\sqrt{7}}{16}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- انحراف معیار امتیازهای بازیکنان دو تیم ۱۰ و ۲۰ نفره، به ترتیب ۵ و ۴ است. اگر میانگین امتیازهای بازیکنان این دو تیم برابر باشد، انحراف معیار

امتیازهای کل بازیکنان دو تیم کدام است؟

(۴) $\sqrt{19}$

(۳) $\sqrt{23}$

(۲) $\sqrt{21}$

(۱) $\sqrt{18}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- برای بررسی میزان آمادگی جسمی دانش‌آموزان پایه یازدهم در کشور، آزمایشی از دانش‌آموزان انجام خواهد شد. نمونه مورد نیاز بدین صورت انتخاب

می‌شود که از هر استان متناسب با تعداد دانش‌آموزان پایه یازدهم آن استان، تعدادی دانش‌آموز انتخاب خواهند شد. روش نمونه‌گیری کدام است؟

(۴) سیستماتیک

(۳) طبقه‌ای

(۲) خوشه‌ای

(۱) تصادفی ساده

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- اگر برآورد بازه‌ای با اطمینان بیش از ۹۵٪ از میانگین جامعه با نمونه‌ای ۲۵ تایی، در بازه $(\frac{2}{31}, \frac{1}{73})$ باشد، برآورد نقطه‌ای از میانگین جامعه کدام

است؟

(۴) ۴/۰۴

(۳) ۲/۰۲

(۲) ۱/۴۵

(۱) ۰/۲۹

شما پاسخ نداده اید

۱۱۸- در جامعه‌ای با انحراف معیار ۵، کران بالای فاصله اطمینان بیش از ۹۵ درصد، برابر ۵۱ است. اگر برآورد میانگین ۴۳ باشد، مقدار انحراف معیار برآورد

میانگین کدام است؟

(۴) ۱۶

(۳) ۸

(۲) ۴

(۱) ۲

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- در ۲۵ بار پرتاب یک سکه، ۹ بار سکه «رو» آمده است. در سطح اطمینان ۹۵ درصد، دقیق‌ترین بازه‌ای که نسبت «رو» آمدن این سکه را نشان می‌دهد،

کدام است؟

$$(1) \left(\frac{4}{25}, \frac{14}{25}\right) \quad (2) \left(\frac{6}{25}, \frac{12}{25}\right) \quad (3) \left(\frac{21}{125}, \frac{69}{125}\right) \quad (4) \left(\frac{33}{125}, \frac{57}{125}\right)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- در نمونه‌گیری تصادفی ساده به اندازه $n = 3$ از جامعه $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ، احتمال انتخاب نمونه‌ای که میانگین را ۴ برآورد کند، کدام است؟

$$(1) 0/2 \quad (2) 0/15 \quad (3) 0/1 \quad (4) 0/05$$

شما پاسخ نداده اید

-۸۱

(مهرداد اسپیدکار)

ابتدا $\log 4$ و $\log \sqrt{125}$ را ساده می‌کنیم:

$$\log 4 = \log 2^2 = 2 \log 2 = a \Rightarrow \log 2 = \frac{a}{2}$$

$$\log \sqrt{125} = \log \sqrt{5^3} = \log 5^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2} \log 5 = b \Rightarrow \log 5 = \frac{2b}{3}$$

از آنجایی که $\log 10 = \log(2 \times 5) = \log 2 + \log 5 = 1$ می‌باشد،

بنابراین:

$$\log 2 + \log 5 = 1 \Rightarrow \frac{a}{2} + \frac{2b}{3} = 1 \Rightarrow \frac{a}{2} = 1 - \frac{2b}{3} \Rightarrow a = 2 - \frac{4b}{3}$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۸۶، ۸۷ و ۹۰)

۴ ✓

۳

۲

۱

-۸۲

(مهرداد اسپیدکار)

عبارت جلوی \log را به صورت مربع کامل می‌نویسیم:

$$\log_{4\sqrt{2}}(x^2 - 4x + 6) = \log_{4\sqrt{2}}((x-2)^2 + 2) \xrightarrow{x=2+\sqrt{2}} \log_{4\sqrt{2}}((2+\sqrt{2}-2)^2 + 2)$$

$$= \log_{4\sqrt{2}}(2+2) = \log_{4\sqrt{2}}^4 = \log_{2^2 \times 2^2}^{2^2} = \log_{2^2}^{2^2} = \log_{2^2}^{\frac{2^2}{2^2}}$$

$$= 2 \times \frac{2}{5} \log_2^2 = \frac{4}{5}$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۸۶، ۸۷ و ۹۰)

۴

۳

۲ ✓

۱

ابتدا معادله لگاریتمی را حل می‌کنیم. جواب‌های معادله لگاریتمی باید در معادله $2x^2 + kx + 8 = 0$ صدق کنند که در این صورت مقدار k به دست می‌آید. برای حل معادله لگاریتمی، \log_4^x را در معادله ایجاد می‌کنیم.

