



www.riazisara.ir سایت ویژه ریاضیات

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

۰۰۹

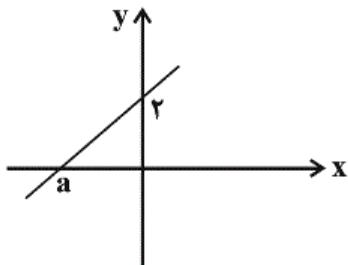
کanal سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

۵۱- اگر شیب خط نمودار شکل زیر برابر با $\frac{1}{2}$ باشد، مقدار a کدام است؟



- (۱) $-2/5$
(۲) $-3/2$
(۳) $-4/3$
(۴) $-4/5$

شما پاسخ نداده اید

۵۲- ضابطه تابع محیط مستطیل‌هایی را که طول آن‌ها ۳ واحد بیشتر از نصف عرض آن‌ها است.
برحسب طول آن‌ها کدام است؟

$$P(x) = 6x - 6 \quad (4) \quad P(x) = 3x + 3 \quad (3) \quad P(x) = 6x - 12 \quad (2) \quad P(x) = 3x + 6 \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۵۳- رابطه بین درجه دما برحسب سانتی‌گراد و فارنهایت به صورت $F = \frac{9}{5}C + 32$ است. هنگامی که دمای یک جسم برحسب درجه سانتی‌گراد دو برابر می‌شود، دمای آن برحسب فارنهایت ۲۷ درجه افزایش پیدا می‌کند. دمای اولیه جسم برحسب سانتی‌گراد کدام است؟

- (۱) ۵ $^{\circ}$ C \quad (۲) ۱۰ $^{\circ}$ C \quad (۳) ۱۵ $^{\circ}$ C \quad (۴) ۲۰ $^{\circ}$ C

شما پاسخ نداده اید

۵۴- اگر نمودار یک تابع خطی محور x را در نقطه $(3, 0)$ قطع کند و در نقطه‌ای به طول ۲ خط $2y + x = 0$ را قطع کند، ضابطه آن کدام است؟

$$y = -2x - 1 \quad (4) \quad y = 2x + 1 \quad (3) \quad y = x + 3 \quad (2) \quad y = x - 3 \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۵۵- یک شرکت برای تولید x واحد کالا $C(x) = 2000 + 30x$ تومان هزینه می‌کند و هر کالا را ۶۰ تومان می‌فروشد. چه تعداد کالا بفروشد تا ۱۰۰۰ تومان سود داشته باشد؟

- (۱) ۵۰ x \quad (۲) ۸۰ x \quad (۳) ۱۰۰ x \quad (۴) ۱۲۰ x

شما پاسخ نداده اید

۵۶- نمودار تابع خطی f از مبدأ می‌گذرد و $f(-5) = 2$ است. در این صورت حاصل $f(0) - f(-4)$ کدام است؟

- (۱) $0/8$ \quad (۲) $-0/8$ \quad (۳) $-2/3$ \quad (۴) -2

شما پاسخ نداده اید

۵۷- فرض کنید جمعیت یک شهر در سال ۱۳۸۵ ۸۵۰۰۰۰ نفر و در سال ۱۳۹۵ ۱۰۳۰۰۰ نفر بوده است. در این صورت اگر

الگوی خطی را برای رشد جمعیت این شهر در نظر بگیریم، در این صورت در سال ۱۴۲۰ جمعیت این شهر کدام است؟

۱۳۰۰۰۰۰ (۴)

۱۵۴۰۰۰۰ (۳)

۱۴۸۰۰۰۰ (۲)

۱۳۱۰۰۰۰ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۵۸- در تابع خطی f داریم $f(1) = 5$ و $f(2) = 8$ ، در این صورت حاصل عبارت $A = \frac{2f(5) + 2f(-3)}{5}$ کدام است؟

۴ (۴)

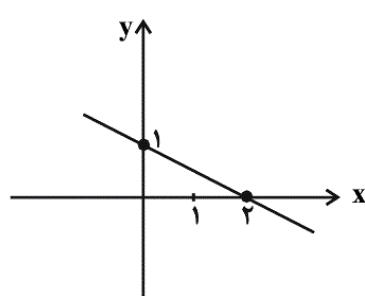
$\frac{-44}{5}$ (۳)

-۴ (۲)

