



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

**درسنامه ها و جزوه های ریاضی**

**سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور**

**نمونه سوالات امتحانات ریاضی**

**نرم افزارهای ریاضیات**

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

ریاضی ، جبر و احتمال ، استدلال ریاضی - ۱۳۹۶۱۱۰۶

۳۸- کدام عدد کلیت حکم «به ازای هر  $n \in \mathbb{N}$ ،  $f(n) = n^2 + n + 41$  عددی اول است.» را نقض می‌کند؟

- ۱۰ (۱)      ۲۰ (۲)      ۳۰ (۳)      ۴۰ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۳۹- در دو کیسه، مهره‌هایی با رنگ‌های قرمز، آبی و سفید ریخته‌ایم. حداقل تعداد مهره‌ها چقدر باید باشد تا مطمئن باشیم حداقل در یکی از کیسه‌ها،

دست کم ۳ مهره هم‌رنگ داریم؟

- ۹ (۱)      ۱۳ (۲)      ۱۵ (۳)      ۱۹ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۴۰- هر زیرمجموعه  $n$  عضوی از مجموعه  $S = \{1, 2, 3, \dots, 21\}$ ، حداقل دو عضو دارد که مجموع آن‌ها برابر ۱۸ است. حداقل مقدار  $n$  کدام است؟

- ۱۱ (۱)      ۱۲ (۲)      ۱۳ (۳)      ۱۴ (۴)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، جبر و احتمال ، مجموعه - ضرب دکارتی و رابطه - ۱۳۹۶۱۱۰۶

۳۱- مجموعه  $A - (B \cup C)$  با کدام یک از مجموعه‌های زیر برابر نیست؟

- (۱)  $(A - B) - C$       (۲)  $(A - B) \cap (A - C)$       (۳)  $(A - C) - B$       (۴)  $A - (B - C)$

شما پاسخ نداده اید

۳۲- اگر  $A = \{a, \{a\}, \{\{a\}\}\}$ ، آن‌گاه  $P(P(A) - A)$  چند عضوی است؟

- ۶۴ (۱)      ۲۵۶ (۲)      ۸ (۳)      ۱۶ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۳۳- متمم مجموعه  $(A \cap B)' - (B - A)$  نسبت به مجموعه جهانی کدام است؟

- (۱)  $A$       (۲)  $A'$       (۳)  $B$       (۴)  $B'$

شما پاسخ نداده اید

۳۴- اگر  $A$  مجموعه‌ای ۴ عضوی و  $B$  مجموعه‌ای ۳ عضوی باشد، آن‌گاه تعداد اعضای مجموعه  $A \cap B$  چقدر باشد؟

$A \cap B \subseteq X \subseteq A \cup B$  در رابطه  $A \cap B \subseteq X \subseteq A \cup B$  صدق کنند؟

- صفر (۱)      ۱ (۲)      ۲ (۳)      ۳ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۳۵- اگر  $A_1 = \{1\}$ ،  $A_2 = \{2, 3\}$ ،  $A_3 = \{4, 5, 6\}$ ، ...، آن‌گاه  $\bigcup_{i=1}^{10} A_i - \bigcap_{i=1}^{10} A_i$  دارای چند عضو است؟

- ۴۶ (۱)      ۴۵ (۲)      ۵۵ (۳)      ۵۴ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۳۶- کدام یک از مجموعه‌های زیر، همواره برابر با مجموعه  $A \Delta (A' \Delta B')$  است؟

- (۱)  $B - A$  (۲)  $A - B$  (۳)  $B$  (۴)  $(A \Delta B)'$

شما پاسخ نداده اید

۳۷- اگر برای دو مجموعه غیر تهی  $A$  و  $B$ ، رابطه  $A \Delta B = \emptyset$  برقرار باشد، آنگاه کدام یک از مجموعه‌های زیر با بقیه متفاوت است؟

