



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

ریاضی ، ریاضی 1 ، متمم یک مجموعه ، مجموعه ، الگو، دنباله - 13961106

۵۱- اگر $U = [-2, 5]$ مجموعه مرجع و $A = (-1, 2]$ و $B = (1, 3]$ باشند، چند عدد صحیح از مجموعه مرجع،

در مجموعه $A \cup B'$ قرار نمی‌گیرد؟

۲ (۲)

۱ (۱)

۸ (۴)

۳ (۳)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی 1 ، الگو و دنباله ، مجموعه ، الگو، دنباله - 13961106

۵۲- در دنباله‌ای با جمله عمومی $t_n = \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$ ، مجموع پانزده جمله اول کدام است؟

۱ (۲)

$\sqrt{2} - 1$ (۱)

۳ (۴)

$\sqrt{3} - \sqrt{2}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۵۳- اگر اعداد $\frac{1}{b-c}$ ، $\frac{1}{2b}$ ، $\frac{1}{b-a}$ به ترتیب سه جمله متوالی از یک دنباله حسابی باشند، کدام سه عدد به ترتیب از چپ به راست همواره سه جمله

متوالی از یک دنباله هندسی هستند؟

$a, 2b, c$ (۲)

a, b, c (۱)

$\frac{1}{a}, \frac{1}{4b}, \frac{1}{c}$ (۴)

a, b^2, c (۳)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی 1 ، دایره مثلثاتی ، مثلثات - 13961106

۵۵- اگر α در ناحیه دوم و $\sin \alpha = \frac{12}{13}$ باشد، معادله خطی که محور X ها را در نقطه‌ای به طول $\frac{1}{3}$ قطع کند و با جهت مثبت آن زاویه α بسازد، کدام

است؟

$$\Delta y = 6 - 12x \quad (2)$$

$$4y = 6x - 3 \quad (1)$$

$$4y = 3 - 6x \quad (4)$$

$$\Delta y = 12x - 6 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضی 1، روابط بین نسبت های مثلثاتی، مثلثات - 13961106

۵۶- ساده شده عبارت $\frac{1}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha} - (1 + \tan \alpha)(1 + \cot \alpha)$ کدام است؟

$$1 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

$$-2 \quad (4)$$

$$-1 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضی 1، ریشه و توان، توان های گویا و عبارت های جبری - 13961106

۵۷- بین دو عدد $\sqrt[3]{19}$ و $\sqrt{-25}$ چند عدد صحیح وجود دارد؟

$$5 \quad (2)$$

$$7 \quad (1)$$

$$4 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۵۸- اگر $\frac{\sqrt{288a}\sqrt{2}b^4}{a^2} = \sqrt{72}$ باشد، مجموع مقادیر ممکن برای b کدام است؟

$$\text{صفر} \quad (2)$$

$$-\sqrt{2} \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (4)$$

$$\sqrt{2} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضی 1، ریشه نام، توان های گویا و عبارت های جبری - 13961106

۵۴- اگر ریشه‌ی دوم x را به توان ۳ برسانیم، عدد حاصل ۸ برابر ریشه‌ی چهارم x^2 می‌شود. ریشه‌ی سوم x کدام است؟ ($x > 0$)

۲ (۱) $2\sqrt{2}$ (۲)

۴ (۴) $\sqrt[3]{4}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضی 1، توان های گویا، توان های گویا و عبارت های جبری - 13961106

۵۹- حاصل ساده‌شده‌ی عبارت $(\sqrt[3]{2(2-\sqrt{3})})^{\frac{2}{3}}(\sqrt{3}+1)^{\frac{2}{3}}$ کدام است؟

$\frac{1}{2^3}$ (۱) $\frac{2}{2^3}$ (۲)

$\frac{1}{2^6}$ (۳) $\frac{2}{2^2}$ (۴)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضی 1، عبارت های جبری، توان های گویا و عبارت های جبری - 13961106

۶۰- اگر $a = \sqrt{4-\sqrt{15}}$ و $b = \sqrt{4+\sqrt{15}}$ باشد، حاصل $\frac{a-b}{a+b}$ کدام است؟

$\frac{-1}{\sqrt{15}}$ (۱) $-\frac{\sqrt{15}}{3}$ (۲)

$-\frac{\sqrt{15}}{5}$ (۳) $-\frac{2\sqrt{15}}{5}$ (۴)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضی 1، معادله درجه دوم و روش های مختلف حل آن، معادله ها و نامعادله ها - 13961106

۶۱- مجموع ریشه‌های معادله‌ی $x^2 - 2x + 1 = 3 - 2\sqrt{2}$ کدام است؟

$\sqrt{2}$ (۱) ۲ (۲)

$2\sqrt{2}$ (۳) ۳ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۶۲- اگر a, b, c و جملات متوالی یک دنباله‌ی هندسی باشند، آن‌گاه $f(x) = ax^2 + 2bx + c$ محور x ها را در چند نقطه قطع می‌کند؟

(۱) در دو نقطه‌ی متمایز قطع می‌کند.

(۲) قطع نمی‌کند.

(۳) بر محور x ها مماس است.

(۴) هر سه گزینه می‌تواند صحیح باشد.

شما پاسخ نداده اید

۶۳- حاصل ضرب سه عدد زوج طبیعی متوالی، 2^0 برابر مجموع آن سه عدد است. در این صورت مجموع آن سه عدد کدام است؟

(۱) ۲۴

(۲) ۱۲

(۳) ۴۸

(۴) ۹۶

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضی ۱، سهمی، معادله‌ها و نامعادله‌ها - 13961106

۶۴- به ازای کدام مقادیر m ، سهمی $y = (m+2)x^2 - 2mx + m - 1$ بالای محور x ها است؟

(۱) $m > 2$

(۲) $m > -2$

(۳) $m < -2$

(۴) $m < 2$

شما پاسخ نداده اید

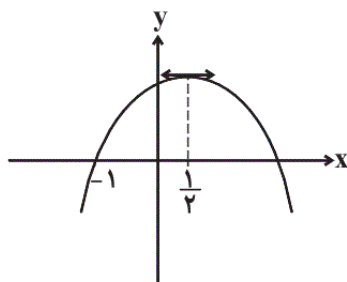
۶۵- سهمی $y = mx^2 - \frac{x}{m} + n$ به صورت زیر می‌باشد. $m+n$ کدام است؟

(۱) -۳

(۲) -۱

(۳) ۱

(۴) ۳



شما پاسخ نداده اید

۶۷- نمودار تابع درجه دوم $y = ax^2 + bx + 4$ ، محور x ها را در دو نقطه با طول‌های -3 و 5 قطع کرده است. طول رأس این سهمی کدام است؟

(۱) ۱

(۲) ۴

(۳) -۴

(۴) -۱

شما پاسخ نداده اید

۶۸- بیشترین مقدار تابع $y = mx^2 + 4x + m - 3$ برابر صفر است. محور تقارن این تابع، نمودار تابع $y = 4x^2 + 2x - 1$ را با چه عرضی قطع می‌کند؟