$$\log_4^x = \log_{2^2}^x = \frac{1}{2} \log_2^x$$

$$\log_x^8 = \frac{1}{\log_8^x} = \frac{1}{\log_{2^3}^x} = \frac{1}{\frac{1}{3} \log_2^x} = \frac{3}{\log_2^x}$$

$$2 \log_4^x - \log_x^8 = 2 \Rightarrow 2 \times \frac{1}{2} \log_2^x - \frac{3}{\log_2^x} = 2 \Rightarrow \log_2^x - \frac{3}{\log_2^x} = 2$$

حال برای حل معادله فوق \log_2^x را برابر t در نظر می‌گیریم:

$$t - \frac{3}{t} = 2 \xrightarrow{\times t} t^2 - 3 = 2t \Rightarrow t^2 - 2t - 3 = 0$$

$$\Rightarrow (t-3)(t+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t=3 \\ t=-1 \end{cases}$$

$$t=3 \Rightarrow \log_2^x = 3 \Rightarrow x=8$$

$$t=-1 \Rightarrow \log_2^x = -1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

۴ ✓

۳

۲

۱

کافی است مقدار هر کدام از نسبت‌های مثلثاتی داده شده را به دست آوریم.

$$(۱) \tan \frac{5\pi}{6} = \tan\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) = \tan\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\tan \frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$(۲) \cot \frac{5\pi}{3} = \cot\left(2\pi - \frac{\pi}{3}\right) = \cot\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\cot \frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$(۳) \cot \frac{4\pi}{3} = \cot\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) = \cot\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$(۴) \tan \frac{11\pi}{6} = \tan\left(2\pi - \frac{\pi}{6}\right) = \tan\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\tan \frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

همانطور که می‌بینید حاصل گزینه «۳» برابر $\frac{\sqrt{3}}{3}$ است که با سایر

گزینه‌ها (که حاصل آن‌ها $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ است)، فرق می‌کند.

نکته:

$$\tan(k\pi \pm \alpha) = \tan(\pm\alpha)$$

$$\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$$

$$\cot(k\pi \pm \alpha) = \cot(\pm\alpha)$$

$$\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$$

(مسئله ۱- مثلثات - صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

۴

۳

۲

۱

(علی شهبازی)

$$3 \sin(x + \pi) = 4 \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \Rightarrow -3 \sin x = 4 \cos x \Rightarrow \tan x = -\frac{4}{3}$$

از اتحادهای مثلثاتی داریم:

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \Rightarrow 1 + \frac{16}{9} = \frac{1}{\cos^2 x} \Rightarrow \cos^2 x = \frac{9}{25}$$

$$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1 = 2 \times \left(\frac{9}{25}\right) - 1 = -\frac{7}{25}$$

(مسئله ۱- مثلثات - صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴ و ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۴

۳

۲

۱

(علی شهبازی)

$$A = \frac{(\sin x \sin y - \cos x \cos y)(\sin x \sin y + \cos x \cos y)}{(\sin x \cos y - \sin y \cos x)(\sin x \cos y + \sin y \cos x)}$$

$$\Rightarrow A = \frac{-\cos(x+y)\cos(x-y)}{\sin(x-y)\sin(x+y)} \Rightarrow A = -\cot(x-y)\cot(x+y)$$

$$\Rightarrow A = -\cot\left(\frac{5\pi}{4}\right) \times \frac{1}{\tan(x+y)} \Rightarrow A = -(1) \times \frac{1}{4} = -\frac{1}{4}$$

(مسئله ۱- مثلثات - صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴ و ۱۱۰ تا ۱۱۲)

[۴] ✓

[۳]

[۲]

[۱]

(علی اصغر شریفی)

از اتحادهای مثلثاتی داریم:

$$\sin^2(x+y) + \cos^2(x+y) = 1 \Rightarrow \left(-\frac{3}{5}\right)^2 + \cos^2(x+y) = 1$$

$$\Rightarrow \cos^2(x+y) = \frac{16}{25} \xrightarrow{\pi < x+y < \frac{3\pi}{2}} \cos(x+y) = -\frac{4}{5}$$

از طرفی:

$$\cos 2y = \cos((x+y) - (x-y))$$

$$= \cos(x+y)\cos(x-y) + \sin(x+y)\sin(x-y)$$

$$= \left(-\frac{4}{5}\right)\left(\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{3}{5}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{-4 - 3\sqrt{3}}{10}$$

(مسئله ۱- مثلثات - صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

[۴] ✓

[۳]

[۲]

[۱]

(عسین فابیلو)

$$f(x) = \begin{cases} \tan \frac{\pi x}{8} + 1 & ; -2 \leq x \leq 2 \\ 1 - \frac{x^2}{2} & ; x > 2 \text{ یا } x < -2 \end{cases}$$

