



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

ریاضی ، حسابان ۱ ، رادیان ، مثلثات - ۱۳۹۶۱۲۰۴

۹۲- کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) زاویه ۲ رادیان، در ربع اول است. (۲) زاویه ۳ رادیان، در ربع سوم است.
(۳) زاویه ۴ رادیان، در ربع چهارم است. (۴) زاویه ۶ رادیان، در ربع چهارم است.

شما پاسخ نداده اید

۹۳- در دایره‌ای به قطر π ، طول کمان روبه‌رو به زاویه 60° کدام است؟

- (۱) 30π (۲) $\frac{\pi^2}{6}$ (۳) ۴ (۴) $\frac{\pi^2}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۹۴- اگر انتهای کمان روبه‌رو به زاویه‌های $\frac{\pi}{6}$ ، $\frac{5\pi}{6}$ و $-\frac{\pi}{3}$ را در دایره مثلثاتی به هم وصل کنیم، یک مثلث ایجاد می‌شود. نوع مثلث کدام است؟

- (۱) متساوی‌الساقین است ولی متساوی‌الاضلاع نیست. (۲) متساوی‌الاضلاع است.
(۳) فقط قائم‌الزاویه است. (۴) قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است.

شما پاسخ نداده اید

۹۵- کدام یک بزرگ‌تر است؟

- (۱) $\sin 1$ (۲) $\sin 2$ (۳) $\sin 3$ (۴) $\sin 4$

شما پاسخ نداده اید

۹۶- مجموع و تفاضل دو زاویه به‌ترتیب از راست به چپ برابر با $\frac{11\pi}{18}$ رادیان و 40° است. اندازه زاویه کوچک‌تر چند رادیان است؟

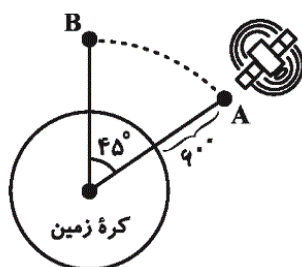
- (۱) $\frac{7\pi}{36}$ (۲) $\frac{7\pi}{12}$ (۳) $\frac{5\pi}{36}$ (۴) $\frac{5\pi}{12}$

شما پاسخ نداده اید

۹۷- مطابق شکل زیر، ماهواره‌ای در یک مسیر دایره‌ای در فاصله ۶۰۰ کیلومتری از سطح کره زمین در حال حرکت در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت

است. اگر ماهواره در هر ساعت مسافت 10π کیلومتر را طی کند، حداقل چند ساعت طول می‌کشد تا از نقطه A به B برسد؟

(شعاع کره زمین ۶۴۰۰km است.)



(۱) ۱۶۵

(۲) ۱۵۵

(۳) ۱۷۰

(۴) ۱۷۵

شما پاسخ نداده اید

۹۸- در یک پیست دوچرخه سواری به شکل دایره، فاصله دوچرخه سوار از مرکز پیست ۶ متر است. وقتی که دوچرخه سوار مسافت ۱۰ متر را طی می‌کند، چه

زاویه‌ای را نسبت به مرکز پیست بر حسب درجه طی کرده است؟

- (۱) $\frac{300}{\pi}$ (۲) $\frac{400}{\pi}$ (۳) $\frac{5}{3}$ (۴) $\frac{8}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۹۹- چرخشی که با سرعت ثابت حول مرکزش دوران می‌کند، در هر ساعت ۳۰۰۰ دور می‌چرخد. این چرخ در یک ثانیه بر حسب رادیان چه زاویه‌ای را طی می‌کند؟

- (۱) $\frac{4\pi}{3}$ (۲) $\frac{5\pi}{2}$ (۳) $\frac{5\pi}{3}$ (۴) π

شما پاسخ نداده اید

۱۰۰- اندازه زاویه یک رادیان تقریباً چند برابر π° است؟

- (۱) π برابر (۲) $\frac{3}{\pi^2}$ برابر (۳) ۱۸ برابر (۴) ۲۵ برابر

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ۱ ، تابع لگاریتمی و لگاریتم ، توابع نمایی و لگاریتمی - ۱۳۹۶۱۲۰۴

۸۵- نامعادله $\log_3^x > \log_3^x$ در بازه (a, b) برقرار است. حداکثر مقدار $b - a$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{2}$

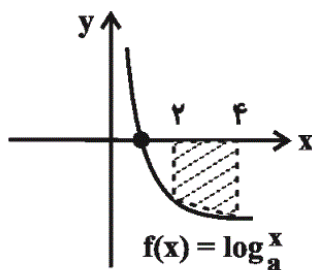
شما پاسخ نداده اید

۸۹- اگر $f(x) = \log_2^{(2^x-1)}$ باشد، آنگاه $f^{-1}(-2)$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{5}{3}$ (۳) $\frac{17}{48}$ (۴) تعریف شده نیست.

شما پاسخ نداده اید

۹۰- نمودار زیر مربوط به تابع $f(x) = \log_a^x$ است. اگر مساحت دوزنقه هاشورخورده برابر ۳ باشد، مقدار $f(64)$ کدام است؟



- (۱) ۶
(۲) -۶
(۳) ۵
(۴) -۵

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ۱ ، ویژگی های لگاریتم و حل معادلات لگاریتمی ، توابع نمایی و لگاریتمی - ۱۳۹۶۱۲۰۴

۹۱- به ازای کدام مقدار مثبت k ، معادله $\log_3^x + \log_x^{\sqrt{3}} = k$ فقط یک جواب دارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{3}$

شما پاسخ نداده اید

۸۶- اگر $x > 0$ و $x^2 > 2^x$ در بازه (a, b) برقرار باشد، حداکثر مقدار عبارت $\log_a^{\sqrt{b-a}}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۸۷- دامنه تابع $y = \log(2^x - 3)$ کدام است؟

- (۱) $(0, +\infty)$ (۲) $(\log_2^3, +\infty)$ (۳) $(\log_4^2, +\infty)$ (۴) $(0, 1)$

شما پاسخ نداده اید

۸۸- در ۲۱ آبان ماه سال ۹۶، زلزله‌ای به شدت ۷/۳ در مقیاس ریشتر استان کرمانشاه را لرزاند. میزان انرژی آزاد شده در این زلزله تقریباً چند یرگ است؟
($\log E = 11/8 + 1/5 M$ ، در مقیاس ریشتر است)

- (۱) $10^{20/35}$ (۲) $10^{22/75}$ (۳) $20/35^{10}$ (۴) $11/8^{22/35}$

شما پاسخ نداده اید

۸۱- حاصل $\log \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt{32}}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{20}{9}$ (۲) $-\frac{16}{15}$ (۳) $\frac{18}{29}$ (۴) $\frac{15}{32}$

شما پاسخ نداده اید

۸۲- معادله لگاریتمی $\log_4(x^2 - 3) = \log_4(2x)$ دارای چند ریشه است؟
(۱) فاقد ریشه است. (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۸۳- مقدار $\frac{\log(\log 3)}{\log 4}$ کدام است؟

- (۱) $\log 3$ (۲) $\log \sqrt{3}$ (۳) $\sqrt{\log 3}$ (۴) $\frac{1}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۸۴- اگر $\log_3(3 + \log_2^x) = 2$ ، مقدار $\log_4^x$ کدام است؟
(۱) ۶ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ی ۲ ، تبدیل های هندسی ، تبدیل ها ی هندسی و کاربردها - ۱۳۹۶۱۲۰۴

۱۲۱- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) دو شکل متشابه، همواره متجانس اند.
(۲) تجانس همواره جهت شکل را حفظ می کند.
(۳) تجانس با نسبت $|k| > 1$ ، انبساط نام دارد.
(۴) تجانس اندازه زاویه ها و شیب خطوط را حفظ می کند.

شما پاسخ نداده اید

۱۲۲- چه تعداد از مطالب زیر در مورد تبدیل همانی درست است؟

• تبدیل همانی همواره طولپاست.

• تبدیل همانی، بی‌شمار نقطه ثابت تبدیل دارد.

• دوران با زاویه 360° درجه و تجانس با نسبت $k=1$ ، تبدیل همانی هستند.