$\frac{44}{5}$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۵۹- اگر نمودار تابع خطی $f(x) = ax - b$ به صورت زیر باشد، در این صورت کدام گزینه صحیح است؟



$$f(a) = \frac{3}{4} \quad (1)$$

$$f(a+b) = \frac{1}{4} \quad (2)$$

$$f(a-b) = \frac{3}{4} \quad (3)$$

$$f(b) = -\frac{3}{2} \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۶۰- اگر دامنه تابعی خطی $D = \{x \in \mathbb{R} | -2 \leq x \leq 3\}$ و برد آن $R = \{y \in \mathbb{R} | -10 \leq y \leq 5\}$ باشد، در این صورت ضابطه آن کدام

می‌تواند باشد؟

$$h(x) = -3x + 4 \quad (4)$$

$$k(x) = -\frac{1}{3}x - 1 \quad (3)$$

$$f(x) = 3x + 4 \quad (2)$$

$$g(x) = -3x - 1 \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی و آمار ۱ ، نمودار تابع درجه ۲ ، تابع - ۱۳۹۶۱۲۰۴

۶۱- در سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ محور تقارن آن کدام خط است؟

$$bx + \frac{a}{2} = 0 \quad (4)$$

$$by + \frac{a}{2} = 0 \quad (3)$$

$$ax + \frac{b}{2} = 0 \quad (2)$$

$$ay + \frac{b}{2} = 0 \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۶۲- اگر طول رأس سهمی $f(x) = 2x^2 - cx + 7$ دو برابر طول رأس سهمی $y = x^2 - 6x + 5$ باشد، مقدار c کدام است؟

$$6 \quad (4)$$

$$-6 \quad (3)$$

$$-24 \quad (2)$$

$$\frac{3}{2} \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۶۳- چنانچه نقطه $(2, 1)$ رأس سهمی زیر باشد، مقادیر b و c کدامند؟

$$y = 2(x - b)^2 + c$$

$$c = 0, b = 2 \quad (4)$$

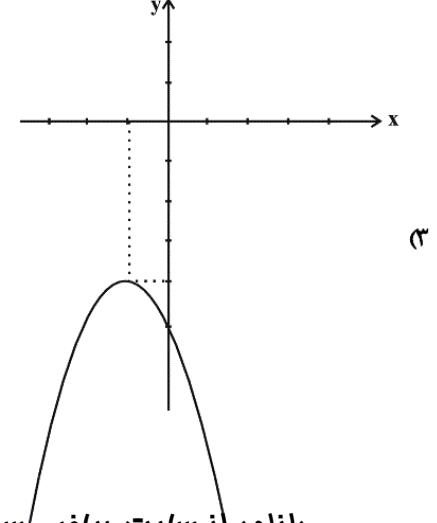
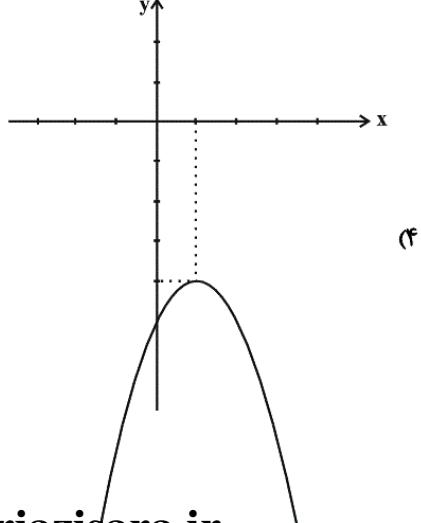
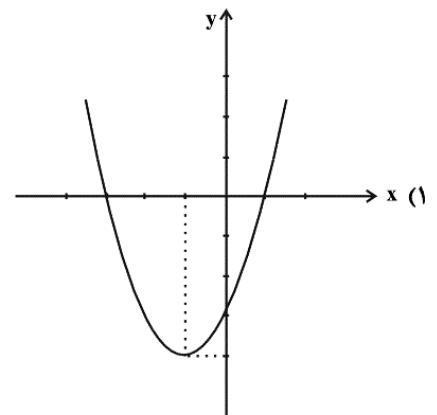
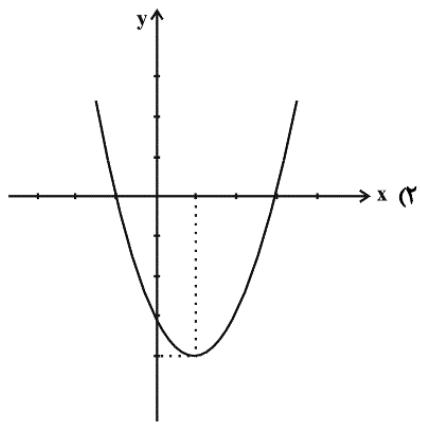
$$c = 1, b = 0 \quad (3)$$

$$c = 1, b = 2 \quad (2)$$

$$c = 0, b = 0 \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۶۴- نمودار سهمی $y = x^2 + 2x - 3$ کدام می‌باشد؟



