



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

۹۱- نقاط $A(m-n, 2m+3)$ و $B(m+n, 2n-3)$ نسبت به نقطه $C(-2, 2)$ قرینه یکدیگرند. در این صورت $3m-2n$ کدام است؟

- (۱) -۶ (۲) -۱۴ (۳) -۲ (۴) ۴

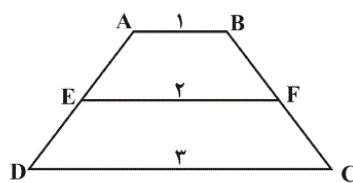
شما پاسخ نداده اید

۹۲- اگر نمودار تابع درجه دوم $y = ax^2 + bx + c$ فقط از ناحیه اول محورهای مختصات عبور نکند، علامت a ، b و c چگونه اند؟
 (۱) $a < 0$ ، $b < 0$ و $c \geq 0$ (۲) $a < 0$ ، $b \geq 0$ و $c < 0$ (۳) $a > 0$ ، $b \leq 0$ و $c > 0$ (۴) $a < 0$ ، $b < 0$ و $c \leq 0$

شما پاسخ نداده اید

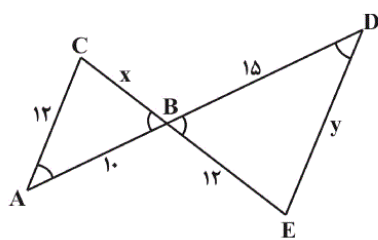
۹۳- اگر یک جواب معادله $\frac{x-a}{x^2-x-6} + \frac{1}{x^2-4} = \frac{a-1}{2x-4}$ برابر $x = 5$ باشد، جواب دیگر کدام است؟
 (۱) -۲ (۲) ۱۱ (۳) ۴ (۴) ۶

شما پاسخ نداده اید



۹۴- در دوزنقه ABCD خط EF موازی AB را رسم کرده‌ایم. مقدار $\frac{AE}{ED}$ کدام است؟
 (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۱

شما پاسخ نداده اید



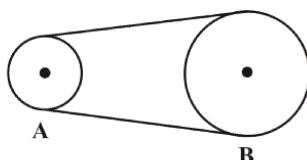
۹۵- در شکل مقابل اگر $\widehat{A} = \widehat{D}$ باشد، آنگاه $x + y$ کدام است؟
 (۱) ۱۸ (۲) ۳۰ (۳) ۲۴ (۴) ۲۶

شما پاسخ نداده اید

۹۶- f و g دو تابع درجه دوم هستند. اگر $(f+g)(x) = 4x^2 + 1$ و $(f-g)(x) = 2x + 1$ باشند، $g(2)$ کدام است؟
 (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۰

شما پاسخ نداده اید

۹۷- در شکل زیر چرخ‌دنده‌های A و B توسط نواری لاستیکی به هم وصل شده‌اند. شعاع چرخ‌دنده A، ۲۰ سانتی‌متر و شعاع چرخ‌دنده B برابر ۱ متر است.



اگر چرخ‌دنده B به اندازه $\frac{3\pi}{2}$ رادیان بچرخد، چرخ‌دنده A چند دور می‌زند؟

- (۱) $2/5$ (۲) ۵ (۳) $3/75$ (۴) ۱۰

شما پاسخ نداده اید

۹۸- حاصل $\frac{\cot^2 \alpha}{1 + \cot^2 \alpha} + \frac{\tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$ در صورت وجود کدام است؟

- (۱) $2 \sin^2 \alpha$ (۲) $\cos^2 \alpha$ (۳) صفر (۴) ۱

شما پاسخ نداده اید

۹۹- حاصل عبارت $\sin \frac{\pi}{7} + \sin \frac{3\pi}{7} + \sin \frac{5\pi}{7} + \cos \frac{\pi}{14} + \cos \frac{13\pi}{14} + \cos \frac{17\pi}{14}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) $2 \sin \frac{\pi}{7}$ (۴) $2 \cos \frac{\pi}{7}$

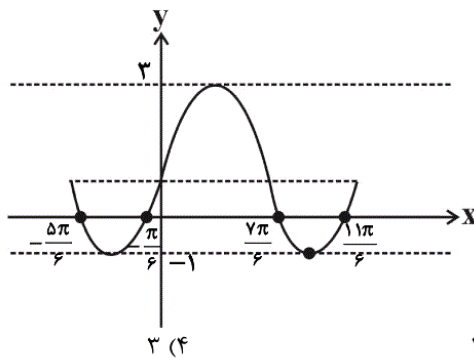
شما پاسخ نداده اید

۱۰۰- اگر انتهای کمان α در ربع چهارم باشد و داشته باشیم $\alpha = 3 \sin^4 \alpha - 1$ ، آنگاه مقدار $\cot(\frac{9\pi}{2} + \alpha)$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) $-\sqrt{2}$ (۴) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۱- شکل زیر بخشی از نمودار چند تابع زیر می‌تواند باشد؟



(الف) $y = -2(\sin(x - \pi) - \frac{1}{2})$

(ب) $y = 2 \cos(x - \frac{\pi}{6}) + 1$

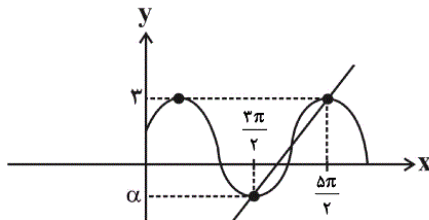
(پ) $y = 2 \sin x + 1$

(ت) $y = 2 \cos(\frac{\pi}{2} + x) + 1$

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲- در شکل زیر نمودار تابع $f(x) = a \sin x + b$ توسط خطی با شیب $m = \frac{4}{\pi}$ در دو نقطه قطع شده است، دوتایی مرتب (a, b) کدام است؟



(۱) $(-1, 1)$

(۲) $(1, -2)$

(۳) $(2, 1)$

(۴) $(-1, 2)$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- فاصله نقطه برخورد توابع $f(x) = (\frac{1}{2})^{2+\sqrt{2}x}$ و $g(x) = 5^{-\sqrt{3}x}$ از محور طول‌ها، کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۲) $0/2$ (۳) ۲ (۴) ۵

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- اگر $2 \log(\sqrt{2}m) - \log 1 = 2 \log 2 + \log(m+1)$ باشد، آنگاه مقدار m کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $3 - \sqrt{2}$ (۳) $2 + 2\sqrt{2}$ (۴) ۵

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- اگر $\log_{1/2}^3 a = a$ باشد، حاصل $\log_{\sqrt{2}7}^4$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{a}$ (۲) $\frac{1-a}{4a}$ (۳) $\frac{1-a}{2a}$ (۴) $\frac{1-a}{a}$