(۱) ۱۱

(۲) ۱۹

(۳) ۱

(۴) -۱

شما پاسخ نداده اید

۶۹- نقطه‌ی (۳, ۴) رأس یک سهمی درجه دوم است که نمودار آن، پاره‌خطی به طول ۸ روی محور X ها جدا می‌کند. نمودار این منحنی محور Y ها را با کدام

عرض قطع می‌کند؟

$\frac{7}{2}$ (۲)

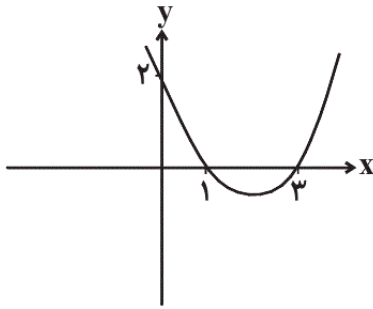
$\frac{7}{4}$ (۱)

$\frac{5}{3}$ (۴)

$\frac{4}{3}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۷۰- شکل مقابل نمودار تابع $y = ax^2 + bx + c$ است. عرض پایین‌ترین نقطه‌ی این سهمی چقدر است؟



$-\frac{1}{3}$ (۱)

$-\frac{2}{3}$ (۲)

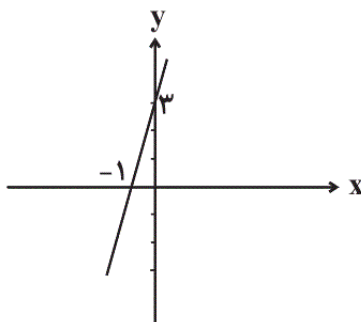
$-\frac{3}{2}$ (۳)

$-\frac{128}{27}$ (۴)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی 1 ، تعیین علامت ، معادله ها و نامعادله ها - 13961106

۶۶- با توجه به نمودار $y = ax - b$ که در زیر رسم شده است. عبارت $P(x) = \frac{(ax + b)(2x + 3)}{(-x + 2)}$ در کدام بازه قطعاً مثبت است؟



(۰, ۲) (۱)

$(-\frac{3}{2}, 1)$ (۲)

$(4, \frac{11}{2})$ (۳)

$(-2, -\frac{3}{2})$ (۴)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه 1 ، استدلال ، ترسیم های هندسی و استدلال - 13961106

۷۱- چند لوزی متفاوت می‌توان رسم نمود به گونه‌ای که طول ضلع آن ۵ و طول یکی از قطرهای آن ۷ باشد؟

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) بی شمار

شما پاسخ نداده اید

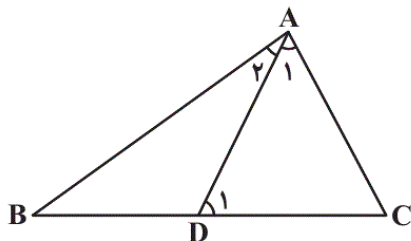
۷۲- در شکل مقابل $\hat{A}_1 = 80^\circ$ و $\hat{D}_1 = 40^\circ$ می‌باشد. کدام گزینه لزوماً صحیح نیست؟

(۱) $\hat{A}_1 > \hat{A}_2$

(۲) $\hat{C} > \hat{B}$

(۳) $\hat{B} > \hat{A}_2$

(۴) $\hat{C} > \hat{A}_2$



شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه 1، قضیه تالس، قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن - 13961106

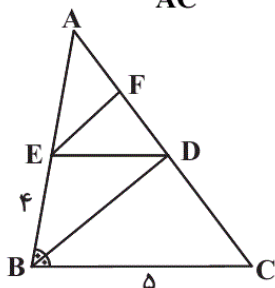
۷۳- در شکل مقابل $EF \parallel BD$ ، $DE \parallel BC$ و BD نیم‌ساز زاویه B است. اگر $BE = 4$ و $BC = 5$ باشد، آن‌گاه حاصل $\frac{DF}{AC}$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{18}$

(۲) $\frac{1}{16}$

(۳) $\frac{1}{24}$

(۴) $\frac{1}{12}$



شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه 1، تشابه مثلث‌ها، قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن - 13961106

۷۴- در یک دوزنقه‌ی قائم‌الزاویه، اندازه‌های قاعده‌ها ۴ و ۹ سانتی‌متر و قطرها بر هم عمود هستند. اندازه‌ی ساق قائم چند سانتی‌متر است؟

(۲) ۶

(۱) ۵

(۴) ۸

(۳) ۷

شما پاسخ نداده اید

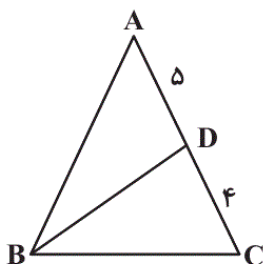
۷۵- در شکل مقابل $AB = AC$ و $BD = BC$ می‌باشد، اندازه‌ی ضلع BC کدام است؟

(۱) ۵

(۲) ۶

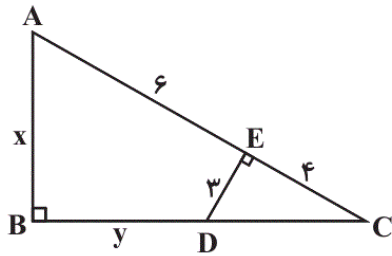
(۳) ۷

(۴) ۸



شما پاسخ نداده اید

۷۶- در شکل مقابل حاصل $(x+y)$ کدام است؟



۶ (۱)

۷ (۲)

۸ (۳)

۹ (۴)

شما پاسخ نداده اید

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه 1، کاربردهایی از قضیه ی تالس و تشابه مثلث ها، قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن - 13961106

۷۸- در دو مثلث متشابه، نسبت مساحتها $\frac{5}{4}$ نسبت اضلاع است. مساحت مثلث کوچکتر چند برابر مساحت مثلث بزرگتر است؟

۰/۱۲ (۲)

۰/۱ (۱)

۰/۱۶ (۴)

۰/۱۴ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۷۹- در دوزنقه ABCD، طول قاعدهها ۴ و ۶ و طول ارتفاع ۱۰ می باشد. فاصله ی محل تلاقی قطرهای از قاعده ی کوچک دوزنقه کدام است؟

۳/۵ (۲)

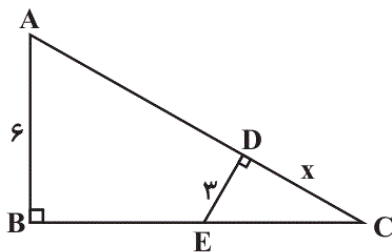
۳ (۱)

۴/۵ (۴)

۴ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۸۰- در شکل مقابل $S_{ABED} = 12$ ، $AB = 6$ و $DE = 3$ است. طول DC کدام است؟



$\frac{5}{2}$ (۱)

۲ (۲)

$\frac{8}{3}$ (۳)

۳ (۴)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه 1 - گواه، استدلال، ترسیم های هندسی و استدلال - 13961106

۸۱- مثلث ABC مفروض است. وسطهای اضلاع آن را M، N و P می‌نامیم. کدام گزینه همواره درست است؟

(۱) نقطه‌ی هم‌رسی ارتفاع‌های مثلث MNP از سه ضلع آن به یک فاصله است.