شما پاسخ نداده اید

۶۵- کدامیک از نقاط زیر معرف رأس سهمی $y = 5x^2 - 2x + 1$ می باشد؟

- (۱) $(-1/4, -1/8)$ (۲) $(1/4, 1/8)$ (۳) $(1/2, 1/8)$ (۴) $(-1/2, -1/8)$

شما پاسخ نداده اید

۶۶- در سهمی $y = ax^2 + bx + c$ و a ، b مثبت و c منفی است. رأس این سهمی در کدام ناحیه قرار خواهد داشت؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

شما پاسخ نداده اید

۶۷- محیط مستطیلی ۳۲ واحد است. اگر مساحت مستطیل ماکسیمم مقدار باشد، عرض مستطیل کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۸ (۳) ۶ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۶۸- محور تقارن تابع درجه دو به معادله $y = x^2 - mx + 1$ ، خط $y = 3x - 4$ را در نقطه‌ای با عرض ۲ قطع می‌کند. m کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) -۲ (۳) ۲ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۶۹- حداقل مقدار تابع $y = x^2 - 2x + 5$ و حداکثر مقدار تابع $y = -2x^2 + 3x + 1$ چقدر اختلاف دارند؟

- (۱) $\frac{19}{8}$ (۲) $\frac{15}{8}$ (۳) $\frac{17}{8}$ (۴) $\frac{51}{8}$

شما پاسخ نداده اید

۷۰- هزینه ثابت ساخت یک نوع کالا ۳۰۰۰۰ تومان و هزینه تولید هر کالا ۲۰۰ تومان است. اگر تابع سود روزانه به صورت

$P(x) = -\frac{1}{3}x^2 + 250x - 15000$ باشد، بیشترین درآمد روزانه به‌ازای فروش چه تعداد از این کالا حاصل می‌شود؟

- (۱) ۳۷۵ (۲) ۶۷۵ (۳) ۷۰۰ (۴) ۸۱۵

شما پاسخ نداده اید

-۵۱ (همید رضا سپهری، نمودار تابع خطی، صفحه‌ی ۷۲ تا ۷۸)

نمودار نشان می‌دهد که خط از دو نقطه $(A(0,2)$ و $B(a,0)$ می‌گذرد که شیب آن برابر است با:

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{0-2}{a-0} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{-2}{a} \Rightarrow a = -4$$

۴

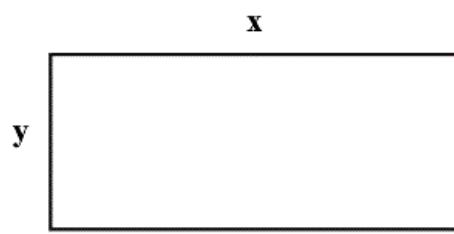
۳✓

۲

۱

-۵۲ (همید زرین‌کفش، نمودار تابع خطی، صفحه‌ی ۷۲ تا ۷۸)

اگر عرض مستطیل را y و طول آن را x در نظر بگیریم، طبق فرض صورت سؤال داریم:



$$\text{عرض} = \frac{\text{طول}}{2} + 3$$

$$x = \frac{y}{2} + 3 \Rightarrow y = 2(x - 3) \quad (1)$$

ضابطه محیط مستطیل بر حسب طول آن به صورت زیر می‌باشد:

$$P(x) = 2(\text{عرض} + \text{طول})$$

$$\Rightarrow P(x) = 2(x + y) \xrightarrow{(1)} P(x) = 2(x + 2(x - 3))$$

$$\Rightarrow P(x) = 2(x + 2x - 6) = 2(3x - 6) = 6x - 12$$

۴

۳

۲✓

۱

(هادی پلاور، نمودار تابع خطی، صفحه‌ی ۷۲ تا ۷۸)

در حالت اول دمای جسم را برحسب سانتی‌گراد C و در حالت دوم $2C$ در نظر

می‌گیریم، حال داریم:

$$F = \frac{9}{5}C + 32 \quad : \text{حال اول}$$

$$F' = \frac{9}{5} \times (2C) + 32 \quad : \text{حال دوم}$$

$$\Rightarrow F' - F = \frac{9}{5}(2C) + 32 - \left(\frac{9}{5}C + 32\right)$$

$$\Rightarrow F' - F = \frac{9}{5}C \xrightarrow{F' - F = 27} 27 = \frac{9}{5}C \Rightarrow C = 15^\circ C$$

پس دمای اولیه برحسب سانتی‌گراد ۱۵ است.