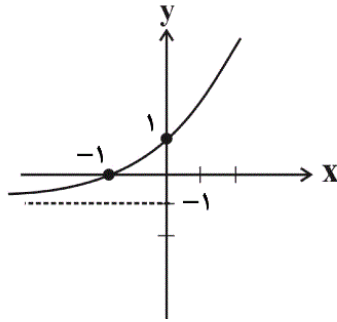
شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- اگر $\log_3^2 + 2 \log_{\sqrt{3}}^{\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \log_{\sqrt{3}}^{(5+a)}$ باشد، آن گاه مجموع مقادیر ممکن برای a کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{5}{4}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- نمودار تابع $y = 2^{x+b} - 2a$ به صورت مقابل است. در این صورت $a+b$ کدام است؟



- (۱) $\frac{1}{2}$
(۲) $\frac{3}{2}$
(۳) ۲
(۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- عرض نقطه برخورد دو تابع $y = \log_5^{(x+2)}$ و $y = 1 - \log_5^{(x-2)}$ کدام است؟

- (۱) دو تابع متقاطع نمی‌باشند. (۲) صفر (۳) ۱ (۴) ۵

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- مقدار انرژی آزاد شده توسط زلزله کرمانشاه در آبان ماه ۹۶ که به بزرگی $7/3$ ریشتر بود، چقدر بوده است؟ ($\log E = 11/8 + 1/5 M$)

- (۱) 10^{20} (۲) $10^{23/2}$ (۳) $10^{21/7}$ (۴) $10^{22/75}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- اگر انرژی آزاد شده زلزله (E) از رابطه $\log E = 11/8 + 1/5 M$ در مقیاس ریشتر) به دست آید، انرژی آزاد شده در یک زلزله $7/5$ ریشتری چند برابر انرژی آزاد شده در یک زلزله $5/5$ ریشتری است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{15}{11}$ (۳) ۱۰۰ (۴) ۱۰۰۰

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی 2- سوالات موازی ، - 13970117

۱۱۱- به ازای کدام مقدار m ، دو خط به معادله $(1+3m)y = 5 - 3mx$ و $(m+1)x + my = 3$ بر هم عمودند؟

- (۱) فقط $-\frac{2}{3}$ (۲) فقط ۱ (۳) $-\frac{2}{3}, 0$ (۴) ۱ و $\frac{2}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- کدام گزینه در مورد جواب‌های معادله $\sqrt{4-x} + \sqrt{x-2} = x-5$ درست است؟

- (۱) جواب حقیقی ندارد. (۲) یک جواب حقیقی دارد. (۳) دو جواب حقیقی دارد. (۴) بیشمار جواب حقیقی دارد.

شما پاسخ نداده اید

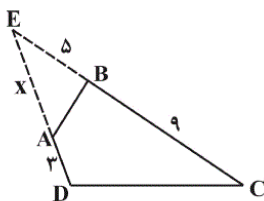
۱۱۳- مثلث دلخواه ABC مفروض است. کدام یک از نقاط زیر همواره از سه رأس این مثلث به یک فاصله است؟

- (۱) محل برخورد عمودمنصف‌های اضلاع (۲) محل برخورد نیمسازهای زوایا (۳) محل برخورد ارتفاع‌ها (۴) چنین نقطه‌ای وجود ندارد.

شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- در چهار ضلعی ABCD زوایای روبه‌رو مکمل هم هستند و امتداد اضلاع AD و BC در E متقاطع‌اند. مساحت مثلث CDE چند برابر مساحت

چهارضلعی است؟



$$\frac{6}{5} \quad (2)$$

$$\frac{5}{4} \quad (1)$$

$$\frac{7}{5} \quad (4)$$

$$\frac{4}{3} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- کدام یک از توابع زیر با تابع $f(x) = x + 3$ مساوی است؟

$$y = \frac{x^2 - 9}{x + 3} \quad (1) \quad y = \frac{x^2 - 9}{x - 3} \quad (2) \quad y = \frac{x^3 + 27}{x^2 - 3x + 9} \quad (3) \quad \text{هیچ کدام} \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- مقادیری از x که در معادله $\left[\frac{2x-6}{3} \right] = -4$ صدق می‌کند، کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

$$(-3, -\frac{3}{2}] \quad (1) \quad [-3, -\frac{3}{2}) \quad (2) \quad [-\frac{9}{2}, -3) \quad (3) \quad [-4, -3) \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- اگر θ_1 زاویه مرکزی مقابل به کمانی به طول $\frac{3}{4}\pi$ در دایره‌ای به شعاع ۶ باشد و داشته باشیم $\theta_1 - \theta_2 = \frac{\pi}{16}$ آنگاه زاویه θ_2 چند درجه است؟

$$10/25 \quad (1) \quad 11/25 \quad (2) \quad 12/25 \quad (3) \quad 13/25 \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۸- اگر نمودار تابع درجه دوم $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) فقط از ناحیه اول محورهای مختصات عبور نکند، علامت a، b و c چگونه‌اند؟

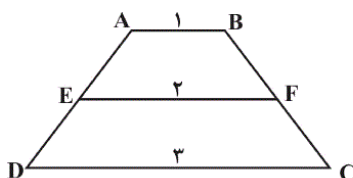
$$a < 0, b < 0, c \leq 0 \quad (1) \quad a < 0, b \geq 0, c < 0 \quad (2) \quad a > 0, b \leq 0, c > 0 \quad (3) \quad a < 0, b < 0, c < 0 \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- اگر یک جواب معادله $\frac{a-1}{2x-4} + \frac{1}{x^2-4} = \frac{x-a}{x^2-x-6}$ برابر $x = 5$ باشد، جواب دیگر کدام است؟

$$-2 \quad (1) \quad 11 \quad (2) \quad 4 \quad (3) \quad 6 \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید



۱۲۰- در دوزنقه ABCD خط EF را موازی AB رسم کرده‌ایم. مقدار $\frac{AE}{ED}$ کدام است؟

$$\frac{1}{3} \quad (1) \quad \frac{2}{3} \quad (2) \quad 1 \quad (4) \quad \frac{3}{2} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۱- f و g دو تابع درجه دو هستند. اگر $(f+g)(x) = 4x^2 + 1$ و $(f-g)(x) = 2x + 1$ باشند، $g(2)$ کدام است؟

$$4 \quad (1) \quad 6 \quad (2) \quad 8 \quad (3) \quad 10 \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۲- حاصل $\frac{\cot^2 \alpha}{1 + \cot^2 \alpha} + \frac{\tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$ در صورت وجود کدام است؟

- (۱) $2 \sin^2 \alpha$ (۲) $\cos^2 \alpha$ (۳) صفر (۴) ۱

شما پاسخ نداده اید

۱۲۳- حاصل عبارت $\sin \frac{\pi}{7} + \sin \frac{3\pi}{7} + \sin \frac{5\pi}{7} + \cos \frac{5\pi}{14} + \cos \frac{13\pi}{14} + \cos \frac{17\pi}{14}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) $2 \sin \frac{\pi}{7}$ (۴) $2 \cos \frac{\pi}{7}$

