



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

۸۱- مساحت زیر منحنی تابع $y = \text{sign}(x)$ به ازای $\{x \in \mathbf{R} \mid 1 \leq x \leq 7\}$ کدام است؟

۶ (۲)

۷ (۱)

۳ (۴)

صفر (۳)

شما پاسخ نداده اید

۸۲- مقدار $f(x) = \text{sign}(2\sqrt{3} - 4)$ کدام است؟

صفر (۲)

۱ (۱)

$2\sqrt{3} - 4$ (۴)

-۱ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۸۳- نمودار تابع $f(x) = \text{sign}(x)$ و $g(x) = ax$ یکدیگر را در نقاط به طول‌های ۲ و -۲ قطع می‌کنند، مقدار a کدام است؟

$-\frac{1}{2}$ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

-۲ (۲)

۲ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۸۴- حاصل $f(x) = \text{sign}(-x+2) + 3[-x-2]$ به ازای $x = \frac{1}{2}$ برابر کدام گزینه است؟

-۹ (۴)

-۸ (۳)

-۵ (۲)

-۶ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۸۵- اگر $f(x) = \text{sign}(x)$ و $g(x)$ یک تابع همانی باشد، حاصل عبارت $A = \frac{3f(-3) + 2g(3)}{f(5) - g(6)}$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) -۳ (۳) $\frac{-9}{5}$ (۴) $\frac{-5}{9}$

شما پاسخ نداده اید

۸۶- اگر $f(x) = \begin{cases} -2[x] & , x < -2 \\ 3 & , -2 \leq x \leq 1 \\ \text{sign}(x) & , x > 1 \end{cases}$ باشد، حاصل $f(-\sqrt{5}) + f(\sqrt{5} - 1)$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) $2\sqrt{5} + 1$ (۴) -۱

شما پاسخ نداده اید

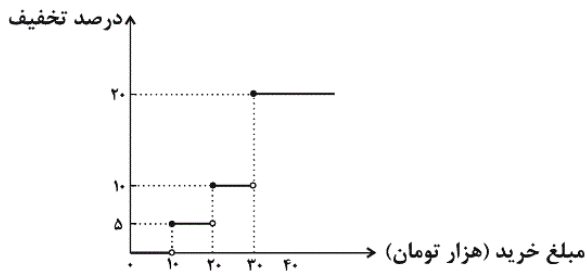
۸۷- اگر $-1 < x < 0$ باشد، حاصل عبارت $A = [x^4] + [x^3] + [x^2] + [x]$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) -۱ (۳) -۲ (۴) -۳

شما پاسخ نداده اید

۸۸- یک فروشگاه برای خریدهای مشتریان، طبق تابع پلکانی زیر تخفیف می‌دهد. اگر از این فروشگاه ۵۰ هزار تومان خرید کنیم، چقدر

تخفیف شامل حال ما خواهد شد؟



(۱) ۴۰۰۰ تومان

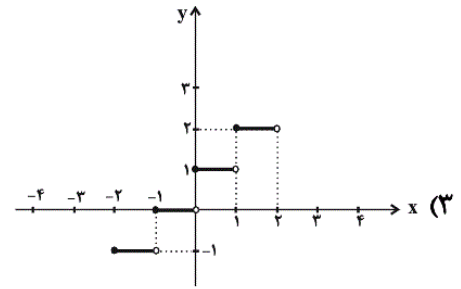
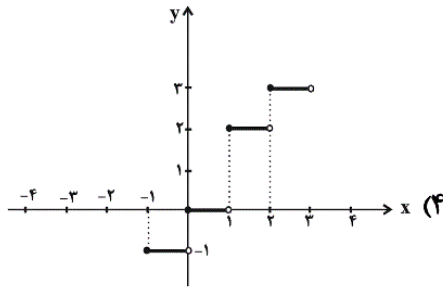
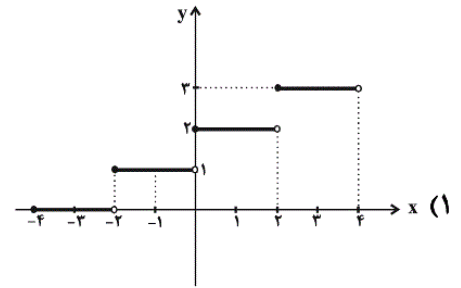
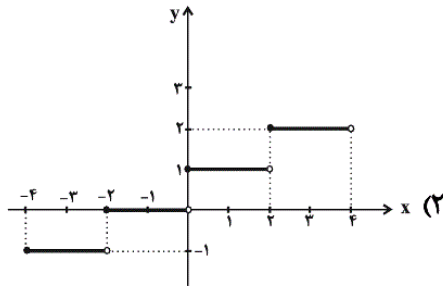
(۲) ۵۵۰۰ تومان