۴

۳✓

۲

۱

(محمد بصیرایی، نمودار تابع خطی، صفحه‌ی ۷۲ تا ۷۸)

ابتدا عرض نقطه برخورد تابع خطی مورد نظر را با خط $y = 2x + b$ به دست می‌آوریم.به ازای $x = 2$ هر دو دارای y یکسان می‌باشند، داریم:

$$y = 2x + b \xrightarrow{x=2} y = 2 \cdot 2 + b \Rightarrow y = 4 + b$$

تابع خطی مورد نظر از دو نقطه $A(2, -1)$ و $B(3, 0)$ می‌گذرد، حال داریم:

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \Rightarrow m_{AB} = \frac{0 - (-1)}{3 - 2} = \frac{1}{1} = 1$$

$$y - y_A = m_{AB}(x - x_A) \Rightarrow y - 0 = 1 \times (x - 2) \Rightarrow y = x - 2$$

۴

۳

۲

۱✓

ابتدا تابع درآمد و سود شرکت را به دست می‌آوریم، داریم:

$$R(x) = 60x : \text{تابع درآمد}$$

$$\text{تابع هزینه} - \text{تابع درآمد} = \text{تابع سود}$$

$$\Rightarrow P(x) = R(x) - C(x)$$

$$\Rightarrow P(x) = 60x - (2000 + 30x) \Rightarrow P(x) = 60x - 2000 - 30x$$

$$\Rightarrow P(x) = 30x - 2000 \xrightarrow{P(x)=1000}$$

$$\Rightarrow 1000 = 30x - 2000 \Rightarrow 30x = 3000 \Rightarrow x = 100$$

پس این شرکت می‌بایست ۱۰۰ واحد کالا بفروشد تا به هزار تومان سود برسد.

۴

۳✓

۲

۱

نمودار تابع خطی که از مبدأ می‌گذرد دارای عرض از مبدأ صفر است و ضابطه آن

به صورت $f(x) = ax$ است، حال با داشتن مختصات یک نقطه جز مبدأ می‌توان مقدار

a را به دست آورد، حال داریم:

$$f(x) = ax \xrightarrow{f(2)=-5} f(2) = 2a = -5 \Rightarrow a = -\frac{5}{2}$$

پس ضابطه تابع به صورت $f(x) = -\frac{5}{2}x$ است، حال داریم:

$$f(-1/4) - f(1/4) = -\frac{5}{2} \times (-1/4) - \left(\frac{-5}{2} \times 1/4\right) = 1 - (-1) = 1 + 1 = 2$$

۴

۳✓

۲

۱

چون الگوی رشد جمعیت را خطی در نظر گرفتیم، لذا ابتدا شبیه آن را به دست

$$\text{می‌آوریم، با توجه به دو نقطه } B\left(\begin{array}{l} ۱۳۹۵ \\ ۱۰۳۰۰۰ \end{array}\right) \text{ و } A\left(\begin{array}{l} ۱۳۸۵ \\ ۸۵۰۰۰ \end{array}\right) \text{ حال داریم:}$$

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \Rightarrow m_{AB} = \frac{۱۰۳۰۰۰ - ۸۵۰۰۰}{۱۳۹۵ - ۱۳۸۵} = \frac{۱۸۰۰۰}{۱۰} = ۱۸۰۰$$