(۲) نقطه‌ی هم‌رسی ارتفاع‌های مثلث MNP از سه رأس آن به یک فاصله است.

(۳) نقطه‌ی هم‌رسی ارتفاع‌های مثلث MNP از سه ضلع مثلث ABC به یک فاصله است.

(۴) نقطه‌ی هم‌رسی ارتفاع‌های مثلث MNP از سه رأس مثلث ABC به یک فاصله است.

شما پاسخ نداده اید

۸۲- سه پاره‌خط به طول‌های $4x - 4$ و $x + 7$ و $6x$ اضلاع مثلثی هستند. مقادیر x به کدام صورت است؟

$$\frac{5}{3} < x < 3 \quad (۲)$$

$$\frac{11}{9} < x < 3 \quad (۱)$$

$$\frac{11}{9} < x < 4 \quad (۴)$$

$$2 < x < 3 \quad (۳)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه 1- گواه، قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن - 13961106

۸۳- در دوزنقه‌ای اندازه‌ی قاعده‌ها ۹ و ۴ واحد و طول ساق‌ها ۶ و ۵ واحد است. محیط مثلثی که از امتداد ساق‌ها در بیرون دوزنقه تشکیل شود، کدام است؟

$$11/6 \quad (۲)$$

$$11/5 \quad (۱)$$

$$12/8 \quad (۴)$$

$$12/2 \quad (۳)$$

شما پاسخ نداده اید

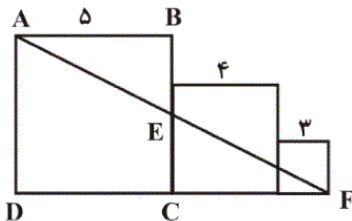
۸۴- در شکل زیر سه مربع به اضلاع ۳، ۴ و ۵ در کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند. طول پاره‌خط BE چقدر است؟

$$2 \quad (۱)$$

$$\frac{25}{12} \quad (۲)$$

$$\frac{27}{12} \quad (۳)$$

$$2/5 \quad (۴)$$



شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه 1- گواه، تشابه مثلث‌ها، قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن - 13961106

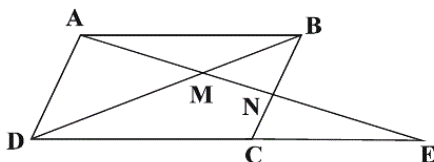
۸۵- در شکل زیر، ABCD متوازی‌الاضلاع است. اگر $AM = 4$ و $NE = 6$ ، آنگاه اندازه‌ی MN کدام است؟

$$\sqrt{2} \quad (۱)$$

$$\sqrt{3} \quad (۲)$$

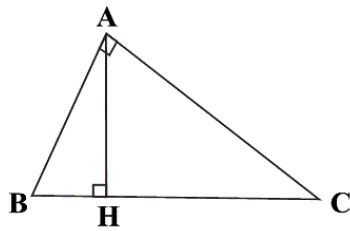
$$2 \quad (۳)$$

$$3 \quad (۴)$$



شما پاسخ نداده اید

۸۶- با توجه به شکل زیر، مساحت مثلث قائم‌الزاویه ABC کدام است؟ ($AB = 6, CH = 5$)



(۱) ۱۵

(۲) $6\sqrt{5}$

(۳) $5\sqrt{6}$

(۴) $9\sqrt{5}$

شما پاسخ نداده اید

۸۷- در یک مستطیل به ابعاد ۱۳ و ۶ واحد، نقطه M بر روی ضلع بزرگ قرار دارد و خطوط واصل از M به دو رأس دیگر مستطیل، بر هم عمودند.

فاصله‌ی نزدیک‌ترین رأس مستطیل از M کدام است؟

(۱) ۳

(۲) $3/5$

(۳) ۴

(۴) $4/5$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه 1 - گواه، کاربردهایی از قضیه ی تالس و تشابه مثلث ها، قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن - 13961106

۸۸- طول اضلاع یک مثلث ۱۱، ۵ و ۷ سانتی‌متر و طول کوچک‌ترین ضلع مثلثی متشابه با مثلث اولی، $22/5$ سانتی‌متر است. محیط مثلث دوم کدام است؟

(۱) ۱۰۲

(۲) $102/5$

(۳) ۱۰۳

(۴) $103/5$

شما پاسخ نداده اید

۸۹- در یک مثلث قائم‌الزاویه، ارتفاع وارد بر وتر، مثلث مفروض را به دو جزء تقسیم می‌کند. اگر مساحت مثلث کوچکتر $1/5$ مساحت مثلث اصلی باشد، نسبت

فواصل پای ارتفاع از دو ضلع قائم آن کدام است؟

(۱) $1/2$

(۲) $2/3$

(۳) $3/4$

(۴) $4/5$

شما پاسخ نداده اید

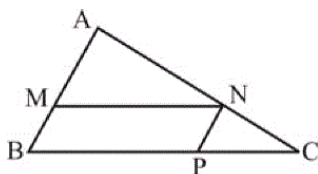
۹۰- در شکل مقابل $\frac{MA}{MB} = \frac{3}{2}$ است. مساحت متوازی‌الاضلاع $MNPB$ چند درصد مساحت مثلث ABC است؟

(۱) ۴۸

(۲) ۵۲

(۳) ۵۴

(۴) ۵۶



شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی 1 ، متمم یک مجموعه ، مجموعه ، الگو، دنباله - 13961106

-۵۱

(مبیر کریمی)

$$\begin{cases} U = [-۲, ۵] \\ B = (۱, ۳] \end{cases} \Rightarrow B' = [-۲, ۱) \cup (۳, ۵]$$

$$\Rightarrow A \cup B' = [-۲, ۲] \cup (۳, ۵]$$

تنها عضوی از مجموعه‌ی مرجع که صحیح بوده و عضو مجموعه‌ی $A \cup B'$ نیست، عدد ۳ است. پس مجموعه‌ی $A \cup B'$ تنها یک عدد صحیح را شامل نمی‌شود.

(ریاضی ۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۸ و ۹)

۴

۳

۲

۱

ریاضی ، ریاضی 1 ، الگو و دنباله ، مجموعه ، الگو، دنباله - 13961106

با توجه به قرار داشتن عبارت رادیکالی در مخرج دنباله‌ی داده شده، می‌توان فهمید که این عبارت دارای مخرج گنگ یا اصم است و برای آن که مخرج عبارت را گویا کنیم، باید در عبارتی ضرب و تقسیم کنیم و برای این کار از اتحاد مزدوج استفاده می‌کنیم:

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

$$\Rightarrow t_n = \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}} \times \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}$$

$$= \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{n+1-n} = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$$

$$\Rightarrow t_1 = \sqrt{2} - 1, t_2 = \sqrt{3} - \sqrt{2}, \dots, t_{15} = 4 - \sqrt{15}$$

$$\Rightarrow t_1 + t_2 + \dots + t_{15} = (\sqrt{2} - 1) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + \dots + (4 - \sqrt{15})$$

$$= -1 + 4 = 3$$

(ریاضی، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\frac{1}{b-a}, \frac{1}{2b}, \frac{1}{b-c} : \frac{2}{2b} = \frac{1}{b-a} + \frac{1}{b-c} \Rightarrow \frac{1}{b} = \frac{b-c+b-a}{(b-a)(b-c)}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{b} = \frac{2b-a-c}{b^2 - bc - ab + ac} \Rightarrow 2b^2 - ab - bc = b^2 - bc - ab + ac$$

$$\Rightarrow 2b^2 - b^2 = ac \Rightarrow b^2 = ac$$

a, b, c سه جمله‌ی متوالی از یک دنباله‌ی هندسی اند.

