



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

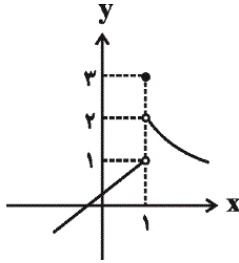
و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)



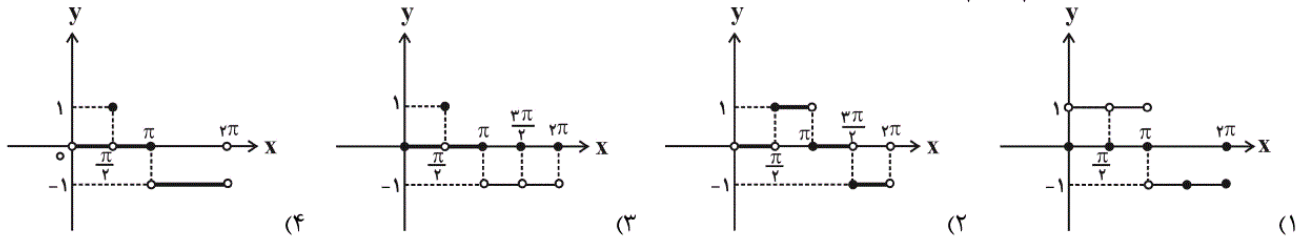
۹۷- نمودار تابع  $y = f(x)$  به صورت شکل زیر است. حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f\left(\frac{1}{2x-1}\right)$  کدام است؟

- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)

(۴) این حد وجود ندارد.

شما پاسخ نداده اید

۹۸- کدام یک از توابع زیر در نقاط  $\frac{\pi}{2}$  و  $\frac{3\pi}{2}$  حد ندارد؟



شما پاسخ نداده اید

۹۹- اگر  $f(x) = \frac{x}{|x|}$ ،  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = a$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = b$  باشد، آن گاه حاصل  $a - b$  کدام است؟

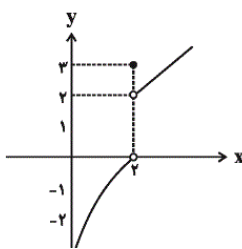
(۲) صفر

(۱) -۲

(۴) تابع در  $x = 0$  حد چپ و راست ندارد.

(۳) ۲

شما پاسخ نداده اید



۱۰۰- برای تابع  $f$  که نمودار آن داده شده، حاصل  $f(2) + \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$  کدام است؟

(۱) ۳

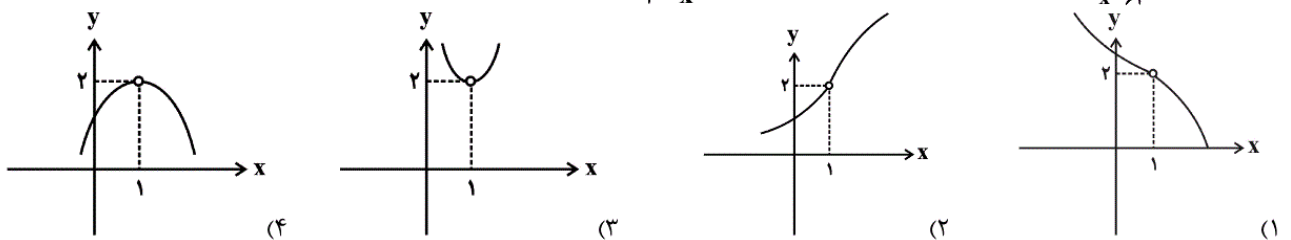
(۲) ۴

(۳) ۵

(۴) ۶

شما پاسخ نداده اید

۱۰۱- اگر  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$  باشد و در اطراف  $x = 1$  داشته باشیم  $\frac{f(x)-2}{1-x} < 0$  کدام گزینه می‌تواند نمودار تابع  $f$  در اطراف  $x = 1$  باشد؟



شما پاسخ نداده اید

۱۰۲- با توجه به تابع  $f(x) = \sqrt{x+4}$ ، چه تعداد از موارد زیر درست است؟

(ت)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 2$

(پ)  $f(-4) = 0$

(ب)  $\lim_{x \rightarrow -4} f(x) = 0$

(الف)  $\lim_{x \rightarrow (-4)^+} f(x) = 0$

(۳) ۴

(۱) ۲

۱۰۳- اگر تابع  $f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 1 & , x > 2 \\ ax - b & , x < 2 \end{cases}$  در  $x = 2$  حد داشته باشد و  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 4$  باشد، مقدار  $a - b$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{26}{3}$  (۲)  $-4$  (۳)  $11$  (۴)  $-\frac{11}{3}$

شما پاسخ نداده اید

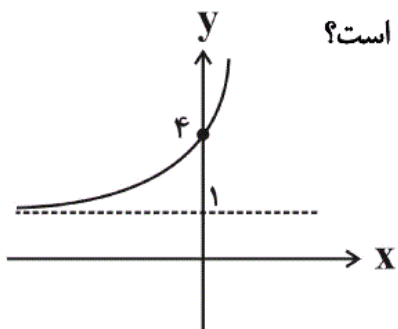
ریاضی ، ریاضی ۲ ، نمودار ها و کاربردهای توابع نمایی و لگاریتمی ، توابع نمایی و لگاریتمی - ۱۳۹۷۰۱۳۱

۹۱- نمودار تابع  $f(x) = 3 - \log_2(x+2)$  از کدام یک از نواحی مختصاتی نمی گذرد؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

شما پاسخ نداده اید

۹۲- نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = a(\sqrt{2})^{bx} + 1$  به صورت زیر است. کدام گزینه درست است؟



- (۱)  $b < 0, a = -3$   
 (۲)  $b < 0, a = 3$   
 (۳)  $b > 0, a = 3$   
 (۴)  $b > 0, a = \frac{1}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۹۳- نمودار تابع  $y = -3^{(x-1)}$  از کدام ناحیه‌های محورهای مختصات می گذرد؟

- (۱) سوم و چهارم (۲) دوم و چهارم (۳) اول، دوم و چهارم (۴) اول و دوم

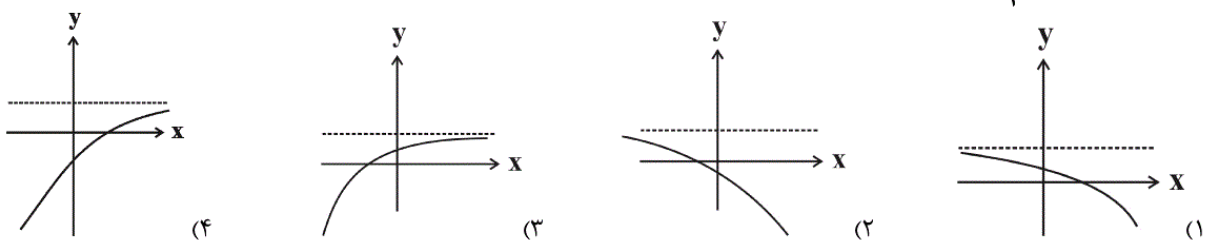
شما پاسخ نداده اید

۹۴- نمودار تابع  $f(x) = a + 3^{(x-b)}$  از نقطه  $(4, 29)$  می گذرد. اگر  $f(3) = 11$  باشد، آن گاه  $a + b$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۶