با توجه به شبیه به دست آمده نرخ رشد جمعیت به ازای هر سال ۱۸۰۰ نفر است، لذا

بعد از ۲۵ سال افزایش جمعیت برابر است با:

$$۴۵۰۰۰۰ = ۲۵ \times ۱۸۰۰۰ + ۱۸۰۰۰ = \text{افزایش جمعیت بعد از ۲۵ سال}$$

پس جمعیت در سال ۱۴۲۰ برابر است با:

$$۱۴۲۰ = \text{جمعیت در سال } ۱۳۹۵ + \text{افزایش جمعیت در سال } ۱۴۲۰$$

$$۱۴۲۰ = ۱۰۳۰۰۰ + ۴۵۰۰۰ = ۱۴۸۰۰۰$$

۴

۳

۲

۱

فرض می‌کنیم ضابطه تابع خطی به صورت $f(x) = mx + n$ باشد، در این صورت داریم:

$$f(x) = mx + n \left\{ \begin{array}{l} \xrightarrow{x=۲} \lambda = ۲m + n \quad (1) \\ \xrightarrow{x=۱} \Delta = m + n \quad (2) \end{array} \right.$$

$$\xrightarrow{(2),(1)} \begin{cases} ۲m + n = \lambda \\ m + n = \Delta \end{cases} \Rightarrow m = ۳, n = ۲$$

پس ضابطه آن به صورت $f(x) = ۳x + ۲$ است. حال داریم:

$$f(\Delta) = ۳ \times \Delta + ۲ = ۱۷$$

$$f(-۳) = ۳ \times (-۳) + ۲ = -۹ + ۲ = -۷$$

$$\Rightarrow A = \frac{۲ \times ۱۷ + ۲ \times (-۷)}{\Delta} = \frac{۳۴ - ۱۴}{\Delta} = \frac{۲۰}{\Delta} = ۴$$

۴

۳

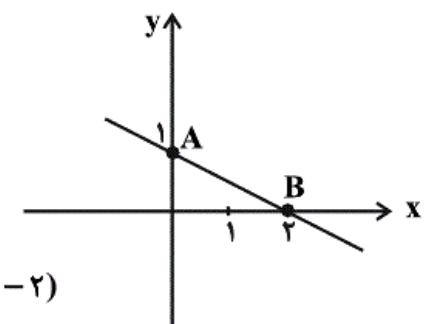
۲

۱

با توجه به نمودار، ابتدا ضابطه آن را به دست می‌آوریم:

$$A(0, 1), B(2, 0)$$

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \Rightarrow m_{AB} = \frac{0 - 1}{2 - 0} = \frac{-1}{2}$$



$$y - y_B = m_{AB}(x - x_B) \Rightarrow y - 0 = -\frac{1}{2}(x - 2)$$

$$\Rightarrow y = \frac{-1}{2}x + 1 \Rightarrow f(x) = \frac{-1}{2}x + 1$$

$$\text{با مقایسه با ضابطه صورت سؤال} \begin{cases} a = \frac{-1}{2} \\ b = 1 \end{cases}$$

می‌پردازیم:

$$1) f(a) = \frac{-1}{2}a + 1 \xrightarrow{a = \frac{-1}{2}} f\left(\frac{-1}{2}\right) = \frac{-1}{2} \times \left(\frac{-1}{2}\right) + 1 = \frac{1}{4} + 1 = \frac{5}{4}$$

$$2) f(a+b) = \frac{-1}{2}(a+b) + 1 \xrightarrow{a+b = \frac{-1}{2}-1 = \frac{-3}{2}}$$

$$f\left(\frac{-3}{2}\right) = \frac{-1}{2} \times \left(\frac{-3}{2}\right) + 1 = \frac{3}{4} + 1 = \frac{7}{4}$$

$$3) f(a-b) = \frac{-1}{2}(a-b) + 1 \xrightarrow{a-b = \frac{1}{2}-(-1)}$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{-1}{2} \times \frac{1}{2} + 1 = \frac{-1}{4} + 1 = \frac{3}{4}$$

$$4) f(b) = \frac{-1}{2}b + 1 \xrightarrow{b = -1} f(-1) = \frac{-1}{2} \times (-1) + 1 = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$$

[4]

[3] ✓

[2]

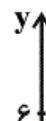
[1]

(هادی پلاور، نمودار تابع خطی، صفحه‌ی ۷۲ تا ۷۳)