(ریاضی، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

چون شیب خط برابر $\tan \alpha$ است، ابتدا باید $\tan \alpha$ را از روی $\sin \alpha$ به دست

آوریم:

$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \xrightarrow{\sin \alpha = \frac{12}{13}} 1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\left(\frac{12}{13}\right)^2}$$

$$\Rightarrow 1 + \cot^2 \alpha = \frac{169}{144} \Rightarrow \cot^2 \alpha = \frac{169}{144} - 1 \Rightarrow \cot^2 \alpha = \frac{169 - 144}{144} = \frac{25}{144}$$

ناحیه‌ی دوم α

$$\rightarrow \cot \alpha = \frac{-5}{12} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{1}{\cot \alpha} = \frac{1}{\frac{-5}{12}} = \frac{-12}{5} = m$$

$$\left. \begin{array}{l} m = \frac{-12}{5} \\ A\left(\frac{1}{2}, 0\right) \end{array} \right\} \Rightarrow y - y_0 = m(x - x_0) \Rightarrow y - 0 = \frac{-12}{5}\left(x - \frac{1}{2}\right)$$

۴

۳

۲

۱

ریاضی، ریاضی 1، روابط بین نسبت های مثلثاتی، مثلثات - 13961106

(مسئله توافقی)

$$1 + \tan \alpha + \cot \alpha + \frac{\tan \alpha \cdot \cot \alpha}{1} - \frac{1}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}$$

$$= 2 + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} - \frac{1}{\sin \alpha \cos \alpha}$$

$$= 2 + \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} - \frac{1}{\sin \alpha \cos \alpha}$$

$$= 2 + \frac{1-1}{\sin \alpha \cos \alpha} = 2$$

(ریاضی ۱، مثلثات، صفحه‌های ۴۴ تا ۴۶)

۴

۳

۲

۱

-۵۷

(علیرضا پورقلی)

$$2^4 < 19 < 3^4 \Rightarrow \sqrt[4]{2^4} < \sqrt[4]{19} < \sqrt[4]{3^4} \Rightarrow 2 < \sqrt[4]{19} < 3 \Rightarrow \sqrt[4]{19} < 3 \quad (1)$$

$$-3^3 < -25 < -2^3 \Rightarrow \sqrt[3]{-3^3} < \sqrt[3]{-25} < \sqrt[3]{-2^3}$$

$$\Rightarrow -3 < \sqrt[3]{-25} < -2 \Rightarrow \sqrt[3]{-25} > -3 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \rightarrow \{-2, -1, 0, 1, 2\} \Rightarrow \text{عدد صحیح } 5$$

(ریاضی ۱، توان های گویا و عبارت های جبری، صفحه های ۴۸ تا ۵۳)

۴

۳

۲

۱

-۵۸

(ابراهیم نبفی)

$$\frac{\sqrt{288a^2b^4}}{a^2} = \sqrt{72} \Rightarrow \frac{\sqrt{144 \times 2 \times a^2 \times b^4}}{a^2} = \sqrt{6^2 \times 2}$$

$$\Rightarrow \frac{12 \times \sqrt{2} \times a^2 \times b^2}{a^2} = 6\sqrt{2} \Rightarrow 12 \times \sqrt{2} \times b^2 = 6\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow 2b^2 = 1 \Rightarrow b^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow b = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$$

۴

۳

۲

۱

$$x \text{ ریشه‌ی دوم } \pm\sqrt{x} \xrightarrow{\text{به توان ۳}} \pm x^{\frac{۳}{۲}}$$

$$x^{\frac{۳}{۲}} \text{ ریشه‌ی چهارم } \pm\sqrt[۴]{x^{\frac{۳}{۲}}} = \pm x^{\frac{۳}{۴}} = \pm x^{\frac{۱}{۲}}$$

$$\frac{\pm x^{\frac{۳}{۲}}}{\pm x^{\frac{۱}{۲}}} = ۸ \xrightarrow{x > 0} \frac{x^{\frac{۳}{۲}}}{x^{\frac{۱}{۲}}} = ۸ \Rightarrow x = ۸$$

$$x \text{ ریشه‌ی سوم} = \sqrt[۳]{۸} = ۲$$

(ریاضی، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۵۴ تا ۶۱)

۴

۳

۲

۱ ✓

ریاضی، ریاضی 1، توان‌های گویا، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری - 13961106

(عمید علیزاده)

-۵۹

$$\begin{aligned} (\sqrt{3} + 1)^{\frac{2}{3}} \left(\sqrt[3]{2(2 - \sqrt{3})} \right) &= \sqrt[3]{(\sqrt{3} + 1)^2} \left(\sqrt[3]{4 - 2\sqrt{3}} \right) \\ &= \sqrt[3]{(3 + 1 + 2\sqrt{3})} \sqrt[3]{4 - 2\sqrt{3}} = \sqrt[3]{(4 + 2\sqrt{3})} \sqrt[3]{(4 - 2\sqrt{3})} \\ &= \sqrt[3]{(4 + 2\sqrt{3})(4 - 2\sqrt{3})} = \sqrt[3]{16 - 12} = \sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{2^2} = 2^{\frac{2}{3}} \end{aligned}$$

(ریاضی، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳ و ۵۹ تا ۶۸)

۴

۳

۲ ✓

۱

ریاضی، ریاضی 1، عبارت‌های جبری، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری - 13961106

$$\frac{a-b}{a+b} = \frac{a-b}{a+b} \times \frac{a-b}{a-b} = \frac{(a-b)^2}{a^2-b^2}$$

$$= \frac{(\sqrt{4}-\sqrt{15}-\sqrt{4+\sqrt{15}})^2}{(\sqrt{4}-\sqrt{15})^2 - (\sqrt{4+\sqrt{15}})^2}$$

$$\frac{(4-\sqrt{15}+4+\sqrt{15}-2\sqrt{(4-\sqrt{15})(4+\sqrt{15})})}{-2\sqrt{15}}$$

$$= \frac{8-2\sqrt{16-15}}{-2\sqrt{15}} = \frac{6}{-2\sqrt{15}} \times \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{15}}$$

$$= \frac{-3\sqrt{15}}{15} = -\frac{\sqrt{15}}{5}$$

(ریاضی، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۸)