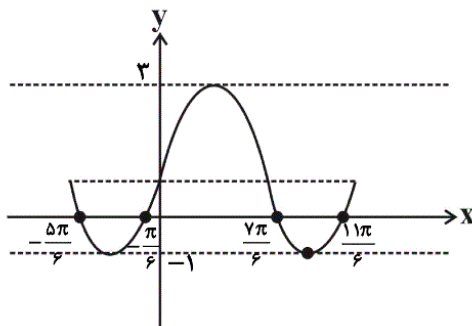
شما پاسخ نداده اید

۱۲۴- اگر انتهای کمان α در ربع چهارم باشد و داشته باشیم $3 \sin^4 \alpha = 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$ ، آنگاه مقدار $\cot(\frac{9\pi}{2} + \alpha)$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) $-\sqrt{2}$ (۴) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

شما پاسخ نداده اید

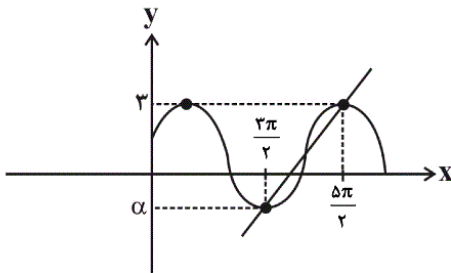
۱۲۵- شکل زیر بخشی از نمودار چند تابع زیر می‌تواند باشد؟



- (الف) $y = -2(\sin(x - \pi) - \frac{1}{2})$ (ب) $y = 2 \cos(x - \frac{\pi}{4}) + 1$ (پ) $y = 2 \sin x + 1$ (ت) $y = 2 \cos(\frac{\pi}{4} + x) + 1$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۶- در شکل زیر نمودار تابع $f(x) = a \sin x + b$ توسط خطی با شیب $m = \frac{4}{\pi}$ در دو نقطه قطع شده است، دوتایی مرتب (a, b) کدام است؟



- (۱) $(-1, 1)$ (۲) $(1, -2)$ (۳) $(2, 1)$ (۴) $(-1, 2)$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۷- فاصله نقطه برخورد توابع $f(x) = (\frac{1}{2})^{2 + \sqrt{2}x}$ و $g(x) = 5^{-\sqrt{2}x}$ از محور طول‌ها، کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۲) $1/2$ (۳) ۲ (۴) ۵

شما پاسخ نداده اید

۱۲۸- اگر $2 \log(\sqrt{2}m) - \log 1 = 3 \log 2 + \log(m + 1)$ باشد، آنگاه مقدار m کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $3 - \sqrt{2}$ (۳) $2 + 2\sqrt{2}$ (۴) ۵

شما پاسخ نداده اید

۱۲۹- اگر $\log_{1/2}^3 a = a$ باشد، حاصل $\log_{\sqrt{27}}^4$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{a}$ (۲) $\frac{1-a}{4a}$ (۳) $\frac{1-a}{2a}$ (۴) $\frac{1-a}{a}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۰- اگر $\log_{\sqrt{3}}^a + 2 \log_{\sqrt{3}}^{\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \log_{\sqrt{3}}^{(a+5)}$ باشد، آن گاه مجموع مقادیر ممکن برای a کدام است؟

(۱) -۱

(۲) ۱

(۳) $\frac{1}{4}$

(۴) $\frac{5}{4}$

شما پاسخ نداده اید

-91

(ریم مشتاق نظم)

A و B نسبت به C قرینه‌اند. پس C وسط AB است. بنابراین:

$$\frac{m+n+m-n}{2} = -2 \Rightarrow m = -2$$

$$\frac{2n-3+2m+3}{2} = 2 \Rightarrow n+m=2$$

$$\xrightarrow{m=-2} n-2=2 \Rightarrow n=4$$

در نتیجه:

$$3m-2n = 3 \times (-2) - 2 \times (4) = -14$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی، صفحه‌های ۶ و ۷)

۴

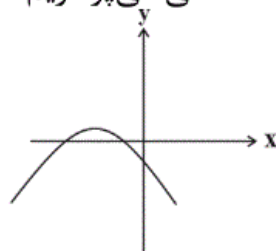
۳

۲ ✓

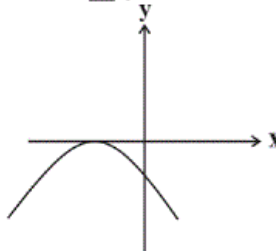
۱

برای آنکه نمودار تابع درجه دوم $y = ax^2 + bx + c$ از ناحیه اول عبور نکند باید دارای ماکزیمم و به صورت  باشد، یعنی باید ضریب x^2 منفی باشد. ($a < 0$)

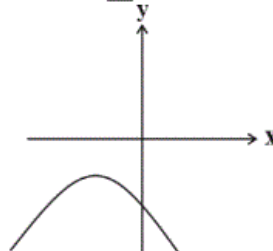
حال به بررسی حالت‌های احتمالی می‌پردازیم:



$$\Delta > 0$$



$$\Delta = 0$$



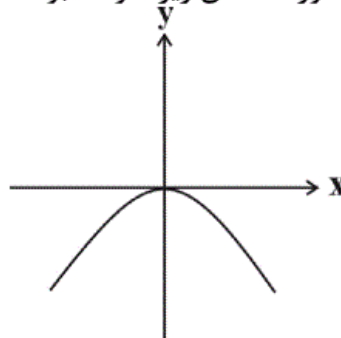
$$\Delta < 0$$

در حالت اول که $\Delta > 0$ است: (α و β ریشه‌های تابع مورد نظر هستند).

$$\alpha + \beta < 0 \Rightarrow \frac{-b}{a} < 0 \xrightarrow{a < 0} b < 0$$

$$\alpha \cdot \beta \geq 0 \Rightarrow \frac{c}{a} \geq 0 \xrightarrow{a < 0} c \leq 0$$

و حالت‌های $\Delta = 0$ و $\Delta < 0$ قابل قبول نیستند، زیرا در این حالت از ناحیه دوم نیز نمودار عبور نمی‌کند. اما باید توجه داشت که اگر $a < 0$ و $b = 0$ و $c = 0$ باشند، نمودار به صورت شکل زیر خواهد بود که قابل قبول نیست:



(ریاضی ۲، معادله درجه دوم و تابع درجه ۲، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۸)

۴ ✓

۳

۲

۱

$x = 5$ در معادله صدق می‌کند، در نتیجه:

$$\frac{a-1}{6} + \frac{1}{21} = \frac{5-a}{14} \xrightarrow{\times 42}$$

$$7a - 7 + 2 = 15 - 3a \Rightarrow 10a = 20 \Rightarrow a = 2$$

$$\xrightarrow{a=2} \frac{1}{2x-4} + \frac{1}{x^2-4} = \frac{x-2}{x^2-x-6}$$

با شرط $x \neq 2, -2, 3$ و ضرب $(x-2)(x+2)(x-3)$ در طرفین داریم:

$$(x+2)(x-3) + 2(x-3) = 2(x-2)^2$$

$$\Rightarrow x^2 - x - 6 + 2x - 6 = 2x^2 - 8x + 8$$

$$\Rightarrow x^2 - 9x + 20 = 0$$

$$\Rightarrow (x-4)(x-5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = 5 \end{cases}$$

(ریاضی ۲، معادلات گویا و معادلات رادیکالی، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱)

۴

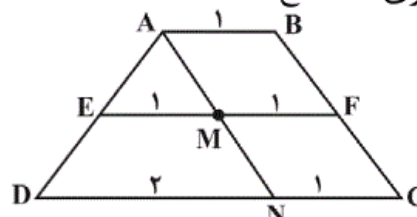
۳✓

۲

۱

(مهمرمصطفی ابراهیمی)

مطابق شکل از نقطه A خطی به موازات BC رسم می‌کنیم. مطابق شکل $ABCN$ متوازی الاضلاع است.