- (۱)  $(A \cup B) - A$  (۲)  $A - (A \cap B)$  (۳)  $A \cap (A - B)$  (۴)  $A \cup (B - A)$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه ، تابع ریاضی ۲ - ۱۳۹۶۱۱۰۶

۱۲- اگر  $f(x) = \sqrt{-x}$  باشد، آنگاه دامنه  $y = f(\log(f(x)))$  کدام است؟

- (۱)  $(-1, +\infty)$  (۲)  $(-\infty, 0)$  (۳)  $(-2, \frac{1}{2}]$  (۴)  $(-1, 0)$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه ، الگو و دنباله - ۱۳۹۶۱۱۰۶

۱- در یک دنباله هندسی، حاصل ضرب جملات چهارم و ششم، ۵ برابر جمله نهم می‌باشد. جمله اول این دنباله هندسی کدام است؟ ( $a_1, q \neq 0$ )

- (۱) ۲ (۲) ۵ (۳) ۸ (۴) ۱۰

شما پاسخ نداده اید

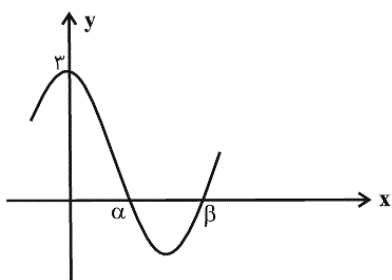
ریاضی ، ریاضی پایه ، مثلثات - ۱۳۹۶۱۱۰۶

۱۶- مجموعه جواب معادله  $\sin^2 x - \cos^2 x = \sin 2x$  کدام است؟ ( $k \in \mathbb{Z}$ )

- (۱)  $\frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{8}$  (۲)  $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$  (۳)  $k\pi - \frac{\pi}{8}$  (۴)  $k\pi + \frac{\pi}{8}$

شما پاسخ نداده اید

۱۷- شکل مقابل قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = a + 2 \cos x$  است. مقدار  $\beta$  کدام است؟



- (۱)  $\frac{2\pi}{3}$  (۲)  $\frac{2\pi}{4}$  (۳)  $\frac{4\pi}{3}$  (۴)  $\frac{5\pi}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۸- اگر  $\cos 3\beta \cos 2\beta + \sin 3\beta \sin 2\beta = \frac{2}{3}$  باشد آنگاه حاصل  $\sin 2\beta$  کدام است؟ (زاویه  $\beta$  حاده است).

- (۱)  $\frac{2\sqrt{5}}{9}$  (۲)  $\frac{4\sqrt{5}}{9}$  (۳)  $\frac{8}{9}$  (۴)  $-\frac{2}{9}$

شما پاسخ نداده اید

۱۹- اگر  $f(x) = \min\{\sin t \mid \frac{\pi}{3} < t \leq x\}$  باشد، در این صورت  $f(\frac{16\pi}{3}) + f(\frac{5\pi}{6})$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲)  $-\frac{1}{2}$

(۳)  $\frac{1}{2}$  (۴) نمی توان به طور دقیق محاسبه کرد.

شما پاسخ نداده اید

۲۰- به ازای کدام مقدار  $a$ ،  $2\sqrt{3} \sin 20^\circ - 1 = a \cos 20^\circ$  برابر می شود؟

- (۱)  $\cos 10^\circ$  (۲)  $\cos 5^\circ$

- (۳)  $\sin 10^\circ$  (۴)  $\sin 5^\circ$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه ، توابع نمایی و لگاریتم - ۱۳۹۶۱۱۰۶

۳- اگر  $2^{x+y} - \frac{1}{2^{y-x}} = 0$  و  $x \log(x+y) + \log x - x - 1 = 0$  باشد، حاصل  $x+y$  کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۹ (۳) ۸ (۴) -۹

شما پاسخ نداده اید

۴- تابع  $f(x) = \log_4(ax+b)$  مفروض است. اگر این تابع خط  $2y-1=0$  را در نقطه‌ای به طول ۱ قطع کند و  $f(3) = \frac{3}{2}$  باشد، حاصل