۴

۳✓

۲

۱

ریاضی، ریاضی 1، معادله درجه دوم و روش‌های مختلف حل آن، معادله‌ها و نامعادله‌ها - 13961106

$$x^2 - 2x + 1 = 3 - 2\sqrt{2} \Rightarrow (x-1)^2 = 2 - 2\sqrt{2} + 1$$

$$\Rightarrow (x-1)^2 = (\sqrt{2}-1)^2 \Rightarrow \sqrt{(x-1)^2} = \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2}$$

$$\Rightarrow |x-1| = |\sqrt{2}-1| \Rightarrow \begin{cases} x-1 = \sqrt{2}-1 \\ x-1 = 1-\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \sqrt{2} \\ x_2 = 2-\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع ریشه‌ها} = 2$$

(ریاضی، معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۴

۳

۲✓

۱

a ، b و c جملات متوالی یک دنباله‌ی هندسی‌اند، بنابراین $b^2 = ac$. از طرفی:

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \Rightarrow \Delta = (2b)^2 - 4ac = 4b^2 - 4ac$$

$$= 4(b^2 - ac) \xrightarrow{b^2=ac} 4(ac - ac) = 0$$

معادله دارای ریشه‌ی مضاعف است یا به عبارتی نمودار $f(x) = ax^2 + 2bx + c$

بر محور x ها مماس است.

(ریاضی، معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌ی ۲۵ تا ۲۷ و ۷۴ تا ۷۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$(2n-2)2n(2n+2) = 2 \cdot (2n-2+2n+2n+2) \Rightarrow 2n(4n^2-4) = 12 \cdot n$$

$$\xrightarrow{n \neq 0} 4n^2 - 4 = 6 \Rightarrow 4n^2 = 64 \Rightarrow n^2 = 16 \xrightarrow{n \text{ عدد طبیعی}} n = 4$$

سه عدد زوج متوالی عبارتند از: ۶ و ۸ و ۱۰

$$\text{مجموع سه عدد: } 6 + 8 + 10 = 24$$

(ریاضی، معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۲ و ۷۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی، ریاضی ۱، سهمی، معادله‌ها و نامعادله‌ها - 13961106

$$\begin{cases} \Delta < 0 \Rightarrow 4m^2 - 4(m+2)(m-1) < 0 \Rightarrow 4m^2 - 4m^2 - 4m + 8 < 0 \Rightarrow m > 2 \quad (1) \\ a > 0 \Rightarrow m+2 > 0 \Rightarrow m > -2 \quad (2) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} m > 2$$

(ریاضی، معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۴ و ۷۵ و ۷۸ تا ۸۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{-(-\frac{1}{m})}{2m} \Rightarrow \frac{1}{2m^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow m^2 = 1 \Rightarrow m = \pm 1$$

دهانه‌ی سهمی به سمت پایین است. $m < 0 \rightarrow m = -1$

$$\Rightarrow y = -x^2 + x + n$$

نقطه‌ی $A(-1, 0)$ روی سهمی قرار دارد. در نتیجه:

$$0 = -(-1)^2 + (-1) + n \Rightarrow 0 = -1 - 1 + n \Rightarrow n = 2$$

$$\Rightarrow m + n = -1 + 2 = 1$$

(ریاضی ۱، معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(مهم‌رضا میرجلیلی)

-۶۷

طول رأس سهمی، در حقیقت محل گذر خط محور تقارن آن سهمی است که

معادله‌ی محور تقارن این سهمی، برابر است با:

$$x = \frac{-3 + 5}{2} = 1$$

(ریاضی ۱، معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

در صورت سوال گفته شده است که بیشترین مقدار تابع، یعنی عرض رأس سهمی، برابر صفر است. یعنی:

$$\frac{-\Delta}{4a} = 0 \Rightarrow \Delta = 0 \Rightarrow 16 - 4m(m - 3) = 0 \xrightarrow{\div(-4)} -4 + m^2 - 3m = 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 3m - 4 = 0 \Rightarrow (m - 4)(m + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = +4 \\ m = -1 \end{cases}$$

از آنجایی که تابع دارای بیشترین مقدار است، پس باید دهانه‌ی سهمی رو به پایین باشد، یعنی باید ضریب x^2 منفی باشد. لذا $m = 4$ قابل قبول نیست. به ازای $m = -1$ داریم:

$$y = -x^2 + 4x - 4 \xrightarrow{\text{محور تقارن}} x = -\frac{b}{2a} = \frac{-4}{2(-1)} = 2$$

۴

۳

۲ ✓

۱

طول پاره‌خطی که روی محور x ها جدا شده است، ۸ واحد است. چون رأس سهمی وسط پاره‌خط است، پس یک نقطه روی محور x ها ۴ واحد جلوتر از ۳ و یک نقطه ۴ واحد عقب‌تر از ۳ است.

$$\begin{cases} x_1 = 3 - 4 = -1 \\ x_2 = 3 + 4 = 7 \end{cases}$$

نقطه‌ی $(3, 4)$ در منحنی صدق می‌کند $\xrightarrow{\text{معادله‌ی سهمی}}$ $y = a(x+1)(x-7)$

$$a(3+1)(3-7) = 4 \Rightarrow -16a = 4 \Rightarrow a = -\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow y = -\frac{1}{4}(x+1)(x-7) \xrightarrow{\text{عرض از مبدأ}} -\frac{1}{4}(0+1)(0-7) = \frac{7}{4}$$

(ریاضی، معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

نمودار تابع محور x ها را در نقاط $x=1$ و $x=3$ قطع کرده است. پس ضابطه‌ی تابع را می‌توان به صورت $y = a(x-1)(x-3)$ نوشت. از طرفی نمودار تابع، محور عرض‌ها را در $y=2$ قطع کرده است، لذا داریم:

$$\frac{x=0}{y=2} \rightarrow 2 = a(0-1)(0-3) \Rightarrow 2 = 3a \Rightarrow a = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow y = \frac{2}{3}(x-1)(x-3) = \frac{2}{3}(x^2 - 4x + 3) = \frac{2}{3}x^2 - \frac{8}{3}x + 2$$

$$\Rightarrow y_{\min} = \frac{-\Delta}{4a} = -\frac{\left(\frac{8}{3}\right)^2 - 4 \times \frac{2}{3} \times 2}{4 \times \frac{2}{3}} = -\frac{\frac{64}{9} - \frac{16}{3}}{\frac{8}{3}} = -\frac{\frac{16}{9}}{\frac{8}{3}}$$

$$\Rightarrow y_{\min} = -\frac{2}{3}$$

هم چنین برای پیدا کردن y_{\min} می‌توانید طول رأس سهمی، یعنی

$$x = \frac{1+3}{2} = 2$$

را در ضابطه قرار دهید.

(ریاضی، معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌ی ۱۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$-x + 2 = 0 \Rightarrow x = 2$$

x		$-\frac{3}{2}$	1	2		
$3x - 3$	-	-	○	+	+	
$2x + 3$	-	○	+	+	+	
$-x + 2$	+	+	+	○	-	
P(x)	+	○	-	○	+	ت -

پس $P(x)$ در بازه‌های $(-\infty, -\frac{3}{2})$ و $(1, 2)$ قطعاً مثبت است.