• بازتاب هیچ‌گاه نمی‌تواند تبدیل همانی باشد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۳- نقطه A را تحت دوران به مرکز O و زاویه 60° تصویر می‌کنیم تا نقطه A' به دست آید. اگر $OA = 4\sqrt{3}$ باشد، آن‌گاه فاصله O از خط گذرنده از A

و A' کدام است؟

۳ (۴)

$3\sqrt{3}$ (۳)

۶ (۲)

$4\sqrt{3}$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۴- مربع ABCD را با تجانسی که مرکز آن محل تلاقی قطرهای و نسبت تجانس آن $\frac{2}{3}$ است، تصویر می‌کنیم. اگر مساحت بین مربع و تصویرش برابر ۵ باشد،

محیط مربع ABCD کدام است؟

۳۶ (۴)

۱۲ (۳)

۹ (۲)

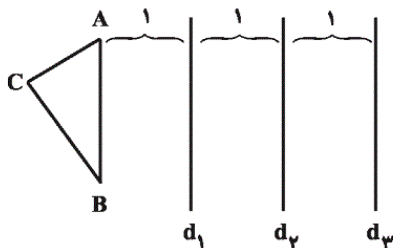
۸ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۵- مطابق شکل با فرض موازی بودن خطوط d_1 ، d_2 و d_3 ، مثلث ABC را ابتدا نسبت به d_3 بازتاب داده تا $A'B'C'$ به دست آید و سپس $A'B'C'$ را

نسبت به d_2 بازتاب می‌دهیم تا $A''B''C''$ حاصل شود و در نهایت $A''B''C''$ را نسبت به d_1 بازتاب می‌دهیم، تا $A'''B'''C'''$ حاصل شود. اگر فاصله

رأس A تا خط d_1 برابر ۱ باشد، آنگاه طول AA''' کدام است؟



۱ (۴)

۲ (۳)

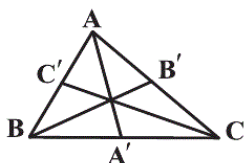
۳ (۲)

۴ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۶- در مثلث ABC میانه‌های AA' ، BB' و CC' را به اندازه $\frac{2}{3}$ طول آن‌ها از طرف نقاط A'، B' و C' به ترتیب تا نقاط A''، B'' و C'' امتداد

می‌دهیم. اگر مثلث $A''B''C''$ مجانس مثلث ABC باشد، نسبت تجانس کدام است؟



$k = -3$ (۴)

$k = -\frac{3}{2}$ (۳)

$k = -4$ (۲)

$k = -1$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۷- یک دایره به شعاع واحد را تحت بردار $\vec{V}$ به اندازه یک واحد انتقال می‌دهیم. مساحت محصور بین دایره اولیه و انتقال یافته آن، کدام است؟

$$(۱) \quad 2\pi - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$(۲) \quad \frac{4\pi}{3} - \sqrt{3}$$

$$(۳) \quad \frac{2\pi}{3}$$

$$(۴) \quad \frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۸- دو دایره $C(O, 2)$ و $C'(O', 4)$ مماس خارج‌اند. تحت یک تجانس مستقیم به مرکز M یا تحت یک تجانس معکوس به مرکز M' ، دایره C روی دایره

C' تصویر می‌شود. اندازه MM' کدام است؟

(۱) ۵

(۲) ۶

(۳) ۸

(۴) ۱۰

شما پاسخ نداده اید

۱۲۹- مربع‌های $ABDE$ و $ACFG$ را روی اضلاع AB و AC از مثلث ABC و در خارج آن رسم می‌کنیم. اگر محل برخورد BG و CE را M

بنامیم، آنگاه کدام گزینه صحیح است؟

$$(۱) \quad BG = CE$$

(۲) چهارضلعی‌های $MBDE$ و $MCFG$ محاطی‌اند.

$$(۳) \quad MB^2 + MC^2 = BC^2$$

(۴) هر سه گزینه صحیح است.

شما پاسخ نداده اید

۱۳۰- مثلث ABC مطابق شکل مفروض است. اگر $DE \parallel AB$ و $\hat{B} = 60^\circ$ باشد، اندازه زاویه بین مجانس‌های DC و EC نسبت به مرکز تجانس B و با

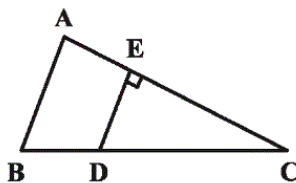
نسبت تجانس $k \neq 0$ کدام است؟

(۱) 60°

(۲) 45°

(۳) 30°

(۴) 15°



شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- نامعادله $\log_3^x > \log_3^x$ در بازه (a, b) برقرار است. حداکثر مقدار $b - a$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{2}$

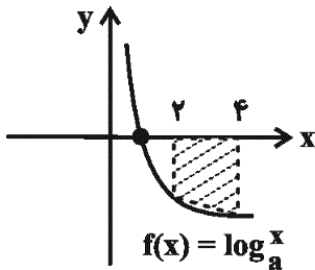
شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- اگر $f(x) = \log_4^{(3x-1)}$ باشد، آنگاه $f^{-1}(-2)$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{5}{3}$ (۳) $\frac{17}{48}$ (۴) تعریف شده نیست.

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- نمودار زیر مربوط به تابع $f(x) = \log_a^x$ است. اگر مساحت ذوزنقه هاشورخورده برابر ۳ باشد، مقدار $f(64)$ کدام است؟



- (۱) ۶ (۲) -۶ (۳) ۵ (۴) -۵

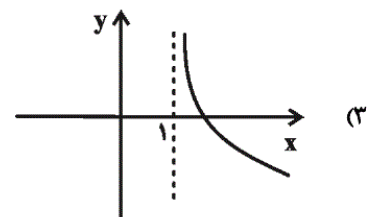
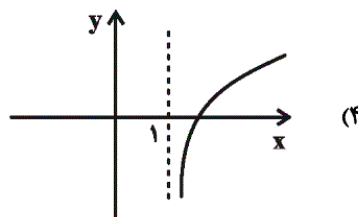
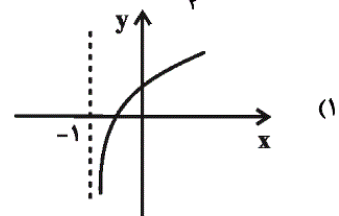
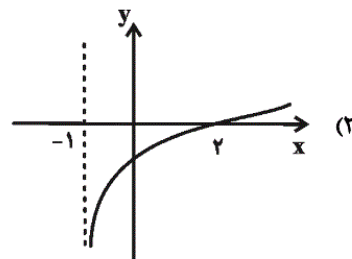
شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- اگر $\log_b^a = 3$ باشد، حاصل $\log_{\sqrt{a}}^b$ برابر کدام است؟ ($a, b > 0$ و $a, b \neq 1$)

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) ۳ (۴) $\frac{4}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- نمودار تابع $y = -\log_{\frac{1}{2}}^{(x-1)}$ کدام است؟



شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ۱ - سوالات موازی ، ویژگی های لگاریتم و حل معادلات لگاریتمی ، توابع نمایی و لگاریتمی -
۱۳۹۶۱۲۰۴

۱۱۷- حاصل ضرب ریشه های معادله $x^{1-\log x} = \frac{1}{100}$ کدام است؟

- (۱) ۱۰۰ (۲) ۰/۱ (۳) ۱۰ (۴) ۱

۱۱۸- حاصل $\frac{4}{100}$ به توان $\log_{\sqrt{5}}^{81}$ کدام است؟

- (۱) 3^{-1} (۲) 3^{-2} (۳) 3^{-8} (۴) 3^{-16}

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- اگر معادله درجه دوم $x^2 - (1 + \log m)x + \log m = 0$ ریشه مضاعف داشته باشد، مقدار m کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۵ (۳) ۱ (۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۱۱۱- به ازای کدام مقدار مثبت k ، معادله $\log_3^x + \log_x^{\sqrt{3}} = k$ فقط یک جواب دارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- اگر $\log 2 = a$ و $\log 3 = b$ ، آن گاه $\log_{\sqrt{5}}^{24}$ برحسب a و b کدام است؟

- (۱) $\frac{4a + 2b}{1 - a}$ (۲) $\frac{2a + b}{1 - a}$ (۳) $\frac{6a + 2b}{1 - a}$ (۴) $\frac{2a + b}{1 + a}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- اگر $\log_{\sqrt{3}}^{a^2} + 2 \log_{\sqrt{3}}^{\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \log_{\sqrt{3}}^{(5+a)}$ باشد، آن گاه مجموع مقادیر ممکن برای a کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{5}{4}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- اگر $2 \log(\sqrt{2}m) - \log 1 = 3 \log 2 + \log(m+1)$ باشد، آن گاه مجموع مقادیر ممکن برای m کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) $3 - \sqrt{2}$ (۳) $2 + 2\sqrt{2}$ (۴) ۵

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- اگر انرژی آزاد شده زلزله (E) از رابطه $\log E = 11/8 + 1/5 M$ (در مقیاس ریشتر) به دست آید، انرژی آزاد شده در یک زلزله ۷/۵ ریشتری چند برابر انرژی آزاد شده در یک زلزله ۵/۵ ریشتری است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{15}{11}$ (۳) ۱۰۰ (۴) ۱۰۰۰

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- اگر $x > 0$ و $x^2 > 2^x$ در بازه (a, b) برقرار باشد، حداکثر مقدار عبارت $\log_8^{\sqrt{b-a}}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- دامنه تابع $y = \log(2^x - 3)$ کدام است؟

- (۱) $(0, +\infty)$ (۲) $(\log_2^3, +\infty)$ (۳) $(\log_2^2, +\infty)$ (۴) $(0, 1)$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- در ۲۱ آبان ماه سال ۹۶، زلزله‌ای به شدت ۷/۳ در مقیاس ریشتر استان کرمانشاه را لرزاند. میزان انرژی آزاد شده در این زلزله تقریباً چند یرگ است؟
($\log E = 11/8 + 1/5 M$ ، در مقیاس ریشتر است.)