پس طول MF و NC برابر یک می‌باشد. طبق قضیه تالس در مثلث ADN داریم:

$$EM \parallel DN \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AE}{AD} = \frac{EM}{DN} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{AE}{AD - AE} = \frac{1}{2 - 1} = 1 \Rightarrow \frac{AE}{ED} = 1$$

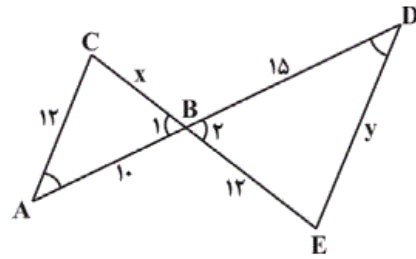
(ریاضی ۲، استدلال و قضیه تالس، صفحه‌های ۳۴ تا ۴۱)

۴✓

۳

۲

۱



$$\begin{cases} \widehat{B}_1 = \widehat{B}_2 \text{ (ز ز)} \\ \widehat{A} = \widehat{D} \end{cases} \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta DBE \Rightarrow \frac{y}{12} = \frac{12}{x} = \frac{15}{10}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{y}{12} = \frac{15}{10} = \frac{3}{2} \\ \frac{12}{x} = \frac{15}{10} = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2y = 36 \Rightarrow y = 18 \\ 3x = 24 \Rightarrow x = 8 \end{cases} \Rightarrow x + y = 18 + 8 = 26$$

(ریاضی ۲، تشابه مثلث‌ها، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۴ ✓

۳

۲

۱

(معمد بفرایی)

$$\begin{cases} (f+g)(x) = f(x) + g(x) = 4x^2 + 1 \\ (f-g)(x) = f(x) - g(x) = 2x + 1 \end{cases} \Rightarrow 2f(x) = 4x^2 + 2x + 2 \Rightarrow f(x) = 2x^2 + x + 1$$

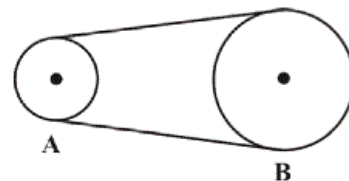
۴

۳

۲ ✓

۱

(نیما سلطانی)



چون توسط نوار مشترک بهم بسته شده‌اند پس کمانی که B می‌پیماید باید A هم بپیماید. در نتیجه: $\ell_A = \ell_B \Rightarrow R_A \theta_A = R_B \theta_B$

$$\Rightarrow \theta_A = \frac{R_B \theta_B}{R_A} = \frac{100 \times \frac{3\pi}{2}}{20} = \frac{15\pi}{2} = 3/75 (2\pi)$$

یعنی چرخ‌دنده A، ۳/۷۵ دور می‌چرخد.

(ریاضی ۲، واحدهای اندازه‌گیری زاویه، صفحه‌های ۷۲ تا ۷۶)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$\frac{\cot^2 \alpha}{1 + \cot^2 \alpha} + \frac{\tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} + \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} =$$

$$\frac{\cos^2 \alpha \times \sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} + \frac{\sin^2 \alpha \times \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$$

(ریاضی ۲، روابط تکمیلی بین نسبت‌های مثلثاتی، صفحه‌های ۷۷ و ۷۸)

۴ ✓

۳

۲

۱

(مهردار فابی)

$$\begin{cases} \cos \frac{\Delta\pi}{14} = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{7}\right) = \sin \frac{\pi}{7} \\ \cos \frac{13\pi}{14} = \cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{3\pi}{7}\right) = -\sin \frac{3\pi}{7} \\ \cos \frac{17\pi}{14} = \cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\Delta\pi}{7}\right) = -\sin \frac{\Delta\pi}{7} \end{cases}$$

حال با جای‌گذاری در عبارت داریم:

$$\sin \frac{\pi}{7} + \sin \frac{3\pi}{7} + \sin \frac{\Delta\pi}{7} + \sin \frac{\pi}{7} + (-\sin \frac{3\pi}{7}) + (-\sin \frac{\Delta\pi}{7}) = 2 \sin \frac{\pi}{7}$$

(ریاضی ۲، روابط تکمیلی بین نسبت‌های مثلثاتی، صفحه‌های ۷۹ تا ۸۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

(نیما سلطانی)

$$1 - 3 \sin^4 \alpha = 3 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$$

$$\Rightarrow 1 = 3 \sin^4 \alpha + 3 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$$

$$\Rightarrow 1 = 3 \sin^2 \alpha (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sin^2 \alpha} = 3 \Rightarrow 1 + \cot^2 \alpha = 3 \Rightarrow \cot^2 \alpha = 2 \Rightarrow \tan^2 \alpha = \frac{1}{2}$$

$$\xrightarrow{\alpha \text{ در ربع } 4} \tan \alpha = \frac{-\sqrt{2}}{2}$$

$$\cot\left(\frac{9\pi}{2} + \alpha\right) = \cot\left(4\pi + \frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cot\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\tan \alpha$$

۴

۳

۲ ✓

۱

(معمد بهیرایی)

با توجه به شکل تابع داده شده اگر هر مقدار تابع $y = \sin x$ را در ۲ ضرب کرده و سپس با یک جمع کنیم به شکل تابع داده شده یعنی $y = 2 \sin x + 1$ در مورد (پ) می‌رسیم. هر تابعی که ضابطه آن با این تابع برابر باشد نیز می‌تواند نموداری مطابق نمودار داده شده داشته باشد.

مورد (الف): $y = -2(\sin(x - \pi) - \frac{1}{2}) = -2(-\sin(\pi - x) - \frac{1}{2})$
 $\Rightarrow y = 2 \sin x + 1$

مورد (ب): $y = 2 \cos(x - \frac{\pi}{2}) + 1 = 2 \cos(\frac{\pi}{2} - x) + 1$
 $\Rightarrow y = 2 \sin x + 1$

مورد (ت): $y = 2 \cos(\frac{\pi}{2} + x) + 1 = -2 \sin x + 1$

بنابراین بخشی از ۳ نمودار (الف)، (ب) و (پ) می‌تواند باشد.