(۳) ۴۵۰۰ تومان

(۴) ۶۰۰۰ تومان

شما پاسخ نداده اید

۸۹- بخشی از نمودار تابع $f(x) = \lfloor \frac{1}{3}x + 2 \rfloor$ شبیه کدام گزینه است؟



شما پاسخ نداده اید

۹۰- به ازای $\{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x < -1\}$ مقدار کدام یک از تابع‌های زیر بیشتر است؟

$$h(x) = \lfloor \frac{x+1}{2} \rfloor \quad (4)$$

$$k(x) = \lfloor \frac{x}{3} - 1 \rfloor \quad (3)$$

$$g(x) = \lfloor \frac{x}{4} \rfloor \quad (2)$$

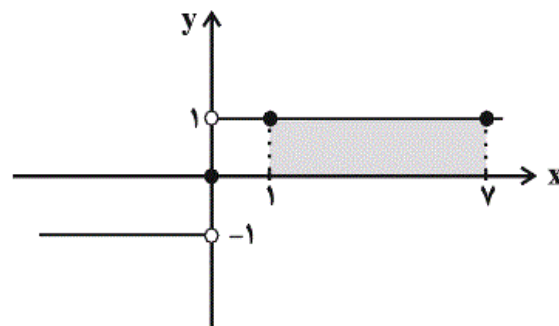
$$f(x) = \lfloor 2 - \frac{x}{3} \rfloor \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

-۸۱

(فرداد روشنی، صفحه‌های ۳۵ و ۳۶)

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & , x > 0 \\ 0 & , x = 0 \\ -1 & , x < 0 \end{cases}$$



با توجه به نمودار مساحت مستطیل برابر است با:

$$\text{مساحت مستطیل} = (7-1) \times 1 = 6 \times 1 = 6$$

۴

۳

۲

۱

-۸۲

(امیرورکیانی، صفحه‌های ۳۵ و ۳۶)

$$1 < 3 < 4 \Rightarrow \sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{4} \Rightarrow 1 < \sqrt{3} < 2$$

$$\Rightarrow 2 < 2\sqrt{3} < 4 \Rightarrow 2-4 < 2\sqrt{3}-4 < 4-4$$

$$\Rightarrow -2 < 2\sqrt{3}-4 < 0$$

$$f(x) = \text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & , x > 0 \\ 0 & , x = 0 \\ -1 & , x < 0 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{2\sqrt{3}-4 < 0} f(2\sqrt{3}-4) = \text{sign}(2\sqrt{3}-4) = -1$$

۴

۳

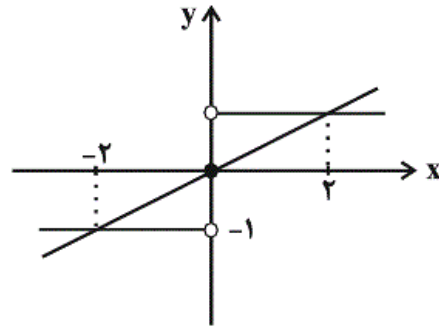
۲

۱

(عمید زرین کفش، صفحه‌ی ۳۵ و ۳۶)

ابتدا نمودار دو تابع را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم، دقت کنید با توجه به نمودار تابع علامت درمی‌یابیم که چون تابع $g(x)$ تابع $f(x)$ را در دو نقطه به طول‌های $2, 2$ قطع کرده است، لذا می‌بایست $a > 0$ باشد و نمودار آن به صورت زیر در شکل رسم شده است.

$$f(x) = \text{sign}(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$$



با توجه به نمودار تابع $g(x)$ به‌ازای $x=2$ مقدار تابع $g(2)=1$ و به‌ازای $x=-2$ مقدار تابع $g(-2)=-1$ است، حال داریم:

$$g(2) = 1 \Rightarrow g(2) = 2a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(امیر محمودیان، صفحه‌ی ۳۵ تا ۳۹)

برای محاسبه تابع علامت (sign) باید مقدار ورودی تابع را از لحاظ مثبت یا منفی بودن بررسی کنیم.