شما پاسخ نداده اید

۹۵- نمودار تابع  $f(x) = -6(\frac{1}{3})^{x+1} + 1$  شبیه کدام یک از نمودارهای زیر است؟



شما پاسخ نداده اید

۹۶- انرژی آزاد شده (به واحد Erg) از زلزله‌ای به بزرگی  $M$  ریشتر از رابطه  $\log E = 12 + 1/5 M$  به دست می آید. اگر انرژی آزاد شده  $10^{24} \times 10^{18}$  Erg باشد، بزرگی این زلزله چند ریشتر بوده است؟ ( $\log 2 = 0/3$ )

- (۱)  $5/6$  (۲)  $5$  (۳)  $6/6$  (۴)  $6$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- اگر  $f(x) = x^2 - 3x^2 + 2$  و  $g(x) = x - 1$  باشد، به ترتیب از راست به چپ حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f}{g}(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 1} (f + g)(x)$  کدام است؟

- (۱) صفر و حد ندارد. (۲) ۱ و -۲ (۳) صفر و ۲ (۴) صفر و -۲

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- به ازای کدام مقدار  $a$  تابع  $f(x) = \begin{cases} \frac{|x| - 2|x|}{x-1}, & x < 0 \\ bx + a - 1, & x > 0 \end{cases}$  در  $x = 0$  دارای حد است؟ ( [ ] علامت جزء صحیح است.)

- (۱) صفر (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) بستگی به مقدار  $b$  دارد.

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- اگر  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + ax + b}{x} = 3$  باشد، حاصل  $a + b$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۳ (۴) -۳

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- اگر  $\lim_{x \rightarrow t} f(x) = 0$  و  $\lim_{x \rightarrow t} g(x) = 4$  باشد، آنگاه حاصل  $\lim_{x \rightarrow t} (\sqrt{f(x)} + \sqrt{g(x)})$  همواره کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) ممکن است وجود نداشته باشد.

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \left[ \frac{36}{1 + 4x} \right]$  کدام است؟ ( [ ] علامت جزء صحیح است.)

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) وجود ندارد.

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- اگر تابع  $f$  در نقطه  $x = 1$  حدی مخالف صفر داشته باشد،  $f(1)$  کدام است؟

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{x^2 - 3x + a}, & x > 1 \\ a + b, & x = 1 \\ \frac{b(x-1)}{|x-1|}, & x < 1 \end{cases}$$

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

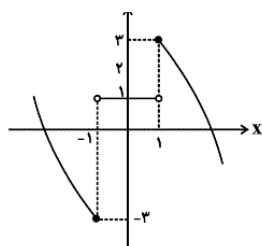
شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- حاصل  $A = \lim_{x \rightarrow \pi} \left( \frac{1 + \cos^3 x}{1 + \sin(\frac{\pi}{2} + x)} + \frac{|\cos x|}{\sin(x - \frac{3\pi}{2})} \right)$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) صفر (۴) وجود ندارد.

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۲- سوالات موازی ، فرایندهای حدی ، حد و پیوستگی - ۱۳۹۷۰۱۳۱

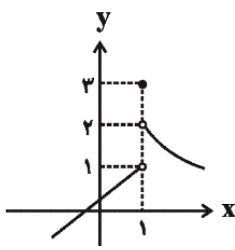


۱۱۷- شکل زیر نمودار تابع  $y = f(x)$  را نشان می‌دهد. حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) - \lim_{x \rightarrow 1^-} f(-x) + f(0)$  کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) -۲

شما پاسخ نداده اید

۱۲۴- نمودار تابع  $y = f(x)$  به صورت شکل زیر است. حاصل  $\lim_{x \rightarrow 4^+} f\left(\frac{1}{2x-7}\right)$  کدام است؟



۱ (۱)

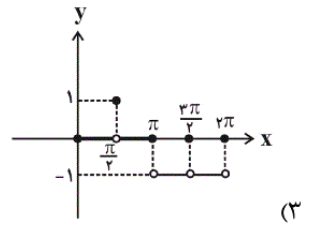
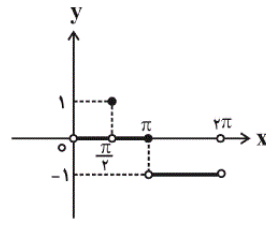
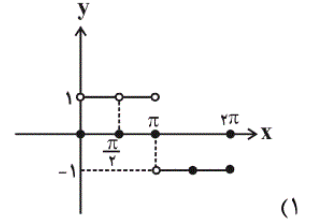
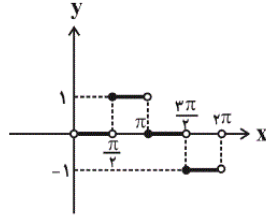
۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴) این حد وجود ندارد.

شما پاسخ نداده اید

۱۲۵- کدامیک از توابع زیر در نقاط  $x = \frac{\pi}{2}$  و  $x = \frac{3\pi}{2}$  حد ندارد؟



شما پاسخ نداده اید

۱۲۶- اگر  $f(x) = \frac{x}{|x|}$ ،  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = a$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = b$  باشد، آن گاه حاصل  $a - b$  کدام است؟

۲ (۱)

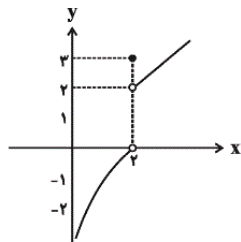
صفر (۲)

۲ (۳)

۴ (۴) تابع در  $x = 0$  حد چپ و راست ندارد.

