



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

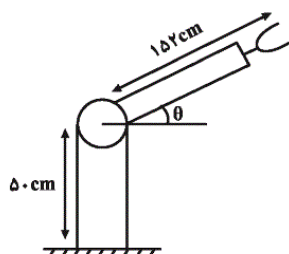
<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

ریاضی ، حسابان ۱ ، رادیان ، مثلثات - ۱۳۹۶۱۲۱۸

۷۴- در شکل زیر، ارتفاع نوک گیره رویات تا سطح زمین ۱۲۶ سانتی متر است. مقدار θ برحسب رادیان کدام است؟



(۱) $\frac{\pi}{3}$

(۲) $\frac{\pi}{6}$

(۳) $\frac{\pi}{4}$

(۴) $\frac{\pi}{12}$

شما پاسخ نداده اید

۶۹- اتومبیلی در یک مسیر دایره‌ای شکل به شعاع ۱۸ متر، به اندازه 21° درجه دوران می‌کند. مسافتی که این اتومبیل طی کرده چند متر است؟

(۴) 42π

(۳) ۴۲

(۲) 21π

(۱) ۲۱

شما پاسخ نداده اید

۷۰- اگر عقربه دقیقه شمار یک ساعت، ۳۵ دقیقه جابه‌جا شود، عقربه ساعت شمار آن چند رادیان را طی می‌کند؟

(۴) $\frac{5\pi}{48}$

(۳) $\frac{7\pi}{72}$

(۲) $\frac{7\pi}{12}$

(۱) $\frac{\pi}{15}$

شما پاسخ نداده اید

۷۱- شعاع چرخ کوچک یک تراکتور ۵۰ سانتی متر و شعاع چرخ بزرگ آن 8° سانتی متر است. اگر چرخ بزرگ مسافت ۲۰ متر را طی کرده باشد، چرخ کوچک

چه زاویه‌ای را برحسب رادیان طی می‌کند؟

(۴) ۴۰

(۳) ۲۵

(۲) ۲۰

(۱) ۱۰

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ۱ ، نسبت های مثلثاتی برخي زوایا ، مثلثات - ۱۳۹۶۱۲۱۸

۷۲- حاصل $A = \log \tan 1^\circ + \log \tan 2^\circ + \dots + \log \tan 88^\circ + \log \tan 89^\circ$ کدام است؟

(۴) -۱

(۳) صفر

(۲) ۱

(۱) $\frac{\pi}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۷۵- مقدار عبارت $\cos(30^\circ) + \sin(33^\circ) + \cot(75^\circ) + \tan(-84^\circ)$ کدام است؟

(۲) $2\sqrt{3}$

(۱) ۱

(۴) $2\frac{\sqrt{3}}{3}$

(۳) صفر

شما پاسخ نداده اید

۷۶- اگر نقاط $P(x, y)$ و $P'(x, -y)$ ، انتهای زوایای α و α' در دایرهٔ مثلثاتی باشند، آن گاه کدام نسبت مثلثاتی زوایای α و α' با هم برابر است؟

(۱) سینوس

(۲) کسینوس

(۳) تانژانت

(۴) کتانژانت

شما پاسخ نداده اید

۷۷- حاصل عبارت $\sin^2 \frac{\pi}{8} + \sin^2 \frac{3\pi}{8} + \sin^2 \frac{5\pi}{8} + \sin^2 \frac{7\pi}{8}$ کدام است؟

(۱) $\frac{5}{2}$

(۲) ۲

(۳) $\frac{3}{2}$

(۴) ۱

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ۱ ، توابع مثلثاتی ، مثلثات - ۱۳۹۶۱۲۱۸

۷۸- کدام مقایسهٔ زیر صحیح است؟

(۱) $\cos 2 > \cos 1$

(۲) $\cos 3 > \cos 2$

(۳) $\cos 5 > \cos 4$

(۴) $\cos 5 > \cos 6$

شما پاسخ نداده اید

۷۹- معادلهٔ $\log^x_\pi = |\cos x|$ چند جواب دارد؟

(۱) ۱

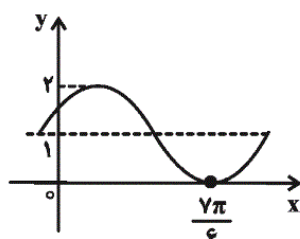
(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۸۰- ضابطهٔ تابع نشان داده شده در شکل، برابر با کدام گزینهٔ زیر می‌تواند باشد؟



(۱) $y = \sin(x - \frac{\pi}{3}) - 1$

(۲) $y = \sin(x - \frac{\pi}{3}) + 1$

(۳) $y = \sin(x + \frac{\pi}{3}) + 1$

(۴) $y = -\sin(x + \frac{\pi}{3}) + 1$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ۱ ، ویژگی های لگاریتم و حل معادلات لگاریتمی ، توابع نمایی و لگاریتمی - ۱۳۹۶۱۲۱۸

۷۳- مجموع جواب‌های معادلهٔ $9^x - 7 \times 3^x + 10 = 0$ کدام است؟

(۱) ۷

(۲) ۱۰

(۳) $\log_3 10$

(۴) $\log_3 7$

شما پاسخ نداده اید

۶۱- اگر $\log 4 = a$ و $\log \sqrt{125} = b$ باشد، کدام گزینه رابطه بین a و b را نشان می‌دهد؟

- (۱) $a = 1 - \frac{2b}{3}$ (۲) $a = 1 + \frac{2b}{3}$ (۳) $a = 2 - \frac{2b}{3}$ (۴) $a = 2 - \frac{4b}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۶۲- اگر $\log 2 = 0/3$ و $\log 3 = 0/5$ باشد، حاصل $\log 7/5$ تقریباً کدام است؟

- (۱) $0/9$ (۲) $1/1$ (۳) $1/2$ (۴) $1/7$

شما پاسخ نداده اید

۶۳- حاصل $[\log_3 \frac{9}{82}]$ کدام است؟ ([] ، علامت جزء صحیح است.)

- (۱) -2 (۲) -3 (۳) -4 (۴) -1

شما پاسخ نداده اید

۶۴- مجموع ریشه‌های معادله $\log_2(4^x + 15) - x = 3$ کدام است؟

- (۱) $\log_2^{15}$ (۲) 3 (۳) 15 (۴) $\log_4^{15}$

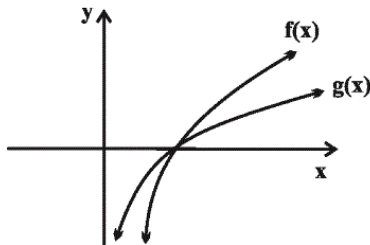
شما پاسخ نداده اید

۶۵- تابع با ضابطه $f(x) = a + \log_2(bx - 1)$ از دو نقطه $A(3, 10)$ و $B(43, 14)$ می‌گذرد. a کدام است؟

- (۱) 4 (۲) 5 (۳) 6 (۴) 7

شما پاسخ نداده اید

۶۶- با توجه به نمودار توابع $f(x) = \log x$ و $g(x)$ ، کدام گزینه می‌تواند ضابطه تابع g باشد؟



(۱) $g(x) = \log_3^x$

(۲) $g(x) = \log_{1/3}^x$

(۳) $g(x) = \log_8^x$

(۴) $g(x) = \log_{1/2}^x$

شما پاسخ نداده اید

۶۷- از دو معادله دو مجهولی $\frac{1}{81^{(x+y)}} = 3^{-14-x}$ و $\frac{3}{4} \log_5^2 + \log_5^y = \log_5^x$ ، مقدار x کدام است؟ (عبارت‌ها تعریف شده‌اند.)

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) 4 (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) 2

شما پاسخ نداده اید

۶۸- میزان انرژی آزاد شده در زلزله‌ای با قدرت ۸ ریشتر، چند برابر زلزله‌ای با قدرت ۶ ریشتر است؟ ($\log E = 11/8 + 1/5 M$ و M برحسب ریشتر است.)

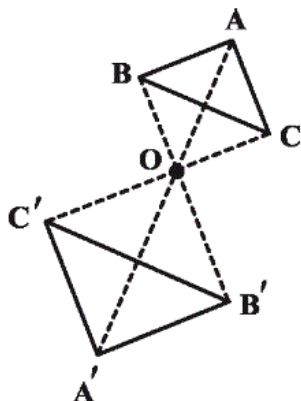
- (۱) 10 (۲) 100 (۳) 1000 (۴) 10000

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ی ۲ ، تبدیل های هندسی ، تبدیل‌ها ی هندسی و کاربردها - ۱۳۹۶۱۲۱۸

۱۰۱- با یک تبدیل تجانس به مرکز O، رئوس مثلث ABC متناظراً بر رئوس مثلث A'B'C' تصویر می‌شود. نسبت

تجانس، کدام مقدار را می‌تواند داشته باشد؟



(۱) $k = \frac{1}{2}$

(۲) $k = 2$

(۳) $k = -\frac{1}{2}$

(۴) $k = -2$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲- کدام جمله همواره درست است؟

(۱) بازتاب نمی‌تواند اندازه زاویه را حفظ کند.

(۲) انتقال غیرهمانی نمی‌تواند نقطه ثابت تبدیل داشته باشد.

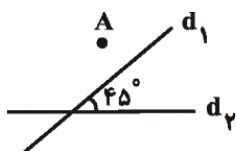
(۳) دوران غیرهمانی نمی‌تواند شیب خط را حفظ کند.

(۴) تجانس غیرهمانی نمی‌تواند اندازه مساحت شکل را حفظ کند.

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- مطابق شکل، فاصله نقطه A از محل تلاقی دو خط d_1 و d_2 برابر یک است. نقطه A را نسبت به خط d_1 و سپس تصویر حاصل را نسبت به خط

d_2 بازتاب می‌دهیم. فاصله نقطه A از تصویر نهایی آن کدام است؟



(۱) ۱

(۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۳) $\sqrt{2}$

(۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- در تجانس به مرکز O و نسبت $k=3$ ، اگر پاره‌خط A'B' مجانس پاره‌خط AB باشد، مساحت چهارضلعی ABB'A' چند برابر مساحت مثلث

AOB است؟

(۱) ۳

(۲) ۴

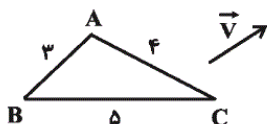
(۳) ۸

(۴) ۹

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- مطابق شکل، مثلث ABC و بردار $\vec{V}$ مفروض است. مثلث ABC را با بردار $\vec{V}$ انتقال می‌دهیم تا مثلث A'B'C' حاصل شود. اندازه میانه وارد بر

بزرگ‌ترین ضلع مثلث A'B'C' کدام است؟



(۱) ۲

(۲) ۲/۵

(۳) ۳

(۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- وسط اضلاع یک شش ضلعی منتظم را متوالیاً به هم وصل می‌کنیم تا یک شش ضلعی کوچک‌تر تشکیل شود. اگر نقطه O مرکز دایره محیطی این

شش ضلعی باشد، با کدام تبدیلات می‌توان شش ضلعی بزرگ‌تر را بر شش ضلعی کوچک‌تر منطبق کرد؟

(۱) یک دوران 60° درجه و یک تجانس با نسبت $k = \frac{1}{2}$ به مرکز O

(۲) یک دوران 30° درجه و یک تجانس با نسبت $k = \frac{1}{2}$ به مرکز O

(۳) یک دوران 60° درجه و یک تجانس با نسبت $k = \frac{\sqrt{3}}{2}$ به مرکز O

(۴) یک دوران 30° درجه و یک تجانس با نسبت $k = \frac{\sqrt{3}}{2}$ به مرکز O

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- مثلث قائم‌الزاویه و متساوی‌الساقین ABC ($\hat{A} = 90^\circ$) با طول وتر ۲ واحد مفروض است. اگر این مثلث را به مرکز A با زاویه 45° درجه در جهت

ساعتگرد دوران دهیم، مساحت ناحیه مشترک بین تصویر و مثلث اولیه کدام است؟

(۱) $\sqrt{2} - 1$

(۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۳) $2 - \sqrt{2}$

(۴) $2(\sqrt{2} - 1)$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- در یک مثلث، دایره محیطی داخلی را با نسبت تجانس k و به مرکز T تجانس می‌دهیم تا بر دایره محیطی مثلث تصویر شود. اگر نقطه ثابت این