(ریاضی ۲، توابع مثلثاتی، صفحه‌های ۸۸ تا ۹۴)

۴

 ✓

۳

۲

۱

(فرد نور فارسی‌بانی)

خط از دو نقطه به مختصات $(\frac{3\pi}{2}, \alpha)$ و $(\frac{5\pi}{2}, 3)$ عبور کرده است و نمودار f را قطع کرده است، همچنین شیب خط برابر با $\frac{4}{\pi}$ است. بنابراین داریم:

$$\left. \begin{aligned} \text{شیب خط} &= \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3 - \alpha}{\frac{5\pi}{2} - \frac{3\pi}{2}} = \frac{3 - \alpha}{\pi} \\ \text{شیب خط در صورت سؤال} &= \frac{4}{\pi} \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \frac{3 - \alpha}{\pi} = \frac{4}{\pi} \Rightarrow 3 - \alpha = 4 \Rightarrow \alpha = -1$$

بنابراین دو نقطه $(\frac{3\pi}{2}, -1)$ و $(\frac{5\pi}{2}, 3)$ باید در ضابطه f صدق کند:

$$f(x) = a \sin x + b \left\{ \begin{aligned} \xrightarrow{(\frac{3\pi}{2}, -1)} -1 &= a \sin \frac{3\pi}{2} + b \\ \xrightarrow{(\frac{5\pi}{2}, 3)} 3 &= a \sin \frac{5\pi}{2} + b \end{aligned} \right.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -a + b = -1 \\ a + b = 3 \end{cases} \Rightarrow 2b = 2 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow a = 2$$

$$\Rightarrow (a, b) = (2, 1)$$

(ریاضی ۲، توابع مثلثاتی، صفحه‌های ۸۸ تا ۹۴)

۴

۳

 ✓

۲

۱

$$\left. \begin{aligned} y = f(x) &= \left(\frac{2}{1}\right)^{2+3\sqrt{3}x} \\ y = g(x) &= 5^{-\sqrt{3}x} \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow 5^{-2-3\sqrt{3}x} = 5^{-\sqrt{3}x} \Rightarrow x = \frac{-1}{\sqrt{3}}$$

[۴]✓

[۳]

[۲]

[۱]

بنابر ویژگی‌های لگاریتم، می‌دانیم $\log_a^1 = 0$ است. لذا داریم:

$$2 \log \sqrt{2}m - \log 1 = 3 \log 2 + \log(m+1)$$

$$\Rightarrow \log 2m^2 = \log 8 + \log(m+1)$$

$$\Rightarrow \log 2m^2 = \log 8(m+1) \Rightarrow m^2 - 4m - 4 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = 2 - 2\sqrt{2} & (\text{غ ق ق}) \\ m = 2 + 2\sqrt{2} \end{cases}$$

در نتیجه تنها مقدار ممکن برای m ، $2 + 2\sqrt{2}$ است.
(ریاضی ۲، تابع لگاریتمی و ویژگی‌های آن، صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۴)

[۴]

[۳]✓

[۲]

[۱]

به شرط تعریف لگاریتم‌ها داریم:

$$\log_b^a = A \Rightarrow a = b^A \Rightarrow \sqrt[A]{a} = b \Rightarrow b = a^{\frac{1}{A}} \Rightarrow \log_a^b = \frac{1}{A}$$

$$\log_{b^m}^a = A \Rightarrow (b^m)^A = a \Rightarrow (b^A)^m = a$$

$$\Rightarrow b^A = \sqrt[m]{a} = a^{\frac{1}{m}}$$

$$\Rightarrow \log_{b^m}^{a^{\frac{1}{m}}} = A \Rightarrow \frac{1}{m} \log_b^a = A \Rightarrow \log_{b^m}^a = \frac{1}{m} \log_b^a$$

$$\log_b^a = \frac{1}{\log_a^b} \Rightarrow \log_{\sqrt[3]{a}}^{\sqrt[3]{b}} = \frac{1}{\log_{\sqrt[3]{b}}^{\sqrt[3]{a}}} = \frac{1}{a}$$

$$\log_{\sqrt[3]{a}}^{\sqrt[3]{b}} = \frac{1}{a} \Rightarrow \log_{\sqrt[3]{a}}^{\sqrt[3]{b}} + \log_{\sqrt[3]{a}}^{\sqrt[3]{a}} = \frac{1}{a}$$

$$\Rightarrow 1 + \log_{\sqrt[3]{a}}^{\sqrt[3]{b}} = \frac{1}{a} \Rightarrow \log_{\sqrt[3]{a}}^{\sqrt[3]{b}} = \frac{\frac{1}{a} - 1}{\frac{1}{\sqrt[3]{a}}} = \frac{1-a}{\sqrt[3]{a}}$$

$$\log_{\sqrt[3]{a}}^{\sqrt[3]{b}} = \log_{\sqrt[3]{a}}^{\sqrt[3]{b}} = \frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt[3]{a}} \log_{\sqrt[3]{a}}^{\sqrt[3]{a}} = \sqrt[3]{b} \log_{\sqrt[3]{a}}^{\sqrt[3]{a}} = \sqrt[3]{b} \times \frac{1-a}{\sqrt[3]{a}} = \frac{1-a}{a}$$

(ریاضی ۲، تابع لگاریتمی و ویژگی‌های آن، صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

با استفاده از ویژگی‌های لگاریتم، داریم:

$$\log_{\sqrt[3]{a}}^{\sqrt[3]{b}} + \log_{\sqrt[3]{a}}^{\sqrt[3]{a}} = \log_{\sqrt[3]{a}}^{\sqrt[3]{b}} + \log_{\sqrt[3]{a}}^{\sqrt[3]{a}} = \log_{\sqrt[3]{a}}^{\sqrt[3]{b} \cdot \sqrt[3]{a}} \quad (*)$$

طرف راست تساوی برابر است با:

$$\frac{1}{\sqrt[3]{a}} \log_{\sqrt[3]{a}}^{\sqrt[3]{b} \cdot \sqrt[3]{a}} = \log_{\sqrt[3]{a}}^{\sqrt[3]{b} \cdot \sqrt[3]{a}} \quad (**)$$

با مقایسه روابط (*) و (**) نتیجه می‌گیریم:

$$\log_{\sqrt[3]{a}}^{\sqrt[3]{b} \cdot \sqrt[3]{a}} = \log_{\sqrt[3]{a}}^{\sqrt[3]{b} \cdot \sqrt[3]{a}} \Rightarrow \sqrt[3]{b} \cdot \sqrt[3]{a} = \sqrt[3]{b} \cdot \sqrt[3]{a} \Rightarrow \sqrt[3]{b} \cdot \sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b} \cdot \sqrt[3]{a} = 0$$

۴

۳ ✓

۲

۱

-۱۰۷

(رعیع مشتاق نظم)

تابع از نقاط (۰ و -۱) و (۱ و ۰) می گذرد. پس:

$$(*) \Rightarrow 1 = 2^b - 2a \quad (0, 1)$$

$$(-1, 0) \Rightarrow 0 = 2^{-1+b} - 2a \Rightarrow 2a = 2^{-1+b}$$

$$\xrightarrow{(*)} 1 = 2^b - 2^{-1+b}$$

$$\Rightarrow 2^b (1 - 2^{-1}) = 1 \Rightarrow 2^b \times \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow 2^b = 2 \Rightarrow b = 1$$

$$2a = 2^{-1+b} \xrightarrow{b=1} 2a = 2^0 = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{2} \Rightarrow a + b = \frac{3}{2}$$