مشخص است که $P(x)$ تنها در بازه‌ی گزینه‌ی «۴» مثبت است.

(ریاضی، معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌ی ۱۳ تا ۱۵)

۴

۳

۲

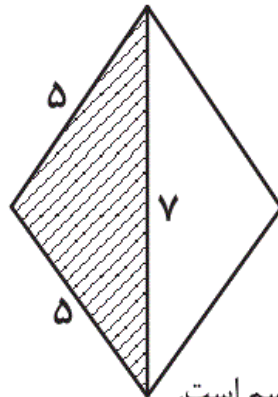
۱

ریاضی، هندسه 1، استدلال، ترسیم‌های هندسی و استدلال - 13961106

-۷۱

(سینا ممپرور)

روشن است که مطابق شکل، با داشتن اندازه‌ی ۳ ضلع به طول‌های ۵، ۵ و ۷، فقط



یک مثلث می‌توان رسم کرد.

با تکرار این عمل به صورت قرینه، لوزی کامل می‌شود.

لذا تنها یک لوزی با مشخصات داده شده در صورت سوال قابل رسم است.

(هندسه، ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحه‌ی ۱۶)

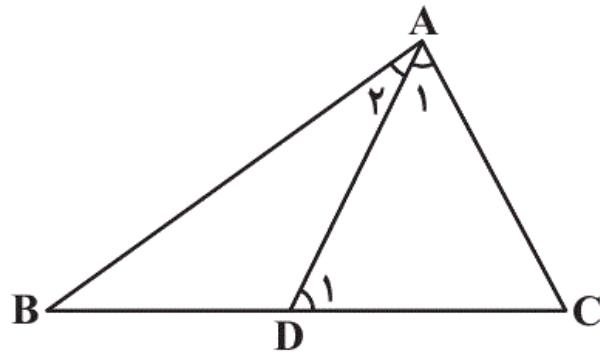
۴

۳

۲

۱

$$\hat{C} = 180^\circ - (\hat{A}_1 + \hat{D}_1) = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$



می‌دانیم در هر مثلث، هر زاویه‌ی خارجی از زوایای داخلی غیرمجاور بزرگ‌تر است.

پس:

$$\begin{cases} \hat{D}_1 > \hat{A}_2 \\ \hat{D}_1 > \hat{B} \end{cases} \xrightarrow{\hat{A}_1 > \hat{D}_1, \hat{C} > \hat{D}_1} \begin{cases} \hat{A}_1 > \hat{A}_2 \\ \hat{C} > \hat{B} \\ \hat{C} > \hat{A}_2 \end{cases}$$

(هندسه ۱، ترسیم‌های هندسی و استرلال، صفحه‌ی ۲۱)

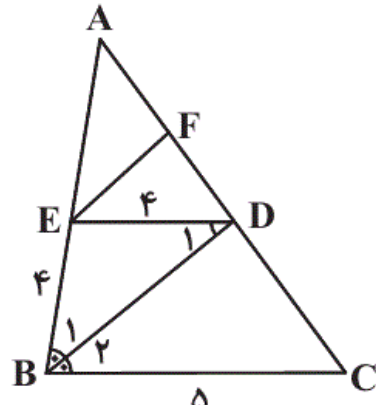
۴

۳

۲

۱

ریاضی، هندسه 1، قضیه تالس، قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن - 13961106



$$\frac{DF}{AC} = \frac{DF}{AD} \times \frac{AD}{AC} \quad (1)$$

$$DE \parallel BC \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه ی تالس}} \frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB} = \frac{DE}{BC} = \frac{4}{5} \quad (2)$$

$$EF \parallel BD \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه ی تالس}} \frac{DF}{AD} = \frac{BE}{AB} = \frac{AB - AE}{AB} = 1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5} \quad (3)$$

$$\xrightarrow{(1),(2),(3)} \frac{DF}{AC} = \frac{1}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{4}{25} = 0/16$$

(هندسه ۱، قضیه ی تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه های ۳۴ تا ۳۷)

۴

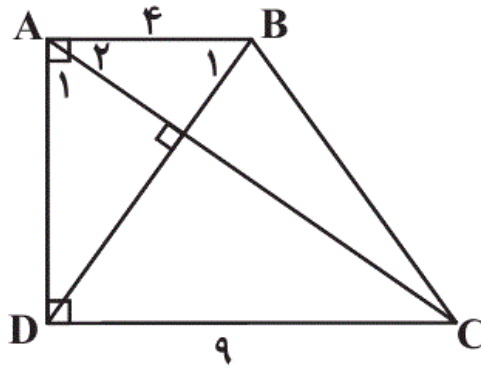
۳

۲ ✓

۱

ریاضی، هندسه ۱، تشابه مثلث ها، قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن - 13961106

دوزنقه‌ی قائم‌الزاویه‌ی زیر را در نظر بگیرید.



$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 90^\circ \\ \hat{B}_1 + \hat{A}_2 = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{B}_1 \quad \left. \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{D} = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABD \sim \triangle ACD \quad (\text{ز.ز})$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{AD}{CD} \Rightarrow AD^2 = AB \times CD \Rightarrow AD^2 = 4 \times 9 = 36$$

$$\Rightarrow AD = 6$$

(هندسه ا، قضیه‌ی تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$\left. \begin{array}{l} AB = AC \Rightarrow \hat{B} = \hat{C} \\ BD = BC \Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{C} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{B} = \hat{D}_1 \quad \left. \begin{array}{l} \hat{C} = \hat{C} \text{ از طرفی} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle BCD \quad (\text{ز.ز})$$

$$\Rightarrow \frac{BC}{AC} = \frac{DC}{BC} \Rightarrow \frac{BC}{9} = \frac{4}{BC}$$

$$\Rightarrow BC^2 = 36 \Rightarrow BC = 6$$

(هندسه ا، قضیه‌ی تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

۴

۳

۲ ✓

۱

بنابر قضیه‌ی فیثاغورس در مثلث DEC داریم: $DC = 5$

$$\triangle ABC, \triangle DEC : \begin{cases} \hat{C} = \hat{C} \text{ زاویه مشترک} \\ \hat{B} = \hat{D} = 90^\circ \end{cases} \xrightarrow{\text{(زج)}} \triangle ABC \sim \triangle DEC$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DC} = \frac{BC}{CE} \Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{10}{5} = \frac{y+5}{4}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{3} = \frac{10}{5} \Rightarrow x = 6 \\ \frac{10}{5} = \frac{y+5}{4} \Rightarrow y = 3 \end{cases} \Rightarrow x + y = 9$$

(هندسه ۱، قضیه‌ی تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۸ تا ۴۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(حسن نصرتی ناهوک)

$$BC = x + y \Rightarrow x + y = 8$$

زاویه‌ی A، زاویه‌ی محاطی روبه‌رو به قطر است، پس $\hat{A} = 90^\circ$ و در نتیجه

مثلث ABC قائم‌الزاویه است و روابط طولی در آن برقرارند، داریم:

$$AH^2 = xy \Rightarrow xy = (\sqrt{7})^2 = 7$$

$$\Rightarrow (x+y)^2 = 8^2 \Rightarrow x^2 + y^2 + 2xy = 64$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 = 64 - 2(7) \Rightarrow x^2 + y^2 = 64 - 14 = 50$$