تبدیل، محل برخورد نیمسازهای داخلی مثلث باشد، اندازه k کدام است؟

(۱) $1/5$

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ی ۲ ، کاربرد تبدیل ها ، تبدیل ها ی هندسی و کاربردها - ۱۳۹۶۱۲۱۸

۱۰۹- می‌خواهیم بدون تغییر در تعداد اضلاع و طول اضلاع چهارضلعی ABCD و با ثابت نگه داشتن زاویه رأس A، مساحت آن را تا حد امکان افزایش

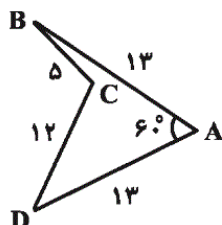
دهیم. مساحت شکل جدید چند واحد مربع بیش‌تر از شکل اولیه است؟

(۱) ۳۶

(۲) ۶۰

(۳) ۷۲

(۴) ۱۲۰



شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- در لوزی ABCD، نقطه E وسط ضلع AD و نقطه M نقطه‌ای متغیر روی قطر BD است. اگر محیط مثلث MAE کمترین مقدار ممکن را

داشته باشد، آنگاه مساحت آن چه کسری از مساحت لوزی است؟

- (۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{9}$ (۳) $\frac{1}{12}$ (۴) $\frac{1}{18}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان۱ - سوالات موازی ، رادیان ، مثلثات - ۱۳۹۶۱۲۱۸

۸۹- اتومبیلی در یک مسیر دایره‌ای شکل به شعاع ۱۸ متر، به اندازه ۲۱۰ درجه دوران می‌کند. مسافتی که این اتومبیل طی کرده چند متر است؟

- (۱) ۲۱ (۲) ۲۱π (۳) ۴۲ (۴) ۴۲π

شما پاسخ نداده اید

۹۰- اگر عقربه دقیقه شمار یک ساعت، ۳۵ دقیقه جابه‌جا شود، عقربه ساعت شمار آن چند رادیان را طی می‌کند؟

- (۱) $\frac{\pi}{15}$ (۲) $\frac{7\pi}{12}$ (۳) $\frac{7\pi}{72}$ (۴) $\frac{5\pi}{48}$

شما پاسخ نداده اید

۹۱- شعاع چرخ کوچک یک تراکتور ۵۰ سانتی‌متر و شعاع چرخ بزرگ آن ۸۰ سانتی‌متر است. اگر چرخ بزرگ مسافت ۲۰ متر را طی کرده باشد، چرخ کوچک چه زاویه‌ای را برحسب رادیان طی می‌کند؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۲۰ (۳) ۲۵ (۴) ۴۰

شما پاسخ نداده اید

۹۵- محیط قطاعی به زاویه مرکزی ۱۳۵ درجه و شعاع ۸ سانتی‌متر برابر با چند سانتی‌متر است؟

- (۱) $8 + 6\pi$ (۲) $16 + 3\pi$ (۳) $12 + 6\pi$ (۴) $16 + 6\pi$

شما پاسخ نداده اید

۹۶- اندازه یک کمان برحسب رادیان برابر است با حاصل تقسیم عدد 5π بر اندازه آن برحسب درجه. اندازه این کمان برحسب رادیان کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi}{3}$ (۲) $\frac{\pi}{6}$ (۳) $\frac{\pi}{2}$ (۴) $\frac{\pi}{4}$

شما پاسخ نداده اید

۹۷- طول برف‌پاک‌کن عقب اتومبیلی ۲۴ سانتی‌متر است. فرض کنید برف‌پاک‌کن، کماتی به اندازه ۱۲۰ درجه طی کند. طول کمان طی شده توسط نوک برف‌پاک‌کن چند سانتی‌متر است؟ ($\pi \approx 3$)

- (۱) ۵۲ (۲) ۵۴ (۳) ۴۸ (۴) ۴۶

شما پاسخ نداده اید

۹۸- در مثلث ABC، $\hat{B} = 30^\circ$ و زاویه A، $\frac{4\pi}{9}$ رادیان است. زاویه C برحسب رادیان کدام است؟

- (۱) $\frac{7\pi}{9}$ (۲) $\frac{7\pi}{18}$ (۳) $\frac{\pi}{3}$ (۴) $\frac{2\pi}{9}$

شما پاسخ نداده اید

۹۹- انتهای کدام یک از زوایای زیر بر انتهای زاویه 120° در دایره مثلثاتی منطبق است؟

- (۱) $\frac{11\pi}{3}$ (۲) $\frac{10\pi}{3}$ (۳) $-\pi + \frac{2\pi}{3}$ (۴) $3\pi - \frac{\pi}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۰- مقدار عددی کدام گزینه از بقیه کم‌تر است؟

- (۱) $\cos 1$ (۲) $\cos 2$ (۳) $\cos 3$ (۴) $\cos 4$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ۱ - سوالات موازی ، تابع لگاریتمی و لگاریتم ، توابع نمایی و لگاریتمی - ۱۳۹۶۱۲۱۸

۹۳- وارون تابع $f(x) = \frac{3^x - b}{a}$ به ازای مجموعه مقادیر $\{x | x > -\frac{1}{3}\}$ قابل تعریف است. اگر $f^{-1}(3) = 2$ باشد، کدام است؟

- (۱) ۲۷ (۲) $0/3$
(۳) $0/9$ (۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

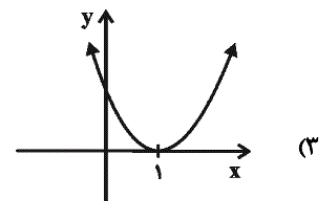
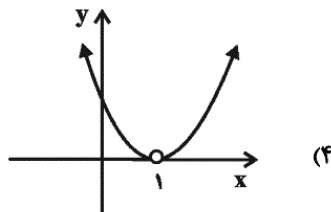
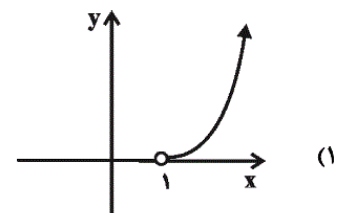
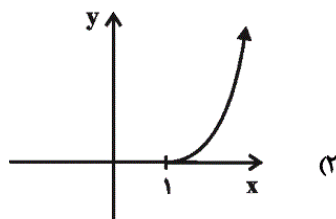
ریاضی ، حسابان ۱ - سوالات موازی ، ویژگی‌های لگاریتم و حل معادلات لگاریتمی ، توابع نمایی و لگاریتمی - ۱۳۹۶۱۲۱۸

۹۴- اگر $\log_2^{(a+b)} = 3 + \log_2^b = 2 + \log_2^a$ آن‌گاه حاصل $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ کدام است؟

- (۱) ۲۱۶ (۲) ۱۰۸
(۳) ۳۲۴ (۴) ۹۶

شما پاسخ نداده اید

۹۲- کدام گزینه نمودار تابع $y = 4^{\log_2^{x-1}}$ را نمایش می‌دهد؟



شما پاسخ نداده اید

۸۱- اگر $\log 4 = a$ و $\log \sqrt{125} = b$ باشد، کدام گزینه رابطه بین a و b را نشان می‌دهد؟

$$a = 1 - \frac{2b}{3} \quad (۱)$$

$$a = 2 - \frac{2b}{3} \quad (۳)$$

$$a = 1 + \frac{2b}{3} \quad (۲)$$

$$a = 2 - \frac{4b}{3} \quad (۴)$$

شما پاسخ نداده اید

۸۲- اگر $\log 2 = 0/3$ و $\log 3 = 0/5$ باشد، حاصل $\log 7/5$ تقریباً کدام است؟

$$0/9 \quad (۱)$$

$$1/1 \quad (۲)$$

$$1/2 \quad (۳)$$

$$1/7 \quad (۴)$$

شما پاسخ نداده اید

۸۳- حاصل $[\log_3 \frac{9}{82}]$ کدام است؟ ([] ، علامت جزء صحیح است.)

$$-2 \quad (۱)$$

$$-3 \quad (۲)$$

$$-4 \quad (۳)$$

$$-5 \quad (۴)$$

شما پاسخ نداده اید

۸۴- مجموع ریشه‌های معادله $\log_2(4^x + 15) - x = 3$ کدام است؟

$$\log_2^{15} \quad (۱)$$

$$3 \quad (۲)$$

$$15 \quad (۳)$$

$$\log_4^{15} \quad (۴)$$

شما پاسخ نداده اید

۸۵- تابع با ضابطه $f(x) = a + \log_2(bx - 1)$ از دو نقطه $A(3, 10)$ و $B(43, 14)$ می‌گذرد. a کدام است؟

$$4 \quad (۱)$$

$$5 \quad (۲)$$

$$6 \quad (۳)$$

$$7 \quad (۴)$$

شما پاسخ نداده اید

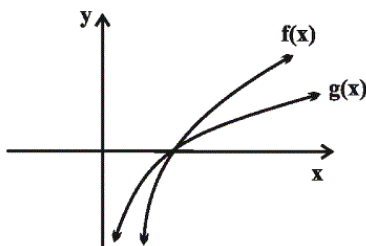
۸۶- با توجه به نمودار توابع $f(x) = \log x$ و $g(x)$ ، کدام گزینه می‌تواند ضابطه تابع g باشد؟

$$g(x) = \log_3^x \quad (۱)$$

$$g(x) = \log_{1/3}^x \quad (۲)$$

$$g(x) = \log_8^x \quad (۳)$$

$$g(x) = \log_{1/2}^x \quad (۴)$$



شما پاسخ نداده اید

۸۷- از دو معادله دو مجهولی $3^{-14-x} = \frac{1}{81^{(x+y)}}$ و $\frac{3}{y} \log_5^2 + \log_2^y = \log_2^x$ مقدار x کدام است؟ (عبارت‌ها تعریف شده‌اند.)

$$\frac{1}{4} \quad (۱)$$

$$4 \quad (۲)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۳)$$

$$2 \quad (۴)$$

شما پاسخ نداده اید

۸۸- میزان انرژی آزاد شده در زلزله‌ای با قدرت ۸ ریشتر، چند برابر زلزله‌ای با قدرت ۶ ریشتر است؟ ($\log E = 11/8 + 1/5 M$ و M برحسب ریشتر است.)

$$10 \quad (۱)$$

$$100 \quad (۲)$$

$$1000 \quad (۳)$$

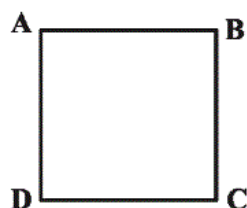
$$10000 \quad (۴)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۱- مطابق شکل، مربع ABCD به طول ضلع ۶ مفروض است. این مربع را حول رأس C به اندازه ۳۰ درجه در

جهت حرکت عقربه‌های ساعت دوران می‌دهیم. اگر محل برخورد ABCD و شکل دوران یافته آن روی ضلع AB را

M بنامیم، در این صورت طول MB کدام است؟



(۲) $2\sqrt{3}$

(۱) $\sqrt{3}$

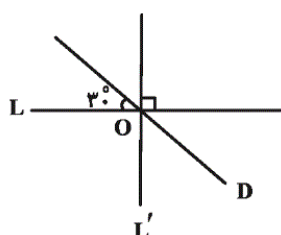
(۴) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

(۳) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- دو خط L و L' بر هم عمودند و خط D با خط L زاویه ۳۰ درجه می‌سازد. خط D را با برداری به طول $\sqrt{3}$ که بر خط D عمود است، انتقال

می‌دهیم. مساحت ناحیه محصور بین خط تصویر و خطوط L و L' کدام است؟



(۲) $2\sqrt{3}$

(۱) ۲

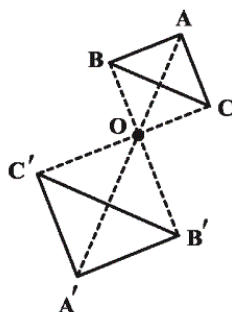
(۴) $4\sqrt{3}$

(۳) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- با یک تبدیل تجانس به مرکز O، رئوس مثلث ABC متناظراً بر رئوس مثلث A'B'C' تصویر می‌شود. نسبت تجانس، کدام مقدار را می‌تواند داشته

باشد؟



(۱) $k = \frac{1}{2}$

(۲) $k = 2$

(۳) $k = -\frac{1}{2}$

(۴) $k = -2$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- کدام جمله همواره درست است؟

(۱) بازتاب نمی‌تواند اندازه زاویه را حفظ کند.