$f(\frac{a+b}{4})$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)  $-\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{1}{4}$  (۴)  $-\frac{1}{4}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه ، توابع خاص - نامعادله و تعیین علامت - ۱۳۹۶۱۱۰۶

۲- اگر جواب نامعادله  $(x^2 + ax + b)(x - 4) \geq 0$  بازه  $[-2, +\infty)$  باشد، مقدار  $a - b$  کدام است؟

- ۱) ۱۰      ۲) -۱۰      ۳) ۶      ۴) -۶

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه ، تابع حسابان - ۱۳۹۶۱۱۰۶

۱۳- اگر  $f(x) = mx + b$  ( $b \geq 4, m \neq 0$ )، آن‌گاه با شرط  $f \circ f(2) = 2$ ، بیشترین مقدار  $m$  کدام است؟

- ۱) -۱      ۲) -۲      ۳) ۱      ۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۱۴- اگر  $f(x) = \sqrt{4-x}$  و  $g = \{(5,1), (2,5), (1,4), (4,3)\}$  باشد، دامنه تابع  $\frac{g}{f}$  چند عضو دارد؟

- ۱) ۱      ۲) ۲      ۳) ۳      ۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۵- اگر بدانیم که  $f(x) = 2^{-x}$  و  $g = \{(5,6), (4,5), (2,1), (3,a)\}$  حداکثر  $a$  برای این‌که تابع  $f \circ g$  نزولی باشد، کدام است؟

- ۱) ۵      ۲) ۴      ۳) ۲      ۴) ۱

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه ، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۶۱۱۰۶

۵- در دنباله  $a_n$  اگر  $a_{n+1} = a_n + 6$  و جمله هفتم برابر با ۲۵ باشد، مجموع سیزده جمله اول کدام است؟

- ۱) ۳۱۰      ۲) ۳۱۵      ۳) ۳۲۰      ۴) ۳۲۵

شما پاسخ نداده اید

۶- اگر  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 2$  و کوچکترین مضرب مشترک دو چند جمله‌ای  $f(x)$  و  $g(x)$  برابر  $\frac{f(x)g(x)}{(x-1)^2}$  باشد،  $a - b$  کدام است؟

- ۱) ۱      ۲) ۲      ۳) ۳      ۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۷- اگر جمله‌ای از بسط  $(\sqrt[3]{a^2} + \frac{2}{a})^n$  که شامل عبارت  $(\sqrt[3]{a^2})^{n-2}$  می‌باشد، پس از ساده‌سازی فاقد  $a$  باشد،  $n$  کدام است؟

- ۱) ۴      ۲) ۵      ۳) ۶      ۴) ۷

شما پاسخ نداده اید

۸- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله  $x(2x+1) = 2$  و  $\frac{1}{\alpha^2}$  و  $\frac{1}{\beta^2}$  ریشه‌های معادله  $4x^2 + kx + 4 = 0$  باشند، در این صورت  $k$  کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) ۵ (۳) -۹ (۴)  $-\frac{1}{4}$

شما پاسخ نداده اید

۹- یک سهمی محور  $x$  ها را در نقاط به طول ۱ و ۵ قطع می‌کند و رأس آن روی  $y = |x-1| - 4$  است. اگر خط  $y = k$  ( $k \in \mathbb{Z}, k < 0$ )، سهمی را در دو نقطه قطع کند، فاصله این دو نقطه کدام است؟

- (۱) ۸ (۲)  $2\sqrt{2}$  (۳) ۴ (۴)  $\sqrt{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰- اگر ریشه معادله  $\sqrt{x} + \sqrt{x+1} = 1$  به صورت  $x = \frac{m}{n}$  باشد و  $m$  و  $n$  اعداد صحیح مثبت باشند که نسبت به هم اولند، در این صورت حاصل

$m+n$  کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۹ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