- (۱) $2^{20/25}$ دآلود از سایت ریاضی سرا $2^{22/25}$ (۲) $2^{20/25}$ (۳) $2^{22/25}$ (۴) $2^{20/25}$

۱۰۱- حاصل $\log \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt{32}}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{20}{9}$ (۲) $-\frac{16}{15}$ (۳) $\frac{18}{29}$ (۴) $\frac{15}{32}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲- معادله لگاریتمی $\log_f(x^2-3) = \log_f(2x)$ دارای چند ریشه است؟
(۱) فاقد ریشه است. (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- مقدار $\frac{\log(\log 3)}{\log 4}$ کدام است؟

- (۱) $\log 3$ (۲) $\log \sqrt{3}$ (۳) $\sqrt{\log 3}$ (۴) $\frac{1}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- اگر $\log_3(3+\log_2^x) = 2$ ، مقدار $\log_4^x$ کدام است؟
(۱) ۶ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، آمار و احتمال، مبانی احتمال، احتمال - ۱۳۹۶۱۲۰۴

۱۳۱- دو ماشین A و B به ترتیب ۶۰ و ۴۰ درصد از کل تولیدات یک کارخانه را می‌سازند. درصد معیوب بودن تولیدات هر دستگاه به ترتیب ۵ و ۳ درصد می‌باشد. اگر یک محصول از کارخانه به تصادف انتخاب شود، احتمال سالم بودن این محصول چقدر است؟

- (۱) ۰/۹۵۰ (۲) ۰/۹۷۰ (۳) ۰/۹۵۸ (۴) ۰/۹۶۴

شما پاسخ نداده اید

۱۳۲- فردی که به ۸۰ درصد مطالب یک درس مسلط است، به یک تست ۵ گزینه‌ای در درس مورد نظر پاسخ صحیح داده است. احتمال آنکه جواب صحیح را بلد بوده باشد، برابر کدام گزینه است؟ (اگر این فرد، مطلب درسی را بلد نباشد، پاسخ تست را به تصادف انتخاب می‌کند).

- (۱) $\frac{18}{19}$ (۲) $\frac{20}{21}$ (۳) $\frac{13}{19}$ (۴) $\frac{17}{19}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۳- در جعبه A، ۱۰ لامپ که ۳ تای آنها معیوب و در جعبه B، ۸ لامپ که ۲ تای آنها معیوب است، وجود دارد. به طور تصادفی ۵ لامپ از جعبه A و ۳ لامپ از جعبه B خارج کرده و در جعبه C که شامل ۲ لامپ سالم و ۲ لامپ معیوب است، قرار می‌دهیم. اگر اکنون از جعبه C، لامپی به تصادف خارج کنیم با کدام احتمال این لامپ معیوب است؟

- (۱) $\frac{21}{48}$ (۲) $\frac{19}{48}$ (۳) $\frac{23}{48}$ (۴) $\frac{17}{48}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۴- یک سکه را پرتاب می‌کنیم. اگر رو بیاید، دو سکه دیگر و در صورتی که پشت بیاید، سه سکه دیگر پرتاب می‌کنیم. اگر در پایان این آزمایش تصادفی، سه سکه رو آمده باشد، با کدام احتمال سکه اول نیز رو آمده است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{7}{8}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، آمار و احتمال ، پیشامدهای مستقل و وابسته ، احتمال - ۱۳۹۶۱۲۰۴

۱۳۵- تعدادی دانش‌آموز از سه رشته ریاضی، تجربی و انسانی داریم. از رشته ریاضی ۳ پسر و ۷ دختر، از رشته تجربی ۴ پسر و ۶ دختر و از رشته انسانی ۸ پسر و ۲ دختر وجود دارد. به تصادف از یکی از این رشته‌های تحصیلی دانش‌آموزی انتخاب می‌کنیم. اگر دانش‌آموز انتخابی پسر باشد، با چه احتمالی از رشته انسانی انتخاب شده است؟

- (۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{7}{30}$ (۳) $\frac{1}{15}$ (۴) $\frac{8}{15}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۶- در پرتاب دو تاس با یکدیگر، اگر پیشامدهای A، B و C به ترتیب به صورت «هر دو عدد رو شده فرد باشند»، «مجموع دو عدد رو شده کمتر از ۵ باشد.» و «یکی از اعداد رو شده، بزرگ‌تر از دو برابر دیگری باشد.»، تعریف شده باشند، آن‌گاه کدام دو پیشامد مستقل از هم هستند؟

- (۱) A و B (۲) A و C (۳) B و C (۴) هیچ دو پیشامدی مستقل از هم نیستند.

شما پاسخ نداده اید

۱۳۷- اگر دو پیشامد A و B، مستقل از یکدیگر و $P(A|B) = \frac{2}{3}$ و $P(A-B) = \frac{1}{4}$ ، حاصل $P(B-A)$ چقدر است؟

- (۱) $\frac{5}{24}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{7}{24}$ (۴) $\frac{3}{8}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۸- اگر دو پیشامد A و B، مستقل از هم باشند به طوری که $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$ و $P(B \cap A') = \frac{1}{4}$ ، حاصل $P(A \cup B)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{17}{20}$ (۲) $\frac{4}{5}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{7}{10}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۹- احتمال اینکه علی به پارک برود، ۹۰ درصد است و احتمال آن که علی و محمد، هر دو به پارک بروند، ۴۵ درصد است. احتمال آن که حداقل یکی از بین علی و محمد به پارک برود، کدام است؟

- (۱) $\frac{93}{100}$ (۲) $\frac{95}{100}$ (۳) $\frac{97}{100}$ (۴) $\frac{96}{100}$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۰- دسته‌ای شامل ۳۰ کارت به رنگ‌های قرمز، آبی و سبز می‌باشد که هر کدام شامل شماره‌های ۱ تا ۱۰ است. ۳ کارت پی‌درپی، به تصادف و بدون جایگذاری از این دسته کارت برمی‌داریم. احتمال این‌که این کارت‌ها هم شماره نباشند، چقدر است؟

- (۱) $\frac{27}{29} \times \frac{24}{28}$ (۲) $\frac{20}{29} \times \frac{10}{28}$ (۳) $\frac{1}{30} \times \frac{1}{20} \times \frac{1}{10}$ (۴) $\frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10}$

شما پاسخ نداده اید

۹۲-

(معمدرضا کشاورزی)

گزینه «۱»: درست نیست، زیرا:

$$2 \text{ rad} = 2 \times 57^\circ = 114^\circ \quad (\text{ربع دوم})$$

گزینه «۲»: درست نیست، زیرا:

$$3 \text{ rad} = 3 \times 57^\circ = 171^\circ \quad (\text{ربع دوم})$$

گزینه «۳»: درست نیست، زیرا:

$$4 \text{ rad} = 4 \times 57^\circ = 228^\circ \quad (\text{ربع سوم})$$

گزینه «۴»: درست است، زیرا:

$$6 \text{ rad} = 6 \times 57^\circ = 342^\circ \quad (\text{ربع چهارم})$$

(حسابان ۱- مثلثات - صفحه‌های ۹۲ تا ۹۷)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

۹۳-

(مهدی ملایمفانی)

60° معادل $\frac{\pi}{3}$ رادیان است. به علاوه وقتی قطر دایره π است، شعاع آن $\frac{\pi}{2}$ می‌شود.

$$L = r\theta \Rightarrow L = \frac{\pi}{2} \times \frac{\pi}{3} = \frac{\pi^2}{6}$$

(حسابان ۱- مثلثات - صفحه‌های ۹۲ تا ۹۷)

☐ ۴

☐ ۳

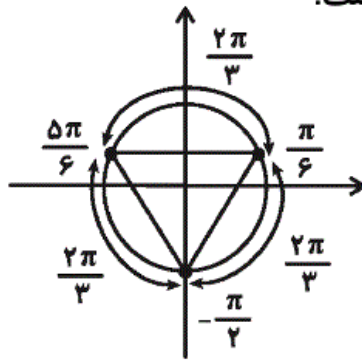
☒ ۲

☐ ۱

۹۴-

(معدی ملارمفانی)

با توجه به نقاط مشخص شده از انتهای کمان‌ها درمی‌یابیم که نقاط روی کمان دایره مثلثاتی به فاصله‌های مساوی از یکدیگر قرار گرفته‌اند، پس محیط دایره را به سه کمان مساوی تقسیم می‌کنند و نتیجه می‌گیریم مثلث ایجاد شده یک مثلث متساوی‌الاضلاع است.