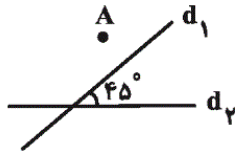
(۲) انتقال غیرهمانی نمی‌تواند نقطه ثابت تبدیل داشته باشد.

(۳) دوران غیرهمانی نمی‌تواند شیب خط را حفظ کند.

(۴) تجانس غیرهمانی نمی‌تواند اندازه مساحت شکل را حفظ کند.

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- مطابق شکل، فاصله نقطه A از محل تلاقی دو خط d_1 و d_2 برابر یک است. نقطه A را نسبت به خط d_1 و سپس تصویر حاصل را نسبت به خط



d_2 بازتاب می‌دهیم. فاصله نقطه A از تصویر نهایی آن کدام است؟

- (۱) ۱
(۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
(۳) $\sqrt{2}$
(۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- در تجانس به مرکز O و نسبت $k=3$ ، اگر پاره خط $A'B'$ مجانس پاره خط AB باشد، مساحت چهارضلعی $ABB'A'$ چند برابر مساحت مثلث

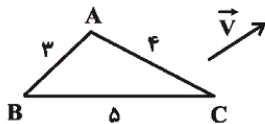
AOB است؟

- (۱) ۳
(۲) ۴
(۳) ۸
(۴) ۹

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- مطابق شکل، مثلث ABC و بردار V مفروض است. مثلث ABC را با بردار V انتقال می‌دهیم تا مثلث $A'B'C'$ حاصل شود. اندازه میانه وارد بر

بزرگ‌ترین ضلع مثلث $A'B'C'$ کدام است؟



- (۱) ۲
(۲) $\frac{2}{5}$
(۳) ۳
(۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۱۸- وسط اضلاع یک شش ضلعی منتظم را متوالیاً به هم وصل می‌کنیم تا یک شش ضلعی کوچک‌تر تشکیل شود. اگر نقطه O مرکز دایره محیطی این

شش ضلعی باشد، با کدام تبدیلات می‌توان شش ضلعی بزرگ‌تر را بر شش ضلعی کوچک‌تر منطبق کرد؟

- (۱) یک دوران 60° درجه و یک تجانس با نسبت $k = \frac{1}{4}$ به مرکز O
(۲) یک دوران 30° درجه و یک تجانس با نسبت $k = \frac{1}{4}$ به مرکز O
(۳) یک دوران 60° درجه و یک تجانس با نسبت $k = \frac{\sqrt{2}}{4}$ به مرکز O
(۴) یک دوران 30° درجه و یک تجانس با نسبت $k = \frac{\sqrt{3}}{4}$ به مرکز O

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- مثلث قائم‌الزاویه و متساوی‌الساقین ABC ($\hat{A} = 90^\circ$) با طول وتر ۲ واحد مفروض است. اگر این مثلث را به مرکز A با زاویه 45° درجه در جهت

ساعتگرد دوران دهیم، مساحت ناحیه مشترک بین تصویر و مثلث اولیه کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2} - 1$
(۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
(۳) $2 - \sqrt{2}$
(۴) $2(\sqrt{2} - 1)$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- در یک مثلث، دایره محاطی داخلی را با نسبت تجانس k و به مرکز T تجانس می‌دهیم تا بر دایره محیطی مثلث تصویر شود. اگر نقطه ثابت این

تبدیل، محل برخورد نیمسازهای داخلی مثلث باشد، اندازه k کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{4}{5}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، آمار و احتمال ، مبانی احتمال ، احتمال - ۱۳۹۶۱۲۱۸

۱۲۱- دو سبد داریم که در سبد اول ۴ توپ قرمز و ۶ توپ سبز و در سبد دوم ۶ توپ قرمز و ۴ توپ سبز وجود دارد. یک سکه سالم را پرتاب می‌کنیم. اگر رو آمد، توپی به تصادف از سبد اول انتخاب می‌کنیم و اگر پشت آمد، به تصادف توپی از سبد دوم انتخاب می‌کنیم. احتمال انتخاب یک توپ قرمز چقدر است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{2}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۲- $\frac{2}{3}$ از کارمندان اداره‌ای مرد و بقیه زن هستند. ۷۵ درصد از مردان و ۶۰ درصد از زنان این اداره متأهل‌اند. یک نفر به تصادف از بین کارمندان این اداره انتخاب می‌کنیم. اگر بدانیم که شخص انتخاب شده متأهل نیست، احتمال آن‌که مرد باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{9}$ (۲) $\frac{5}{8}$ (۳) $\frac{5}{7}$ (۴) $\frac{5}{6}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، آمار و احتمال ، توصیف و نمایش داده ها ، آمار توصیفی - ۱۳۹۶۱۲۱۸

۱۲۷- اگر تعداد افراد ۱۵ خانواده به شکل زیر باشد، در نمودار دایره‌ای متناظر با این خانواده‌ها، زاویه مربوط به خانواده‌های ۴ نفره چند درجه خواهد بود؟
۳، ۴، ۳، ۲، ۷، ۶، ۵، ۲، ۲، ۴، ۳، ۳، ۴، ۵، ۲

- (۱) ۲۴ (۲) ۴۸ (۳) ۷۲ (۴) ۹۶

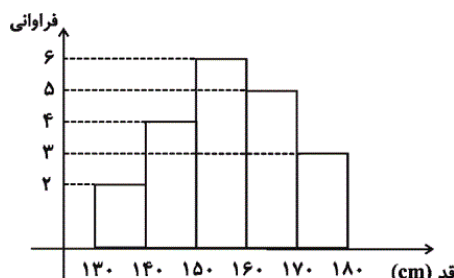
شما پاسخ نداده اید

۱۲۸- در یک مدرسه ۱۵ درصد دانش‌آموزان به بسکتبال، ۲۰ درصد به والیبال و بقیه به فوتبال علاقه دارند. اگر تعداد دانش‌آموزان علاقه‌مند به فوتبال ۷۲ نفر از علاقه‌مندان به والیبال بیش‌تر باشد، چند نفر به بسکتبال علاقه دارند؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۲۴ (۳) ۲۷ (۴) ۳۲

شما پاسخ نداده اید

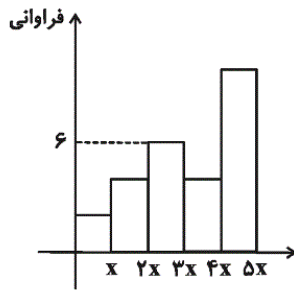
۱۲۹- نمودار زیر، مربوط به قد دانش‌آموزان یک کلاس است. اگر دانش‌آموز جدیدی با قد ۱۶۴ سانتی‌متر به کلاس اضافه شود، فراوانی نسبی دسته وسط چگونه تغییر می‌کند؟



- (۱) $\frac{1}{28}$ کم می‌شود.
(۲) $\frac{1}{30}$ زیاد می‌شود.
(۳) $\frac{1}{70}$ کم می‌شود.
(۴) تغییر نمی‌کند.

شما پاسخ نداده اید

۱۳۰- در نمودار بافت نگاشت زیر، فراوانی نسبی دسته سوم ۰/۱۵ می‌باشد. اگر مجموع مساحت مستطیل‌ها ۱۲۰ باشد، x کدام است؟



- (۱) ۶
(۲) ۵
(۳) ۴
(۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، آمار و احتمال ، پیشامدهای مستقل و وابسته ، احتمال - ۱۳۹۶۱۲۱۸

۱۲۳- خانواده‌ای دارای ۴ فرزند است. پیشامد آن که «دو فرزند اول خانواده پسر باشند» نسبت به کدام یک از پیشامدهای زیر مستقل است؟
 (۱) این خانواده دارای دو پسر باشد.
 (۲) فرزند سوم پسر و فرزند چهارم دختر باشد.
 (۳) این خانواده دارای دو دختر باشد.
 (۴) هیچ کدام

شما پاسخ نداده اید

۱۲۴- اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند، $P(B) = ۰/۵$ و $P(A' \cap B) = ۰/۳$ ، حاصل $P(A' \cup B)$ کدام است؟
 (۱) ۰/۶
 (۲) ۰/۹
 (۳) ۰/۷
 (۴) ۰/۸

شما پاسخ نداده اید

۱۲۵- از یک جعبه که شامل ۴ توپ آبی، ۲ توپ قرمز و ۶ توپ سبز است، دو توپ به تصادف و با جایگذاری بیرون می‌آوریم. احتمال اینکه هر دو توپ هم‌رنگ باشند، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$
 (۲) $\frac{5}{18}$
 (۳) $\frac{2}{9}$
 (۴) $\frac{7}{18}$

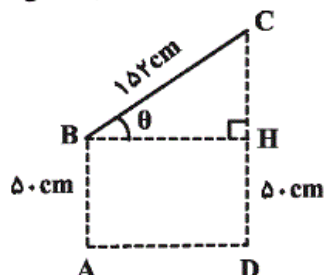
شما پاسخ نداده اید

۱۲۶- احتمال برخورد تیر به سیبل برای یک شخص در هر پرتاب ۰/۸ است. اگر او ۵ بار تیر را پرتاب کند، با کدام احتمال هیچ کدام از تیرها به سیبل برخورد نمی‌کند یا فقط تیر سوم به آن برخورد می‌کند؟
 (۱) ۰/۰۱۲۸
 (۲) ۰/۰۰۱۶
 (۳) ۰/۰۰۱۴
 (۴) ۰/۰۰۲

شما پاسخ نداده اید

-۷۴

(معمبر طاهر شعاعی)



در مثلث قائم‌الزاویه BCH داریم:

$$\sin \theta = \frac{CH}{BC} \Rightarrow CH = BC \sin \theta = ۱۵۲ \sin \theta$$

بنا به فرض $CD = ۱۲۶ \text{ cm}$ است، پس داریم:

$$CH = CD - DH = ۱۲۶ - ۵۰ = ۷۶$$

$$۷۶ = ۱۵۲ \sin \theta \Rightarrow \sin \theta = \frac{۷۶}{۱۵۲} = \frac{۱}{۲} \xrightarrow{\theta \text{ حاده است}} \theta = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

(مسابان ۱- مثلثات - صفحه‌های ۹۲ تا ۹۷، ۱۰۸ و ۱۰۹)

۴

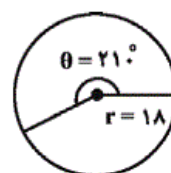
۳

۲✓

۱

(علی شعرابی)

-۶۹



اول زاویه را به رادیان تبدیل می‌کنیم:

$$\frac{D}{۱۸^\circ} = \frac{\theta}{\pi} \Rightarrow \frac{۲۱^\circ}{۱۸^\circ} = \frac{\theta}{\pi} \Rightarrow \theta = \frac{۷}{۶} \pi \text{ رادیان}$$

$$L = r\theta = ۱۸ \times \frac{۷}{۶} \pi = ۲۱\pi \text{ متر}$$

طول کمان را حساب می‌کنیم:

(مسابان ۱- مثلثات - صفحه‌های ۹۲ تا ۹۷)

۴

۳

۲✓

۱

(امیر هوشنگ فمسه)

-۷۰

عقربه ساعت شمار در هر ساعت، $\frac{۲\pi}{۱۲} = \frac{\pi}{۶}$ رادیان را طی می‌کند و چون ۳۵

دقیقه برابر با $\frac{۳۵}{۶۰}$ ساعت است، پس عقربه ساعت شمار $\frac{۳۵}{۶۰} \times \frac{\pi}{۶}$ رادیان را طی

می‌کند، یعنی $\frac{۷\pi}{۷۲}$ رادیان. (مسابان ۱- مثلثات - صفحه‌های ۹۲ تا ۹۷)

۴

۳✓

۲

۱

-۷۱

(مهری بیرانوند)

مقدار مسافتی که هر یک از چرخ‌ها روی زمین طی می‌کنند، یکسان است. پس:

$$L = r\theta \xrightarrow[r=0.5m]{L=20m} \theta = \frac{L}{r} = \frac{20}{0.5} = 40 \text{ rad}$$