شما پاسخ نداده اید

۱۱- معادله  $\left| \frac{\log x}{x} \right| = x - 2$  چند جواب دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

## ریاضی ، آمار و مدل‌سازی ، آمار و مدل‌سازی - ۱۳۹۶۱۱۰۶

۵۱- قطر مربعی برابر با  $d = \sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}E$  اندازه‌گیری شده است. اگر نسبت عدد محیط به عدد مساحت آن، برابر  $2 + A$  باشد،  $A$  برابر کدام است؟

- (۱)  $\frac{2}{1+2E}$  (۲)  $\frac{4}{2+E}$   
(۳)  $\frac{2}{1+E}$  (۴)  $\frac{1}{1+E}$

شما پاسخ نداده اید

۵۲- کدام عبارت صحیح نیست؟

(۱) اگر تمام افراد جامعه را مورد مطالعه قرار دهیم، می‌گوییم سرشماری کرده‌ایم.

(۲) اندازه‌گیری، اولین قدم برای رسیدن به اطلاعات عددی است.

(۳) بیان مسئله به زبان ریاضی را مدل‌سازی ریاضی می‌گوییم.

(۴) متغیر تصادفی، متغیری است که قابل اندازه‌گیری باشد.

شما پاسخ نداده اید

۵۳- داده آماری در ۵ دسته، طبقه‌بندی شده‌اند. فراوانی نسبی دسته آخر برابر ۱/۰ است. اگر ۳۰ داده دیگر کوچک‌تر از میانه به آن‌ها افزوده شود،

فراوانی و فراوانی نسبی دسته‌ی آخر کدام خواهد شد؟

- (۱) ۵ و ۱/۰  
 (۲) ۵ و ۰/۰۶۲۵  
 (۳) ۸ و ۱/۰  
 (۴) ۸ و ۰/۰۶۲۵

شما پاسخ نداده اید

۵۴- مساحت زیر نمودار چندبر فراوانی یک جدول داده‌ها به طول دسته ۵، برابر ۱۰۰ می‌باشد. اگر دسته‌ها در هفت طبقه دسته‌بندی شده و مختصات

پنجمین نقطه در نمودار (۸، ۲۵) باشد، درصد فراوانی نسبی دسته وسط چقدر است؟

- (۱) ۳۲  
 (۲) ۴۰  
 (۳) ۴۸  
 (۴) ۶۴

شما پاسخ نداده اید

۵۵- در نمودار ساقه و برگ زیر، میانگین داده‌های تکرار م. کدام است؟

ساقه	برگ
۱	۰ ۴ ۴ ۵ ۷
۲	۱ ۳ ۴ ۶ ۶ ۶
۳	۵ ۷

- (۱) ۱۶/۷۵  
 (۲) ۱۷/۲۵  
 (۳) ۱۷/۵  
 (۴) ۱۷/۷۵

شما پاسخ نداده اید

۵۶- میانگین چند داده آماری برابر ۱۵ شده است. اگر تمام داده‌ها را چهار برابر کنیم، انحراف معیار تغییری نمی‌کند. دامنه تغییرات این داده‌ها کدام است؟

- (۱) ۱۵  
 (۲) ۶۰  
 (۳) صفر  
 (۴) ۳۰

شما پاسخ نداده اید

۵۷- واریانس قیمت اجناس در سال گذشته، ۱۰۰ بوده است. اگر تمام اجناس ۱۰ درصد افزایش قیمت داشته باشند، واریانس قیمت‌های جدید چقدر است؟

- (۱) ۱۰۰  
 (۲) ۱۲۱  
 (۳) ۱۱۰  
 (۴) ۲۰۰

شما پاسخ نداده اید

۵۸- اگر ۱۵ داده آماری را سه برابر کرده و ۸ واحد از هر یک کم کنیم، ضریب تغییرات داده‌های جدید ۵۰ درصد افزایش می‌یابد. مجموع داده‌های جدید