برای پیدا کردن حاصل $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x)$ باید از ضابطه پایینی استفاده کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \left(1 - \frac{x^2}{2}\right) = 1 - \frac{(-2)^2}{2} = 1 - 2 = -1$$

برای پیدا کردن حاصل $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ باید از ضابطه بالایی استفاده کنیم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2^-} \left(\tan \frac{\pi x}{8} + 1\right) = \tan \frac{2\pi}{8} + 1 \\ &= \tan \frac{\pi}{4} + 1 = 1 + 1 = 2 \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) - \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -1 - 2 = -3$$

(حسابان ۱- هر و پیوستگی - صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۴۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

(مهم پورا احمدی)

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = -1, \quad f(3) = -3$$

پس حاصل عبارت مورد نظر برابر $1 + (-1) + (-3) = -3$ است.

(حسابان ۱- هر و پیوستگی - صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۲۹)

۴ ✓

۳

۲

۱

(علی شوراچی)

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} (f+g)(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^+} g(x)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^+} ([x] + x) + \lim_{x \rightarrow 2^+} (x^2 - x) = (2 + 2) + (4 - 2) = 6$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} (f+g)(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^-} g(x)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^-} ([x] + x) + \lim_{x \rightarrow 2^-} (ax + 1) = (1 + 2) + 2a + 1 = 2a + 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} (f+g)(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (f+g)(x) \Rightarrow 6 = 2a + 4 \Rightarrow a = 1$$

(حسابان ۱- هر و پیوستگی - صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۳۶)

۴

۳

۲

۱ ✓

وقتی $x \rightarrow 4$ ، حد مخرج کسر صفر است. برای آن که این حد موجود باشد، باید حد صورت کسر هم صفر باشد:

$$\lim_{x \rightarrow 4} (x^2 + ax - 4) = 0 \Rightarrow 16 + 4a - 4 = 0 \Rightarrow a = -3$$

با جای گذاری $a = -3$ ، حاصل حد را به دست می آوریم:

$$L = \lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{x^2 - 3x - 4}{3 - \sqrt{2x+1}} \times \frac{3 + \sqrt{2x+1}}{3 + \sqrt{2x+1}} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x^2 - 3x - 4)(3 + \sqrt{2x+1})}{9 - 2x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{6(x-4)(x+1)}{-2(x-4)} = -3 \times 5 = -15$$

$$a - L = -3 - (-15) = 12$$

پس:

(مسئله ۱- هر و پیوستگی - صفحه های ۱۳۰ تا ۱۳۶ و ۱۴۱ تا ۱۴۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

(امیر هوشنگ فمسه)

فرض می کنیم $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = L$ و $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = L'$ است، پس:

$$\lim_{x \rightarrow 1} (f - g)(x) = \frac{9}{2} \Rightarrow L - L' = \frac{9}{2} \Rightarrow L = L' + \frac{9}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} (f \cdot g)(x) = -2 \Rightarrow LL' = -2 \Rightarrow (L' + \frac{9}{2})L' = -2$$

$$\Rightarrow L'^2 + \frac{9}{2}L' + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} L' = -4 \Rightarrow L = \frac{1}{2} \\ L' = -\frac{1}{2} \Rightarrow L = 4 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} (f + 2g)(x) = L + 2L' = \begin{cases} \frac{1}{2} + 2 \times (-4) = -\frac{15}{2} \\ 4 + 2 \times (-\frac{1}{2}) = 3 \end{cases}$$

(مسئله ۱- هر و پیوستگی - صفحه های ۱۳۲ تا ۱۳۶)

۴

۳ ✓

۲

۱

(علی شوراچی)

$$\sqrt{x} = t \Rightarrow x = t^2$$

تغییر متغیر می‌دهیم:

وقتی $x \rightarrow 1$ آن‌گاه $t \rightarrow 1$ ، پس:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 5\sqrt{x} + 3}{x^2 - x} &= \lim_{t \rightarrow 1} \frac{2t^2 - 5t + 3}{t^4 - t^2} \\ &= \lim_{t \rightarrow 1} \frac{(t-1)(2t-3)}{t^2(t-1)(t+1)} = -\frac{1}{1 \times 2} = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

(حسابان ۱- حد و پیوستگی - صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۳۶ و ۱۴۱ تا ۱۴۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\cos t \cos a - \sin t \sin a - \cos a}{t}$$

$$= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\cos a(\cos t - 1) - \sin t \sin a}{t} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{-2 \sin^2 \frac{t}{2} \cos a - \sin t \sin a}{t}$$

$$= \lim_{t \rightarrow 0} \left(\frac{\sin \frac{t}{2}}{\frac{t}{2}} \times (-\sin \frac{t}{2} \cos a) \right) - \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin t}{t} (\sin a) = 0 - \sin a = -\sin a$$