$$x = \frac{1}{2} \Rightarrow -x + 2 = -\frac{1}{2} + 2 = \frac{3}{2} > 0 \Rightarrow \text{sign}(-x + 2) = 1$$

$$3[-x - 2] = 3[-\frac{1}{2} - 2] = 3[-\frac{5}{2}] = 3 \times (-3) = -9$$

$$\Rightarrow \text{sign}(-x + 2) + 3[-x - 2] = 1 - 9 = -8$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$f(-۳) = \text{sign}(-۳) \xrightarrow{-۳ < ۰} f(-۳) = -۱, f(۵) = \text{sign}(۵) \xrightarrow{۵ > ۰} f(۵) = ۱$$

$$g(۳) = ۳, \quad g(۶) = ۶$$

$$A = \frac{۳f(-۳) + ۴g(۳)}{f(۵) - g(۶)} = \frac{۳ \times (-۱) + ۴ \times ۳}{۱ - ۶} = \frac{-۳ + ۱۲}{-۵} = -\frac{۹}{۵}$$

۴

۳ ✓

۲

۱

$$۴ < ۵ < ۹ \Rightarrow \sqrt{۴} < \sqrt{۵} < \sqrt{۹} \Rightarrow ۲ < \sqrt{۵} < ۳$$

$$\Rightarrow ۲ - ۱ < \sqrt{۵} - ۱ < ۳ - ۱ \Rightarrow ۱ < \sqrt{۵} - ۱ < ۲$$

پس برای محاسبه $f(\sqrt{۵} - ۱)$ از ضابطه سوم استفاده می‌کنیم و چون مقدار آن مثبت است.

$$\text{sign}(\sqrt{۵} - ۱) = ۱$$

$$۲ < \sqrt{۵} < ۳ \Rightarrow -۳ < -\sqrt{۵} < -۲$$

پس برای محاسبه $f(-\sqrt{۵})$ از ضابطه اول استفاده می‌کنیم:

$$f(-\sqrt{۵}) = -۲[x] = -۲[-\sqrt{۵}] \xrightarrow{-۳ < -\sqrt{۵} < -۲} -۲ \times (-۳) = ۶$$

$$f(-\sqrt{۵}) + f(\sqrt{۵} - ۱) = ۶ + ۱ = ۷$$

۴

۳

۲ ✓

۱

$$-۱ < x < ۰ \Rightarrow [x] = -۱$$

$$۰ < x^۲ < ۱ \Rightarrow [x^۲] = ۰$$

$$-۱ < x^۳ < ۰ \Rightarrow [x^۳] = -۱$$

$$۰ < x^۴ < ۱ \Rightarrow [x^۴] = ۰$$

$$A = [x^۴] + [x^۳] + [x^۲] + [x] = ۰ + (-۱) + ۰ + (-۱) = -۲$$

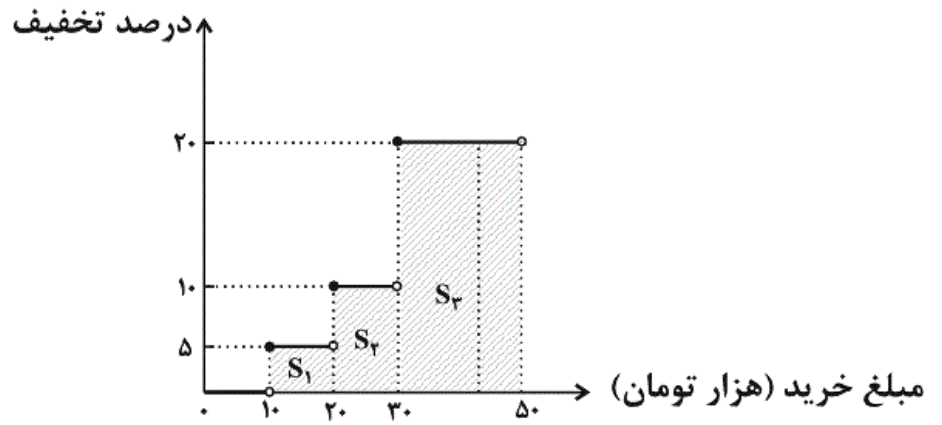
۴

۳ ✓

۲

۱

برای محاسبه میزان تخفیف، مساحت زیر نمودار تابع پلکانی را محاسبه می‌کنیم.



$$\left. \begin{aligned} S_1 &= \frac{5}{100} \times 10000 = 500 \\ S_2 &= \frac{10}{100} \times 10000 = 1000 \\ S_3 &= \frac{20}{100} \times 20000 = 4000 \end{aligned} \right\} \Rightarrow S_{\text{کل}} = 4000 + 1000 + 500 = 5500 \text{ تومان}$$