(ریاضی ۲، نمودارها و کاربردهای توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۱۵ و ۱۱۶)

۴

۳

۲✓

۱

-۱۰۸

(رعیع مشتاق نظم)

$$\log_{\Delta}^{(x+2)} = 1 - \log_{\Delta}^{(x-2)} \Rightarrow \log_{\Delta}^{(x+2)} + \log_{\Delta}^{(x-2)} = 1$$

$$\Rightarrow \log_{\Delta}^{(x+2)(x-2)} = 1$$

$$\Rightarrow x^2 - 4 = \Delta \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$$

فقط $x = 3$ قابل قبول است.

$$x = 3 \Rightarrow y = \log_{\Delta}^{3+2} = \log_{\Delta}^5 = 1$$

(ریاضی ۲، تابع لگاریتمی و ویژگی‌های آن، صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۴)

۴

۳✓

۲

۱

-۱۰۹

(رعیع مشتاق نظم)

$$\log E = 11/8 + 1/5 M \Rightarrow \log E = 11/8 + 1/5 \times (7/3)$$

$$\Rightarrow \log E = 11/8 + 7/40 = 22/20 \Rightarrow E = 10^{22/20}$$

(ریاضی ۲، نمودارها و کاربردهای توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه ۱۱۷)

۴✓

۳

۲

۱

-۱۱۰

(فرشاد فرامرزی)

$$\left\{ \begin{array}{l} \log E_1 = 11/8 + 1/5 \times 7/5 \\ \log E_2 = 11/8 + 1/5 \times 5/5 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \log E_1 - \log E_2 = 1/5 \times 2 = 3$$

$$\Rightarrow \log \frac{E_1}{E_2} = 3 \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = 1000$$

$$\Rightarrow \log \frac{E_1}{E_2} = 3 \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = 1000$$

(ریاضی ۲، نمودارها و کاربردهای توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه ۱۱۷)

۴✓

۳

۲

۱

$$\frac{-3m}{1+3m} \times \frac{-(m+1)}{m} = -1 \Rightarrow m_1 \times m_2 = -1 \Rightarrow \text{دو خط عمود بر هم}$$

دقت کنید یک مقدار m می تواند صفر باشد، زیرا در این صورت یک خط افقی و دیگری قائم خواهد بود. پس:

$$m \neq 0 \Rightarrow \frac{3m(m+1)}{m(1+3m)} = -1 \Rightarrow \frac{3m+3}{3m+1} = -1$$

$$\Rightarrow 3m+3 = -3m-1 \Rightarrow 6m = -4 \Rightarrow m = -\frac{2}{3}$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی، صفحه های ۲ تا ۴)

۴

۳✓

۲

۱

-۱۱۲

(ابراهیم نبفی)

$$\sqrt{4-x} + \sqrt{x-2} = x-5 \Rightarrow \begin{cases} 4-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 4 \\ x-2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2 \leq x \leq 4 \Rightarrow x \in [2, 4]$$

یعنی سمت چپ تساوی فقط در بازه $[2, 4]$ معنی دارد، این بدین معنی نیست که معادله در بازه مذکور دارای جواب است. چون در این بازه بی شمار عدد حقیقی وجود دارد. باید توجه کنید که سمت راست تساوی نیز در بازه به دست آمده باید مقداری نامنفی شود تا معادله جواب داشته باشد:

$$x-5 \geq 0 \Rightarrow x \geq 5$$

چون با بازه $[2, 4]$ هیچ اشتراکی ندارد، پس معادله جواب حقیقی ندارد. (ریاضی ۲، معادلات گویا و معادلات رادیکالی، صفحه های ۲۲ تا ۲۴)

۴

۳

۲

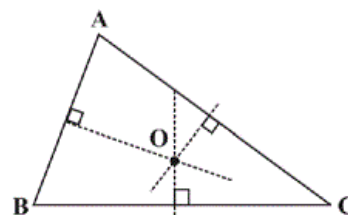
۱✓

-۱۱۳

(سینا ممبرپور)

نقاطی که روی عمودمنصف یک پاره خط قرار دارند، از دو سر آن پاره خط به یک فاصله اند و اگر نقطه ای از دو سر پاره خط به یک فاصله باشد، روی عمودمنصف آن پاره خط قرار دارد.

لذا اگر محل تلاقی عمودمنصف های دو ضلع BC و AB را در نظر بگیریم، داریم:



(۱) $OB = OC \Rightarrow$ نقطه O روی عمودمنصف BC

(۲) $OA = OB \Rightarrow$ نقطه O روی عمودمنصف AB

از (۱) و (۲) نتیجه می گیریم که $OA = OC$ پس O روی عمودمنصف AC است. بنابراین با توجه به روابط ۱ و ۲ می توان نتیجه گرفت که:

$$OA = OB = OC$$

(ریاضی ۲، ترسیم های هندسی، صفحه های ۲۷ تا ۳۰)

۴

۳

۲

۱✓

$$\frac{S_{ABE}}{S_{CDE}} = \left(\frac{5}{7+3} \right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{S_{CDE} - S_{ABE}}{S_{CDE}} = \frac{S_{ABCD}}{S_{CDE}} = \frac{4-1}{4} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{S_{CDE}}{S_{ABCD}} = \frac{4}{3}$$

(ریاضی ۲، تشابه مثلث‌ها، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۴)

۴

۳✓

۲

۱

-۱۱۵

(فشار فراهری)

برای آن که دو تابع f و g با هم مساوی باشند، باید دو شرط زیر برقرار باشد:

$$\begin{cases} D_f = D_g \\ f(x) = g(x) \end{cases}$$

دامنه تابع $f(x) = x + 3$ برابر R است. بررسی گزینه‌ها:
گزینه «۱»:

$$y = \frac{x^2 + 6x + 9}{x + 3} = \frac{(x + 3)^2}{x + 3} = x + 3 \text{ و } D = R - \{-3\}$$

گزینه «۲»:

$$y = \frac{x^2 - 9}{x - 3} = \frac{(x - 3)(x + 3)}{(x - 3)} = x + 3 \text{ و } D = R - \{3\}$$

گزینه «۳»:

$$y = \frac{x^3 + 27}{x^2 - 3x + 9} = \frac{(x + 3)(x^2 - 3x + 9)}{x^2 - 3x + 9} = x + 3$$

از آنجا که $0 < \Delta$ مخرج است، مخرج ریشه ندارد و بنابراین گزینه ۳ صحیح است.
(ریاضی ۲، آشنایی با برقی از انواع توابع، صفحه‌های ۵۰ و ۵۱)

۴

۳✓

۲

۱

-۱۱۶

(رمیم مشتاق نظم)

$$\left[\frac{2x - 6}{3} \right] = -4 \Rightarrow -4 \leq \frac{2x - 6}{3} < -3$$

$$\Rightarrow -12 \leq 2x - 6 < -9$$

$$\Rightarrow -12 + 6 \leq 2x < -9 + 6 \Rightarrow -6 \leq 2x < -3 \Rightarrow -3 \leq x < -\frac{3}{2}$$