(حسابان ۱- ترکیبی - صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲ و ۱۳۰ تا ۱۴۴)

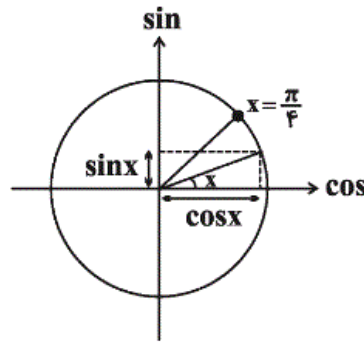
۴

۳

۲ ✓

۱

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^-} \frac{|\sin x - \cos x|}{\tan x - 1} = \frac{|\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}|}{1-1} = \frac{0}{0}$$



به دایره مثلثاتی توجه کنید:

$$x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \sin x = \cos x$$

$$0 < x < \frac{\pi}{4} \Rightarrow \sin x < \cos x$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^-} \frac{|\sin x - \cos x|}{\frac{\sin x}{\cos x} - 1} &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^-} - \frac{(\sin x - \cos x)}{\frac{\sin x - \cos x}{\cos x}} \\ &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^-} - \frac{\cos x (\sin x - \cos x)}{\sin x - \cos x} = -\cos \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

(حسابان ۱- مر و پیوستگی- صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۳۴)

۴

۳

۲

۱ ✓

(معمد طاهر شعاعی)

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin^3 x}{1 - \sin^2 x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{(1 - \sin x)(1 + \sin x + \sin^2 x)}{(1 - \sin x)(1 + \sin x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 + \sin x + \sin^2 x}{1 + \sin x} = \frac{1 + 1 + 1}{1 + 1} = \frac{3}{2}$$

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = a \cos\left(\frac{4 \times \frac{\pi}{2}}{3}\right) + 1 = a \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + 1 = -\frac{1}{2}a + 1$$

باید مقدار تابع با حد آن برابر باشد. پس:

$$-\frac{1}{2}a + 1 = \frac{3}{2} \Rightarrow -\frac{1}{2}a = \frac{1}{2} \Rightarrow a = -1$$

(مسابان ۱- ترکیبی- صفحه‌های ۹۱ تا ۱۰۴ و ۱۳۰ تا ۱۵۱)

۴

۳✓

۲

۱

(قسم کتابچی)

-۹۷

باید مقدار تابع در $x = 4$ با حدهای چپ و راست تابع در این نقطه برابر باشند.

$$f(4) = a[4 + 1] + [4] + 2 = 5a + 6$$

$$\lim_{x \rightarrow 4^+} (a[x + 1] + [x] + 2) = 5a + 6$$

$$\lim_{x \rightarrow 4^-} (a[x + 1] + [x] + 2) = 4a + 5$$

$$5a + 6 = 4a + 5 \Rightarrow a = -1$$

(مسابان ۱- هر و پیوستگی- صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۴۰ و ۱۴۵ تا ۱۵۱)

۴

۳

۲✓

۱

(معمدمصطفی ابراهیمی)

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} \left(x + \frac{3}{x}\right) = a + \frac{3}{a}$$

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} (3x + a) = 3a$$

$$a + \frac{3}{a} = 3a \xrightarrow{\times a} a^2 + 3 = 3a^2 \Rightarrow 3a^2 = 3 \Rightarrow a = \pm 1$$

$$\mathbb{R} \text{ در } f(x) = \begin{cases} x + \frac{3}{x} & x \geq 1 \\ 3x + 1 & x < 1 \end{cases} \text{ است که اگر } a = 1 \text{ باشد،}$$

پیوسته است.

$$\text{ولی اگر } a = -1 \text{ باشد، } f(x) = \begin{cases} x + \frac{3}{x} & x \geq -1 \\ 3x - 1 & x < -1 \end{cases} \text{ می شود که}$$

در $x = 0$ پیوسته نیست. پس فقط $a = 1$ قابل قبول است.

(مسئله ۱- هر دو پیوستگی - صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۴۰ و ۱۴۵ تا ۱۵۱)

۴

۳

۲ ✓

۱

(عزیزاله علی اصغری)

تابع در بازه $(k^2 + 10, \delta)$ پیوسته است، پس: $\delta < x < k^2 + 10$

$$\Rightarrow \log_{\delta}^{\delta} < \log_{\delta}^x < \log_{\delta}^{k^2 + 10} \Rightarrow 1 < \log_{\delta}^x < \log_{\delta}^{k^2 + 10} \quad (1)$$

با توجه به نامساوی (۱)، برای آن که $y = [\log_{\delta}^x] + 2$ پیوسته باشد، باید

$$1 < \log_{\delta}^x < 2 \text{ باشد، به عبارت دیگر باید } \log_{\delta}^{k^2 + 10} \leq 2 \text{ باشد، پس:}$$

$$\delta^{\log_{\delta}^{k^2 + 10}} \leq \delta^2 \Rightarrow (k^2 + 10)^{\log_{\delta}^{\delta}} \leq 2\delta$$

$$\Rightarrow k^2 + 10 \leq 2\delta \Rightarrow k^2 \leq 1\delta \Rightarrow -\sqrt{1\delta} \leq k \leq \sqrt{1\delta}$$

پس k نمی‌تواند ± 4 باشد.