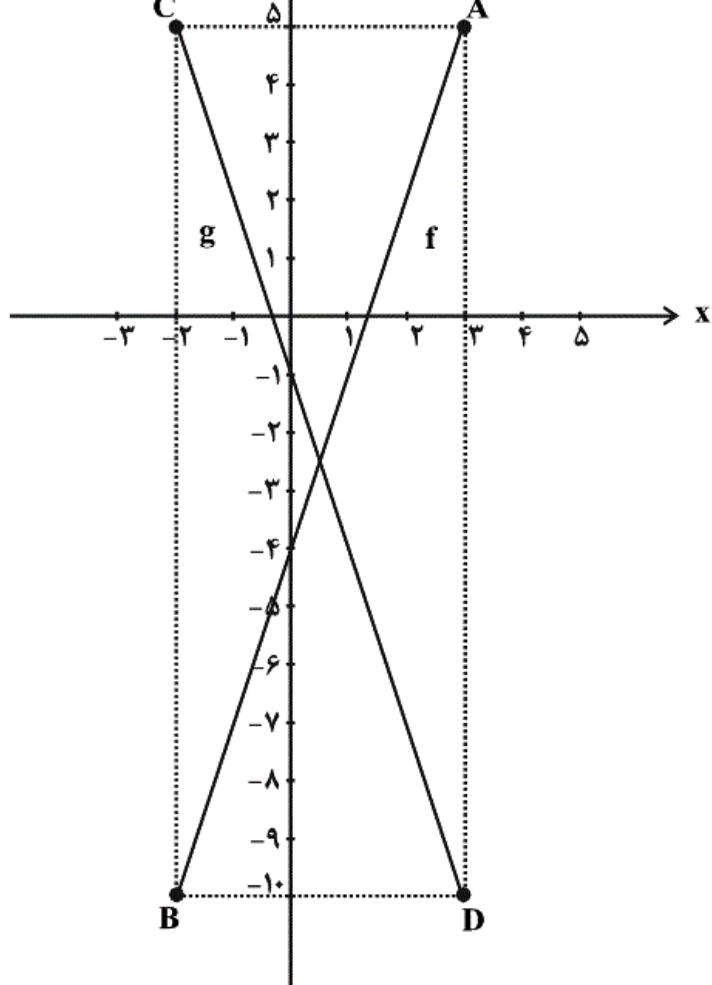
-۶۰-

ابتدا با توجه به محدوده دامنه و برد تابع، نمودار تابع خطی به یکی از دو شکل تابع

f یا g می‌باشد:



دانلود از سایت ریاضی سرا



اگر نمودار تابع به صورت f باشد، در این صورت نمودار آن از دو نقطه $A(3, 5)$ و $B(-2, -10)$ می‌گذرد که در این صورت برابر است با:

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \Rightarrow m_{AB} = \frac{-10 - 5}{-2 - 3} = \frac{-15}{-5} = 3$$

$$y - y_A = m_{AB}(x - x_A) \Rightarrow y - 5 = 3(x - 3)$$

$$\Rightarrow y = 3x - 4 \Rightarrow f(x) = 3x - 4$$

اگر نمودار به صورت g باشد، ضابطه آن از دو نقطه $C(-2, 5)$ و $D(3, -10)$ می‌گذرد، داریم:

$$m_{CD} = \frac{y_D - y_C}{x_D - x_C} \Rightarrow m_{CD} = \frac{-10 - 5}{3 - (-2)} = \frac{-15}{5} = -3$$

$$y - y_D = m_{CD}(x - x_D) \Rightarrow y - (-10) = -3(x - 3)$$

$$\Rightarrow y + 10 = -3x + 9 \Rightarrow y = -3x - 1$$

پس ضابطه g به صورت زیر می‌باشد.

ریاضی ، ریاضی و آمار ۱ ، نمودار تابع درجه ۲ ، تابع - ۱۳۹۶۱۲۰۴

(امیر ورکیانی، نمودار تابع درجه ۲، صفحه‌ی ۷۹ تا ۸۶)

-۶۱

در سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ محور تقارن آن خط $x = -\frac{b}{2a}$ است که می‌توان آن را به صورت $x = -\frac{b}{2a} = \dots$ نیز نوشت.

(فرداد روشنی، نمودار تابع درجه ۲، صفحه‌ی ۷۹ تا ۸۶)

-۶۲

ابتدا طول رأس سهمی هر یک را به دست می‌آوریم:

$$y = x^2 - 6x + 5 \xrightarrow{\text{با مقایسه با فرم استاندارد}} y = ax^2 + bx + c \quad \begin{cases} a = 1 \\ b = -6 \\ c = 5 \end{cases}$$

$$x_S = -\frac{b}{2a} \Rightarrow x_S = -\frac{-6}{2 \times 1} = 3$$

$$y = 2x^2 - cx + \gamma \xrightarrow{\text{با مقایسه با فرم استاندارد}} y = a'x^2 + b'x + c' \quad \begin{cases} a' = 2 \\ b' = -c \\ c' = \gamma \end{cases}$$

$$x'_S = -\frac{b'}{2a'} \Rightarrow x'_S = -\frac{-c}{2 \times 2} = \frac{c}{4}$$