شما پاسخ نداده اید

۱۲۷- برای تابع  $f$  که نمودار آن داده شده، حاصل  $f(2) + \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$  کدام است؟



۳ (۱)

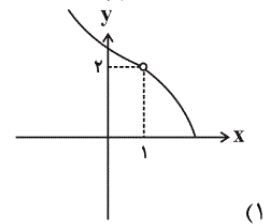
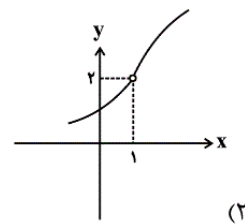
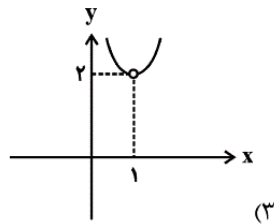
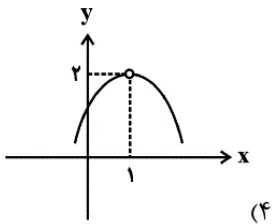
۴ (۲)

۵ (۳)

۶ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۸- اگر  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$  باشد و در اطراف  $x = 1$  داشته باشیم  $\frac{f(x)-2}{1-x} < 0$  کدام گزینه می تواند نمودار تابع  $f$  در اطراف  $x = 1$  باشد؟



شما پاسخ نداده اید

۱۲۹- با توجه به تابع  $f(x) = \sqrt{x+4}$ ، چه تعداد از موارد زیر درست است؟

ت)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 2$

ب)  $f(-4) = 0$

ب)  $\lim_{x \rightarrow -4} f(x) = 0$

الف)  $\lim_{x \rightarrow (-4)^+} f(x) = 0$

۴ (۱)

۴ (۲)

۳ (۳)

۲ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۳۰- اگر تابع  $f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 1, & x > 2 \\ ax - b, & x < 2 \end{cases}$  در  $x = 2$  حد داشته باشد و  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 4$  باشد، مقدار  $a - b$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{26}{3}$  (۲)  $-4$  (۳)  $11$  (۴)  $-\frac{11}{3}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۲- سوالات موازی ، تابع لگاریتمی و ویژگی های آن ، توابع نمایی و لگاریتمی - ۱۳۹۷۰۱۳۱

۱۱۱- حاصل ضرب ریشه های حقیقی معادله  $(\log x + 1)(\log x - 2) = 4$  در صورت وجود کدام است؟

- (۱)  $10$  (۲)  $\frac{1}{10}$  (۳)  $100$  (۴)  $\frac{1}{100}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- اگر  $x > 0$  و  $\log_a^3 x - (\Delta x) \log_a^{\Delta} x = 0$  باشد، آنگاه  $x$  کدام است؟ ( $a > 1$ )

- (۱)  $\frac{1}{125}$  (۲)  $\frac{1}{15}$  (۳)  $1$  (۴)  $15$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- اگر  $\log_3^6 = \frac{1}{a}$  و  $\log_9^{\Delta} = \frac{b}{2}$  باشد، آنگاه حاصل  $\log_3^1$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{ab}{4}$  (۲)  $\frac{1}{4a} + b$  (۳)  $\frac{b}{4a}$  (۴)  $4a + b$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- اگر  $\log_2 \simeq 0.3$  و  $\log_3 \simeq 0.48$ ، مقدار  $\log_{216}^{\Delta}$  تقریباً کدام است؟

- (۱)  $2/44$  (۲)  $2/9$  (۳)  $2$  (۴)  $3/34$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- اگر  $\log_{\Delta}^2 = \frac{1}{a}$  باشد، آنگاه حاصل  $\log_{\sqrt{\Delta}}^{\Delta}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1-a}{a}$  (۲)  $\frac{2-2a}{a}$  (۳)  $\frac{3-3a}{a}$  (۴)  $\frac{6-6a}{a}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- اگر  $\log_2 x^2 = \log_2(x^3 + 1) + \log_2 x^2$  باشد، حاصل  $\log_2 \sqrt{3-x}$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $1$  (۴)  $2$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۲- سوالات موازی ، نمودارها و کاربردهای توابع نمایی و لگاریتمی ، توابع نمایی و لگاریتمی -

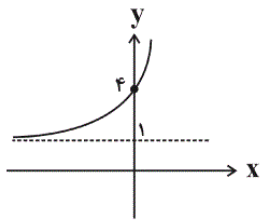
۱۳۹۷۰۱۳۱

۱۱۸- نمودار تابع  $f(x) = 3 - \log_2(x+2)$  از کدام یک از نواحی مختصاتی نمی گذرد؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = a(\sqrt{2})^{bx} + 1$  به صورت زیر است. کدام گزینه درست است؟



(۱)  $b < 0, a = -3$

(۲)  $b < 0, a = 3$

(۳)  $b > 0, a = 3$

(۴)  $b > 0, a = \frac{1}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- نمودار تابع  $y = -3^{(x-1)}$  از کدام ناحیه‌های محورهای مختصات می‌گذرد؟

(۴) اول و دوم

(۳) اول، دوم و چهارم

(۲) دوم و چهارم

(۱) سوم و چهارم

شما پاسخ نداده اید

۱۲۱- نمودار تابع  $f(x) = a + 3^{(x-b)}$  از نقطه  $(4, 29)$  می‌گذرد. اگر  $f(3) = 11$  باشد، آن‌گاه  $a + b$  کدام است؟

(۴) ۶

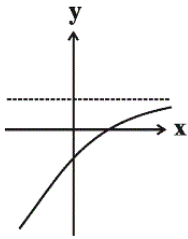
(۳) ۵

(۲) ۳

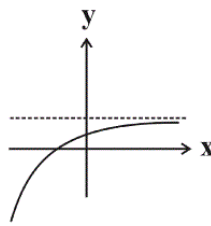
(۱) ۲

شما پاسخ نداده اید

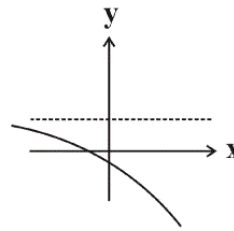
۱۲۲- نمودار تابع  $f(x) = -6\left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} + 1$  شبیه کدام یک از نمودارهای زیر است؟



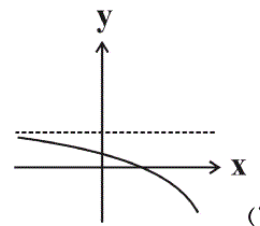
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۳- انرژی آزاد شده (به واحد Erg) از زلزله‌ای به بزرگی  $M$  ریشتر از رابطه  $\log E = 12 + 1.5M$  به دست می‌آید. اگر انرژی آزاد شده  $10^{24} \times 10^{18}$  Erg باشد، بزرگی این زلزله چند ریشتر بوده است؟ ( $\log 2 = 0.3$ )

(۴) ۶

(۳) ۶/۶

(۲) ۵

(۱) ۵/۶

شما پاسخ نداده اید

-۹۷

(ابراهیم نبفی)

$$x \rightarrow 4^+ \Rightarrow x > 4 \Rightarrow 2x > 8 \Rightarrow 2x - 7 > 1 \Rightarrow \frac{1}{2x-7} < 1$$

$$x \rightarrow 4^+ \text{ و } \frac{1}{2x-7} = t \Rightarrow t \rightarrow 1^-$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 4^+} f\left(\frac{1}{2x-7}\right) = \lim_{t \rightarrow 1^-} f(t) = 1$$

(ریاضی ۲، فرآیندهای حدی، صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۷)

۴

۳

۲

۱

-۹۸

(ابراهیم نبفی)

در توابع گزینه‌های «۱، ۳ و ۴» در نقاط  $x = \frac{3\pi}{2}$  و  $x = \frac{\pi}{2}$  حدهای راست و چپ برابر هستند بنابراین این توابع در نقاط ذکر شده دارای حد هستند، اما تابع گزینه «۲» در هیچ‌کدام از نقاط  $\frac{3\pi}{2}$  و  $\pi$  و  $x = \frac{\pi}{2}$  حدهای راست و چپ برابر ندارد. بنابراین در هیچ‌کدام از این نقاط حد ندارد.