(مسابقان ۱- مثلثات - صفحه‌های ۹۲ تا ۹۷)

۴

۳

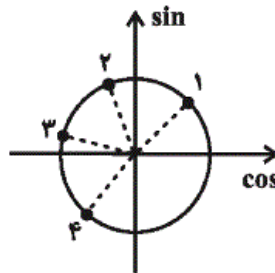
۲✓

۱

۹۵-

(معدی بصیرایی)

می‌دانیم $1 \text{ rad} \approx 57^\circ$ است. پس زاویه‌ها به شکل زیر روی دایره مثلثاتی قرار می‌گیرند. تصویر هر نقطه روی دایره مثلثاتی بر محور عمودی برابر با سینوس زاویه متناظر با آن نقطه است، پس مقدار سینوس ۲ رادیان از همه بزرگ‌تر است.



(مسابقان ۱- مثلثات - صفحه‌های ۹۲ تا ۹۷)

۴

۳

۲✓

۱

۹۶-

(مسین هاجیلو)

زاویه بزرگ‌تر را a و زاویه کوچک‌تر را b در نظر می‌گیریم.

$$\begin{cases} a + b = \frac{11\pi}{18} & \text{رادیان} \\ a - b = 40^\circ = 40^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ} = \frac{2\pi}{9} & \text{رادیان} \end{cases}$$

از حل دستگاه مقدار $a = \frac{5\pi}{12}$ و $b = \frac{7\pi}{36}$ به دست می‌آید.

(مسابقان ۱- مثلثات - صفحه‌های ۹۲ تا ۹۷)

۴

۳

۲

۱✓

زاویه 45° برابر $\frac{\pi}{4}$ رادیان است.

$$L = r\theta \Rightarrow \widehat{AB} = L = (6400 + 600) \frac{\pi}{4} = \frac{7000\pi}{4} = 1750\pi$$

هر ساعت 10π کیلومتر را طی می‌کند. پس 1750π کیلومتر را در ۱۷۵ ساعت خواهد رفت.

(مسئله ۱- مثلثات - صفحه‌های ۹۲ تا ۹۷)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

(معمومه گزایی)

اگر زاویه θ در دایره‌ای به شعاع r ، طول L را جدا کند (مسافتی به طول L را طی کند)، در این صورت اندازه θ بر حسب رادیان برابر $\frac{L}{r}$ است.

$$\theta = \frac{L}{r} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \xrightarrow{R=\theta=\frac{5}{3} \text{ رادیان}} D = \frac{180^\circ \times \frac{5}{3}}{\pi} \Rightarrow D = \frac{300^\circ}{\pi}$$

(مسئله ۱- مثلثات - صفحه‌های ۹۲ تا ۹۷)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☒ ۱

(مسئله ظاهر شعاعی)

این چرخ در یک ساعت زاویه $2\pi \times 3000$ رادیان را طی می‌کند. می‌توان نوشت:

ثانیه	رادیان	
۳۶۰۰	$2000 \times 2\pi$	
۱ ثانیه	x	$\Rightarrow x = \frac{2000 \times 2\pi}{3600} = \frac{60\pi}{36} = \frac{5\pi}{3}$

پس بعد از گذشت یک ثانیه چرخ زاویه $\frac{5\pi}{3}$ رادیان را طی می‌کند.

(مسئله ۱- مثلثات - صفحه‌های ۹۲ تا ۹۷)

☒ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

(علی شهرابی)

$$1 \text{ rad} = \frac{180^\circ}{\pi} \Rightarrow \frac{1 \text{ rad}}{\pi^\circ} = \frac{180^\circ}{\pi^\circ} = \frac{180}{\pi^2} \approx \frac{180}{(3.14)^2} \approx \frac{180}{9.86} \approx 18$$

(مسئله ۱- مثلثات - صفحه‌های ۹۲ تا ۹۷)

☒ ۴

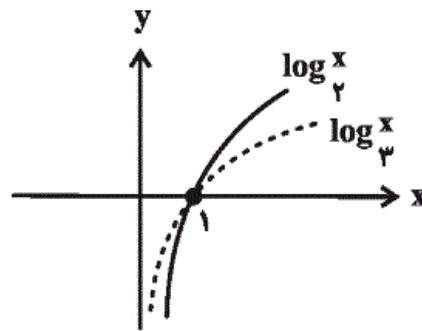
☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

-۸۵

(امیر هوشنگ قمسه)



$$\log_3^x > \log_2^x \Rightarrow x \in (0, 1) \Rightarrow \max(b-a) = 1$$

(مسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۸۰ تا ۸۵)

۴

۳

۲

۱ ✓

-۸۹

(محمدمصطفی ابراهیمی)

اگر $f(a) = -2$ باشد و تابع وارون‌پذیر باشد، در این صورت

$$f^{-1}(-2) = a \text{ می‌شود.}$$

$$f(a) = \log_4^{(3a-1)} = -2 \Rightarrow 3a-1 = 4^{-2} = \frac{1}{16}$$

$$\Rightarrow 3a = \frac{1}{16} + 1 = \frac{17}{16} \Rightarrow a = \frac{17}{48}$$

(مسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۸۰ تا ۸۵)

۴

۳ ✓

۲

۱

-۹۰

(مهری ملارمضانی)

مساحت قسمت هاشورخورده (ذوزنقه) برابر ۳ است، بنابراین:

$$S = \frac{|f(2) + f(4)| (4-2)}{2} = 3 \Rightarrow |f(2) + f(4)| = 3$$

$$\xrightarrow{\text{با توجه به شکل}} f(2) + f(4) = -3 \Rightarrow \log_a^2 + \log_a^4 = -3$$

$$\Rightarrow \log_a^{2 \times 4} = -3 \Rightarrow a^{-3} = 8 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$f(x) = \log_{\frac{1}{2}}^x \Rightarrow f(64) = \log_{\frac{1}{2}}^{64} = \log_{\frac{1}{2}}^{2^6} = -6$$

(مسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۸۰ تا ۸۵)

۴

۳

۲ ✓

۱

برای آن که معادله درجه دوم، تنها یک جواب داشته باشد، باید دلتای آن صفر باشد. پس:

$$\Rightarrow k^2 - 1 = 0 \Rightarrow k^2 = 1 \Rightarrow k = \pm \sqrt{1} \xrightarrow{k > 0} k = 1$$

(مساكنات -1 و 1 را به هم میزنیم - صفحه های ۱۶ تا ۹۰)

(مسایان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی) - صفحه‌های ۱۶ تا ۹۰

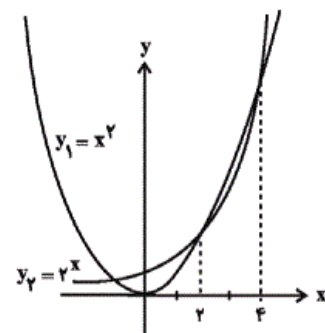
۲

☒

2

1

$$\log_{\lambda} \sqrt{b-a} = \log_{\lambda} \sqrt{\gamma} = \log_{\frac{\gamma}{\gamma}}^{\frac{1}{\gamma}} = \frac{1}{\varepsilon}$$



(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۱۰ تا ۱۷)

۲

3

۲

☒

(محمد مصطفیٰ، ابراہیم،)

- ٨٧ -

$$r^X - r > 0 \Rightarrow r^X > r \Rightarrow \log_{r^X} > \log_r \Rightarrow x > \log_r$$

(مسایان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۱۰ تا ۱۷)

۲

3

☒ 2 ✓

1

(محمد مصطفیٰ، ابراہیم،)

— ۲۲ —

$$\log E = 11/\lambda + 1/\delta M \Rightarrow \log E = 11/\lambda + 1/\delta \times \gamma/\gamma$$

$$= 11/8 + 10/95 = 22/75$$

$$\log E = 22 / 75 \Rightarrow E = 1.29$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۸۲ و ۸۱ تا ۹۰)

۲

3

☒ 2 ✓

1

(امم هوشنگ فمسه)

- ۸۱ -

$$\log_{\frac{1}{22}}^{\frac{1}{22}} = \log_{\frac{1}{22}}^{\frac{1}{22}} = \frac{-\frac{1}{22}}{\frac{1}{22}} \log_{\frac{1}{22}}^{\frac{1}{22}} = -\frac{16}{15}$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۱۶ و ۱۷)

۴

3

☒ 2 ✓

1

-۸۲

(امیر هوشنگ قمسه)

$$x^2 - 3 = 2x \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow x = -1, 3$$

$x = -1$ در دامنه نیست. پس معادله دارای یک ریشه است.

(مسابقان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۱۷ و ۱۸)

۱	۲ ✓	۳	۴
---	-----	---	---

-۸۳

(مهدی ملارمضانی)

$$\frac{\log(\log 3)}{2 \log 4} = 2^{\log_4^{\log 3}} = (\log 3)^{\log_4^2}$$

$$= (\log 3)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\log 3}$$

توجه کنید از روابط لگاریتمی $\frac{\log a}{\log b} = \log_b^a$ و $a^{\log_c^b} = b^{\log_c^a}$ استفاده کرده‌ایم.