طبق فرض صورت سؤال داریم:

$$x_S = 2x'_S \Rightarrow 3 = 2 \times \frac{c}{4} \Rightarrow c = 6$$

(مهری ملارمفنانی، نمودار تابع درجه ۲، صفحه‌ی ۷۹ تا ۸۶)

-۶۳

به طور کلی رأس سهمی به معادله $A(b', c') = a'(x - b')^2 + c'$ برابر است.

حال با مقایسه این رابطه با عبارت صورت سؤال داریم:

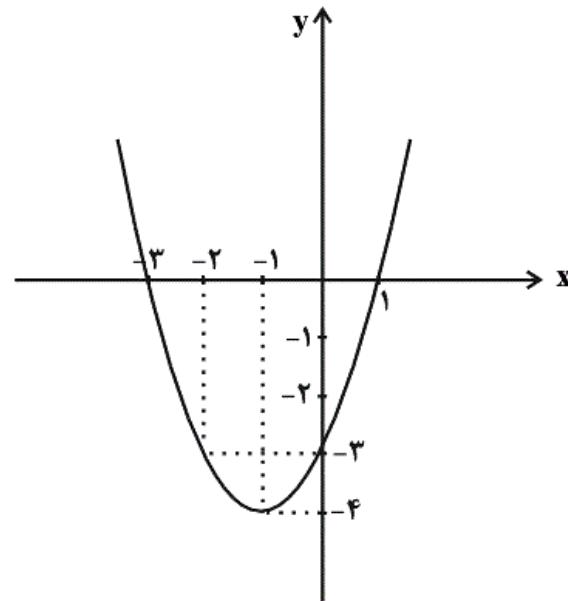
$$\begin{cases} y = 2(x - b)^2 + c \\ (b, c) = (2, 1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 2 \\ c = 1 \end{cases}$$

با استفاده از اتحاد مربع کامل داریم:

$$y = x^2 + 2x - 3 \Rightarrow y = x^2 + 2x + 1 - 1 - 3 = (x+1)^2 - 4$$

پس رأس سهمی $S(-1, -4)$ است و با توجه به جدول زیر داریم:

x	-3	-2	-1	0	1
y	0	-3	-4	-3	0



۴

۳

۲

۱ ✓

مختصات رأس سهمی تابع $g(x) = ax^2 + bx + c$ به صورت زیر به دست می‌آید:

$$S\left(\frac{-b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$$

$$x_S = \frac{-(-2)}{2(1)} = \frac{2}{2} = 0 / 2$$

$$y_S = \frac{4(1)(1) - (-2)^2}{4(1)} = \frac{2 - 4}{4} = \frac{-2}{4} = \frac{1}{2} = 0 / 2$$

$$\Rightarrow S(0 / 2, 0 / 2)$$

۴

۳ ✓

۲

۱

(کریم نصیری، نمودار تابع درجه ۲، صفحه‌ی ۷۹ تا ۸۶)

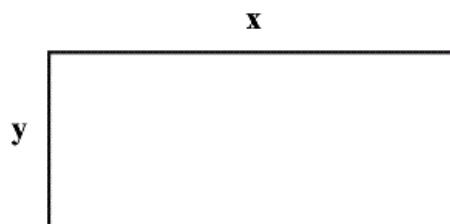
$$\left. \begin{aligned} x_S &= \frac{-b}{2a} \\ b, a &\text{ هر دو مثبت می‌باشند} \end{aligned} \right\} \Rightarrow x_S < 0 \Rightarrow S \text{ در ناحیه دوم و یا سوم}$$

$$\left. \begin{aligned} y_S &= \frac{4ac - b^2}{4a}, a > 0 \\ c, a \Rightarrow ac < 0 \Rightarrow 4ac - b^2 &< 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow y_S < 0 \Rightarrow S \text{ در ناحیه سوم یا چهارم}$$

از اشتراک نواحی فوق نتیجه می‌شود که رأس در ناحیه سوم قرار دارد.