(ریاضی ۲، فرآیندهای حدی، صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۷)

۴

۳

۲

۱

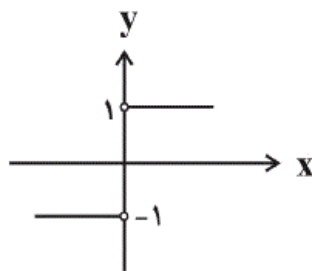


(فشار فرامرزی)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{x}, & x > 0 \\ \frac{x}{-x}, & x < 0 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$$

نمودار تابع  $f$  به صورت زیر است:

با توجه به نمودار داریم:



$$a = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1$$

$$b = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -1$$

$$\Rightarrow a - b = 1 - (-1) = 2$$

(ریاضی ۲، فرآیندهای عددی، صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

(فشار فرامرزی)

$$\left. \begin{array}{l} f(2) = 3 \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 2 \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow f(2) + \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 5$$

(ریاضی ۲، فرآیندهای عددی، صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

(مهمر بهیرایی)

اگر از سمت راست به  $x=1$  نزدیک شویم در این صورت  $x-1 > 0$ ، پس در نامساوی داده شده مخرج  $1-x < 0$  در نتیجه باید  $f(x)-2 > 0$  باشد در نتیجه اگر  $x \rightarrow 1^+$  آنگاه  $f(x) \rightarrow 2^+$  هم‌چنین اگر از سمت چپ به  $x=1$  نزدیک شویم در این صورت  $x-1 < 0$  پس  $1-x > 0$  در نتیجه در نامساوی  $\frac{f(x)-2}{1-x} < 0$  باید  $f(x)-2 < 0$  باشد، یعنی  $x \rightarrow 1^-$  آنگاه  $f(x) \rightarrow 2^-$ . بنابراین گزینه «۲» می‌تواند درست باشد.

(ریاضی ۲، فرآیندهای عددی، صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

(مهمر بهیرایی)

موارد (الف) و (پ) و (ت) درست هستند، در مورد (ب) چون دامنه تابع برابر  $[-۴, +\infty)$  است، حد چپ در  $x = -۴$  وجود ندارد، پس  $\lim_{x \rightarrow -۴} f(x)$  وجود ندارد.

(ریاضی ۲، فرآیندهای عددی، صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

(مهمر بهیرایی)

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (3x^2 - 1) = 3 \times 2^2 - 1 = 11$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (ax - b) = 2a - b$$

$$\text{حد دارد } x=2 \text{ در } f \rightarrow 2a - b = 11 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 4 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -1} (ax - b) = 4 \Rightarrow -a - b = 4 \Rightarrow a + b = -4 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(2), (1)} \begin{cases} 2a - b = 11 \\ a + b = -4 \end{cases} \Rightarrow 3a = 7 \Rightarrow a = \frac{7}{3}$$

$$\xrightarrow{a+b=-4} \frac{7}{3} + b = -4 \Rightarrow b = \frac{-19}{3} \Rightarrow a - b \Rightarrow \frac{7}{3} - \left(-\frac{19}{3}\right) = \frac{26}{3}$$

(ریاضی ۲، فرآیندهای عددی، صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۷)

۴

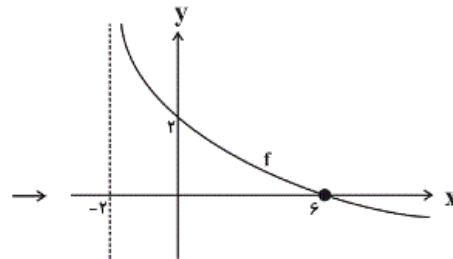
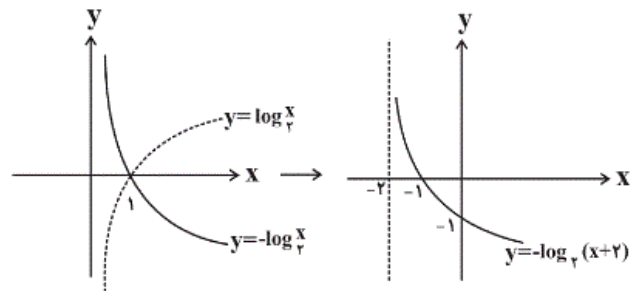
۳

۲

۱ ✓

ریاضی، ریاضی ۲، نمودارها و کاربردهای توابع نمایی و لگاریتمی، توابع نمایی و لگاریتمی - ۱۳۹۷۰۱۳۱

(فرشاد فرامرزی)



(ریاضی ۲، نمودارها و کاربردهای توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۱۵ و ۱۱۶)

۴

۳ ✓

۲

۱

نقطه  $(0, 4)$  روی نمودار تابع است، بنابراین:

$$x = 0 \Rightarrow y = a(\sqrt{2})^0 + 1 = 4 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow f(x) = 3(\sqrt{2})^{bx} + 1$$

از طرفی در نمودار تابع، با افزایش  $x$  مقدار  $y$  افزایش می‌یابد و  $\sqrt{2} > 1$  است، پس  $b$  مثبت است.

(ریاضی ۲، نمودارها و کاربردهای توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۱۵ و ۱۱۶)

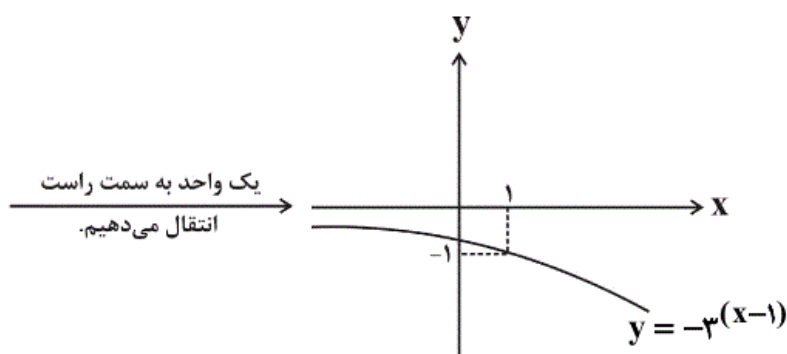
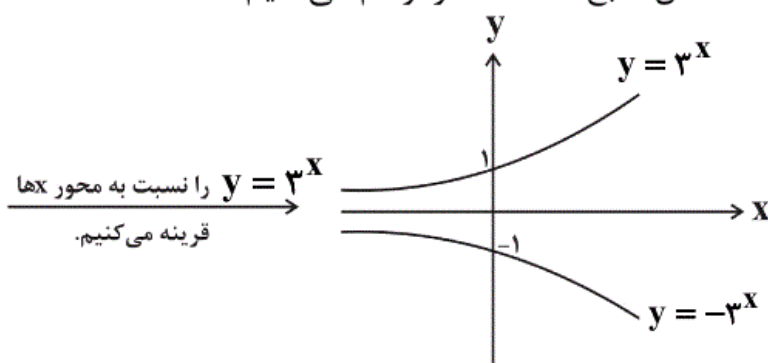
۴

۳ ✓

۲

۱

به کمک انتقال، تابع داده شده را رسم می‌کنیم:



پس نمودار تابع داده شده از ناحیه‌های سوم و چهارم می‌گذرد.