(مسابان ۱- مثلثات - صفحه‌های ۹۲ تا ۹۷)

۴ ✓

۳

۲

۱

ریاضی، حسابان ۱، نسبت‌های مثلثاتی برخی زوایا، مثلثات - ۱۳۹۶۱۲۱۸

$$\tan 89^\circ = \cot 1^\circ, \tan 88^\circ = \cot 2^\circ, \dots$$

$$A = \log(\tan 1^\circ \times \tan 2^\circ \times \dots \times \tan 44^\circ$$

$$\times \tan 45^\circ \times \tan 46^\circ \times \tan 47^\circ \times \dots \times \tan 89^\circ)$$

$$A = \log((\tan 1^\circ \times \cot 1^\circ) \times (\tan 2^\circ \times \cot 2^\circ) \times \dots \times \tan 45^\circ)$$

$$= \log(1 \times 1 \times 1 \times \dots \times 1) = \log 1 = 0$$

(مسابان ۱- ترکیبی - صفحه‌های ۸۶، ۸۷، ۹۰ و ۹۱)

۴

۳ ✓

۲

۱

-۷۵

(محمدرضا مصطفی پورکندر لوس)

$$\cos(360^\circ - 60^\circ) + \sin(360^\circ - 30^\circ) + \cot(720^\circ + 30^\circ) - \tan(900^\circ - 60^\circ)$$

$$= \cos 60^\circ - \sin 30^\circ + \cot 30^\circ + \tan 60^\circ$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \sqrt{3} + \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

(مسابان ۱- مثلثات - صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

۴

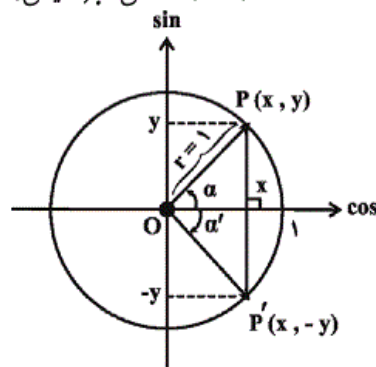
۳

۲ ✓

۱

-۷۶

(محمدرضا مصطفی ابراهیمی)

مطابق شکل $\alpha' = -\alpha$ می‌شود و مقدار کسینوس این دو زاویه برابر خواهد بود.

(مسابان ۱- مثلثات - صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$= \sin^2 \frac{\pi}{4} + \sin^2 \frac{3\pi}{4} + \cos^2 \frac{\pi}{4} + \cos^2 \frac{3\pi}{4}$$

$$= (\sin^2 \frac{\pi}{4} + \cos^2 \frac{\pi}{4}) + (\sin^2 \frac{3\pi}{4} + \cos^2 \frac{3\pi}{4}) = 1 + 1 = 2$$

(مسابان ۱- مثلثات - صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

۴

۳

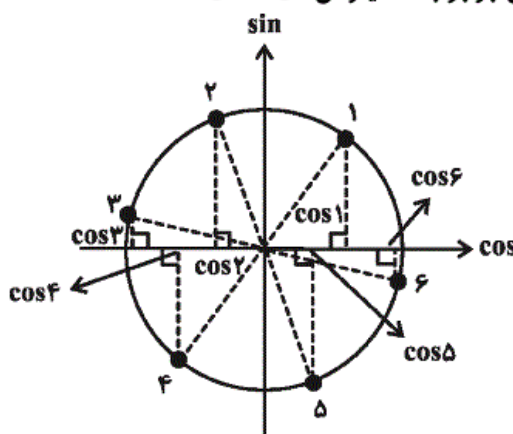
۲ ✓

۱

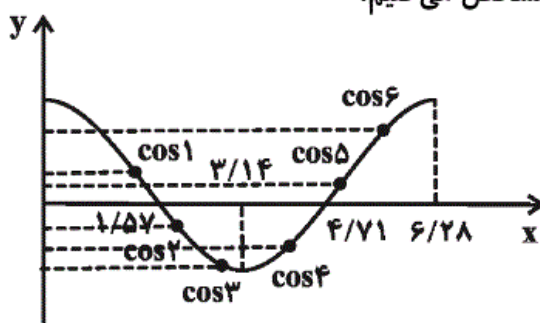
-۷۸

(علی شهرابی)

راه حل اول: روی دایره مثلثاتی زوایای ۱ الی ۶ رادیان را مشخص می کنیم. تصویر نقاط انتهای کمان ها بر روی محور افقی برابر با کسینوس آن کمان است.



راه حل دوم: نمودار تابع $y = \cos x$ را رسم می کنیم و روی آن نقاط متناظر با $\cos 1, \cos 2, \cos 3, \dots, \cos 6$ را مشخص می کنیم.



با توجه به نمودار می توانیم مقایسه زیر را انجام دهیم:

$$\cos 6 > \cos 1 > \cos 5 > \cos 2 > \cos 4 > \cos 3$$

(حسابان ۱- مثلثات- صفحه های ۹۲ تا ۹۷ و ۱۰۵ تا ۱۰۹)

۴

۳ ✓

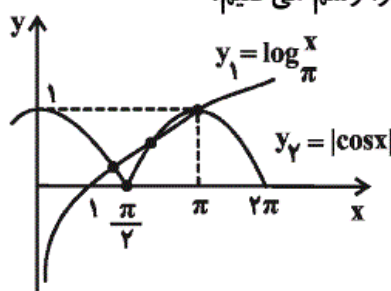
۲

۱

-۷۹

(مهدی مصطفی ابراهیمی)

نمودار توابع $y_1 = \log_{\pi} x$ و $y_2 = |\cos x|$ را رسم می کنیم.



مطابق شکل نمودار دو تابع در ۳ نقطه همدیگر را قطع می کنند. پس معادله سه ریشه دارد. توجه کنید که دو نمودار از نقطه $(\pi, 1)$ می گذرند.

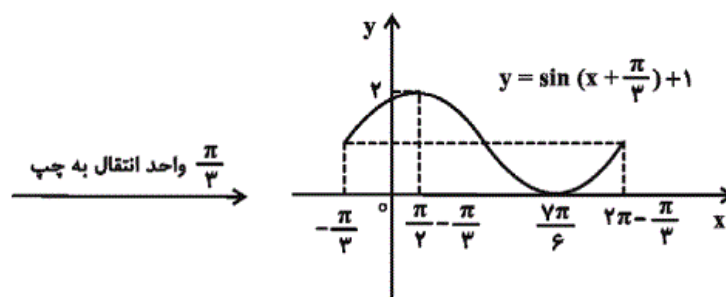
(حسابان ۱- ترکیبی- صفحه های ۸۰ تا ۸۵ و ۱۰۵ تا ۱۰۹)

۴

۳ ✓

۲

۱



پس ضابطه نمودار داده شده می‌تواند برابر با $y = \sin(x + \frac{\pi}{3}) + 1$ باشد.

راه حل دوم: نقطه $(0, \frac{7\pi}{6})$ تنها در ضابطه تابع داده شده در گزینه «۳» صدق می‌کند.

(حسابان ۱- مثلثات - صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۹)

۴

۳ ✓

۲

۱

ریاضی ، حسابان ۱ ، ویژگی‌های لگاریتم و حل معادلات لگاریتمی ، توابع نمایی و لگاریتمی - ۱۳۹۶۱۲۱۸

-۷۳

(امیر هوشنگ قمسه)

$$3^x = t \Rightarrow t^2 - 7t + 10 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3^x = 2 \Rightarrow x_1 = \log_3 2 \\ 3^x = 5 \Rightarrow x_2 = \log_3 5 \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = \log_3 2 + \log_3 5 = \log_3 10$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۱۸۰ تا ۱۷۷ و ۹۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

-۶۱

(مهردار اسپیرکار)

ابتدا $\log 4$ و $\log \sqrt{125}$ را ساده می‌کنیم:

$$\log 4 = \log 2^2 = 2 \log 2 = a \Rightarrow \log 2 = \frac{a}{2}$$

$$\log \sqrt{125} = \log \sqrt{5^3} = \log 5^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2} \log 5 = b \Rightarrow \log 5 = \frac{2b}{3}$$

از آنجایی که $\log 10 = \log(2 \times 5) = \log 2 + \log 5 = 1$ می‌باشد، بنابراین:

$$\log 2 + \log 5 = 1 \Rightarrow \frac{a}{2} + \frac{2b}{3} = 1 \Rightarrow \frac{a}{2} = 1 - \frac{2b}{3} \Rightarrow a = 2 - \frac{4b}{3}$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۱۸۶، ۱۷ و ۹۰)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$\log 7 / 5 = \log \frac{75}{10} = \log 75 - \log 10$$

$$= \log(25 \times 3) - 1 = 2 \log 5 + \log 3 - 1$$

می‌دانیم $\log 5 = 1 - \log 2 \approx 1 - 0 / 3 = 0 / 7$ پس:

$$2 \log 5 + \log 3 - 1 \approx 2(0 / 7) + 0 / 5 - 1 = 1 / 4 + 0 / 5 - 1 = 0 / 9$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۸۶، ۸۷ و ۹۰)

۴

۳

۲

۱✓

(علی شهبازی)

عبارت را ساده می‌کنیم:

$$[\log_3 \frac{9}{82}] = [\log_3 9 - \log_3^{82}] = [2 - \log_3^{82}] = 2 + [-\log_3^{82}]$$

مقدار جزء صحیح را حساب می‌کنیم:

$$3^4 < 82 < 3^5 \Rightarrow 4 < \log_3^{82} < 5 \Rightarrow -5 < -\log_3^{82} < -4$$

$$\Rightarrow [-\log_3^{82}] = -5$$

مقدار به دست آمده را جای‌گذاری می‌کنیم: $2 + [-\log_3^{82}] = 2 + (-5) = -3$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۸۰ تا ۸۷)

۴

۳

۲✓

۱

(علی شهبازی)

$$\log_2(4^x + 15) = x + 3 \Rightarrow 4^x + 15 = 2^{x+3}$$

$$\Rightarrow (2^x)^2 - 8(2^x) + 15 = 0 \Rightarrow (2^x - 3)(2^x - 5) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2^x = 3 \Rightarrow x_1 = \log_2^3 \\ 2^x = 5 \Rightarrow x_2 = \log_2^5 \end{cases}$$

$$x_1 + x_2 = \log_2^3 + \log_2^5 = \log_2^{15}$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۸۰ تا ۸۸ و ۹۰)

۴

۳

۲

۱✓

(علی شهبازی)

$$\left. \begin{aligned} f(3) &= 10 \Rightarrow 10 = a + \log_2(3b - 1) \\ f(43) &= 14 \Rightarrow 14 = a + \log_2(43b - 1) \end{aligned} \right\}$$

$$\xrightarrow{\text{تفاضل}} 4 = \log_2(43b - 1) - \log_2(3b - 1)$$

$$\Rightarrow \log_2 \frac{43b - 1}{3b - 1} = 4 \Rightarrow \frac{43b - 1}{3b - 1} = 16 \Rightarrow b = 3$$

$$10 = a + \log_2(9 - 1) \Rightarrow 10 = a + 3 \Rightarrow a = 7$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۸۰ تا ۸۷ و ۹۰)

۴✓

۳

۲

۱

گزینه‌های «۱» و «۲» با توجه به اینکه دامنه آن‌ها $\{0\} - (-\infty, +\infty)$ است، نمی‌توانند جواب باشند. ضمن آن که ضابطه آن‌ها را می‌توان به صورت $y = \log_{\sqrt{3}} |x|$ و $y = \log_{\sqrt{10}} |x|$ نوشت که پایه لگاریتم در آن‌ها کم‌تر از ۱۰ است. (مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۸۰ تا ۸۷)

۱ ☐ ۲ ☐ ۳ ☐ ۴ ☒

۶۷-

(عزیزاله علی‌اصغری)

$$3^{-14-x} = \frac{1}{3^{(4x+4y)}} \Rightarrow 3^{-14-x} = 3^{(-4x-4y)}$$

$$\Rightarrow -14-x = -4x-4y \Rightarrow 3x+4y=14 \quad (1)$$

$$\frac{3}{2} \log_{\Delta}^2 + \frac{1}{2} \log_{\Delta}^y = \frac{1}{2} \log_{\Delta}^x \xrightarrow{\times 2} 3 \log_{\Delta}^2 = \log_{\Delta}^x - \log_{\Delta}^y$$

$$\Rightarrow \log_{\Delta}^{\frac{x}{y}} = \log_{\Delta}^{\frac{y}{2}} \Rightarrow \frac{x}{y} = \Delta \Rightarrow x = \Delta y \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} 3(\Delta y) + 4y = 14 \Rightarrow 2\Delta y = 14$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 4$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸ و ۹۰)

۱ ☐ ۲ ☒ ۳ ☐ ۴ ☐

۶۸-

(محمدمصطفی ابراهیمی)

$$\log E_1 = 11/8 + 1/5 \times 8 \quad \text{ریشتر } 8$$

$$\log E_2 = 11/8 + 1/5 \times 6 \quad \text{ریشتر } 6$$

$$\log E_1 - \log E_2 = 1/5 \times 8 - 1/5 \times 6 \quad \text{مقادیر را از هم کم می‌کنیم:}$$

$$\Rightarrow \log \frac{E_1}{E_2} = 2 \times 1/5 = 3 \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = 10^3 = 1000$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۱ ☐ ۲ ☐ ۳ ☒ ۴ ☐

ریاضی، هندسه ۲، تبدیل‌های هندسی، تبدیل‌های هندسی و کاربردها - ۱۳۹۶۱۲۱۸

۱۰۱-

(محمدرضایان)

در این مسأله مرکز تجانس بین هر نقطه و تصویرش واقع شده است، پس

تجانس معکوس است و نسبت تجانس عددی منفی می‌باشد. ($k < 0$)

مثلث $A'B'C'$ مجانس مثلث ABC و از نوع انبساط است، در نتیجه:

$$|k| = \frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC} > 1 \xrightarrow{k < 0} k < -1$$

بنابراین نسبت تجانس باید عددی کوچک‌تر از ۱- باشد.