کدام است؟

- (۱) ۱۲۰  
 (۲) ۲۴۰  
 (۳) ۴۸۰  
 (۴) ۶۰

شما پاسخ نداده اید

۵۹- در یک آمارگیری، داده‌ها در سه دسته قرار دارند. اگر فراوانی مطلق دسته دوم، دو برابر دسته اول و فراوانی مطلق دسته سوم، سه برابر دسته دوم

باشد، در نمودار دایره‌ای حاصل  $\frac{\cos^2 \alpha_1}{\cos \alpha_2}$  کدام است؟ ( $\alpha_i$  زاویه مرکزی متعلق به دسته  $i$ م در نمودار دایره‌ای است.)

۱ (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)

۳ (۳)  $-\frac{1}{2}$  (۴)

شما پاسخ نداده اید

۶۰- اگر میانگین داده‌های  $x_1, x_2, \dots, x_n$  برابر ۲۰ و میانگین داده‌های  $x_1 + 1, x_2 + 2, \dots, x_n + n$  برابر ۳۰ باشد، آنگاه  $n$  کدام است؟

۱۰ (۱) ۱۵ (۲)

۱۹ (۳) ۲۰ (۴)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۱ ، استدلال (هندسه‌ی ۱) ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۶۱۱۰۶

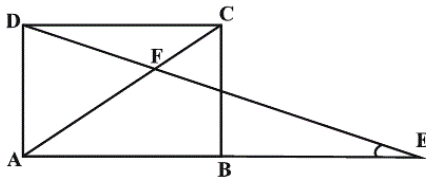
۴۱- در مثلث  $ABC$ ، نیمسازهای داخلی زوایای  $B$  و  $C$  یکدیگر را با زاویه  $70^\circ$  درجه قطع می‌کنند. زاویه  $A$  چند درجه است؟

۲۰ (۱) ۴۰ (۲)

۶۰ (۳) ۸۰ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۴۲- در شکل زیر،  $ABCD$  مستطیل و  $AC = BE$  است. زاویه  $AFD$  چند درجه است؟ ( $\hat{E} = 20^\circ$ )



۳۰ (۱)

۴۰ (۲)

۵۰ (۳)

۶۰ (۴)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۱ ، هندسه‌ی فضایی (هندسه‌ی ۱) ، هندسه‌ی فضایی - ۱۳۹۶۱۱۰۶



۴۸- نسبت عدد حجم به قطر یک مکعب برابر  $3\sqrt{3}$  است. با ثابت نگه داشتن عرض و ارتفاع، طول این مکعب را دو برابر می‌کنیم. قطر مکعب مستطیل

حاصل کدام است؟

- (۱)  $3\sqrt{6}$   
(۲) ۶  
(۳)  $3\sqrt{2}$   
(۴)  $6\sqrt{3}$

شما پاسخ نداده اید

۴۹- از دایره‌ای به شعاع ۹، قطاعی به زاویه مرکزی  $120^\circ$  بریده‌ایم و با آن یک مخروط ساخته‌ایم. حجم این مخروط کدام است؟

- (۱)  $18\pi$   
(۲)  $36\pi\sqrt{2}$   
(۳)  $18\pi\sqrt{2}$   
(۴)  $36\pi$

شما پاسخ نداده اید

۵۰- در یک نیم کره به شعاع قاعده ۳، بزرگترین هرم مربع القاعده را قرار می‌دهیم. مساحت کل این هرم کدام است؟

- (۱)  $18 + 9\sqrt{3}$   
(۲)  $18 + 18\sqrt{3}$   
(۳)  $18 + 6\sqrt{3}$   
(۴)  $18 + 15\sqrt{3}$

شما پاسخ نداده اید

## ریاضی، هندسه ۱، مساحت و قضیه فیثاغورس - ۱۳۹۶۱۱۰۶

۴۳- روی اضلاع AC و BC از مثلث غیرمستوی ABC و در بیرون آن مربع‌های ACED و BGFC را ساخته‌ایم. اگر مساحت مثلث CEF برابر ۳۲