۴

۳

۲

۱

به ازای بازه‌های مختلف x ، مقدار تابع را به دست می‌آوریم:

$$-2 \leq x < -1 \Rightarrow -\frac{2}{2} \leq \frac{x}{2} < -\frac{1}{2} \Rightarrow -1 \leq \frac{x}{2} < -\frac{1}{2} \Rightarrow -1+2 \leq \frac{x}{2}+2 < \frac{-1}{2}+2$$

$$1 \leq \frac{x}{2}+2 < \frac{3}{2} \Rightarrow \left[\frac{x}{2}+2\right] = 1$$

$$-1 \leq x < 0 \Rightarrow -\frac{1}{2} \leq \frac{x}{2} < 0 \Rightarrow -\frac{1}{2}+2 \leq \frac{x}{2}+2 < 0+2 \Rightarrow \frac{3}{2} \leq \frac{x}{2}+2 < 2$$

$$\Rightarrow \left[\frac{x}{2}+2\right] = 1$$

$$0 \leq x < 1 \Rightarrow 0 \leq \frac{x}{2} < \frac{1}{2} \Rightarrow 0+2 \leq \frac{x}{2}+2 < \frac{1}{2}+2 \Rightarrow 2 \leq \frac{x}{2}+2 < \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow \left[\frac{x}{2}+2\right] = 2$$

$$1 \leq x < 2 \Rightarrow \frac{1}{2} \leq \frac{x}{2} < \frac{2}{2} \Rightarrow \frac{1}{2}+2 \leq \frac{x}{2}+2 < 1+2 \Rightarrow \frac{5}{2} \leq \frac{x}{2}+2 < 3$$

$$\Rightarrow \left[\frac{x}{2}+2\right] = 2$$

$$2 \leq x < 3 \Rightarrow \frac{2}{2} \leq \frac{x}{2} < \frac{3}{2} \Rightarrow 1+2 \leq \frac{x}{2}+2 < \frac{3}{2}+2 \Rightarrow 3 \leq \frac{x}{2}+2 < \frac{7}{2}$$

$$\Rightarrow \left[\frac{x}{2}+2\right] = 3$$

$$3 \leq x < 4 \Rightarrow \frac{3}{2} \leq \frac{x}{2} < \frac{4}{2} \Rightarrow \frac{3}{2}+2 \leq \frac{x}{2}+2 < 2+2 \Rightarrow \frac{7}{2} \leq \frac{x}{2}+2 < 4$$

$$\Rightarrow \left[\frac{x}{2}+2\right] = 3$$

با توجه به مقادیر به دست آمده نتیجه می‌گیریم نمودار رسم شده در گزینه‌ی «۱»

صحیح است.

۴

۳

۲

۱ ✓

به بررسی تک تک گزینه‌ها می‌پردازیم، داریم:

$$۱) -۳ < x < -۱ \Rightarrow \frac{-۳}{۳} < \frac{x}{۳} < \frac{-۱}{۳} \Rightarrow -۱ < \frac{x}{۳} < \frac{-۱}{۳} \Rightarrow \frac{+۱}{۳} < \frac{-x}{۳} < ۱$$

$$\Rightarrow ۲ + \frac{۱}{۳} < ۲ - \frac{x}{۳} < ۲ + ۱ \Rightarrow ۲ < \frac{۷}{۳} < ۲ - \frac{x}{۳} < ۳ \Rightarrow f(x) = \left[۲ - \frac{x}{۳} \right] = ۲$$

$$۲) -۳ < x < -۱ \Rightarrow \frac{-۳}{۴} < \frac{x}{۴} < \frac{-۱}{۴} \Rightarrow -۱ < \frac{-۳}{۴} < \frac{x}{۴} < \frac{-۱}{۴} < ۰ \Rightarrow -۱ < \frac{x}{۴} < ۰$$

$$\Rightarrow g(x) = \left[\frac{x}{۴} \right] = -۱$$

$$۳) -۳ < x < -۱ \Rightarrow \frac{-۳}{۳} < \frac{x}{۳} < \frac{-۱}{۳} \Rightarrow -۱ < \frac{x}{۳} < \frac{-۱}{۳}$$

$$\Rightarrow -۱ - ۱ < \frac{x}{۳} - ۱ < \frac{-۱}{۳} - ۱ \Rightarrow -۲ < \frac{x}{۳} - ۱ < \frac{-۴}{۳} < -۱ \Rightarrow -۲ < \frac{x}{۳} - ۱ < -۱$$

$$\Rightarrow k(x) = \left[\frac{x}{۳} - ۱ \right] = -۲$$

$$۴) -۳ < x < -۱ \Rightarrow -۳ + ۱ < x + ۱ < -۱ + ۱ \Rightarrow -۲ < x + ۱ < ۰$$

$$\Rightarrow \frac{-۲}{۲} < \frac{x+۱}{۲} < \frac{۰}{۲} \Rightarrow -۱ < \frac{x+۱}{۲} < ۰ \Rightarrow h(x) = \left[\frac{x+۱}{۲} \right] = -۱$$

۴

۳

۲

۱ ✓

www.kanoon.ir