(ریاضی ۲، آشنایی با برقی از انواع توابع، صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

۴

۳

۲✓

۱

(نیمای سلطانی)

$$\ell = R\theta_1 \Rightarrow \frac{3}{4}\pi = 6\theta_1$$

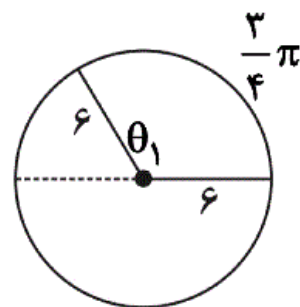
$$\Rightarrow \theta_1 = \frac{3}{24}\pi \Rightarrow \theta_1 = \frac{\pi}{8}$$

$$\theta_1 - \theta_2 = \frac{\pi}{16} \Rightarrow \theta_2 = \frac{\pi}{16}$$

$$\Rightarrow \frac{\theta_2}{180} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{\theta_2}{180} = \frac{\frac{\pi}{16}}{\pi}$$

$$\Rightarrow \theta_2 = \frac{180}{16} = \frac{45}{4} = 11/25$$

(ریاضی ۲، واحدهای اندازه‌گیری زاویه، صفحه‌های ۷۲ تا ۷۶)

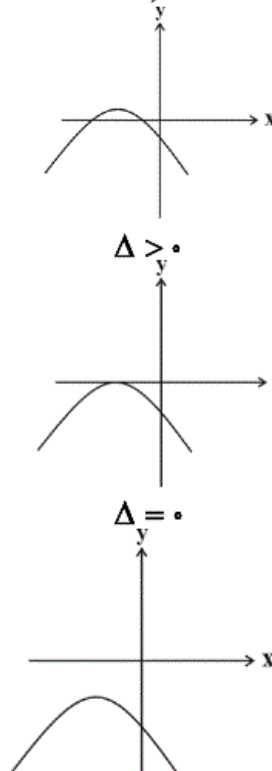


۴

۳

۲✓

۱

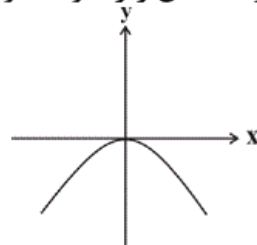


در حالت اول که $\Delta > 0$ است: (ریشه‌های تابع مورد نظر هستند.) α و β

$$\alpha + \beta < 0 \Rightarrow \frac{-b}{a} < 0 \xrightarrow{a < 0} b < 0$$

$$\alpha \cdot \beta \geq 0 \Rightarrow \frac{c}{a} \geq 0 \xrightarrow{a < 0} c \leq 0$$

و حالت‌های $\Delta = 0$ و $\Delta < 0$ قابل قبول نیستند، زیرا در این حالت از ناحیه دوم نیز نمودار عبور نمی‌کند. اما باید توجه داشت که اگر $a < 0$ و $b = 0$ و $c = 0$ باشند، نمودار به صورت شکل زیر خواهد بود که قابل قبول نیست:



(ریاضی ۲، معادله درجه دوم و تابع درجه ۲، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۸)

۴ ✓

۳

۲

۱

(حسن نصرتی ناهوک)

 $x = 5$ در معادله صدق می‌کند، در نتیجه:

$$\frac{a-1}{6} + \frac{1}{21} = \frac{5-a}{14} \xrightarrow{\times 42}$$

$$7a - 7 + 2 = 15 - 3a \Rightarrow 10a = 20 \Rightarrow a = 2$$

$$\xrightarrow{a=2} \frac{1}{2x-4} + \frac{1}{x^2-4} = \frac{x-2}{x^2-x-6}$$

با شرط $x \neq 2, -2, 3$ و ضرب $2(x-2)(x+2)(x-3)$ در طرفین داریم:

$$(x+2)(x-3) + 2(x-3) = 2(x-2)^2$$

$$\Rightarrow x^2 - x - 6 + 2x - 6 = 2x^2 - 8x + 8 \Rightarrow x^2 - 9x + 20 = 0$$

$$\Rightarrow (x-4)(x-5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = 5 \end{cases}$$

(ریاضی ۲، معادلات گویا و معادلات رادیکالی، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱)

۴

۳✓

۲

۱

طول MF و NC برابر یک می‌باشد. طبق قضیه تالس در مثلث ADN داریم:

$$EM \parallel DN \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AE}{AD} = \frac{EM}{DN} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{AE}{AD-AE} = \frac{1}{2-1} = 1 \Rightarrow \frac{AE}{ED} = 1$$

(ریاضی ۲، استدلال و قضیه تالس، صفحه‌های ۳۴ تا ۴۱)

۴✓

۳

۲

۱

(محمدر بهیرایی)

$$\begin{cases} (f+g)(x) = f(x) + g(x) = 4x^2 + 1 \\ (f-g)(x) = f(x) - g(x) = 2x + 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2f(x) = 4x^2 + 2x + 2 \Rightarrow f(x) = 2x^2 + x + 1$$

$$f(x) + g(x) = 4x^2 + 1 \xrightarrow{f(x)=2x^2+x+1} g(x) = 2x^2 - x$$

$$\Rightarrow g(2) = 2 \times 2^2 - 2 = 6$$

(ریاضی ۲، اعمال جبری روی توابع، صفحه‌های ۶۵ تا ۷۰)

۴

۳

۲✓

۱

$$\frac{\cot^2 \alpha}{1 + \cot^2 \alpha} + \frac{\tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{\frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha}}{\frac{1}{\sin^2 \alpha}} + \frac{\frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}}{\frac{1}{\cos^2 \alpha}} =$$

$$\frac{\cos^2 \alpha \times \sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} + \frac{\sin^2 \alpha \times \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$$

(ریاضی ۲، روابط تکمیلی بین نسبت‌های مثلثاتی، صفحه‌های ۷۷ و ۷۸)

[۴] ✓

[۳]

[۲]

[۱]

(مهردار قاضی)

$$\begin{cases} \cos \frac{5\pi}{14} = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{7}\right) = \sin \frac{\pi}{7} \\ \cos \frac{13\pi}{14} = \cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{3\pi}{7}\right) = -\sin \frac{3\pi}{7} \\ \cos \frac{17\pi}{14} = \cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{5\pi}{7}\right) = -\sin \frac{5\pi}{7} \end{cases}$$

حال با جای‌گذاری در عبارت داریم:

$$\sin \frac{\pi}{7} + \sin \frac{3\pi}{7} + \sin \frac{5\pi}{7} + \sin \frac{\pi}{7} + (-\sin \frac{3\pi}{7}) + (-\sin \frac{5\pi}{7}) = 2 \sin \frac{\pi}{7}$$

(ریاضی ۲، روابط تکمیلی بین نسبت‌های مثلثاتی، صفحه‌های ۷۹ تا ۸۷)

[۴]