(ریاضی ۲، نمودارها و کاربردهای توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۱۸)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$\Rightarrow \begin{cases} 29 - a = 3^{4-b} \\ 11 - a = 3^{3-b} \end{cases} \Rightarrow \frac{29 - a}{11 - a} = 3^{4-b-(3-b)}$$

$$\Rightarrow \frac{29 - a}{11 - a} = 3 \Rightarrow 29 - a = 33 - 3a$$

$$\Rightarrow 2a = 4 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow 11 = 2 + 3^{3-b}$$

$$\Rightarrow 3^{3-b} = 9 \Rightarrow 3 - b = 2 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow a + b = 3$$

(ریاضی ۲، نمودارها و کاربردهای توابع نمایی و لگاریتمی، مشابه تمرین ۲، صفحه ۱۱۸)

۴

۳

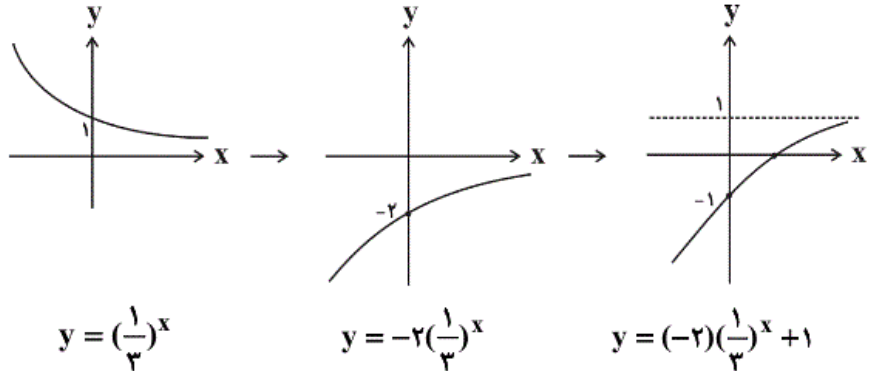
۲ ✓

۱

(مهردار فابجی)

$$f(x) = -6\left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} + 1 = -6\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right)^x + 1 \Rightarrow f(x) = -2\left(\frac{1}{3}\right)^x + 1$$

نمودار تابع فوق را با انتقال نمودار  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$  به دست آوریم:



(ریاضی ۲، نمودارها و کاربردهای توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۱۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(مهردار فابجی)

$$\log 1024 \times 10^{18} = 12 + 1/\Delta M$$

$$\Rightarrow \log 1024 + \log 10^{18} = 12 + 1/\Delta M \Rightarrow \log 2^{10} + 18 \log 10 = 12 + 1/\Delta M$$

$$\Rightarrow 10 \times (0/3) + 18 = 12 + 1/\Delta M \Rightarrow 21 = 12 + 1/\Delta M \Rightarrow M = 6$$

(ریاضی ۲، نمودارها و کاربردهای توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه ۱۱۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی، ریاضی ۲، محاسبه ی حد تابع، حد و پیوستگی - ۱۳۹۷۰۱۳۱

(مهری ملارمضانی)

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1 - 3 + 2 = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 1 - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} (f + g)(x) = \lim_{x \rightarrow 1} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 0 + 0 = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f}{g}(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 3x^2 + 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 - 1)(x^2 - 2)}{x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x + 1)(x^2 - 2)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x + 1)(x^2 - 2) = 2 \times (-1) = -2$$

(ریاضی ۲، محاسبه حد توابع، صفحه‌های ۱۲۹ تا ۱۳۲ و ۱۳۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(مهوری ملارمضانی)

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{[x] - 2|x|}{x-1} = \frac{-1-0}{0-1} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} bx + a - 1 = a - 1$$

$$\xrightarrow{\text{f در } x=0 \text{ حد دارد}} a - 1 = 1 \Rightarrow a = 2$$

(ریاضی ۲، مناسبه هر توابع، صفحه‌های ۱۳۴ تا ۱۳۶)

□۴

□۳✓

□۲

□۱

(فردنور فارسی‌بانی)

وقتی  $x \rightarrow 0$  مخرج کسر صفر می‌شود ولی حاصل حد عدد ۳ شده است پس حد صورت کسر هم باید در این نقطه صفر شود تا حد صورت و مخرج عامل مشترک  $x$  داشته باشد تا حاصل حد پس از ساده کردن کسر برابر ۳ شود:

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^2 + ax + b = 0 \Rightarrow 0 + 0 + b = 0 \Rightarrow b = 0$$

پس حد به صورت زیر در می‌آید:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + ax}{x} = 3 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(x+a)}{x} = 3$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} x + a = 3 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow a + b = 3 + 0 = 3$$

(ریاضی ۲، مناسبه هر توابع، صفحه‌های ۱۲۹ تا ۱۳۶)

□۴

□۳✓

□۲

□۱

(سینا ممبرپور)

می‌دانیم اگر  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = l$  و  $l > 0$ ، آن‌گاه طبق قضایای حد  $\lim_{x \rightarrow a} \sqrt{f(x)} = \sqrt{l}$ .

پس در مورد  $\lim_{x \rightarrow t} \sqrt{f(x)}$  نمی‌توانیم با قطعیت نظر دهیم. ممکن است صفر باشد یا

اینکه وجود نداشته باشد برای مثال  $f(x) = x$  را در نظر بگیرید.

داریم:  $\lim_{x \rightarrow 0} x = 0$ ، در حالی که  $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x}$  وجود ندارد.