(هندسه ۲- صفحه‌های ۴۵ تا ۴۹)

۱ ☐ ۲ ☐ ۳ ☐ ۴ ☒

۱۰۲-

(نرگس کارگر)

انتقال غیرهمانی نمی‌تواند نقطه ثابت تبدیل داشته باشد، زیرا این تبدیل موقعیت تمام نقاط را تغییر می‌دهد و هیچ نقطه‌ای بر خودش منطبق نمی‌شود. بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: بازتاب همواره اندازه زاویه را حفظ می‌کند.
گزینه «۳»: دوران در حالتی که زاویه دوران 180° درجه باشد، شیب خط را حفظ می‌کند.
گزینه «۴»: تجانس در حالتی که $k = -1$ باشد، اندازه مساحت شکل را حفظ می‌کند.
(هندسه ۲- صفحه‌های ۴۰ تا ۵۰)

۴

۳

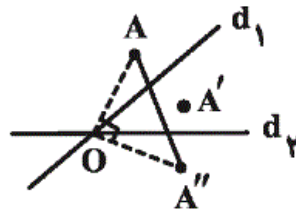
۲✓

۱

۱۰۳-

(سیدسروش کریمی‌مدراهی)

ترکیب دو بازتاب با محورهای متقاطع، معادل تبدیل دوران با زاویه‌ای به اندازه دو برابر زاویه بین دو محور و به مرکز محل برخورد دو محور است.



لذا در مثلث قائم‌الزاویه AOA'' داریم:

$$AA''^2 = AO^2 + A'O^2 = 1 + 1 \Rightarrow AA'' = \sqrt{2}$$

(هندسه ۲- صفحه ۴۴)

۴

۳✓

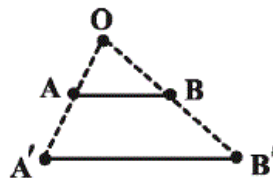
۲

۱

۱۰۴-

(فرشاد خرامری)

پاره‌خط AB و مجانس آن به شکل زیر می‌باشند:



از آنجا که تجانس، شیب خط را حفظ می‌کند، داریم:

$$AB \parallel A'B' \Rightarrow \triangle AOB \sim \triangle A'OB'$$

$$k = 3 \Rightarrow \frac{OA'}{OA} = 3 \Rightarrow \frac{S_{\triangle A'OB'}}{S_{\triangle AOB}} = k^2 = 9 \Rightarrow S_{\triangle A'OB'} = 9 S_{\triangle AOB}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle ABB'A'}}{S_{\triangle AOB}} = \frac{S_{\triangle A'OB'} - S_{\triangle AOB}}{S_{\triangle AOB}} = \frac{9 S_{\triangle AOB} - S_{\triangle AOB}}{S_{\triangle AOB}} = 8$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۴۵ تا ۵۰)

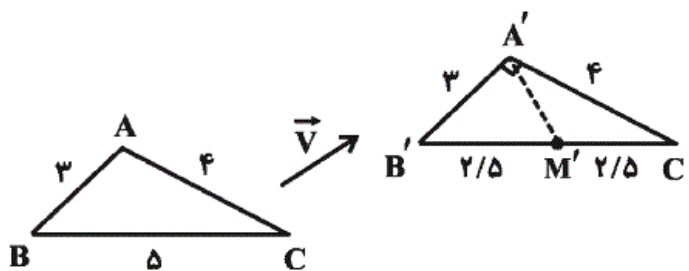
۴

۳✓

۲

۱

انتقال تبدیل طولیاست و دو مثلث ABC و $A'B'C'$ هم‌نهشت‌اند.



بزرگ‌ترین ضلع مثلث $A'B'C'$ ضلع $B'C'$ است، پس خواسته مسئله به دست آوردن طول $A'M'$ است. مثلث $A'B'C'$ قائم‌الزاویه است، زیرا:

$$(B'C')^2 = (A'B')^2 + (A'C')^2$$

از طرفی می‌دانیم در هر مثلث قائم‌الزاویه میانه وارد بر وتر نصف وتر

$$A'M' = \frac{B'C'}{2} = \frac{5}{2} = 2.5$$

است، بنابراین:

(هندسه ۲- صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

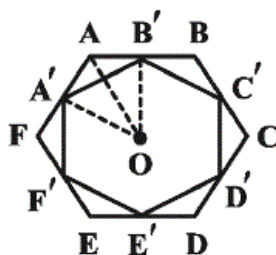
۴

۳

۲ ✓

۱

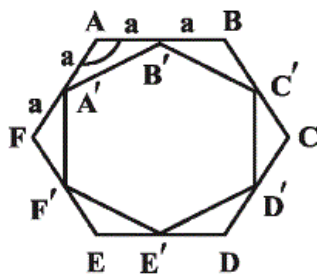
شش ضلعی کوچک تر و بزرگ تر متشابه اند، برای آن که این دو مجانس یکدیگر باشند، ابتدا باید با یک دوران، اضلاع این دو شش ضلعی را موازی یکدیگر کنیم.



برای این کار از دوران با زاویه $\angle AOA'$ و به مرکز O استفاده می کنیم:

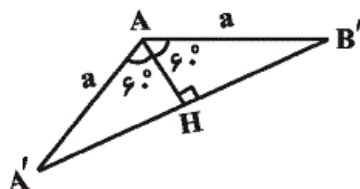
$$\angle AOA' = \frac{\angle A'OB'}{2} = \frac{1}{2} \left(\frac{360^\circ}{6} \right) = 30^\circ$$

حال برای تصویر کردن شش ضلعی بزرگ تر از تجانس با نسبتی برابر با نسبت تشابه شش ضلعی ها کمک می گیریم.



در مثلث متساوی الساقین $AA'B'$ ارتفاع AH را رسم می کنیم.

می دانیم در هر مثلث قائم الزاویه ضلع روبه رو به زاویه 60° درجه $\frac{\sqrt{3}}{2}$ وتر است، بنابراین:



$$B'H = \frac{\sqrt{3}}{2} AB' = \frac{\sqrt{3}}{2} a \Rightarrow A'B' = 2B'H = \sqrt{3}a$$

$$\Rightarrow k = \frac{A'B'}{AB} = \frac{\sqrt{3}a}{2a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

پس شش ضلعی بزرگ تر را با دوران 30° درجه و تجانس با نسبت

$$k = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ می توان بر شش ضلعی کوچک تر تصویر کرد.}$$

(هندسه ۲ - صفحه های ۴۲ تا ۴۹)

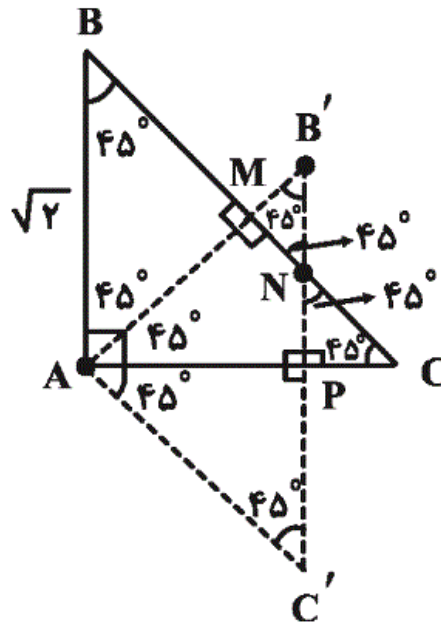
۴ ✓

۳

۲

۱

کافیست شکل مسأله را رسم کنیم:



$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \xrightarrow{AB=AC, BC=2} AB = AC = \sqrt{2}$$

$$\xrightarrow{\text{خاصیت طولپایی دوران}} AB' = AC' = \sqrt{2}$$

از طرفی در مثلث قائم الزاویه $B'AC'$ می‌دانیم:

$$AP \times B'C' = AB' \times AC' \Rightarrow AP = 1$$

در نتیجه:

$$PC = AC - AP = \sqrt{2} - 1$$

حال داریم:

$$S_{AMNP} = S_{\Delta AMC} - S_{\Delta NPC}$$

$$S_{\Delta AMC} = \frac{AM \times MC}{2} = \frac{1 \times 1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow S_{\Delta NPC} = \frac{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}-1)}{2} = \frac{3-2\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow S_{AMNP} = \frac{1}{2} - \frac{3-2\sqrt{2}}{2} = \frac{2\sqrt{2}-2}{2} = \sqrt{2}-1$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۳۲ تا ۳۴)

۴

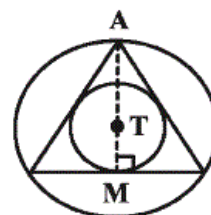
۳

۲

۱✓

نقطه ثابت تبدیل تجانس، مرکز آن است و محل برخورد نیمسازهای داخلی یک مثلث، مرکز دایره محاطی داخلی آن می باشد. بنابراین نقطه T که مرکز تجانس است، بر روی مرکز دایره محاطی داخلی و در نتیجه بر مرکز دایره محیطی مثلث منطبق است. تنها مثلثی که مرکز دایره محاطی داخلی و مرکز دایره محیطی آن بر هم منطبق هستند، مثلث متساوی الاضلاع است و همانطور که می دانید در مثلث متساوی الاضلاع، نیمسازهای داخلی، بر میانه های اضلاع منطبق اند. حال با توجه به این که میانه ها یکدیگر را به نسبت ۲ به ۱ قطع می کنند، داریم:

$$k = \frac{\text{شعاع دایره محیطی}}{\text{شعاع دایره محاطی داخلی}} = \frac{AT}{TM} = 2$$



(هندسه ۲ - صفحه های ۴۵ تا ۵۰)

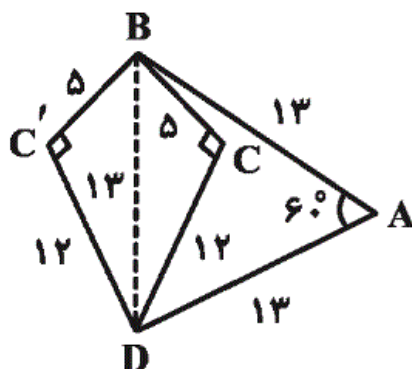
☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲ ✓