(مسابقان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۱۶، ۱۷ و ۹۰)

۱	۲	۳ ✓	۴
---	---	-----	---

-۸۴

(محمدرضا کشاورزی)

$$3 + \log_4^x = 9 \Rightarrow \log_4^x = 6 \Rightarrow x = 64$$

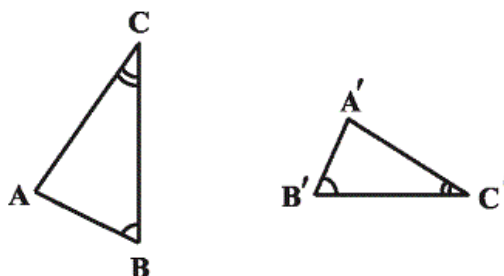
$$\log_4^x = \log_4^{64} = \log_4^{4^3} = 3 \log_4^4 = 3$$

(مسابقان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۱۰ تا ۱۸)

۱	۲	۳	۴ ✓
---	---	---	-----

ریاضی ، هندسه ی ۲ ، تبدیل های هندسی ، تبدیل ها ی هندسی و کاربردها - ۱۳۹۶۱۲۰۴

تجانس همواره جهت اشکال، اندازه زاویه‌ها و شیب خطوط را حفظ می‌کند. تجانس با نسبت $|k| < 1$ ، انقباض و با نسبت $|k| > 1$ ، انبساط نام دارد. دو شکل متجانس، متشابه‌اند ولی دو شکل متشابه ممکن است، متجانس نباشند. مطابق شکل، دو مثلث ABC و $A'B'C'$ متشابه‌اند ولی متجانس نیستند.



(هندسه ۲- صفحه‌های ۴۵ تا ۴۹)

۴

۳

۲

۱✓

تبدیلی که هر نقطه صفحه را به خود آن نقطه نظیر می‌کند، تبدیل همانی نام دارد. تبدیل همانی همواره طولیاست، زیرا به ازای دو نقطه A و B داریم:

$$\begin{cases} T(A) = A \\ T(B) = B \end{cases} \Rightarrow AB = AB$$

همه نقاط صفحه در تبدیل همانی، نقطه ثابت تبدیل هستند. انتقال با بردار صفر، دوران با زاویه 360° درجه و تجانس با نسبت $k = 1$ ، تبدیل همانی هستند.

در بازتاب به جز نقاطی که روی خط بازتاب قرار دارند، تصویر هر نقطه مثل A ، نقطه‌ای مثل A' است که در طرف دیگر خط بازتاب قرار دارد. پس بازتاب، هیچ‌گاه تبدیل همانی نیست.

(هندسه ۲- صفحه‌های ۴۹ و ۵۰)

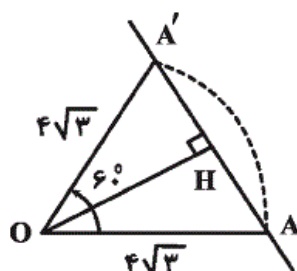
۴✓

۳

۲

۱

مطابق شکل، A' تصویر A تحت دوران به مرکز O و زاویه 60° است. بنابراین مثلث OAA' متساوی الاضلاع است. می‌خواهیم OH را به دست آوریم:



$$OH = \frac{\sqrt{3}}{2} AA' = \frac{\sqrt{3}}{2} OA = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4\sqrt{3} = 6$$

یادآوری: در مثلث متساوی الاضلاع، اندازه هر ارتفاع، برابر طول ضلع آن است.

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۴۲ تا ۴۴)

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

(نرگس کارگر)

اگر مساحت مربع $ABCD$ به ضلع a را S فرض کنیم، مساحت

مربع $A'B'C'D'$ برابر $\frac{4}{9}S$ خواهد بود. پس مساحت ناحیه محدود بین

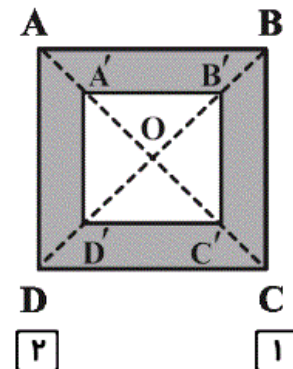
مربع و تصویرش برابر $S - \frac{4}{9}S = \frac{5}{9}S$ است، در نتیجه داریم:

$$\frac{5}{9}S = 5 \Rightarrow S = 9 \Rightarrow a^2 = 9 \Rightarrow a = 3$$

$$\Rightarrow \text{محیط مربع} = 4a = 12$$

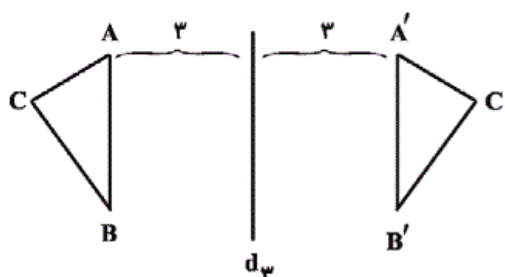
(هندسه ۲ - صفحه‌های ۴۵ تا ۴۹)

☐ ۴

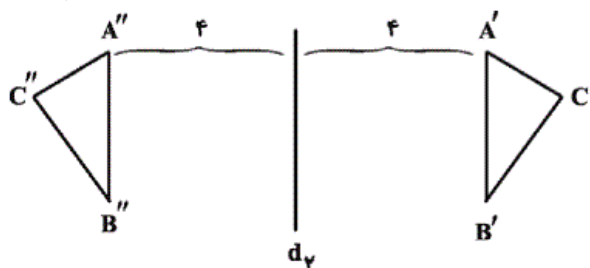
☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

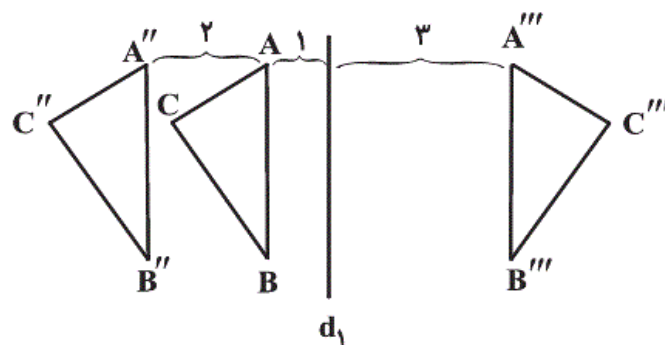
بنا بر تعریف بازتاب داریم:



(بازتاب نسبت به d_3)



(بازتاب نسبت به d_2)



(بازتاب نسبت به d_1)

در نتیجه مطابق شکل بالا، فاصله AA''' برابر با ۴ است.

(هندسه ۲- صفحه ۴۴)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$\begin{cases} GA' = \frac{1}{3}AA' \\ GB' = \frac{1}{3}BB' \\ GC' = \frac{1}{3}CC' \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} GA = \frac{2}{3}AA' \\ GB = \frac{2}{3}BB' \\ GC = \frac{2}{3}CC' \end{cases}$$

از طرفی بنابر فرض مسأله $A'A'' = \frac{2}{3}AA'$ ، $B'B'' = \frac{2}{3}BB'$ و

$C'C'' = \frac{2}{3}CC'$ است. بنابراین:

$$\begin{cases} GA'' = GA' + A'A'' = \frac{1}{3}AA' + \frac{2}{3}AA' = AA' = \frac{3}{2}GA \\ GB'' = GB' + B'B'' = \frac{1}{3}BB' + \frac{2}{3}BB' = BB' = \frac{3}{2}GB \\ GC'' = GC' + C'C'' = \frac{1}{3}CC' + \frac{2}{3}CC' = CC' = \frac{3}{2}GC \end{cases}$$

پس:

$$|k| = \frac{GA''}{GA} = \frac{GB''}{GB} = \frac{GC''}{GC} = \frac{3}{2}$$

$$\xrightarrow[k < 0]{\text{تجانس معکوس است}} k = -\frac{3}{2}$$

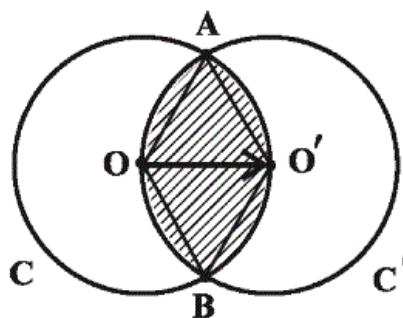
(هندسه ۲- صفحه‌های ۴۵ تا ۴۹)