باشد، مساحت مثلث ABC چقدر است؟

- (۱) ۱۶  
(۲) ۳۲  
(۳) ۲۴  
(۴) ۶۴

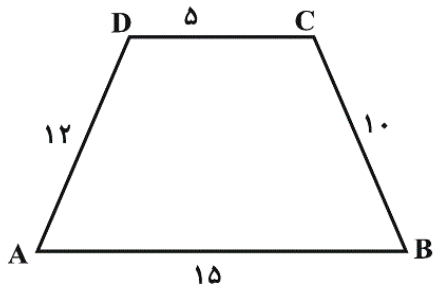
شما پاسخ نداده اید

۴۴- در مثلث قائم الزاویه ABC، AH ارتفاع وارد بر وتر است. اگر  $AC = 6\sqrt{3}$  و  $CH = 9$  باشند، آن‌گاه مساحت مثلث ABC کدام است؟

- (۱) ۳۶  
(۲)  $36\sqrt{3}$   
(۳) ۱۸  
(۴)  $18\sqrt{3}$

شما پاسخ نداده اید

۴۵- مساحت ذوزنقه داده شده چند واحد سطح است؟

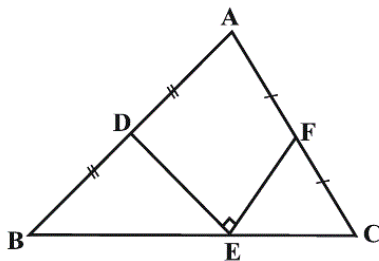


- (۱) ۷۲
- (۲) ۷۸
- (۳) ۸۴
- (۴) ۹۶

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۱ ، تشابه - ۱۳۹۶۱۱۰۶

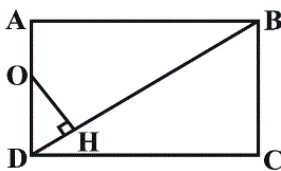
۴۶- در شکل زیر اگر  $EF = ۶\text{cm}$  و  $BC = ۲۰\text{cm}$  باشند، طول  $DE$  چند سانتی متر است؟



- (۱) ۵
- (۲) ۶
- (۳) ۷
- (۴) ۸

شما پاسخ نداده اید

۴۷- در مستطیل شکل زیر  $AB = ۸$ ،  $BC = ۶$  و  $OA = \frac{9}{4}$  است. فاصله نقطه O از قطر BD کدام است؟



- (۱) ۳
- (۲) ۴
- (۳) ۲
- (۴) ۱/۵

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه - گواه ، الگو و دنباله - ۱۳۹۶۱۱۰۶

۲۳- حاصل عبارت  $\sqrt[6]{۱۲} \times \sqrt[4]{۵۴} \times \sqrt[3]{۲\sqrt[4]{۶}}$  کدام است؟

- (۱)  $۶\sqrt[۲]{۲}$
- (۲)  $۳\sqrt[۶]{۳۲}$
- (۳)  $۲\sqrt[۳]{۹}$
- (۴) ۶

شما پاسخ نداده اید

۲۷- حاصل عبارت  $\frac{\sin 25^\circ + \sin 70^\circ}{\cos 56^\circ - \cos 11^\circ}$  ، با فرض  $\tan 2^\circ = 0/4$  ، کدام است؟

(۱)  $-\frac{3}{4}$

(۲)  $\frac{3}{4}$

(۳)  $\frac{7}{3}$

(۴)  $\frac{5}{8}$

شما پاسخ نداده اید

۲۸- اگر  $\tan \alpha = 2$  و  $\tan \beta = \frac{1}{3}$  ، آن گاه مقدار  $\tan(\alpha - \beta)$  کدام است؟

(۱)  $-3$

(۲)  $-2$

(۳)  $\frac{1}{2}$

(۴)  $3$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه - گواه ، توابع نمایی و لگاریتم - ۱۳۹۶۱۱۰۶