 ۴ ۳ ۲ ۱

(ممید بهیرایی، نمودار تابع درجه ۲، صفحه‌ی ۷۹ تا ۸۶)



x

اگر x طول مستطیل و y عرض مستطیل باشند:

P = ۲(x + y) : محیط مستطیل

$$\Rightarrow ۲P = ۲(x + y) \Rightarrow x + y = ۱۶ \Rightarrow y = ۱۶ - x \quad (1)$$

$$S = x \times y = x \times (16 - x) \Rightarrow S = -x^2 + 16x \quad : \text{مساحت}$$

برای آنکه S ماقسیمم شود، $x = \frac{-b}{2a}$ باید باشد:

$$x = \frac{-16}{-2} = 8 \xrightarrow{(1)} y = 8$$

 ۴ ۳ ۲ ۱

(امیر محمدیان، نمودار تابع درجه ۲، صفحه‌ی ۷۹ تا ۸۶)

محور تقارن سهمی $x = \frac{-b}{2a}$ است. (در این سؤال ۱ و a = ۱ است.)

b = -m است.

پس محور تقارن این سهمی خط $x = \frac{m}{2}$ است که خط $3x - 4 = y$ را در نقطه‌ای

به عرض ۲ قطع می‌کند. در این صورت طول نقطه تقاطع عبارت است از:

$$y = 3x - 4 \Rightarrow 2 = 3x - 4$$

$$\Rightarrow 6 = 3x \Rightarrow x = 2$$

پس طول نقطه تقاطع یعنی محور تقارن سهمی ۲ است، یعنی:

$$\frac{m}{2} = 2 \Rightarrow m = 4$$

 ۴ ۳ ۲ ۱

برای بدست آوردن حداقل مقدار تابع $y = x^2 - 2x + 5$ با استفاده از مربع کامل

کردن داریم:

$$y = x^2 - 2x + 5 \Rightarrow y = x^2 - 2x + 1 + 4 \Rightarrow y = (x-1)^2 + 4$$

حداقل مقدار تابع در نقطه رأس سهمی یعنی نقطه $(1, 4)$ می‌باشد و حداقل مقدار

تابع $y_{\min} = 4$ است.

برای بدست آوردن حداکثر مقدار تابع $y = -2x^2 + 3x + 1$ ابتدا طول رأس سهمی

را می‌یابیم:

$$y = -2x^2 + 3x + 1 \xrightarrow{\text{با مقایسه با فرم استاندارد } y=ax^2+bx+c} \begin{cases} a = -2 \\ b = 3 \\ c = 1 \end{cases}$$

$$x_s = -\frac{b}{2a} \Rightarrow x_s = -\frac{3}{2 \times (-2)} = \frac{3}{4}$$

$$y = -2 \times \left(\frac{3}{4}\right)^2 + 3 \times \frac{3}{4} + 1 = -2 \times \frac{9}{16} + \frac{9}{4} + 1 = \frac{-18}{16} + \frac{36}{16} + 1 = \frac{18}{16} + 1 = \frac{17}{8}$$

پس اختلاف حداکثر و حداقل این دو تابع برابر است با:

$$\frac{17}{8} - \frac{17}{8} = \frac{32}{8} - \frac{17}{8} = \frac{15}{8}$$

۴

۳

۲ ✓

۱

ابتدا تابع هزینه و درآمد کارگاه را به دست می‌آوریم:

$$\text{هزینه} - \text{درآمد} = \text{سود} \Rightarrow P(x) = R(x) - C(x)$$

$$C(x) = 200x + 30000, \quad P(x) = -\frac{1}{3}x^2 + 250x - 15000$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{3}x^2 + 250x - 15000 = R(x) - (200x + 30000)$$

$$\Rightarrow R(x) = -\frac{1}{3}x^2 + 250x - 15000 + 200x + 30000$$

$$\Rightarrow R(x) = -\frac{1}{3}x^2 + 450x + 15000$$

$$\begin{array}{c} \xrightarrow{\text{با مقایسه با فرم استاندارد}} \\ y = ax^2 + bx + c \end{array} \left\{ \begin{array}{l} a = -\frac{1}{3} \\ b = 450 \\ c = 15000 \end{array} \right.$$

بیشترین درآمد روزانه به ازای فروش $x = -\frac{b}{2a}$ واحد کالا به دست می‌آید، داریم:

$$x_s = \frac{-b}{2a} \Rightarrow x_s = \frac{-(450)}{2 \times \left(-\frac{1}{3}\right)} = \frac{450}{\frac{2}{3}} = 675$$

۱

۳

۲✓

۴

www.kanoon.ir