۴

۳ ✓

۲

۱



با توجه به شکل، چون اندازه بردار $\vec{V}$ برابر شعاع دایره است، پس برای رسم انتقال یافته دایره C تحت این بردار، کافی است دایره‌ای به مرکز O' و شعاع ۱ رسم کنیم، به طوری که $\vec{OO'} = \vec{V}$. اکنون باید مساحت قسمت هاشور خورده را تعیین کنیم که این قسمت، از یک لوزی و چهار قطعه تشکیل شده است. پس داریم:

$$S_{AOBO'} = 2S_{\Delta OAO'} = 2\left(\frac{\sqrt{3}}{4} OO'^2\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$-S_{\Delta OAO'} = \text{مساحت قطاع } 60^\circ = \text{مساحت یک قطعه}$$

$$= \frac{60}{360}(\pi \times 1^2) - \left(\frac{\sqrt{3}}{4} \times 1^2\right) = \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4}$$

بنابراین مساحت خواسته شده برابر است با:

$$\frac{\sqrt{3}}{2} + 4\left(\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4}\right) = \frac{2\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

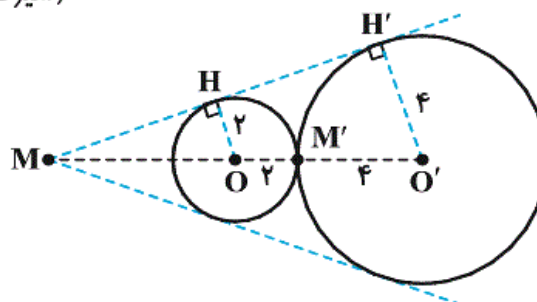
۴ ✓

۳

۲

۱

(امیر حسین ابومصوب)



نقطه تماس دو دایره، مرکز تجانس معکوس است و محل تلاقی دو مماس مشترک خارجی، مرکز تجانس مستقیم می‌باشد. حال داریم:

$$OH \parallel O'H' \Rightarrow \frac{OM}{O'M} = \frac{OH}{O'H'} \Rightarrow \frac{OM}{OM+6} = \frac{2}{4}$$

$$\Rightarrow OM = 6 \Rightarrow MM' = OM + OM' = 6 + 2 = 8$$

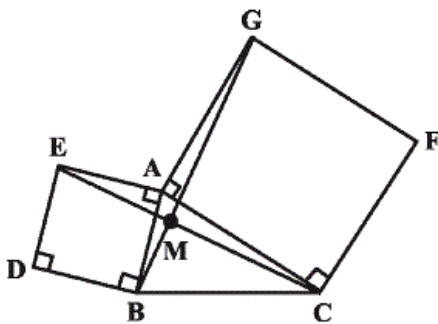
(هندسه ۲ - صفحه‌های ۴۵ تا ۵۰)

۴

۳ ✓

۲

۱



با توجه به فرضیات مسئله می‌دانیم نقاط B و E از نقطه A هم‌فاصله بوده و $\hat{BAE} = 90^\circ$ است. همچنین $AC = AG$ و $\hat{CAG} = 90^\circ$ می‌باشد. لذا در دوران به اندازه زاویه 90° در جهت عقربه‌های ساعت و به مرکز نقطه A ، نقطه B به نقطه E و نقطه C به نقطه G انتقال می‌یابد.

در نتیجه پاره‌خط CE دوران یافته BG به اندازه 90° درجه می‌باشد. از طرفی می‌دانیم دوران یک تبدیل طولی محسوب می‌شود، بنابراین:

$$BG = CE \quad \text{و} \quad \hat{BMC} = 90^\circ \quad (*)$$

همچنین از رابطه $(*)$ نتیجه می‌گیریم که:

$$1) \quad \Delta BMC : MB^2 + MC^2 = BC^2$$

$$2) \quad \begin{cases} \hat{BME} + \hat{BDE} = 180^\circ \Rightarrow \text{محاطی است } MBDE \\ \hat{CMG} + \hat{CFG} = 180^\circ \Rightarrow \text{محاطی است } MCFG \end{cases}$$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۴۲ تا ۴۴)

۴✓

۳

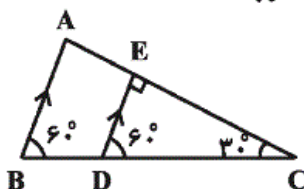
۲

۱

-۱۳۰

(سینا معمدرپور)

بنابر داده‌های مسئله، اندازه زاویه بین DC و EC برابر 30° است و چون در تجانس زاویه‌ها ثابت می‌ماند، پس اندازه زاویه بین مجانس‌های این دو پاره‌خط نیز در هر تجانسی، برابر همان 30° درجه است.



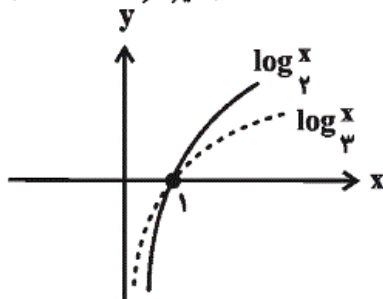
(هندسه ۲ - صفحه‌های ۴۵ تا ۵۰)

۴

۳✓

۲

۱



$$\log_3^x > \log_2^x \Rightarrow x \in (0, 1) \Rightarrow \max(b-a) = 1$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۵)

۴

۳

۲

۱✓

(مهمربمصطفی ابراهیمی)

اگر $f(a) = -2$ باشد و تابع وارون‌پذیر باشد، در این صورت

$$f^{-1}(-2) = a \text{ می‌شود.}$$

$$f(a) = \log_4^{(3a-1)} = -2 \Rightarrow 3a-1 = 4^{-2} = \frac{1}{16}$$

$$\Rightarrow 3a = \frac{1}{16} + 1 = \frac{17}{16} \Rightarrow a = \frac{17}{48}$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۵)

۴

۳✓

۲

۱

(مهری ملارمضانی)

مساحت قسمت هاشورخورده (ذوزنقه) برابر ۳ است، بنابراین:

$$S = \frac{|f(2) + f(4)| (4-2)}{2} = 3 \Rightarrow |f(2) + f(4)| = 3$$

با توجه به شکل $\rightarrow f(2) + f(4) = -3 \Rightarrow \log_a^2 + \log_a^4 = -3$

$$\Rightarrow \log_a^{2 \times 4} = -3 \Rightarrow a^{-3} = \frac{1}{8} \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$f(x) = \log_{\frac{1}{2}}^x \Rightarrow f(64) = \log_{\frac{1}{2}}^{64} = -6$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۵)

۴

۳

۲✓

۱

(سیدعلی حسینی)

$$\log_{\sqrt{a}}^b = \log_{a^{\frac{1}{2}}}^b = \frac{2}{1} \log_a^b = 4 \log_a^b = 4 \times (\log_a^b)^{-1} = \frac{4}{3}$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۱۶، ۱۷ و ۹۰)

۴

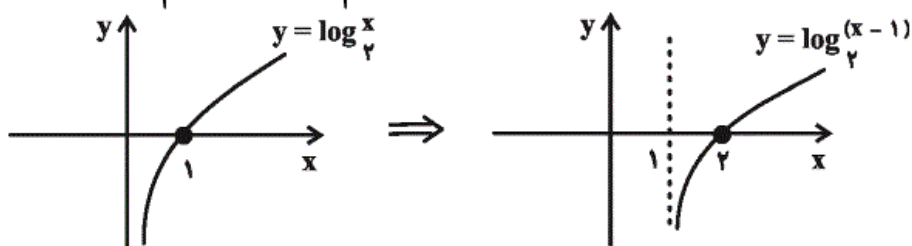
۳

۲

۱✓

با ساده‌سازی تابع داده شده داریم:

$$y = -\log_{\frac{1}{2}}(x-1) = \log_{\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}}(x-1) \Rightarrow y = \log_2(x-1)$$



(حسابان ۱- صفحه‌های ۸۰ تا ۸۵)

۴✓

۳

۲

۱

ریاضی، حسابان ۱ - سوالات موازی، ویژگی‌های لگاریتم و حل معادلات لگاریتمی، توابع نمایی و لگاریتمی -

۱۳۹۶۱۲۰۴

(علی ساوپی)

با توجه به وجود $\log x$ در معادله، دامنه آن $x > 0$ است. اگر از دو طرف تساوی، لگاریتم در پایه ۱۰ بگیریم، آن‌گاه داریم:

$$\log(x^{1-\log x}) = \log \frac{1}{100}$$

$$\Rightarrow (1 - \log x) \cdot \log x = \log 1 - \log 100 = -\log 100 = -2$$

بنابراین:

$$(1 - \log x) \log x = -2$$

اگر قرار دهیم $u = \log x$ ، آن‌گاه:

$$(1 - u)u = -2 \Rightarrow u^2 - u - 2 = 0 \Rightarrow u = 2 \text{ یا } u = -1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \log x_1 = 2 \Rightarrow x_1 = 100 \\ \log x_2 = -1 \Rightarrow x_2 = \frac{1}{10} \end{cases}$$

$$x_1 x_2 = 100 \times \frac{1}{10} = 10$$

(حسابان ۱- صفحه‌های ۸۰ تا ۸۸ و ۹۰)