☐ ۱

ریاضی ، هندسه ی ۲ ، کاربرد تبدیل ها ، تبدیل ها ی هندسی و کاربردها - ۱۳۹۶۱۲۱۸



کافیست رأس C را نسبت به به BD بازتاب داده و به C' برسیم.
دقت کنید که مثلث ABD متساوی الاضلاع و مثلث $BC'D$ قائم الزاویه
است، زیرا:

$$\begin{cases} AB = AD, \hat{A} = 60^\circ \Rightarrow AB = AD = BD = 13 \\ BC'^2 + C'D^2 = 5^2 + 12^2 = 169 = BD^2 \Rightarrow \hat{C}' = 90^\circ \end{cases}$$

مساحت چهارضلعی $ABC'D$ از مساحت چهارضلعی $ABCD$ به
اندازه مساحت چهارضلعی $BCDC'$ بیشتر است و مساحت این
چهارضلعی دو برابر مساحت مثلث BCD است، پس:

$$S_{BCDC'} = 2S_{BCD} = 2 \times \frac{1}{2} \times BC \times CD = 5 \times 12 = 60$$

(هنر سه ۲- صفحه های ۵۱ تا ۵۳)

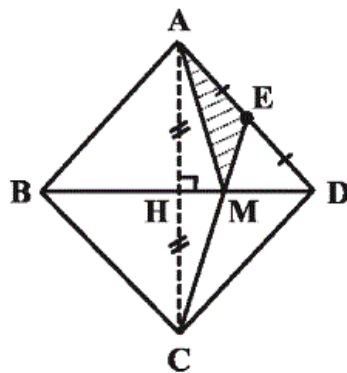
☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

نقاط ثابت A و E در یک طرف BD قرار دارند. تصویر نقطه A تحت بازتاب نسبت به محور BD (قطر لوزی) رأس C می‌شود، زیرا در لوزی قطرهای عمود منصف یکدیگرند. نقطه تلاقی CE و قطر BD را M می‌نامیم. بنابر مسأله هرون، $MA + ME$ کم‌ترین مقدار ممکن را دارد، پس محیط مثلث MAE کم‌ترین مقدار خود را دارد. در این حالت در مثلث ACD، M نقطه هم‌رسی میانه‌ها است، پس مساحت مثلث MAE، $\frac{1}{6}$ مساحت مثلث ACD و در نتیجه $\frac{1}{12}$ مساحت لوزی است.



(هندسه ۲ - صفحه ۵۳)

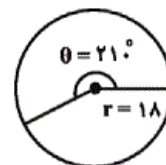
۴

۳✓

۲

۱

ریاضی، حسابان ۱ - سوالات موازی، رادیان، مثلثات - ۱۳۹۶۱۲۱۸



اول زاویه را به رادیان تبدیل می‌کنیم:

$$\frac{D}{180^\circ} = \frac{\theta}{\pi} \Rightarrow \frac{21^\circ}{180^\circ} = \frac{\theta}{\pi} \Rightarrow \theta = \frac{7}{6}\pi \text{ رادیان}$$

$$L = r\theta = 18 \times \frac{7}{6}\pi = 21\pi \text{ متر}$$

طول کمان را حساب می‌کنیم:

(حسابان ۱ - مثلثات - صفحه‌های ۹۲ تا ۹۷)

۴

۳

۲✓

۱

-۹۰

(امیر هوشنگ قمسه)

عقربه ساعت شمار در هر ساعت، $\frac{2\pi}{12} = \frac{\pi}{6}$ رادیان را طی می کند و چون ۳۵

دقیقه برابر با $\frac{35}{60}$ ساعت است، پس عقربه ساعت شمار $\frac{35}{60} \times \frac{\pi}{6}$ رادیان را طی

می کند، یعنی $\frac{7\pi}{72}$ رادیان. (مسابقان ۱- مثلثات - صفحه های ۹۲ تا ۹۷)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

-۹۱

(موری پیرانور)

مقدار مسافتی که هر یک از چرخ ها روی زمین طی می کنند، یکسان است. پس:

$$L = r\theta \xrightarrow{L=20m, r=0.5m} \theta = \frac{L}{r} = \frac{20}{0.5} = 40 \text{ rad}$$

(مسابقان ۱- مثلثات - صفحه های ۹۲ تا ۹۷)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

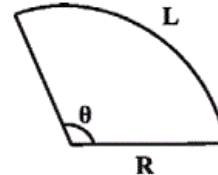
-۹۵

(امیر هوشنگ قمسه)

با استفاده از رابطه $\frac{D}{180^\circ} = \frac{\theta}{\pi}$ داریم:

$$\frac{135^\circ}{180^\circ} = \frac{\theta}{\pi} \Rightarrow \theta = \frac{3\pi}{4} \text{ رادیان}$$

اگر قطاع مورد نظر به صورت زیر باشد طول کمان از رابطه $L = R\theta$ قابل محاسبه است.



$$L = 8 \times \frac{3\pi}{4} = 6\pi \text{ cm}$$

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

-۹۶

(معمد ظاهر شعاعی)

اگر اندازه کمان مطلوب بر حسب رادیان α فرض شود، داریم:

$$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{D}{180^\circ} = \frac{\alpha}{\pi} \Rightarrow D = \frac{180^\circ \alpha}{\pi}$$

اندازه کمان بر حسب درجه

$$\alpha = \frac{5\pi}{180^\circ \alpha} \Rightarrow \alpha = \frac{5\pi^2}{180^\circ \alpha}$$

$$\Rightarrow 180^\circ \alpha^2 = 5\pi^2 \Rightarrow \alpha^2 = \frac{\pi^2}{36} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{6} \text{ رادیان}$$

(مسابقان ۱- مثلثات - صفحه های ۹۲ تا ۹۷)

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

$$\frac{120^\circ}{180^\circ} = \frac{\theta}{\pi} \Rightarrow \theta = \frac{2\pi}{3}$$

$$L = r\theta = 24 \times \frac{2\pi}{3} = 16\pi \xrightarrow{\pi=3} L = 48 \text{ سانتی متر}$$

(مسایان ۱- مثلثات - صفحه‌های ۹۲ تا ۹۷)

۴

۳✓

۲

۱

$$\frac{R}{\pi} = \frac{D}{180^\circ} \Rightarrow \frac{9}{\pi} = \frac{D}{180^\circ} \Rightarrow D = 8^\circ \Rightarrow \hat{A} = 8^\circ$$

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \xrightarrow{\substack{\hat{A}=8^\circ \\ \hat{B}=3^\circ}} \hat{C} = 7^\circ$$

$$\frac{R}{\pi} = \frac{D}{180^\circ} \Rightarrow \frac{R}{\pi} = \frac{7^\circ}{180^\circ}$$

$$\Rightarrow R = \frac{7\pi}{18} \text{ مقدار زاویه } C \text{ بر حسب رادیان}$$

(مسایان ۱- مثلثات - صفحه‌های ۹۲ تا ۹۷)

۴

۳

۲✓

۱

زاویه ۱۲۰- درجه را بر حسب رادیان به دست می‌آوریم:

$$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{-120^\circ}{180^\circ} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow R = -\frac{2\pi}{3} = -2\pi + \frac{4\pi}{3} \text{ رادیان}$$

مقدار گزینه‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\frac{100\pi}{3} = 32\pi + \frac{4\pi}{3} \text{ گزینه «۲» ، } \frac{11\pi}{3} = 2\pi + \frac{5\pi}{3} \text{ گزینه «۱»}$$

$$3\pi - \frac{\pi}{3} = 2\pi + \frac{2\pi}{3} \text{ گزینه «۴» ، } -\pi + \frac{2\pi}{3} = -2\pi + \frac{5\pi}{3} \text{ گزینه «۳»}$$

دو زاویه θ و $2k\pi + \theta$ بر روی دایره مثلثاتی بر هم منطبق هستند ($k \in \mathbb{Z}$)، پس جواب گزینه «۲» می‌شود.

(مسایان ۱- مثلثات - صفحه‌های ۹۲ تا ۹۷)

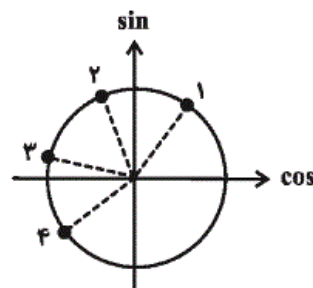
۴

۳

۲✓

۱

زاویه‌های ۱ تا ۴ رادیان را مطابق شکل روی دایره مثلثاتی مشخص کرده‌ایم. با توجه به شکل $\cos 3$ از بقیه کم‌تر است.



(مسایان ۱- مثلثات - صفحه‌های ۹۲ تا ۹۷)

۴

دانلود از کتابت ریاضی سرا✓ ۳

۱

-۹۳

(عزیزاله علی اصغری)

$$y = \frac{3^x - b}{a} \Rightarrow ay = 3^x - b \Rightarrow 3^x = ay + b$$

$$\Rightarrow \log_3 3^x = \log_3 (ay+b) \Rightarrow x = \log_3 (ay+b)$$

جای x و y را عوض می کنیم $\rightarrow f^{-1}(x) = y = \log_3 (ax+b)$

$$D_{f^{-1}} = (-\frac{1}{3}, +\infty)$$

$$\Rightarrow a(-\frac{1}{3}) + b = 0 \Rightarrow -\frac{1}{3}a + b = 0 \quad (1)$$

$$f^{-1}(3) = 2 \Rightarrow \log_3 (3a+b) = 2 \Rightarrow 3a + b = 9 \quad (2)$$

از حل دو معادله (۱) و (۲)، داریم: $a = 2/3$ ، $b = 0/3$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه های ۱۰ تا ۱۵)

۴

۳✓

۲

۱

ریاضی ، حسابان ۱ - سوالات موازی ، ویژگی های لگاریتم و حل معادلات لگاریتمی ، توابع نمایی و لگاریتمی - ۱۳۹۶۱۲۱۸

-۹۴

(محمدرضا شجاعی)

$$\log_6 (a+b) = 3 + \log_3 b = 2 + \log_3 a = k \Rightarrow a + b = 6^k$$

$$\log_3 a = k - 2 \Rightarrow a = 3^{k-2} , \log_3 b = k - 3 \Rightarrow b = 3^{k-3}$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a+b}{ab} = \frac{6^k}{3^{k-2} \times 3^{k-3}} = \frac{2^k \times 3^k}{2^k \times 3^{-2} \times 3^k \times 3^{-3}} = 2^2 \times 3^3 = 4 \times 27 = 108$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه های ۱۰ تا ۱۱ و ۹۰)

۴

۳

۲✓

۱

-۹۲

(محمدرضا موسوی)

با توجه به قوانین لگاریتم داریم:

$$y = 4^{\log_2^{x-1}} = 2^{2 \log_2^{x-1}} = 2^{\log_2^{(x-1)^2}} = (x-1)^2$$

$$x-1 > 0 \rightarrow x > 1$$

دامنه y را به دست می آوریم:

پس نمودار گزینه «۱» صحیح است.