۲۹- اگر  $3^a = A$  باشد،  $\log_3 9A^2$  کدام است؟

(۱)  $2 + 2a$

(۲)  $3 + 2a$

(۳)  $2 + a^2$

(۴)  $3 + a^2$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه - گواه ، تابع حسابان - ۱۳۹۶۱۱۰۶

۲۵- اگر  $f(x) = \sqrt{3-x}$  و  $g(x) = \log_2(x^2 + 2x)$  باشد، دامنه تابع  $f \circ g$  کدام است؟

(۱)  $[-4, 2]$

(۲)  $[-2, 0]$

(۳)  $[-4, -1] \cup (1, 2]$

(۴)  $[-4, -2) \cup (0, 2]$

شما پاسخ نداده اید

۲۶- به ازای کدام مقادیر  $a$ ، ضابطه  $f(x) = \begin{cases} 2\sqrt{x} & ; x \geq 0 \\ -\sqrt{ax} & ; x < 0 \end{cases}$  یک تابع فرد است؟

(۱) -۴ (۲) ۴

(۳)  $\pm 4$  (۴) هیچ مقدار  $a$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضی پایه - گواه، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۶۱۱۰۶

۲۴- مساحت ناحیه محدود به نمودارهای دو تابع  $y = x + |x|$  و  $y = 2 - |x|$ ، کدام است؟

(۱) ۲ (۲)  $\frac{7}{3}$

(۳)  $\frac{8}{3}$  (۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۳۰- در یک دنباله هندسی نزولی، هر جمله آن، نصف مجموع تمام جملات بعدی است. قدر نسبت آن کدام است؟ ( $a_1, q \neq 0$ )

(۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{1}{2}$

(۳)  $\frac{2}{3}$  (۴)  $\frac{3}{4}$

شما پاسخ نداده اید

۲۱- اگر معادله  $x^4 - (m+2)x^2 + m + 5 = 0$  دارای ۴ ریشه حقیقی متمایز باشد، مجموعه مقادیر  $m$  به کدام صورت است؟

(۱)  $m < -4$  (۲)  $m > 4$

(۳)  $-4 < m < 4$  (۴)  $4 < m < 9$

شما پاسخ نداده اید

۲۲- تعداد جوابهای معادله  $\frac{x-2}{x+2} + \frac{x}{x-2} = \frac{8}{x^2-4}$  کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۱

(۳) ۲ (۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، جبر و احتمال ، استدلال ریاضی - ۱۳۹۶۱۱۰۶

۳۸-

(رضا عباسی اصل)

$$n = 40 \Rightarrow f(n) = 40^2 + 40 + 41 = 40(40 + 1) + 41$$

$$\Rightarrow f(40) = 40 \times 41 + 41 = 41(40 + 1) = 41 \times 41$$

پس  $f(40)$  اول نیست.

(جبر و احتمال - استدلال ریاضی؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

۴

۳

۲

۱

۳۹-

(سیدوید زوالفقاری)

اگر در هر یک از کیسه‌ها ۶ مهره (۲ مهره از هر رنگ) داشته باشیم، هدف مسأله برآورده نشده است، اما با اضافه کردن مهره بعدی (مهره سیزدهم) قطعاً در یکی از دو کیسه، حداقل ۳ مهره هم‌رنگ وجود دارد.

(جبر و احتمال - استدلال ریاضی؛ صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

۴

۳

۲

۱

۴۰-

(سروش موئینی)

حالت‌هایی که مجموع دو عضو از مجموعه  $S$  برابر ۱۸ باشند، عبارت است از:

$$\{1, 17\}, \{2, 16\}, \{3, 15\}, \{4, 14\}, \{5, 13\}, \{6, 12\}, \{7, 11\}, \{8, 10\}$$

بدترین حالت برای انتخاب یک زیرمجموعه از  $S$ ، برای آن که مجموع دو عضو آن برابر ۱۸ شود، آن است که از هر یک از گروه‌های بالا (هشت گروه) یک عضو و همچنین اعداد ۹، ۱۸، ۱۹، ۲۰ و ۲۱ که در هیچ کدام از این گروه‌ها نیستند، انتخاب گردند. یعنی با انتخاب ۱۳ عضو، می‌توان زیرمجموعه‌ای داشت که جمع هیچ دو عضو آن برابر ۱۸ نشود و ولی انتخاب عضو چهاردهم برای این زیرمجموعه، قطعاً دو عضو با مجموع ۱۸ وجود دارد.