(ریاضی ۲، مناسبه هر توابع، صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۳۶)

□۴✓

□۳

□۲

□۱

(سینا مسمریور)

$$x > 2 \Rightarrow 1 + 4x > 9 \Rightarrow \frac{1}{1+4x} < \frac{1}{9} \Rightarrow \frac{36}{1+4x} < 4 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^+} \left[ \frac{36}{1+4x} \right] = [4^-] = 2$$

(ریاضی ۲، مناسبه هر توابع، صفحه‌های ۱۳۴ تا ۱۳۶)

۴

۳

۲✓

۱

(عمید علیزاده)

چون  $f(x)$  در نقطه  $x=1$  حدی مخالف صفر دارد، باید حد چپ و راست مخالف صفر باشد و با هم برابر باشند.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1}{x^2 - 3x + a} = \frac{0}{1-3+a} = \frac{0}{-2+a} = 0 \Rightarrow a = 2$$

حد مخرج باید در  $x=1$  صفر شود. چون اگر مخرج صفر نشود با توجه به اینکه حد صورت صفر است، حاصل حد راست صفر می‌شود که خلاف فرض مسئله است.

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1}{x^2 - 3x + 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-1}{(x-1)(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x-2} = -1 \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{b(x-1)}{|x-1|} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{b(x-1)}{-(x-1)} = -b \end{aligned} \right\} \Rightarrow -b = -1 \Rightarrow b = 1$$

$$\Rightarrow f(1) = a + b = 2 + 1 = 3$$

(ریاضی ۲، مناسبه هر توابع، صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۳۶)

۴

۳✓

۲

۱

(مهمر بمیرایی)

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos^3 x}{1 + \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)} &= \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{(1 + \cos x)(1 - \cos x + \cos^2 x)}{1 + \cos x} \\ &= \lim_{x \rightarrow \pi} (1 - \cos x + \cos^2 x) = 1 + 1 + 1 = 3 \\ x \rightarrow \pi &\Rightarrow \cos x < 0 \Rightarrow |\cos x| = -\cos x \\ \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{|\cos x|}{\sin\left(x - \frac{3\pi}{2}\right)} &= \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{-\cos x}{\cos x} = -1 \Rightarrow A = 3 - 1 = 2 \end{aligned}$$

(ریاضی ۲، مناسبه هر توابع، صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۳۶)

۴

۳

۲

۱✓

(نیما سلطانی)

با توجه به تعریف حد، از روی نمودار روشن است که  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$  و

$$f(0) = 1 \text{ از طرفی: } \lim_{x \rightarrow 1^-} f(-x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$$

و همان طور که مشاهده می‌کنید، وقتی از سمت راست به  $x = -1$  نزدیک می‌شویم، روی خط  $y = 1$  حرکت می‌کنیم،

پس  $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = 1$ . بنابراین:

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) - \lim_{x \rightarrow 1^-} f(-x) + f(0) = 1 - 1 + 1 = 1$$

(ریاضی ۲، فرآیندهای عددی، صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۷)

□۴

□۳✓

□۲

□۱

(ابراهیم نبفی)

-۱۲۴

$$x \rightarrow 4^+ \Rightarrow x > 4 \Rightarrow 2x > 8 \Rightarrow 2x - 7 > 1 \Rightarrow \frac{1}{2x - 7} < 1$$

$$x \rightarrow 4^+ \text{ و } \frac{1}{2x - 7} = t \Rightarrow t \rightarrow 1^- \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 4^+} f\left(\frac{1}{2x - 7}\right) = \lim_{t \rightarrow 1^-} f(t) = 1$$

(ریاضی ۲، فرآیندهای عددی، صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۷)

□۴

□۳

□۲

□۱✓

(ابراهیم نبفی)

-۱۲۵

در توابع گزینه‌های «۱، ۳، ۴» در نقاط  $x = \frac{\pi}{2}$  و  $x = \frac{3\pi}{2}$  حدهای راست

و چپ برابر هستند بنابراین این توابع در نقاط ذکر شده دارای حد هستند،

اما تابع گزینه «۲» در هیچ‌کدام از نقاط  $\frac{\pi}{2}$  و  $\pi$  حدهای

راست و چپ برابر ندارد. بنابراین در هیچ‌کدام از این نقاط حد ندارد.

(ریاضی ۲، فرآیندهای عددی، صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۷)

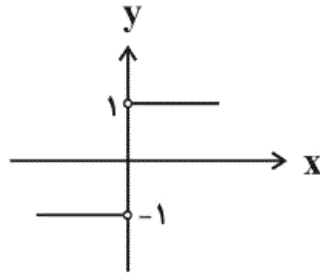
□۴

□۳

□۲✓

□۱

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{x}, & x > 0 \\ \frac{x}{-x}, & x < 0 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$$



نمودار تابع  $f$  به صورت زیر است:

با توجه به نمودار داریم:

$$a = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1$$

$$b = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -1$$

$$\Rightarrow a - b = 1 - (-1) = 2$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(فرشاد فرامرزی)

-۱۲۷

$$\left. \begin{array}{l} f(2) = 3 \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 2 \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow f(2) + \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 5$$

(ریاضی ۲، فرآیندهای سری، صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(مهمرب بهیرایی)

-۱۲۸

اگر از سمت راست به  $x = 1$  نزدیک شویم در این صورت  $x - 1 > 0$ ، پس

در نامساوی داده شده مخرج  $1 - x < 0$  در نتیجه باید  $f(x) - 2 > 0$  باشد

در نتیجه اگر  $x \rightarrow 1^+$  آنگاه  $f(x) \rightarrow 2^+$  همچنین اگر از سمت چپ به

$x = 1$  نزدیک شویم در این صورت  $x - 1 < 0$  پس  $1 - x > 0$  در نتیجه

در نامساوی  $\frac{f(x) - 2}{1 - x} < 0$  باید  $f(x) - 2 < 0$  باشد، یعنی  $x \rightarrow 1^-$

آنگاه  $f(x) \rightarrow 2^-$ . بنابراین گزینه «۲» می‌تواند درست باشد.

(ریاضی ۲، فرآیندهای سری، صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



(معمد بصیرایی)

موارد (الف) و (پ) و (ت) درست هستند، در مورد (ب) چون دامنه تابع برابر  $[-۴, +\infty)$  است، حد چپ در  $x = -۴$  وجود ندارد، پس  $\lim_{x \rightarrow -۴} f(x)$  وجود ندارد.