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه های ۱۰ تا ۱۷ و ۹۰)

۴

۳

۲

۱✓

ابتدا $\log 4$ و $\log \sqrt{125}$ را ساده می‌کنیم:

$$\log 4 = \log 2^2 = 2 \log 2 = a \Rightarrow \log 2 = \frac{a}{2}$$

$$\log \sqrt{125} = \log \sqrt{5^3} = \log 5^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2} \log 5 = b \Rightarrow \log 5 = \frac{2b}{3}$$

از آنجا که $\log 10 = \log(2 \times 5) = \log 2 + \log 5 = 1$ می‌باشد، بنابراین:

$$\log 2 + \log 5 = 1 \Rightarrow \frac{a}{2} + \frac{2b}{3} = 1 \Rightarrow \frac{a}{2} = 1 - \frac{2b}{3} \Rightarrow a = 2 - \frac{4b}{3}$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۱۶، ۱۷ و ۹۰)

۴ ✓

۳

۲

۱

(معمدمصطفی ابراهیمی)

$$\log 7 / 5 = \log \frac{7}{5} = \log 7 - \log 5$$

$$= \log(2 \times 3) - 1 = 2 \log 5 + \log 3 - 1$$

می‌دانیم $\log 5 = 1 - \log 2 \approx 1 - 0 / 3 = 0 / 7$ پس:

$$2 \log 5 + \log 3 - 1 \approx 2(0 / 7) + 0 / 5 - 1 = 1 / 4 + 0 / 5 - 1 = 0 / 9$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۱۶، ۱۷ و ۹۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

(علی شعرابی)

عبارت را ساده می‌کنیم:

$$\left[\log_3 \frac{9}{82} \right] = \left[\log_3 9 - \log_3 82 \right] = \left[2 - \log_3 82 \right] = 2 + \left[-\log_3 82 \right]$$

حالا مقدار جزء صحیح را حساب می‌کنیم:

$$3^4 < 82 < 3^5 \Rightarrow 4 < \log_3 82 < 5 \Rightarrow -5 < -\log_3 82 < -4$$

$$\Rightarrow \left[-\log_3 82 \right] = -5$$

حالا مقدار به دست آمده را جای گذاری می‌کنیم:

$$2 + \left[-\log_3 82 \right] = 2 + (-5) = -3$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

(علی شعرابی)

$$\log_2 (4^x + 15) = x + 3 \Rightarrow 4^x + 15 = 2^{x+3}$$

$$\Rightarrow (2^x)^2 - 8(2^x) + 15 = 0 \Rightarrow (2^x - 3)(2^x - 5) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2^x = 3 \Rightarrow x_1 = \log_2 3 \\ 2^x = 5 \Rightarrow x_2 = \log_2 5 \end{cases}$$

$$x_1 + x_2 = \log_2 3 + \log_2 5 = \log_2 15$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۱ و ۹۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$\left. \begin{aligned} f(3) = 10 &\Rightarrow 10 = a + \log_2(3b - 1) \\ f(43) = 14 &\Rightarrow 14 = a + \log_2(43b - 1) \end{aligned} \right\}$$

$$\xrightarrow{\text{تفاضل}} 4 = \log_2(43b - 1) - \log_2(3b - 1)$$

$$\Rightarrow \log_2 \frac{43b - 1}{3b - 1} = 4 \Rightarrow \frac{43b - 1}{3b - 1} = 16 \Rightarrow b = 3$$

$$10 = a + \log_2(9 - 1) \Rightarrow 10 = a + 3 \Rightarrow a = 7$$

(مسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۸۰ تا ۸۷ و ۹۰)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

(مهمربوار مفسنی)

با توجه به اینکه پایه لگاریتم در تابع $f(x)$ برابر ۱۰ است، تابع لگاریتمی $g(x)$ باید پایه‌ای بیش‌تر از ۱۰ داشته باشد؛ بنابراین تنها گزینه «۴» می‌تواند نمودار $g(x)$ باشد. توجه کنید که دامنه تابع g ، بازه $(0, +\infty)$ است و گزینه‌های «۱» و «۲» با توجه به اینکه دامنه آن‌ها $\{0\} - (-\infty, +\infty)$ است، نمی‌توانند جواب باشند. ضمن آنکه ضابطه آن‌ها را می‌توان به صورت

$$y = \log_{\sqrt{10}} |x| \text{ و } y = \log_{\sqrt{30}} |x| \text{ نوشت که پایه لگاریتم در آن‌ها کم‌تر از ۱۰ است.}$$

(مسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۸۰ تا ۸۷)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

(عزیزاله علی‌اصغری)

$$3^{-14-x} = \frac{1}{3^{(4x+4y)}} \Rightarrow 3^{-14-x} = 3^{(-4x-4y)}$$

$$\Rightarrow -14 - x = -4x - 4y \Rightarrow 3x + 4y = 14 \quad (1)$$

$$\frac{3}{2} \log_{\Delta}^2 + \frac{1}{2} \log_{\Delta}^y = \frac{1}{2} \log_{\Delta}^x \xrightarrow{\times 2} 3 \log_{\Delta}^2 = \log_{\Delta}^x - \log_{\Delta}^y$$

$$\Rightarrow \log_{\Delta}^{\frac{x}{y}} = \log_{\Delta}^{\frac{y}{2}} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{y}{2} \Rightarrow x = \frac{y^2}{2} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} 3(8y) + 4y = 14 \Rightarrow 28y = 14$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 4$$

(مسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸ و ۹۰)

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

(معمدمصطفی ابراهیمی)

$$\log E_1 = 11/8 + 1/5 \times 8 \quad \text{ریشتر ۸}$$

$$\log E_2 = 11/8 + 1/5 \times 6 \quad \text{ریشتر ۶}$$

$$\log E_1 - \log E_2 = 1/5 \times 8 - 1/5 \times 6 \quad \text{مقادیر را از هم کم می‌کنیم:}$$

$$\Rightarrow \log \frac{E_1}{E_2} = 2 \times 1/5 = 3 \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = 10^3 = 1000$$

(مسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۱۶ تا ۹۰)

۴

۳✓

۲

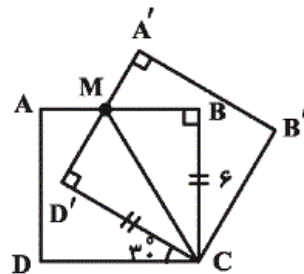
۱

ریاضی ، هندسه ۲- سوالات موازی ، تبدیل های هندسی ، تبدیل های هندسی و کاربردها - ۱۳۹۶۱۲۱۸

-۱۱۱

(علی فتح آبادی)

شکل مورد نظر مسأله را رسم می‌کنیم.



$$\widehat{D'CB} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{D'MB} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

نقطه C روی نیمساز زاویه D'MB است. $CD' = CB = 6 \Rightarrow$

پس نتیجه می‌شود که CM نیمساز است و داریم:

$$\widehat{CMB} = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$$

$$\tan \widehat{CMB} = \frac{CB}{MB} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{6}{MB} \Rightarrow MB = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۴۲ تا ۴۴)

۴

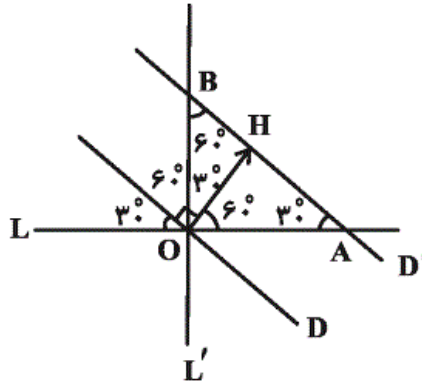
۳

۲✓

۱

مطابق شکل، خط D' تصویر خط D در انتقال با بردار $\vec{V}$ به طول $\sqrt{3}$ و عمود بر راستای خط D می‌باشد. در هر مثلث قائم‌الزاویه ضلع روبه‌رو به زاویه 30° درجه نصف وتر و ضلع روبه‌رو به زاویه 60° درجه $\frac{\sqrt{3}}{2}$ وتر

است، پس:



$$\Delta_{AHO} : OH = \frac{1}{2} OA \Rightarrow OA = 2 \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

$$\Delta_{BHO} : OH = \frac{\sqrt{3}}{2} OB \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} OB \Rightarrow OB = 2$$

$$S_{\Delta_{AOB}} = \frac{1}{2} OA \times OB = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 2 = 2\sqrt{3}$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

۴

۳

۲✓

۱

$$|k| = \frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC} > 1 \xrightarrow{k < 0} k < -1$$

بنابراین نسبت تجانس باید عددی کوچک‌تر از ۱- باشد.

(هندسه ۲- صفحه‌های ۴۵ تا ۴۹)

۴✓

۳

۲

۱

(نرگس کارگر)

۱۱۴-

انتقال غیرهمانی نمی‌تواند نقطه ثابت تبدیل داشته باشد، زیرا این تبدیل موقعیت تمام نقاط را تغییر می‌دهد و هیچ نقطه‌ای بر خودش منطبق نمی‌شود.

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: بازتاب همواره اندازه زاویه را حفظ می‌کند.

گزینه «۳»: دوران در حالتی که زاویه دوران 180° درجه باشد، شیب خط را حفظ می‌کند.

گزینه «۴»: تجانس در حالتی که $k = -1$ باشد، اندازه مساحت شکل را حفظ می‌کند.

(هندسه ۲- صفحه‌های ۴۰ تا ۵۰)

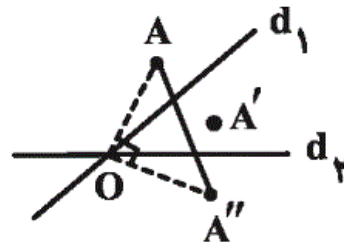
۴

۳

۲✓

۱

ترکیب دو بازتاب با محورهای متقاطع، معادل تبدیل دوران با زاویه‌ای به اندازه دو برابر زاویه بین دو محور و به مرکز محل برخورد دو محور است.



لذا در مثلث قائم‌الزاویه AOA'' داریم:

$$AA''^2 = AO^2 + A''O^2 = 1 + 1 \Rightarrow AA'' = \sqrt{2}$$

(هندسه ۲ - صفحه ۴۴)

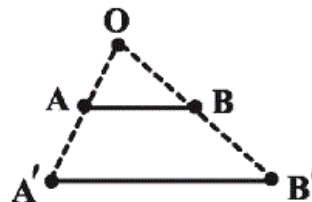
۴

۳✓

۲

۱

پاره خط AB و مجانس آن به شکل زیر می‌باشند:



از آنجا که تجانس، شیب خط را حفظ می‌کند، داریم:

$$AB \parallel A'B' \Rightarrow \triangle AOB \sim \triangle A'O'B'$$

$$k = 3 \Rightarrow \frac{OA'}{OA} = 3 \Rightarrow \frac{S_{\triangle A'O'B'}}{S_{\triangle AOB}} = k^2 = 9 \Rightarrow S_{\triangle A'O'B'} = 9S_{\triangle AOB}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle ABB'A'}}{S_{\triangle AOB}} = \frac{S_{\triangle A'O'B'} - S_{\triangle AOB}}{S_{\triangle AOB}} = \frac{9S_{\triangle AOB} - S_{\triangle AOB}}{S_{\triangle AOB}} = 8$$

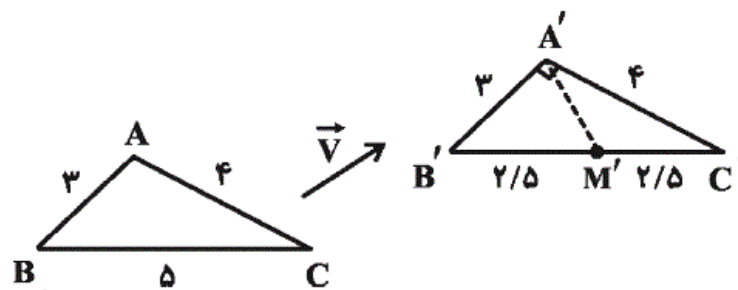
(هندسه ۲ - صفحه‌های ۴۵ تا ۵۰)

۴

۳✓

۲

۱



بزرگ‌ترین ضلع مثلث $A'B'C'$ ضلع $B'C'$ است، پس خواسته مسأله به دست آوردن طول $A'M'$ است. مثلث $A'B'C'$ قائم‌الزاویه است،

زیرا: $(B'C')^2 = A'B'^2 + A'C'^2$

از طرفی می‌دانیم در هر مثلث قائم‌الزاویه میانه وارد بر وتر نصف وتر

است، بنابراین:

$$A'M' = \frac{B'C'}{2} = \frac{5}{2} = 2.5$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

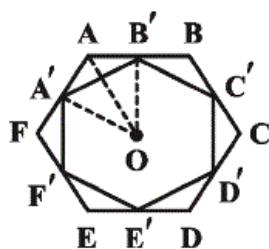
۴

۳

۲✓

۱

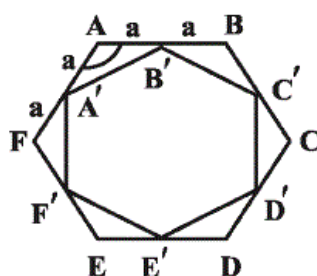
شش ضلعی کوچک تر و بزرگ تر متشابه‌اند، برای آن که این دو مجانس یکدیگر باشند، ابتدا باید با یک دوران، اضلاع این دو شش ضلعی را موازی یکدیگر کنیم.



برای این کار از دوران با زاویه $\angle AOA'$ و به مرکز O استفاده می‌کنیم:

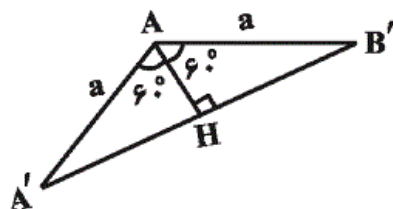
$$\angle AOA' = \frac{\angle A'OB'}{2} = \frac{1}{2} \left(\frac{360^\circ}{6} \right) = 30^\circ$$

حال برای تصویر کردن شش ضلعی بزرگ تر از تجانس با نسبتی برابر با نسبت تشابه شش ضلعی‌ها کمک می‌گیریم.