(هندسه ۱، قضیه‌ی تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی، هندسه 1، کاربردهایی از قضیه‌ی تالس و تشابه مثلث‌ها، قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن - 13961106

$$\frac{S_2}{S_1} = \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25} = 0.16$$

(هندسه ۱، قضیه‌ی تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۴۵ تا ۵۲)

 ۴

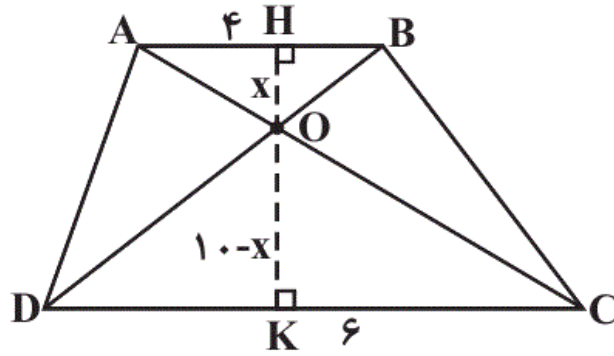
 ۳

 ۲

 ۱

مثلث‌های **OAB** و **OCD** متشابه‌اند، در نتیجه نسبت ارتفاع‌های آن‌ها برابر با

نسبت تشابه است.



$$\frac{AB}{CD} = \frac{OH}{OK} \Rightarrow \frac{4}{6} = \frac{x}{10-x} \Rightarrow 40 - 4x = 6x$$

$$\Rightarrow 10x = 40 \Rightarrow x = 4$$

(هندسه ۱، قضیه‌ی تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۴۵ تا ۵۲)

۴

۳

۲

۱

(رضا عباسی اصل)

$$\triangle DEC, \triangle ABC : \begin{cases} \hat{C} = \hat{C} \text{ زاویه مشترک} \\ \hat{EDC} = \hat{B} = 90^\circ \end{cases} \xrightarrow{\text{(زز)}} \triangle DEC \sim \triangle ABC$$

$$\Rightarrow k = \frac{DE}{AB} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

فرض می‌کنیم $S_{DEC} = S$ باشد، داریم:

$$\frac{S_{DEC}}{S_{ABC}} = k^2 \Rightarrow \frac{S}{S+12} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow S = 4 \Rightarrow \frac{1}{2}(3)(x) = 4 \Rightarrow x = \frac{8}{3}$$

(هندسه ۱، قضیه‌ی تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۴۵ تا ۴۹)

۴

۳

۲

۱

اضلاع مثلث MNP با اضلاع مثلث ABC موازی است
 $(MN \parallel AC, PM \parallel AB, NP \parallel BC)$ ، پس ارتفاع‌های مثلث MNP بر
 اضلاع ABC نیز عمود بوده و در عین حال آن‌ها را نصف می‌کنند، پس
 عمودمنصف‌های آن‌ها هستند. یعنی نقطه‌ی هم‌رسی ارتفاع‌های مثلث MNP ،
 نقطه‌ی هم‌رسی عمودمنصف‌های مثلث ABC است و در نتیجه از سه رأس
 مثلث ABC به یک فاصله است.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

می‌دانیم که در هر مثلث مجموع هر دو ضلع از ضلع سوم بزرگ‌تر است، پس باید سه
 نامعادله‌ی زیر هم‌زمان برقرار باشند:

$$۱) (x+7) + (4x-4) > 6x \Rightarrow 5x+3 > 6x \Rightarrow x < 3$$

$$۲) (x+7) + 6x > 4x-4 \Rightarrow 7x+7 > 4x-4$$

$$\Rightarrow 3x > -11 \Rightarrow x > -\frac{11}{3}$$

$$۳) 6x + (4x-4) > x+7 \Rightarrow 10x-4 > x+7$$

$$\Rightarrow 9x > 11 \Rightarrow x > \frac{11}{9}$$

$$\frac{11}{9} < x < 3$$

اشتراک سه بازه‌ی به‌دست آمده برابر است با:

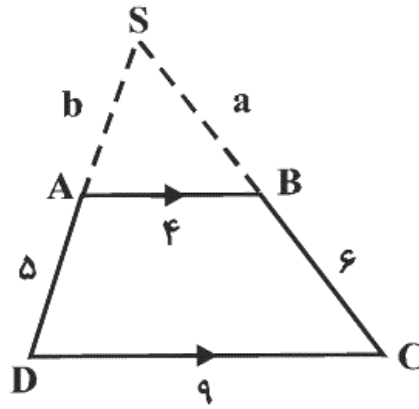
(هندسه ۱، ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحه‌ی ۲۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



مطابق شکل، ساق‌های دوزنقه ABCD به

طول اضلاع $AB = 4$ ، $CD = 9$ ،

$AD = 5$ و $BC = 6$ را امتداد می‌دهیم

تا همدیگر را در S قطع کنند.

$$AB \parallel CD \xrightarrow{\text{تعمیم تالس}} \frac{SA}{SD} = \frac{SB}{SC} = \frac{AB}{CD}$$

$$\Rightarrow \frac{b}{b+5} = \frac{a}{a+6} = \frac{4}{9}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{b}{b+5} = \frac{4}{9} \Rightarrow 9b = 4b + 20 \Rightarrow b = 4 \\ \frac{a}{a+6} = \frac{4}{9} \Rightarrow 9a = 4a + 24 \Rightarrow a = 4/8 \end{cases}$$

$$SAB \text{ محیط مثلث} = 4 + 4/8 + 4 = 12/8$$

(هنرسه ا، قفیهی تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفه‌های ۳۴ تا ۳۷)

۴

۳

۲

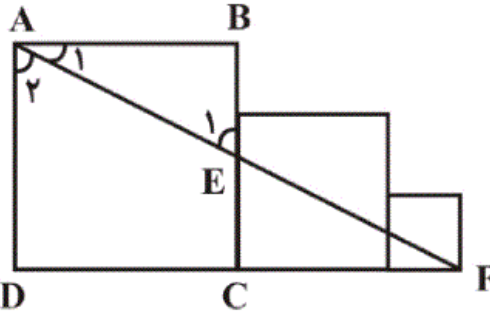
۱

مثلث‌های ABE و ADF به حالت تساوی دو زاویه متشابهند، زیرا:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 90^\circ \\ \hat{A}_1 + \hat{E}_1 = 90^\circ \\ \hat{B} = \hat{D} = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{E}_1 = \hat{A}_2$$