(مسئله ۱- ترکیبی - صفحه‌های ۸۰ تا ۸۵ و ۱۴۵ تا ۱۵۱)

۴

۳

۲

۱ ✓

۱۰۰-

(معمدمصطفی ابراهیمی)

گزینه‌های «۱»، «۲» و «۳» با توجه به متن کتاب صحیح هستند ولی گزینه «۴» غلط است. تابع در $x = 3$ حد ندارد زیرا مقدار حد چپ آن موجود نیست.

(مسائل ۱- هر و پیوستگی - صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)

۴

۳

۲

۱

ریاضی، هندسه ۲، - 13970221

۱۰۱-

(پواد ترکمن)

ترکیب دو بازتاب با محورهای غیرموازی معادل تبدیل دوران است. در این حالت مرکز دوران محل برخورد دو محور و زاویه دوران دو برابر زاویه بین محورها است. در اینجا زاویه بین دو خط ۹۰ درجه است، پس ترکیب این دو بازتاب معادل دوران ۱۸۰ درجه می‌باشد. دوران همواره جهت اشکال را حفظ می‌کند ولی شیب خطوط را تنها در حالتی که زاویه دوران مضرب صحیح ۱۸۰ درجه باشد، حفظ می‌کند. پس این تبدیل شیب خطوط و جهت اشکال را حفظ می‌کند.

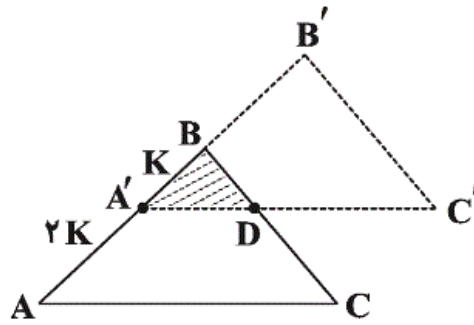
(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها- صفحه‌های ۴۲ تا ۴۴)

۴

۳

۲

۱



انتقال یک تبدیل طولپاست و اندازه مساحت اشکال را حفظ می کند، پس مساحت دو مثلث ABC و $A'B'C'$ برابر است. مطابق شکل، ناحیه مشترک بین دو مثلث ABC و $A'B'C'$ ، مثلث $A'BD$ است. پس در حقیقت کافیهست، نسبت مساحت مثلث $A'BD$ به مساحت مثلث ABC را به دست آوریم.

از طرفی می دانیم، انتقال شیب خطوط را نیز حفظ می کند، پس $AC \parallel A'C'$ و در نتیجه دو مثلث ABC و $A'BD$ متشابه هستند. نسبت مساحت این دو مثلث برابر مجذور نسبت تشابه است، بنابراین داریم:

$$\frac{S_{A'BD}}{S_{ABC}} = \left(\frac{A'B}{AB}\right)^2 = \left(\frac{K}{3K}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

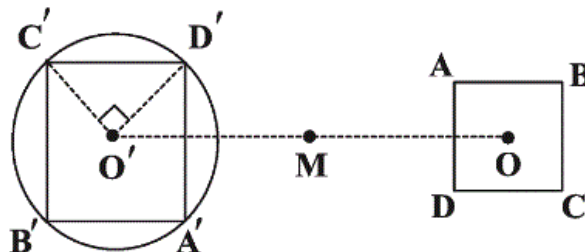
(هندسه ۲- تبدیل های هندسی و کاربردها- صفحه های ۴۰ و ۴۱)

۴ ✓

۳

۲

۱



ابتدا ضلع مربع جدید را با توجه به شعاع دایره محاسبه می کنیم:

$$C'D'^2 = O'C'^2 + O'D'^2 \Rightarrow C'D' = 2$$

حال طبق تعریف تجانس، نسبت تجانس را به دست می آوریم:

$$|K| = \frac{C'D'}{CD} = \frac{2}{1} \xrightarrow{\text{تجانس معکوس}} K = -2 \quad K < 0$$