۴

۳✓

۲

۱

$$\log_{\frac{1}{100}}^{\frac{1}{\Delta^2}} = \left(\frac{1}{2\Delta}\right)^{2\log_{\Delta}^{\frac{1}{\Delta^2}}} = (\Delta^{-2})^{2\log_{\Delta}^{\frac{1}{\Delta^2}}}$$

$$= \Delta^{-4\log_{\Delta}^{\frac{1}{\Delta^2}}} = \Delta^{\log_{\Delta}^{\frac{1}{\Delta^2}}^{-4}} = \Delta^{-4} = 3^{-16}$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۸۶، ۸۷ و ۹۰)

[۴]✓

[۳]

[۲]

[۱]

(عرفان، رفیعی‌کیا)

$$b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow (1 + \log m)^2 - 4 \log m = 0$$

$$\Rightarrow 1 + 2 \log m + (\log m)^2 - 4 \log m = 0$$

$$\Rightarrow 1 - 2 \log m + (\log m)^2 = 0 \Rightarrow (1 - \log m)^2 = 0$$

$$\Rightarrow \log m = 1 \Rightarrow m = 10$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۸۰ تا ۸۸)

[۴]

[۳]

[۲]

[۱]✓

(حسن نصرتی‌ناهوک)

$$\log_3^x + \log_x^{\sqrt{3}} = k \Rightarrow \log_3^x + \log_x^{\frac{1}{2}} = k$$

$$\Rightarrow \log_3^x + \frac{1}{2} \log_x^{\frac{1}{2}} = k \xrightarrow{\log_3^x = \frac{1}{\log_x^2}} \log_3^x + \frac{1}{2 \log_3^x} = k$$

با فرض $\log_3^x = A$ داریم:

$$A + \frac{1}{2A} = k \xrightarrow{A \neq 0} 2A^2 - 2kA + 1 = 0$$

برای آن که معادله درجه دوم، تنها یک جواب داشته باشد، باید دلتای آن صفر باشد. پس:

$$\Delta = 0 \Rightarrow (-2k)^2 - 4(2)(1) = 0$$

$$\Rightarrow 4k^2 - 8 = 0 \Rightarrow k^2 = 2 \Rightarrow k = \pm\sqrt{2} \xrightarrow{k > 0} k = \sqrt{2}$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

[۴]

[۳]✓

[۲]

[۱]

$$\log_{\sqrt{5}} 24 = 2 \log_{\sqrt{5}} 24 = 2 \times \frac{\log 24}{\log 5}$$

$$= 2 \times \frac{\log(2^3 \times 3)}{\log 10} = 2 \times \frac{3 \log 2 + \log 3}{\log 10 - \log 2} = 2 \times \frac{3a + b}{1 - a} = \frac{6a + 2b}{1 - a}$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۸۶، ۸۷ و ۹۰)

۴

۳✓

۲

۱

با استفاده از ویژگی‌های لگاریتم، داریم:

$$\log_3 a^2 + 2 \log_{\frac{1}{3}} (2)^{\frac{1}{2}} = \log_3 a^2 + \log_3 4 = \log_3 4a^2 \quad (*)$$

(۳)²

طرف راست تساوی برابر است با:

$$\frac{1}{2} \log_{\sqrt{3}} (\delta + a) = \log_{\sqrt{3}} (\delta + a) \quad (**)$$

از برابر قرار دادن روابط (*) و (**) نتیجه می‌گیریم که:

$$\log_3 4a^2 = \log_3 \delta + a \Rightarrow 4a^2 = \delta + a \Rightarrow 4a^2 - a - \delta = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = \frac{5}{4} \end{cases}$$

که هر دو مقدار به دست آمده، قابل قبول‌اند. بنابراین مجموع مقادیر

$$\text{ممکن برای } a \text{ برابر است با: } -1 + \frac{5}{4} = \frac{1}{4}$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸ و ۹۰)

۴

۳✓

۲

۱

بنابر ویژگی‌های لگاریتم، می‌دانیم $\log 1 = 0$ است. بنابراین داریم:

$$2 \log(\sqrt{2} m) - \log 1 = 2 \log 2 + \log(m+1)$$

$$\Rightarrow \log(2m^2) = \log 8 + \log(m+1) \Rightarrow \log(2m^2) = \log(8(m+1))$$

$$\Rightarrow 2m^2 = 8(m+1) \Rightarrow m^2 - 4m - 4 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = 2 - 2\sqrt{2} \quad (\text{غ ق ق}) \\ m = 2 + 2\sqrt{2} \end{cases}$$

در نتیجه تنها مقدار ممکن برای m ، همان $2 + 2\sqrt{2}$ است.

(مسایان ۱- صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸ و ۹۰)

۴

۳✓

۲

۱

(فرشاد فرامرزی)

$$\begin{cases} \log E_1 = 11/8 + 1/5 \times 7/5 \\ \log E_2 = 11/8 + 1/5 \times 5/5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \log E_1 - \log E_2 = 1/5 \times 2 = 3$$

$$\Rightarrow \log \frac{E_1}{E_2} = 3 \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = 1000$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۱۶ تا ۹۰)

[۴] ✓

[۳]

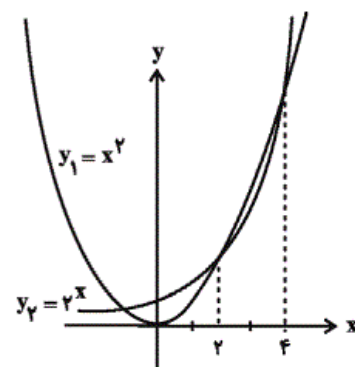
[۲]

[۱]

-۱۰۶

(امیر هوشنگ قمسه)

با توجه به شکل و این که $x > 0$ است، نمودار $y_1 = x^2$ در بازه $(2, 4)$ بالای نمودار $y_2 = 2^x$ قرار می‌گیرد.



$$\log_8 \sqrt{b-a} = \log_8 \sqrt{2} = \log_{2^3} 2^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{6}$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۸۰ تا ۸۷)

[۴]

[۳]

[۲]

[۱] ✓

-۱۰۷

(محمدرضا مصطفی ابراهیمی)

$$2^x - 3 > 0 \Rightarrow 2^x > 3 \Rightarrow \log_2 2^x > \log_2 3 \Rightarrow x > \log_2 3$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۸۰ تا ۸۷)

[۴]

[۳]

[۲] ✓

[۱]

-۱۰۸

(محمدرضا مصطفی ابراهیمی)

$$\log E = 11/8 + 1/5 M \Rightarrow \log E = 11/8 + 1/5 \times 7/3$$

$$= 11/8 + 10/95 = 22/75$$

$$\log E = 22/75 \Rightarrow E = 10^{22/75}$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۸۲، ۸۸ تا ۹۰)

[۴]

[۳]

[۲] ✓

[۱]

$$\log_{\frac{2^3}{5^{\frac{1}{22}}}}^{\frac{1}{2^{\frac{3}{5}}}} = \log_{\frac{2^{\frac{8}{5}}}{5^{\frac{1}{22}}}}^{\frac{1}{2^{\frac{3}{5}}}} = \frac{-\frac{8}{5}}{\frac{3}{5}} \log_2^2 = -\frac{16}{15}$$

(مسابقان ۱- صفحه‌های ۸۶ و ۸۷)

۴

۳

۲✓

۱

$$x^2 - 3 = 2x \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow x = -1, 3$$

 $x = -1$ در دامنه نیست. پس معادله دارای یک ریشه است.

(مسابقان ۱- صفحه‌های ۸۷ و ۸۸)

۴

۳

۲✓

۱

$$\frac{\log(\log 3)}{2 \log 4} = 2^{\log_4^{\log 3}} = (\log 3)^{\log_4^2}$$

$$= (\log 3)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\log 3}$$

توجه کنید از روابط لگاریتمی $\frac{\log a}{\log b} = \log_b^a$ و $a^{\log_c^b} = b^{\log_c^a}$ استفاده کردیم.