(ریاضی ۲، فرآیندهای عددی، صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۷)

(معمد بصیرایی)

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (3x^2 - 1) = 3 \times 2^2 - 1 = 11$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (ax - b) = 2a - b$$

$$\xrightarrow{\text{حد } x=2 \text{ در } f} 2a - b = 11 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = ۴ \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -1} (ax - b) = ۴ \Rightarrow -a - b = ۴$$

$$\Rightarrow a + b = -۴ \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(2), (1)} \begin{cases} 2a - b = 11 \\ a + b = -۴ \end{cases} \Rightarrow 3a = 7 \Rightarrow a = \frac{7}{3}$$

$$\xrightarrow{a+b=-۴} \frac{7}{3} + b = -۴ \Rightarrow b = \frac{-۱۹}{3}$$

$$\Rightarrow a - b \Rightarrow \frac{7}{3} - \left(-\frac{19}{3}\right) = \frac{26}{3}$$

(ریاضی ۲، فرآیندهای عددی، صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۷)

ریاضی، ریاضی ۲- سوالات موازی، تابع لگاریتمی و ویژگی‌های آن، توابع نمایی و لگاریتمی - ۱۳۱۰۱۳۹۷

(فشار فرامرزی)

$$\log x = t$$

$$\Rightarrow (t+1)(t-2) = 4 \Rightarrow t^2 - t - 2 = 4$$

$$\Rightarrow t^2 - t - 6 = 0 \Rightarrow (t-3)(t+2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = 3 \Rightarrow \log x = 3 \Rightarrow x_1 = 10^3 \\ t = -2 \Rightarrow \log x = -2 \Rightarrow x_2 = 10^{-2} \end{cases}$$

$$\text{حاصل ضرب ریشه‌ها} = 10^3 \times 10^{-2} = 10$$

(ریاضی ۲، تابع لگاریتمی و ویژگی‌های آن، صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۴)

۴

۳

۲

۱ ✓

(سینا ممبرپور)

-۱۱۲

برای حل سؤال، از طرفین معادله  $(3x)^{\log_a^r} = (5x)^{\log_a^{\Delta}}$ ، در پایه  $a$  لگاریتم

می‌گیریم:

$$\log_a^r(\log_a^{rx}) = \log_a^{\Delta}(\log_a^{\Delta x})$$

$$\Rightarrow \log_a^r(\log_a^x + \log_a^r) = \log_a^{\Delta}(\log_a^x + \log_a^{\Delta})$$

$$\Rightarrow (\log_a^r)^r + (\log_a^r)(\log_a^x) = (\log_a^{\Delta})^{\Delta} + (\log_a^{\Delta})(\log_a^x)$$

$$\Rightarrow (\log_a^r)^r - (\log_a^{\Delta})^{\Delta} = (\log_a^{\Delta} - \log_a^r)(\log_a^x)$$

$$\Rightarrow -(\log_a^r + \log_a^{\Delta}) = \log_a^x \Rightarrow \log_a^{\frac{1}{\Delta}} = \log_a^x \Rightarrow x = \frac{1}{15}$$

(ریاضی ۲، تابع لگاریتمی و ویژگی‌های آن، صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

(سینا ممبرپور)

-۱۱۳

با توجه به ویژگی‌های لگاریتم داریم:

$$\log_r^{16} = \frac{1}{a} \Rightarrow \log_r^{2^4} = \frac{1}{a} \Rightarrow \log_r^2 = \frac{1}{4a}$$

$$\log_a^{\Delta} = \frac{b}{r} \Rightarrow 9^{\frac{b}{2}} = \Delta \Rightarrow (3^2)^{\frac{b}{2}} = \Delta \Rightarrow 3^b = \Delta \Rightarrow \log_r^{\Delta} = b$$

$$\Rightarrow \log_r^{10} = \log_r^{(2 \times \Delta)} = \log_r^2 + \log_r^{\Delta} = \frac{1}{4a} + b$$

(ریاضی ۲، تابع لگاریتمی و ویژگی‌های آن، صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

(رعیع مشتاق نظم)

$$2160 = 27 \times 8 \times 10 = 3^3 \times 2^3 \times 10$$

$$\log 2160 = \log(3^3 \times 2^3 \times 10) = \log 3^3 + \log 2^3 + \log 10$$

$$= 3 \log 3 + 3 \log 2 + 1 \simeq 3 \times 0.48 + 3 \times 0.3 + 1 = 1.44 + 0.9 + 1 = 3.34$$

(ریاضی ۲، تابع لگاریتمی و ویژگی‌های آن، صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(نیما سلطانی)

$$\log_{\Delta}^{\Delta} = \log_{\Delta}^{\Delta} + \log_{\Delta}^{\Delta} \Rightarrow \frac{1}{a} = 1 + 2 \log_{\Delta}^{\Delta}$$

$$\Rightarrow 2 \log_{\Delta}^{\Delta} = \frac{1}{a} - 1 \Rightarrow \log_{\Delta}^{\Delta} = \frac{1-a}{2a}$$

$$\log_{\sqrt{\Delta}}^{\Delta} = \log_{\frac{1}{\Delta^{\frac{1}{2}}}}^{\Delta} = \frac{3}{\frac{1}{2}} \log_{\Delta}^{\Delta} = 6 \log_{\Delta}^{\Delta} = 6 \left( \frac{1-a}{2a} \right) = \frac{3-3a}{a}$$

(ریاضی ۲، تابع لگاریتمی و ویژگی‌های آن، صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(ابراهیم نبفی)

$$\log_7(x^5 + 4x^2) - \log_7 x^2 = \log_7 \frac{x^5 + 4x^2}{x^2}$$

$$= \log_7 \frac{x^2(x^3 + 4)}{x^2} \stackrel{x \neq 0}{=} \log_7(x^3 + 4)$$

$$\log_7(x^3 + 4) + \log_7 x^2 = \log_7(x^3 + 4)(x^2) = \log_7(x^5 + 4x^2)$$

$$\Rightarrow \log_7(x^5 + 4) = \log_7(x^5 + 4x^2)$$

$$\Rightarrow x^5 + 4 = x^5 + 4x^2 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$$

اما فقط مقدار  $x = 2$  قابل قبول است و به ازای  $x = -2$  عبارات

مقابل لگاریتم منفی می‌شود و قابل قبول نیست. بنابراین:

$$x = 2 \Rightarrow \log_7 \sqrt{3-x} = \log_7 \sqrt{3-2} = \log_7 1 = 0$$

(ریاضی ۲، تابع لگاریتمی و ویژگی‌های آن، صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۴)