چون تجانس معکوس است، پس مرکز تجانس بین O' و O قرار می گیرد، حال داریم:

$$|K| = \frac{O'M}{OM} = 2 \Rightarrow O'M + OM = O'M + \frac{1}{2}O'M = \frac{3}{2}O'M$$

$$\Rightarrow OO' = \frac{3}{2}O'M = 6 \Rightarrow O'M = 4$$

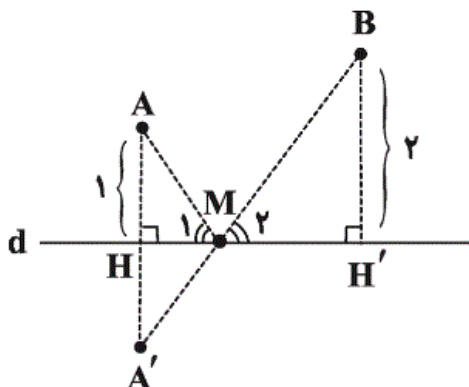
(هندسه ۲- تبدیل های هندسی و کاربردها- صفحه های ۴۵ تا ۵۰)

۴

۳

۲ ✓

۱



با توجه به مسأله هرون، ابتدا نقطه A را نسبت به خط d بازتاب داده و نقطه حاصل را A' می‌نامیم. محل تلاقی A'B با خط d نقطه M است؛ چراکه MA + MB کم‌ترین مقدار ممکن را دارد. نقطه M روی خط d به گونه‌ای قرار دارد که AM و BM با خط d زوایای مساوی می‌سازند. ($\hat{M}_1 = \hat{M}_2$)، بنابراین نقطه M همان نقطه N است و $AM = AN = 2$ می‌باشد. حال ابتدا تشابه دو مثلث AMH و BMH' را اثبات نموده و سپس مطلوب مسأله را می‌یابیم:

$$\begin{cases} \hat{H} = \hat{H}' = 90^\circ \\ \hat{M}_1 = \hat{M}_2 \end{cases} \Rightarrow \Delta AMH \sim \Delta BMH'$$

$$\Rightarrow \frac{MA}{MB} = \frac{AH}{BH'} \Rightarrow \frac{2}{MB} = \frac{1}{2} \Rightarrow MB = 4$$

$$\Rightarrow MA + MB = 2 + 4 = 6$$

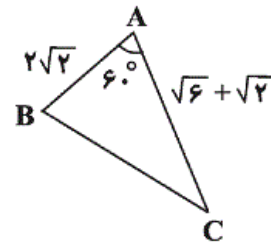
(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها- صفحه ۵۳)

۴ ✓

۳

۲

۱



ابتدا با کمک قضیه کسینوسها طول ضلع BC را می یابیم:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \times AC \times \cos \hat{A}$$

$$\Rightarrow BC^2 = 8 + 8 + 4\sqrt{3} - 2(2\sqrt{2})(\sqrt{6} + \sqrt{2}) \times \left(\frac{1}{2}\right) = 12$$

$$\Rightarrow BC = 2\sqrt{3}$$

حال به کمک قضیه سینوسها، اندازه \hat{C} و از آنجا زاویه B را می یابیم:

$$\frac{AB}{\sin \hat{C}} = \frac{BC}{\sin \hat{A}} \Rightarrow \frac{2\sqrt{2}}{\sin \hat{C}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sin 60^\circ}$$

$$\Rightarrow \sin \hat{C} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \begin{cases} \hat{C} = 45^\circ \\ \hat{C} = 135^\circ \text{ (غ ق ق)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \hat{B} = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{C}) = 180^\circ - (60^\circ + 45^\circ) = 75^\circ$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث- صفحه های ۶۲ تا ۶۹)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$= 8 - 2\sqrt{12} \times \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 8 + 6 = 14 \Rightarrow a = \sqrt{14}$$

حال با توجه به قضیه سینوسها در مثلث داریم:

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R \Rightarrow R = \frac{a}{2 \sin \hat{A}}$$

$$\Rightarrow R = \frac{\sqrt{14}}{2 \times \sin 45^\circ} = \sqrt{14}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث- صفحه های ۶۲ تا ۶۹)

۴

۳

۲

۱

طبق روابط نیمساز داخلی در مثلث ABC داریم:

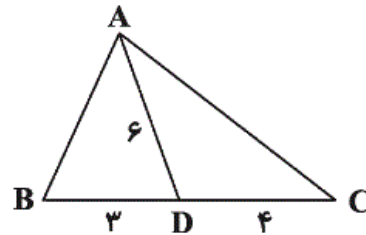
$$AD^2 = AB \times AC - BD \times CD \Rightarrow 36 = AB \times AC - 12$$

$$\Rightarrow AB \times AC = 48 \quad (1)$$

$$AD \text{ نیمساز} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{3}{4} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \begin{cases} AB = 6 \\ AC = 8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{محیط مثلث } ABC = AB + BC + AC = 6 + 7 + 8 = 21$$



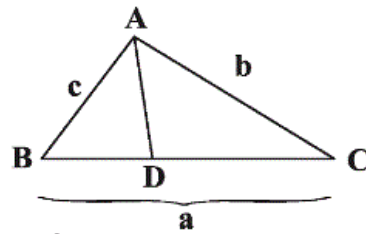
(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث- صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲)