در مثلث متساوی‌الساقین $AA'B'$ ارتفاع AH را رسم می‌کنیم.

می‌دانیم در هر مثلث قائم‌الزاویه ضلع روبه‌رو به زاویه 60° درجه $\frac{\sqrt{3}}{2}$ وتر است، بنابراین:



$$B'H = \frac{\sqrt{3}}{2} AB' = \frac{\sqrt{3}}{2} a \Rightarrow A'B' = 2B'H = \sqrt{3}a$$

$$\Rightarrow k = \frac{A'B'}{AB} = \frac{\sqrt{3}a}{2a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

پس شش ضلعی بزرگ‌تر را با دوران 30° درجه و تجانس با نسبت

$$k = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ می‌توان بر شش ضلعی کوچک تر تصویر کرد.}$$

(هنر سه ۲- صفحه‌های ۴۲ تا ۴۹)

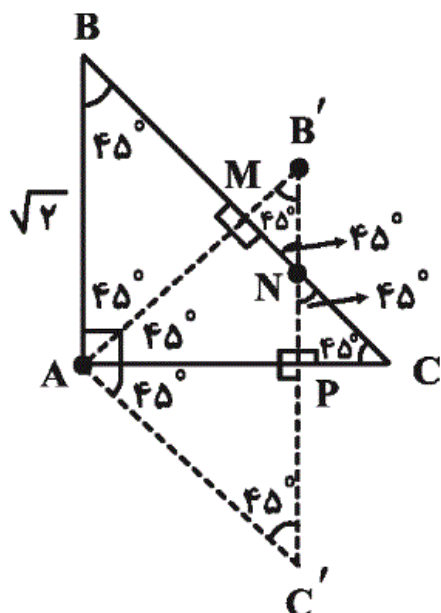
۴ ✓

۳

۲

۱

کافیست شکل مسأله را رسم کنیم:



$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \xrightarrow[BC=2]{AB=AC} AB = AC = \sqrt{2}$$

$$\xrightarrow{\text{خاصیت طولپایی دوران}} AB' = AC' = \sqrt{2}$$

از طرفی در مثلث قائم الزاویه $B'AC'$ می‌دانیم:

$$AP \times B'C' = AB' \times AC' \Rightarrow AP = 1$$

$$PC = AC - AP = \sqrt{2} - 1$$

در نتیجه:

$$S_{AMNP} = S_{\Delta AMC} - S_{\Delta NPC}$$

حال داریم:

$$S_{\Delta AMC} = \frac{AM \times MC}{2} = \frac{1 \times 1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow S_{\Delta NPC} = \frac{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}-1)}{2} = \frac{3-2\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow S_{AMNP} = \frac{1}{2} - \frac{3-2\sqrt{2}}{2} = \frac{2\sqrt{2}-2}{2} = \sqrt{2}-1$$

(هنر سه ۲- صفحه‌های ۴۲ تا ۴۴)

۴

۳

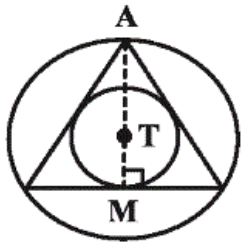
۲

۱✓

نقطه ثابت تبدیل تجانس، مرکز آن است و محل برخورد نیمسازهای داخلی یک مثلث، مرکز دایره محاطی داخلی آن می باشد.

بنابراین نقطه T که مرکز تجانس است، بر روی مرکز دایره محاطی داخلی و در نتیجه بر مرکز دایره محیطی مثلث منطبق است.

تنها مثلثی که مرکز دایره محاطی داخلی و مرکز دایره محیطی آن بر هم منطبق هستند، مثلث متساوی الاضلاع است و همانطور که می دانید در مثلث متساوی الاضلاع، نیمسازهای داخلی، بر میانه های اضلاع منطبق اند. حال با توجه به این که میانه ها یکدیگر را به نسبت ۲ به ۱ قطع می کنند، داریم:

$$k = \frac{\text{شعاع دایره محیطی}}{\text{شعاع دایره محاطی داخلی}} = \frac{AT}{TM} = 2$$


(هندسه ۲ - صفحه های ۴۵ تا ۵۰)

۴

۳

۲✓

۱

ریاضی، آمار و احتمال، مبانی احتمال، احتمال - ۱۳۹۶۱۲۱۸

فرض کنیم R پیشامد انتخاب توپ قرمز، H پیشامد رو آمدن سکه و T پیشامد پشت آمدن سکه باشد. در این صورت:

$$P(R) = P(R | H) \times P(H) + P(R | T) \times P(T)$$

$$= \frac{4}{10} \times \frac{1}{2} + \frac{6}{10} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \left(\frac{4}{10} + \frac{6}{10} \right) = \frac{1}{2}$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه های ۵۸ تا ۶۱)

۴

۳

۲

۱✓

-۱۲۲

(آمار پوچاری)

اگر A پیشامد مرد بودن شخص انتخابی و B پیشامد متأهل بودن شخص انتخاب شده باشد، مورد خواسته شده در صورت سؤال $P(A | B')$ است. طبق قانون بیز:

$$P(A | B') = \frac{P(A) \times P(B' | A)}{P(B')}$$

$$P(B') = P(A) \times P(B' | A) + P(A') \times P(B' | A')$$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{3} \times \frac{4}{10} = \frac{3}{10} \Rightarrow P(A | B') = \frac{\frac{2}{3} \times \frac{1}{4}}{\frac{3}{10}} = \frac{5}{9}$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۵۸ تا ۶۴)

۴

۳

۲

۱✓

ریاضی، آمار و احتمال، توصیف و نمایش داده‌ها، آمار توصیفی - ۱۳۹۶۱۲۱۸

-۱۲۷

(مبید مسمی نویسی)

$$72^\circ = 360^\circ \times \frac{3}{15} : \text{خانواده ۴ نفره}$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی - صفحه‌های ۷۴ تا ۸۲)

۴

۳✓

۲

۱

-۱۲۸

(فرشار فرامری)

$$65 = 100 - (15 + 20) = \text{درصد دانش‌آموزان علاقه‌مند به فوتبال}$$

اگر تعداد کل دانش‌آموزان مدرسه را n بگیریم، داریم:

$$\frac{65}{100}n - \frac{20}{100}n = 72 \Rightarrow \frac{45}{100}n = 72 \Rightarrow n = 160$$

$$24 = \frac{15}{100} \times 160 = \text{تعداد دانش‌آموزان علاقه‌مند به بسکتبال}$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی - صفحه‌های ۷۴ تا ۸۲)

۴

۳

۲✓

۱

$$۲۰ = ۲ + ۳ + ۴ + ۵ + ۶ = \text{تعداد دانش آموزان}$$

$$\frac{۳}{۱۰} = \frac{۶}{۲۰} = \text{فراوانی نسبی دسته وسط قبل از اضافه شدن دانش آموز جدید}$$

دانش آموز جدید یک واحد به فراوانی دسته چهارم و کل داده‌ها اضافه می‌کند و در فراوانی دسته وسط تاثیری ندارد.

$$\frac{۲}{۷} = \frac{۶}{۲۱} = \text{فراوانی نسبی دسته وسط بعد از اضافه شدن دانش آموز جدید}$$

$$\frac{۱}{۷۰} = -\frac{۲۱-۲۰}{۷۰} = \frac{۳}{۱۰} - \frac{۲}{۷} = \text{تفاضل فراوانی‌های نسبی}$$

یعنی فراوانی نسبی دسته وسط، $\frac{۱}{۷۰}$ کم می‌شود.

(آمار و احتمال - آمار توصیفی - صفحه‌های ۷۴ تا ۸۲)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

مساحت مستطیل اول برابر است با حاصل ضرب طول دسته (x) در فراوانی آن دسته و مساحت سایر مستطیل ها هم به همین صورت محاسبه می شود.

اگر f_i فراوانی دسته i ام باشد داریم:

$$\overbrace{(x-0)}^x f_1 + \overbrace{(2x-x)}^x f_2 + \overbrace{(3x-2x)}^x f_3 + \overbrace{(4x-3x)}^x f_4 + \overbrace{(5x-4x)}^x f_5 = 120$$

$$\Rightarrow x(f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5) = 120$$

از طرفی می دانیم $f_3 = 6$ و فراوانی نسبی دسته سوم برابر $0/15$ است،

پس داریم:

$$0/15 = \frac{f_3}{f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5} = \frac{6}{f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5}$$

$$\Rightarrow f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5 = \frac{6}{0/15} = 40$$

$$\Rightarrow x \underbrace{(f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5)}_{40} = 120 \Rightarrow x = 3$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی - صفحه های ۷۴ تا ۸۲)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

ریاضی ، آمار و احتمال ، پیشامدهای مستقل و وابسته ، احتمال - ۱۳۹۶۱۲۱۸

$$P(A \cap B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$$

چون $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ ، پس پیشامدهای A و B، نسبت به هم مستقل هستند.

احتمال هر یک از دو پیشامد «این خانواده دارای دو پسر باشد.» و «این خانواده دارای دو دختر باشد.» برابر است با:

$$\frac{\binom{4}{2}}{2^4} = \frac{6}{16}$$

اشتراک هر یک از این دو پیشامد با پیشامد A (دو فرزند اول خانواده پسر باشند)، پیشامد آن است که «دو فرزند اول خانواده پسر و دو فرزند دیگر خانواده دختر باشند.» که احتمال آن برابر $\frac{1}{16}$ است و در نتیجه مستقل از پیشامد A نیستند.

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۶۷ تا ۷۲)

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

چون دو پیشامد A و B مستقل از یکدیگرند، پس A' و B نیز

مستقل از هم هستند و داریم:

$$P(A' \cap B) = P(A') \cdot P(B) \Rightarrow ۰/۳ = P(A') \times ۰/۵$$

$$\Rightarrow P(A') = ۰/۶$$

$$P(A' \cup B) = P(A') + P(B) - P(A' \cap B)$$

$$= ۰/۶ + ۰/۵ - ۰/۳ = ۰/۸$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

☐ ۴ ✓

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

$$\left. \begin{aligned} P(\text{هر دو آبی}) &= \frac{۴}{۱۲} \times \frac{۴}{۱۲} = \frac{۱}{۳} \times \frac{۱}{۳} = \frac{۱}{۹} \\ P(\text{هر دو سبز}) &= \frac{۶}{۱۲} \times \frac{۶}{۱۲} = \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۴} \\ P(\text{هر دو قرمز}) &= \frac{۲}{۱۲} \times \frac{۲}{۱۲} = \frac{۱}{۶} \times \frac{۱}{۶} = \frac{۱}{۳۶} \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۹} + \frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۳۶} = \frac{۴+۹+۱}{۳۶} = \frac{۱۴}{۳۶} = \frac{۷}{۱۸}$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۶۹ و ۷۰)

☐ ۴ ✓

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

احتمال برخورد تیر به سیل برابر $\frac{8}{10}$ و احتمال عدم برخورد آن $\frac{2}{10}$

است. پس داریم:

$$P(A) = \text{عدم برخورد ۵ تیر به سیل}$$

$$P(B) = \text{برخورد تیر سوم و عدم برخورد بقیه تیرها به سیل}$$

$$\left. \begin{aligned} P(A) &= \frac{2}{10} \times \frac{2}{10} \times \frac{2}{10} \times \frac{2}{10} \times \frac{2}{10} = \frac{32}{100000} = 0/00032 \\ P(B) &= \frac{2}{10} \times \frac{2}{10} \times \frac{8}{10} \times \frac{2}{10} \times \frac{2}{10} = \frac{128}{100000} = 0/00128 \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow 0/00032 + 0/00128 = 0/0016$$

دقت کنید پیشامد برخورد تیر به سیل برای هر پرتاب از پرتاب دیگری مستقل است، پس به همین دلیل تک تک احتمالات را در هم ضرب می‌کنیم.

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

۴

۳

۲✓

۱

www.kanoon.ir