[۳] ✓

[۲]

[۱]

(نیمه سلطانی)

$$1 - 3 \sin^4 \alpha = 3 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$$

$$\Rightarrow 1 = 3 \sin^4 \alpha + 3 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$$

$$\Rightarrow 1 = 3 \sin^2 \alpha (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)$$

$$\Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sin^2 \alpha} = 3 \Rightarrow 1 + \cot^2 \alpha = 3 \Rightarrow \cot^2 \alpha = 2 \Rightarrow \tan^2 \alpha = \frac{1}{2}$$

$$\xrightarrow{\alpha \text{ در ربع ۴}} \tan \alpha = \frac{-\sqrt{2}}{2}$$

$$\cot\left(\frac{9\pi}{2} + \alpha\right) = \cot\left(4\pi + \frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cot\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\tan \alpha$$

$$\Rightarrow \cot\left(\frac{9\pi}{2} + \alpha\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(ریاضی ۲، روابط تکمیلی بین نسبت‌های مثلثاتی، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۷)

[۴]

[۳]

[۲] ✓

[۱]

با توجه به شکل تابع داده شده اگر هر مقدار تابع $y = \sin x$ را در ۲ ضرب کرده و سپس با یک جمع کنیم به شکل تابع داده شده یعنی $y = 2 \sin x + 1$ در مورد (پ) می‌رسیم. هر تابعی که ضابطه آن با این تابع برابر باشد نیز می‌تواند نموداری مطابق نمودار داده شده داشته باشد.

مورد (الف): $y = -2(\sin(x - \pi) - \frac{1}{2}) = -2(-\sin(\pi - x) - \frac{1}{2})$
 $\Rightarrow y = 2 \sin x + 1$

مورد (ب): $y = 2 \cos(x - \frac{\pi}{2}) + 1 = 2 \cos(\frac{\pi}{2} - x) + 1$
 $\Rightarrow y = 2 \sin x + 1$

مورد (ت): $y = 2 \cos(\frac{\pi}{2} + x) + 1 = -2 \sin x + 1$

بنابراین بخشی از ۳ نمودار (الف)، (ب) و (پ) می‌تواند باشد.

(ریاضی ۲، توابع مثلثاتی، صفحه‌های ۱۸ تا ۹۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

خط از دو نقطه به مختصات $(\frac{3\pi}{2}, \alpha)$ و $(\frac{5\pi}{2}, 3)$ عبور کرده است و نمودار

$f(x)$ را قطع کرده است، همچنین شیب خط برابر با $\frac{4}{\pi}$ است. بنابراین داریم:

$$\left. \begin{aligned} \text{شیب خط} &= \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3 - \alpha}{\frac{5\pi}{2} - \frac{3\pi}{2}} = \frac{3 - \alpha}{\pi} \\ \text{شیب خط در صورت سؤال} &= \frac{4}{\pi} \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \frac{3 - \alpha}{\pi} = \frac{4}{\pi} \Rightarrow 3 - \alpha = 4 \Rightarrow \alpha = -1$$

بنابراین دو نقطه $(\frac{3\pi}{2}, -1)$ و $(\frac{5\pi}{2}, 3)$ باید در ضابطه f صدق کند:

$$f(x) = a \sin x + b \begin{cases} \xrightarrow{(\frac{3\pi}{2}, -1)} -1 = a \sin \frac{3\pi}{2} + b \\ \xrightarrow{(\frac{5\pi}{2}, 3)} 3 = a \sin \frac{5\pi}{2} + b \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -a + b = -1 \\ a + b = 3 \end{cases} \Rightarrow 2b = 2 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow a = 2$$

$$\Rightarrow (a, b) = (2, 1)$$

(ریاضی ۲، توابع مثلثاتی، صفحه‌های ۱۸ تا ۹۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$\left. \begin{aligned} y = f(x) &= \left(\frac{2}{10}\right)^{2+3\sqrt{3}x} \\ y = g(x) &= 5^{-\sqrt{3}x} \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow 5^{-2-3\sqrt{3}x} = 5^{-\sqrt{3}x} \Rightarrow x = \frac{-1}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow y = g\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 5$$

[۴]✓

[۳]

[۲]

[۱]

بنابر ویژگی‌های لگاریتم، می‌دانیم $\log_a^1 = 0$ است. لذا داریم:

$$2 \log \sqrt{2}m - \log 1 = 3 \log 2 + \log(m+1)$$

$$\Rightarrow \log 2m^2 = \log 8 + \log(m+1)$$

$$\Rightarrow \log 2m^2 = \log 8(m+1) \Rightarrow m^2 - 4m - 4 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = 2 - 2\sqrt{2} \text{ (غ ق ق)} \\ m = 2 + 2\sqrt{2} \end{cases}$$

در نتیجه تنها مقدار ممکن برای m ، $2 + 2\sqrt{2}$ است.

(ریاضی ۲، تابع لگاریتمی و ویژگی‌های آن، صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۴)

[۴]

[۳]✓

[۲]

[۱]

$$\log_b^a = \frac{1}{\log_a^b} \Rightarrow \log_3^{12} = \frac{1}{\log_{12}^3} = \frac{1}{a}$$

$$\log_3^{3 \times 4} = \frac{1}{a} \Rightarrow \log_3^3 + \log_3^4 = \frac{1}{a}$$

$$\Rightarrow 1 + 2 \log_3^2 = \frac{1}{a} \Rightarrow \log_3^2 = \frac{\frac{1}{a} - 1}{2} = \frac{1-a}{2a}$$

$$\log_{\sqrt{27}}^8 = \log_{\frac{3}{2}}^2 = \frac{2}{\frac{3}{2}} \log_{\frac{3}{2}}^2 = 2 \log_{\frac{3}{2}}^2 = 2 \times \frac{1-a}{2a} = \frac{1-a}{a}$$

(ریاضی ۲، تابع لگاریتمی و ویژگی‌های آن، صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۴)

[۴]✓

[۳]

[۲]

[۱]

با استفاده از ویژگی‌های لگاریتم، داریم:

$$\log_3 a^2 + 2 \log_{(2)^2} \frac{1}{(3)^2} = \log_3 a^2 + \log_3 4 = \log_3 4a^2 \quad (*)$$

طرف راست تساوی برابر است با:

$$\frac{1}{2} \log_{\sqrt{3}} (\Delta + a) = \log_3 (\Delta + a) \quad (**)$$

با مقایسه روابط (*) و (**) نتیجه می‌گیریم:

$$\log_3 4a^2 = \log_3 (\Delta + a) \Rightarrow 4a^2 = \Delta + a \Rightarrow 4a^2 - a - \Delta = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = \frac{\Delta}{4} \end{cases}$$

که هر دو مقدار به دست آمده، قابل قبول اند. بنابراین مجموع مقادیر

$$-1 + \frac{\Delta}{4} = \frac{1}{4}$$

ممکن برای a برابر است با:

(ریاضی ۲، تابع لگاریتمی و ویژگی‌های آن، صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۴)

۴

۳ ✓

۲

۱