۴

۳

۲ ✓

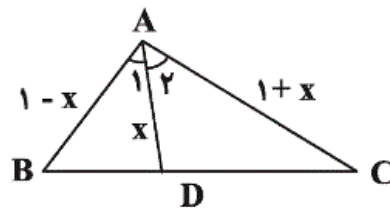
۱



اگر در مثلث ABC ، پاره خط AD نیمساز رأس A باشد، طبق تمرین ۵ صفحه ۷۶ کتاب درسی داریم:

$$AD = \frac{2bc \cdot \cos \frac{\hat{A}}{2}}{b+c}$$

حال مطابق شکل سؤال داریم:



(AD نیمساز است؛ چون $\hat{A}_1 = \hat{A}_2 = 60^\circ$ است.)

$$AD = \frac{2bc \cos \frac{\hat{A}}{2}}{b+c} \Rightarrow x = \frac{2(1+x)(1-x) \cos 60^\circ}{(1+x) + (1-x)}$$

$$\Rightarrow x = \frac{1-x^2}{2} \Rightarrow x^2 + 2x - 1 = 0$$

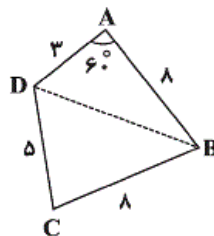
$$\Rightarrow x = \frac{-2 + \sqrt{8}}{2} = -1 + \sqrt{2}$$

۴

۳ ✓

۲

۱



ابتدا اندازه BD را به کمک قضیه کسینوس‌ها به دست می‌آوریم:

$$BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2AB \times AD \times \cos 60^\circ$$

$$\Rightarrow BD^2 = 64 + 9 - 2 \times 8 \times 3 \times \frac{1}{2} = 49 \Rightarrow BD = 7$$

چهارضلعی $ABCD$ از دو مثلث ABD و BCD تشکیل شده است، پس مساحت آن برابر مجموع مساحت این دو مثلث است.

$$\left\{ \begin{array}{l} S_{\Delta ABD} = \frac{1}{2} AB \times AD \times \sin 60^\circ = \\ \frac{1}{2} \times 8 \times 3 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3} \\ P_{\Delta BCD} = \frac{BC + CD + BD}{2} = \frac{8 + 5 + 7}{2} = 10 \xrightarrow{\text{قضیه هرون}} \\ S_{\Delta BCD} = \sqrt{10(10-8)(10-5)(10-7)} = 10\sqrt{3} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow S_{ABCD} = S_{\Delta ABD} + S_{\Delta BCD} = 6\sqrt{3} + 10\sqrt{3} = 16\sqrt{3}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث- صفحه‌های ۷۳ تا ۷۴)

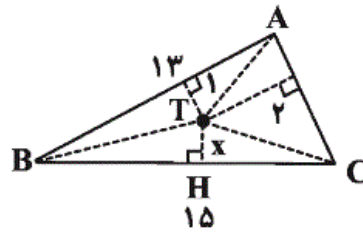
۴

۳

۲ ✓

۱

(سینا معمربور)



شکل مسأله را رسم می‌کنیم. خواسته مسأله اندازه $TH = x$ است.

ابتدا طبق قضیه هرون مساحت مثلث را به دست می‌آوریم:

$$P = \frac{4+13+15}{2} = 16 \Rightarrow S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$$

$$= \sqrt{16 \times 1 \times 3 \times 12} = 24$$

حال با توجه به این که مجموع مساحت مثلث‌های ACT ، ABT و BCT برابر مساحت مثلث ABC است، داریم:

$$S_{\Delta ABT} + S_{\Delta ACT} + S_{\Delta BCT} = S_{\Delta ABC}$$

$$\Rightarrow \frac{1 \times 13}{2} + \frac{2 \times 4}{2} + \frac{x \times 15}{2} = 24$$

$$\Rightarrow 21 + 15x = 48 \Rightarrow 15x = 27 \Rightarrow x = \frac{27}{15} = \frac{9}{5} = 1 \frac{4}{5}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث - صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

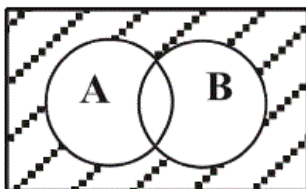
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

A پیشامد آن است که تیرانداز اول به هدف بزند و B پیشامد آن است که تیرانداز دوم به هدف بزند. قسمت هاشورخورده همان قسمت موردنظر سوال است که برابر است با $(A \cup B)'$. چون دو پیشامد A و B، مستقل از یکدیگر هستند، داریم:



$$P[(A \cup B)'] = P(A' \cap B') = P(A') \cdot P(B')$$

$$= (1 - 0/8)(1 - 0/5) = 0/2 \times 0/5 = 0/1$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