تساوی دو زاویه $\xrightarrow{\Delta} ABE \sim \Delta ADF$

حال نسبت تشابه این دو مثلث را می‌نویسیم:



$$\frac{BE}{AD} = \frac{AB}{DF} \Rightarrow \frac{BE}{5} = \frac{5}{3+4+5}$$

$$\Rightarrow \frac{BE}{5} = \frac{5}{12} \Rightarrow BE = \frac{25}{12}$$

(هندسه ۱، قضیه‌ی تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

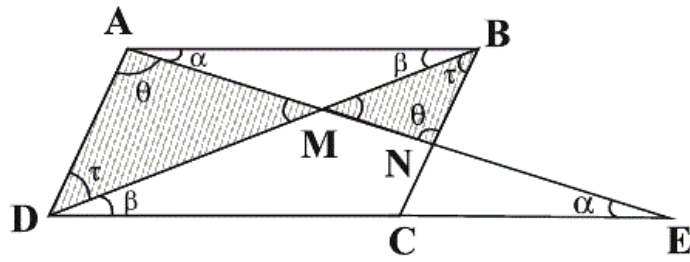
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی، هندسه ۱ - گواه، تشابه مثلث‌ها، قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن - 13961106



مثلث‌های AMD و MNB به حالت دو زاویه‌ی برابر متشابه‌اند، پس:

$$\frac{AM}{MN} = \frac{MD}{MB} \quad (۱)$$

مثلث‌های AMB و DME نیز با دو زاویه‌ی برابر متشابه‌اند، پس:

$$\frac{ME}{AM} = \frac{MD}{MB} \quad (۲)$$

سمت راست دو تساوی (۱) و (۲) با هم برابرند، بنابراین:

$$\frac{AM}{MN} = \frac{ME}{AM} \Rightarrow AM^2 = MN \times ME$$

$$\Rightarrow ۴^2 = MN \times (MN + ۶)$$

$$\Rightarrow (MN + ۸)(MN - ۲) = ۰ \Rightarrow MN = ۲$$

(هندسه ا، قضیه‌ی تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

۴

۳ ✓

۲

۱

(کتاب سه‌سطحی - با تغییر)

$$AB^2 = BH \times BC \xrightarrow{BH=x} ۳۶ = x(x + ۵)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = ۴ \\ x = -۹ \text{ غ.ق.ق} \end{cases}$$

$$BC = x + ۵ = ۴ + ۵ = ۹$$

$$AC^2 = CH \times BC = ۵ \times ۹ = ۴۵ \Rightarrow AC = ۳\sqrt{۵}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \times AC = \frac{1}{2} \times ۶ \times ۳\sqrt{۵} = ۹\sqrt{۵}$$

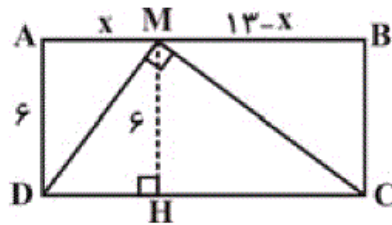
(هندسه ا، قضیه‌ی تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

۴ ✓

۳

۲

۱



اگر $AM = x$ ، آن گاه $MB = 13 - x$.
از طرفی طبق فرض سؤال MD و MC بر هم عمودند، پس مثلث MDC قائم الزاویه بوده و در آن MH ارتفاع وارد بر وتر است و داریم:

$$MH^2 = DH \times HC = AM \times MB$$

$$\Rightarrow 6^2 = x(13 - x) \Rightarrow x^2 - 13x + 36 = 0$$

$$\Rightarrow (x - 4)(x - 9) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \Rightarrow AM = 4, MB = 9 \\ x = 9 \Rightarrow AM = 9, MB = 4 \end{cases}$$

ملاحظه می شود که در هر دو حالت، فاصله‌ی نزدیک‌ترین رأس مستطیل از M برابر ۴ است. (هندسه ۱، قضیه‌ی تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

۴

۳ ✓

۲

۱

ریاضی، هندسه ۱ - گواه، کاربردهایی از قضیه‌ی تالس و تشابه مثلث‌ها، قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن - 13961106

نسبت تشابه دو مثلث، برابر است با نسبت کوچک‌ترین ضلع مثلث اول به کوچک‌ترین

ضلع مثلث دوم، پس: $k = \frac{5}{22/5}$: نسبت تشابه

از طرفی، نسبت محیط‌های دو مثلث متشابه، برابر با نسبت تشابه است، پس اگر محیط

$$\frac{P_1}{P_2} = k \Rightarrow \frac{7+5+11}{P_2} = \frac{5}{22/5}$$

را با P نمایش دهیم، داریم:

$$\Rightarrow P_2 = \frac{23 \times 22/5}{5} = 103/5$$

(هندسه ۱، قضیه‌ی تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۴۵ و ۴۶)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$\frac{S(\triangle ABH)}{S(\triangle ABC)} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{S(\triangle ABH)}{S(\triangle ABC) - S(\triangle ABH)} = \frac{1}{5-1}$$

$$\Rightarrow \frac{S(\triangle ABH)}{S(\triangle ACH)} = \frac{1}{4}$$

بنابراین نسبت مساحت دو مثلث متشابه $\frac{1}{4}$ است. در نتیجه نسبت تشابه دو مثلث $\frac{1}{2}$

است. در دو مثلث متشابه، نسبت ارتفاعها همان نسبت تشابه است. در نتیجه داریم:

$$\frac{HH_1}{HH_2} = \frac{1}{2}$$

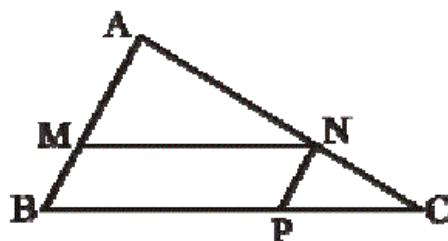
(هندسه ۱، قضیه‌ی تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

۴

۳

۲

۱



توجه کنید از آن جا که چهارضلعی $MNPB$ متوازی الاضلاع است، پس دو مثلث AMN و CNP با مثلث ABC متشابهند.

$$\frac{MA}{MB} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{MA}{MA+MB} = \frac{3}{3+2} \Rightarrow \frac{MA}{AB} = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{S(\triangle AMN)}{S(\triangle ABC)} = \left(\frac{MA}{AB}\right)^2 = \frac{9}{25}$$

$$\Rightarrow S(\triangle AMN) = \frac{9}{25} S(\triangle ABC)$$

$$MN \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{MA}{MB} = \frac{AN}{NC} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{AN+NC}{NC} = \frac{3+2}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{AC}{NC} = \frac{5}{2} \Rightarrow \frac{NC}{AC} = \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{S(\triangle CNP)}{S(\triangle ABC)} = \left(\frac{NC}{AC}\right)^2 = \frac{4}{25}$$

$$\Rightarrow S(\triangle CNP) = \frac{4}{25} S(\triangle ABC)$$

$$S(MNPB) = S(\triangle ABC) - S(\triangle AMN) - S(\triangle CNP)$$

$$= S(\triangle ABC) - \frac{9}{25} S(\triangle ABC) - \frac{4}{25} S(\triangle ABC)$$

$$\Rightarrow S(MNPB) = \frac{12}{25} S(\triangle ABC) = \frac{48}{100} S(\triangle ABC)$$

(هندسه ۱، قضیه‌ی تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۳۴ تا ۳۳۷ و ۳۴۵ تا ۳۴۷)

۴

۳

۲

۱ ✓