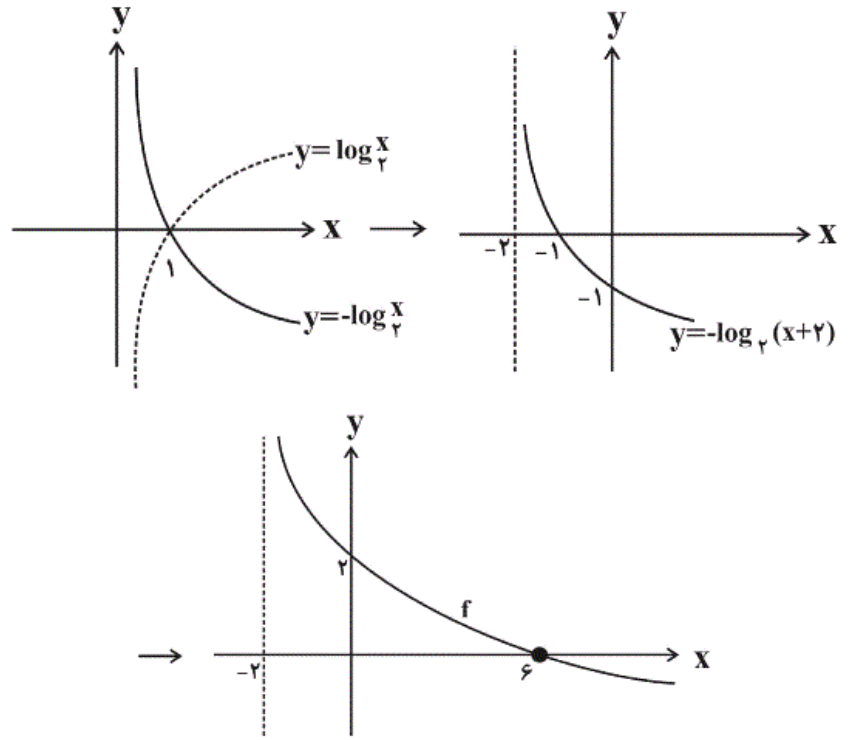
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(فشار فرامرزی)



(ریاضی ۲، نمودارها و کاربردهای توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۱۵ و ۱۱۶)

۴

۳ ✓

۲

۱

(همیدرضا طالبیان)

-۱۱۹

نقطه  $(0, 4)$  روی نمودار تابع است، بنابراین:

$$x=0 \Rightarrow y = a(\sqrt{2})^0 + 1 = 4 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow f(x) = 3(\sqrt{2})^{bx} + 1$$

از طرفی در نمودار تابع، با افزایش  $x$  مقدار  $y$  افزایش می‌یابد و $\sqrt{2} > 1$  است، پس  $b$  مثبت است.

(ریاضی ۲، نمودارها و کاربردهای توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۱۵ و ۱۱۶)

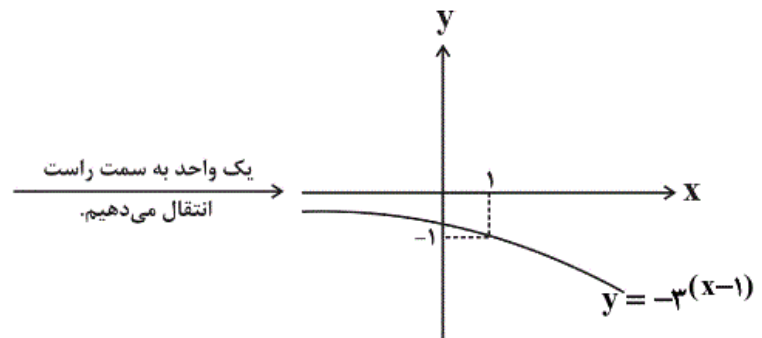
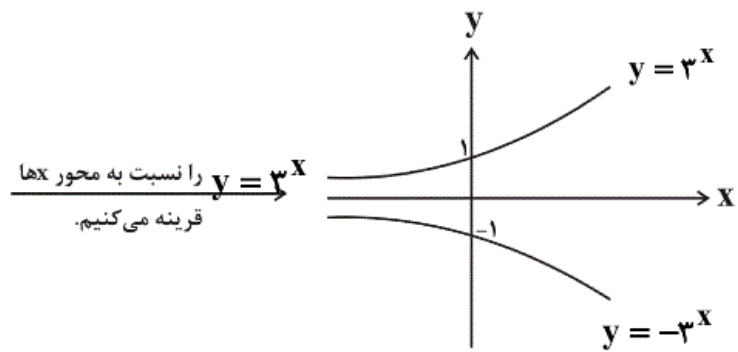
۴

۳ ✓

۲

۱

به کمک انتقال، تابع داده شده را رسم می‌کنیم:



پس نمودار تابع داده شده از ناحیه‌های سوم و چهارم می‌گذرد.

(ریاضی ۲، نمودارها و کاربردهای توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۱۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(فرشار فرامرزی)

-۱۲۱

$$(4, 29) \in f \Rightarrow f(4) = 29 \Rightarrow 29 = a + 3^{4-b}$$

$$f(3) = 11 \Rightarrow 11 = a + 3^{3-b}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 29 - a = 3^{4-b} \\ 11 - a = 3^{3-b} \end{cases} \Rightarrow \frac{29 - a}{11 - a} = 3^{4-b-(3-b)}$$

$$\Rightarrow \frac{29 - a}{11 - a} = 3 \Rightarrow 29 - a = 33 - 3a$$

$$\Rightarrow 2a = 4 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow 11 = 2 + 3^{3-b}$$

$$\Rightarrow 3^{3-b} = 9 \Rightarrow 3 - b = 2 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow a + b = 3$$

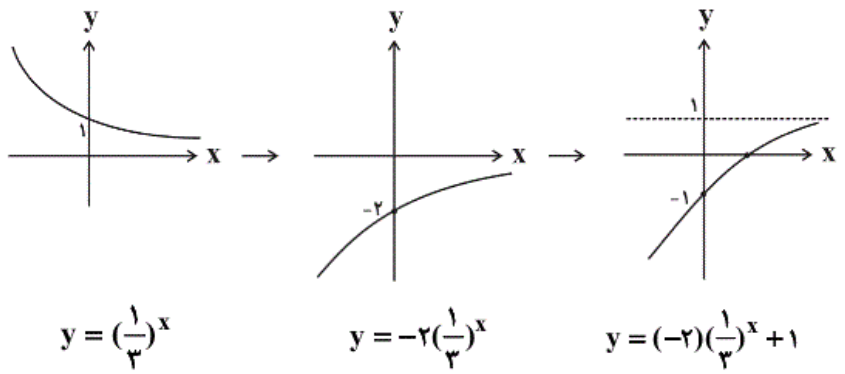
(ریاضی ۲، مشابه تمرین ۲، نمودارها و کاربردهای توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه ۱۱۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



(ریاضی ۲، نمودارها و کاربردهای توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۱۸)

۴

۳

۲

۱

(مهردار فابی)

-۱۲۳

$$\begin{aligned} \log 1.024 \times 10^{18} &= 12 + 1/\Delta M \Rightarrow \log 1.024 + \log 10^{18} = 12 + 1/\Delta M \\ \Rightarrow \log 2^{10} + 18 \log 10 &= 12 + 1/\Delta M \Rightarrow 10 \times (0/3) + 18 = 12 + 1/\Delta M \\ \Rightarrow 21 &= 12 + 1/\Delta M \Rightarrow M = 6 \end{aligned}$$

(ریاضی ۲، نمودارها و کاربردهای توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه ۱۱۷)

۴

۳

۲

۱

www.kanoon.ir