تعداد ساعات مطالعه دانش‌آموز در روزهای هفته غیر از دوشنبه، چهارشنبه و جمعه را X در نظر می‌گیریم.

$$\bar{X} = \frac{2(x+1) + 4x}{7} \Rightarrow 3 = \frac{6x+2}{7}$$

$$\Rightarrow 6x+2 = 21 \Rightarrow 6x = 19 \Rightarrow x = \frac{19}{6}$$

مجموع ساعات مطالعه دانش‌آموز در روزهای یکشنبه، سه‌شنبه و پنجشنبه برابر است با:

$$x + x + x = 3x = 3 \times \frac{19}{6} = \frac{19}{2} = 9/5$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی - صفحه‌های ۸۴ و ۸۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\sigma^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$= \frac{(1-6)^2 + (7-6)^2 + (5-6)^2 + (9-6)^2 + (8-6)^2}{5}$$

$$= \frac{25+1+1+9+4}{5} = \frac{40}{5} = 8$$

$$\sigma = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی - صفحه‌های ۸۴ تا ۹۵)

۴

۳

۲

۱

(امیر هوشنگ نمسه)

-۱۱۴

$$\bar{x} = \frac{2 \times 14 + 16 + 2 \times 17 + 18}{6} = 16$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{2(14-16)^2 + 0 + 2(17-16)^2 + (18-16)^2}{6}} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3} \times 16} = \frac{\sqrt{21}}{48}$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی - صفحه‌های ۹۶ و ۹۷)

۴

۳

۲

۱

$$\sigma_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2}{10} = 5^2 \Rightarrow \sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2 = 250$$

$$\sigma_2^2 = \frac{\sum_{i=1}^{20} (x_i - \bar{x})^2}{20} = 4^2 \Rightarrow \sum_{i=1}^{20} (x_i - \bar{x})^2 = 320$$

$$\sigma^2 = \frac{250 + 320}{20 + 10} = \frac{570}{30} = 19 \Rightarrow \sigma = \sqrt{19}$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی - صفحه‌های ۹۳ تا ۹۵)

۴

۳

۲

۱

(سیدوید زوالفقاری)

-۱۱۶

در روش نمونه‌گیری طبقه‌ای، جامعه به زیر جامعه‌های مجزا تقسیم

می‌شود و تعداد اعضای انتخاب شده در هر طبقه متناسب با تعداد اعضای

آن طبقه است.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی - صفحه ۱۰۶)

۴

۳

۲

۱

با توجه به اینکه برآورد بازه‌ای با اطمینان بیش از ۹۵٪ در بازه

$(\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}})$ می‌باشد و برآورد نقطه‌ای برابر \bar{x} است، با

میانگین گرفتن از دو سر بازه می‌توان \bar{x} را محاسبه کرد. پس داریم:

$$\bar{x} = \frac{(\bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}) + (\bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}})}{2} = \frac{1/73 + 2/31}{2} = \frac{4/04}{2} = 2/02$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی - صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ (انحراف معیار برآورد میانگین)

a حد پایین فاصله اطمینان ۹۵ درصدی:

b حد بالای فاصله اطمینان ۹۵ درصدی:

\bar{x} برآورد میانگین:

$$\bar{x} = \frac{a+b}{2} \Rightarrow 43 = \frac{a+51}{2} \Rightarrow a = 86 - 51 = 35$$

$$\frac{2\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{b-a}{2} \Rightarrow \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{b-a}{4} = \frac{51-35}{4} = \frac{16}{4} = 4$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی - صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$p = \frac{9}{25} \Rightarrow 1-p = \frac{16}{25}$$

$$\left(p - 2\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}, p + 2\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \right) \text{ بازه مورد نظر به صورت}$$

است. در نتیجه داریم:

$$\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} = \sqrt{\frac{\frac{9}{25} \times \frac{16}{25}}{25}} = \frac{\frac{3}{5} \times \frac{4}{5}}{5} = \frac{12}{125}$$

$$\text{بازه مورد نظر: } \left(\frac{9}{25} - \frac{24}{125}, \frac{9}{25} + \frac{24}{125} \right) = \left(\frac{21}{125}, \frac{69}{125} \right)$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی - صفحه‌های ۱۲۳ و ۱۲۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

تعداد حالت‌هایی که می‌توان نمونه‌ای ۳ عضوی از یک جامعه ۶ عضوی

انتخاب کرد، برابر است با:

$$\binom{6}{3} = 20$$

نمونه‌هایی ۳ عضوی که میانگین اعضای آن‌ها برابر ۴ باشد، عبارتند از:

$$\{3, 4, 5\}, \{2, 4, 6\}, \{1, 5, 6\}$$

بنابراین احتمال مورد نظر برابر $\frac{3}{20} = 0.15$ خواهد بود.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی - صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

www.kanoon.ir