(مسابقان ۱- صفحه‌های ۸۶، ۸۷ و ۹۰)

۴

۳✓

۲

۱

$$3 + \log_7^x = 9 \Rightarrow \log_7^x = 6 \Rightarrow x = 6^4$$

$$\log_7^x = \log_7^{6^4} = \log_7^{4^3} = 3 \log_7^4 = 3$$

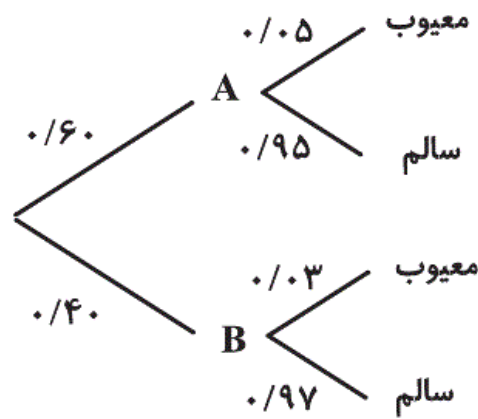
(مسابقان ۱- صفحه‌های ۸۰ تا ۸۸)

۴✓

۳

۲

۱



$$P(\text{سالم بودن}) = \frac{60}{100} \times \frac{95}{100} + \frac{40}{100} \times \frac{97}{100}$$

$$= \frac{570}{1000} + \frac{388}{1000} = \frac{958}{1000} = 0.958$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

۴

۳✓

۲

۱

اگر پیشامد A، دادن پاسخ صحیح به سوال و پیشامدهای B_1 و B_2 به ترتیب بلد بودن و بلد نبودن مطلب درسی مرتبط باشد، آنگاه داریم:

$$P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2)$$

$$P(A) = \frac{80}{100} \times 1 + \frac{20}{100} \times \frac{1}{5} = \frac{80}{100} + \frac{4}{100} = \frac{84}{100}$$

$$P(B_1|A) = \frac{P(B_1)P(A|B_1)}{P(A)} = \frac{\frac{80}{100} \times 1}{\frac{84}{100}}$$

$$P(B_1|A) = \frac{80}{84} = \frac{20}{21}$$

تذکر: از آنجا که در صورت بلد نبودن مطلب درسی، فرد گزینه را به طور تصادفی انتخاب می‌کند و تست‌ها ۵ گزینه‌ای هستند، پس:

$$P(A|B_2) = \frac{1}{5}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۵۸ تا ۶۴)

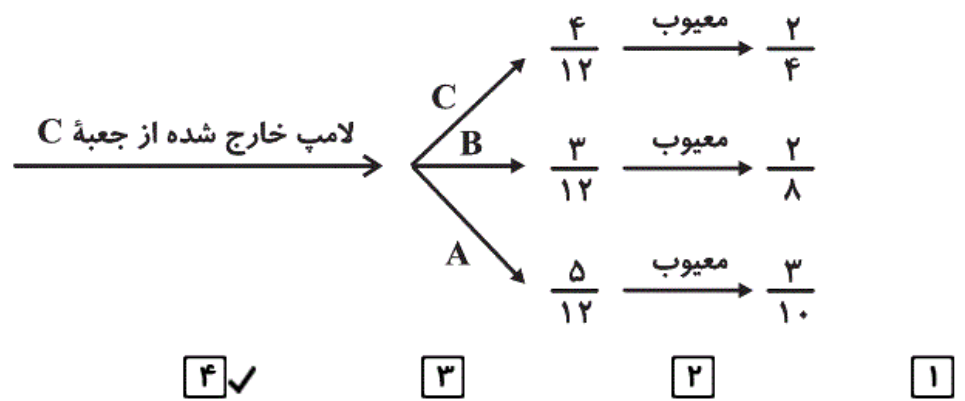
۴

۳

۲✓

۱

طبق نمودار درختی با سه حالت، داریم:



(امیر حسین ابومعویب)

اگر سکه اول رو آمده باشد، دو سکه پرتاب می‌کنیم که احتمال رو آمدن

هر دو سکه برابر $\frac{1}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$ است. اگر سکه اول پشت آمده باشد، سه

سکه پرتاب می‌کنیم که احتمال رو آمدن هر سه سکه برابر

$\frac{1}{8} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$ است. بنابراین اگر پیشامدهای رو آمدن و پشت آمدن

سکه اول را به ترتیب با B_1 و B_2 و پیشامد رو آمدن سه سکه را با A

نمایش دهیم، داریم:

$$P(A) = P(B_1)P(A | B_1) + P(B_2)P(A | B_2) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{8} = \frac{3}{16}$$

$$P(B_1 | A) = \frac{P(B_1)P(A | B_1)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}}{\frac{3}{16}} = \frac{2}{3}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۵۸ تا ۶۴)

۴ ۳ ۲✓ ۱

ریاضی، آمار و احتمال، پیشامدهای مستقل و وابسته، احتمال - ۱۳۹۶۱۲۰۴

ابتدا احتمال آن که دانش‌آموز انتخابی پسر باشد را محاسبه می‌کنیم:

$$P(\text{تجربی} | \text{پسر}) = P(\text{تجربی}) P(\text{پسر} | \text{تجربی}) + P(\text{ریاضی} | \text{پسر}) P(\text{ریاضی}) + P(\text{انسانی} | \text{پسر}) P(\text{انسانی})$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{3}{10} + \frac{1}{3} \times \frac{4}{10} + \frac{1}{3} \times \frac{8}{10} = \frac{3}{30} + \frac{4}{30} + \frac{8}{30} = \frac{15}{30}$$

$$P(\text{پسر} | \text{انسانی}) = \frac{P(\text{انسانی} | \text{پسر}) P(\text{پسر})}{P(\text{انسانی})}$$

$$= \frac{\frac{1}{3} \times \frac{8}{10}}{\frac{15}{30}} = \frac{8}{15}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۵۸ تا ۶۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

پیشامدهای A ، B و C عبارتند از:

$$A = \{(1,1), (1,3), (1,5), (3,1), (3,3), (3,5), (5,1), (5,3), (5,5)\}$$

$$B = \{(1,1), (1,2), (1,3), (2,1), (2,2), (3,1)\}$$

$$C = \{(1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,5), (2,6), (3,1), (4,1), (5,1), (5,2), (6,1), (6,2)\}$$

$$P(C) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3} \text{ و } P(B) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}, P(A) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4} \text{ بنابراین}$$

است.

$$n(B \cap C) = 2 \text{ و } n(A \cap C) = 4, n(A \cap B) = 3 \text{ همچنین}$$

می باشد.

$$\frac{1}{12} = P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{9} = P(A \cap C) \neq P(A) \cdot P(C) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{18} = P(B \cap C) = P(B) \cdot P(C) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{3}$$

در نتیجه تنها دو پیشامد B و C ، مستقل از یکدیگرند.

(آمار و احتمال - صفحه های ۶۷ تا ۷۲)

۴

۳✓

۲

۱

می‌دانیم اگر دو پیشامد A و B ، مستقل از یکدیگر باشند، آن‌گاه $P(A|B) = P(A)$ است. همچنین در صورتی که دو پیشامد A و B مستقل از هم باشند، پیشامدهای A و B' و نیز پیشامدهای A' و B ، مستقل از هم هستند. در نتیجه داریم:

$$P(A - B) = P(A \cap B') = \frac{1}{4} \Rightarrow P(A)P(B') = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3} \times P(B') = \frac{1}{4} \Rightarrow P(B') = \frac{3}{8}$$

بنابراین $P(A') = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ و $P(B) = 1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$ است و داریم:

$$P(B - A) = P(B \cap A') = P(B)P(A') = \frac{5}{8} \times \frac{1}{3} = \frac{5}{24}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۶۷ تا ۷۲)

۴

۳

۲

۱✓

(امین کریمی)

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) = 0/3$$

$$P(B \cap A') = P(B)(1 - P(A)) = 0/1$$

$$\Rightarrow P(B) - \underbrace{P(B)P(A)}_{0/3} = 0/1 \Rightarrow P(B) = 0/4 \Rightarrow P(A) = \frac{3}{4}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A)P(B) = \frac{3}{4} + \frac{4}{10} - \frac{3}{10} = \frac{17}{20}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۶۷ تا ۷۲)

۴

۳

۲

۱✓

اگر پیشامد رفتن به پارک برای علی و محمد را به ترتیب با A و B نشان دهیم، آن گاه:

چون رفتن به پارک این دو شخص از هم مستقل است، داریم:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) = 0/45 \Rightarrow 0/9 \times P(B) = 0/45$$

$$\Rightarrow P(B) = 0/5$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= 0/9 + 0/5 - 0/45 = 0/95$$

(آمار و احتمال - صفحه های ۶۷ تا ۷۲)

۴

۳

۲✓

۱

(سید عرفان ستوده)

برای برداشتن کارت اول محدودیتی وجود ندارد، ولی واضح است که این کارت با دو کارت دیگر (از دو رنگ دیگر) هم شماره است، پس احتمال انتخاب کارت دوم با این شرط که شماره متفاوتی نسبت به کارت اول داشته باشد، برابر $\frac{27}{29}$ است. حال در میان ۲۸ کارت باقیمانده، دو کارت هم شماره با کارت اول و دو کارت هم شماره با کارت دوم هستند، پس احتمال انتخاب کارت سوم به گونه ای که هم شماره با دو کارت اول

نباشد، برابر $\frac{24}{28}$ است. احتمال مورد نظر برابر است با:

$$\frac{27}{29} \times \frac{24}{28}$$

(آمار و احتمال - صفحه های ۶۷ تا ۷۲)

۴

۳

۲

۱✓