(جبر و احتمال - استدلال ریاضی؛ صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

۴

۳

۲

۱

طبق روابط جبر مجموعه‌ها داریم:

$$A - (B \cup C) = A \cap (B \cup C)' = A \cap (B' \cap C') = A \cap B' \cap C'$$

$$\text{گزینه «۱» : } (A - B) - C = (A \cap B') \cap C' = A \cap B' \cap C'$$

$$\text{گزینه «۲» : } (A - B) \cap (A - C) = (A \cap B') \cap (A \cap C') = A \cap B' \cap C'$$

$$\text{گزینه «۳» : } (A - C) - B = (A \cap C') \cap B' = A \cap B' \cap C'$$

$$\text{گزینه «۴» : } A - (B - C) = A \cap (B \cap C)' = A \cap (B' \cup C)$$

$$= (A \cap B') \cup (A \cap C)$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود، تنها مجموعه گزینه «۴» با مجموعه اصلی (صورت سؤال) برابر نیست.

(ببر و احتمال - مجموعه‌ها: صفحه‌های ۴۴ تا ۵۲)

-----  
۴ ✓      ۳      ۲      ۱  
 -----

مجموعه  $P(A)$  (مجموعه توانی مجموعه  $A$ ) شامل تمام زیر مجموعه‌های  $A$

( $2^3 = 8$  زیر مجموعه) است که دو زیر مجموعه  $\{a\}$  و  $\{\{a\}\}$  دقیقاً در مجموعه

$A$  نیز وجود دارند، پس تعداد اعضای مجموعه  $P(A) - A$  برابر  $8 - 2 = 6$

است و در نتیجه این مجموعه دارای  $2^6 = 64$  زیر مجموعه است. به عبارت دیگر

$P(P(A) - A)$  دارای ۶۴ عضو می‌باشد.

(ببر و احتمال - مجموعه‌ها: صفحه‌های ۳۶ تا ۴۱ و ۵۰)

-----  
۴      ۳      ۲      ۱ ✓  
 -----

$$(A \cap B)' - (B - A) = (A' \cup B') \cap (B \cap A)'$$

$$= (A' \cup B') \cap (A \cup B)' = \underbrace{[(A' \cap A) \cup B']}_{\emptyset} = B'$$

بنابراین متمم این مجموعه نسبت به مجموعه جهانی، مجموعه  $U - B'$  یعنی

مجموعه  $B$  است.

(ببر و احتمال - مجموعه‌ها: صفحه‌های ۴۴ تا ۵۴)

-----  
۴      ۳ ✓      ۲      ۱  
 -----

مجموعه‌هایی مانند  $X$  در صورتی در رابطه  $A \cap B \subseteq X \subseteq A \cup B$  صدق می‌کنند که هر کدام شامل تمام اعضای  $A \cap B$  بوده و زیر مجموعه  $A \cup B$  باشند. در نتیجه تعداد مجموعه‌های ممکن برای  $X$  برابر تعداد زیر مجموعه‌های مجموعه  $(A \cup B) - (A \cap B)$  است. با توجه به فرض مسأله داریم:

$$|(A \cup B) - (A \cap B)| = 3 \Rightarrow |A \cup B| - |A \cap B| = 3$$

$$\Rightarrow (|A| + |B| - |A \cap B|) - |A \cap B| = 3$$

$$\Rightarrow 4 + 3 - 2|A \cap B| = 3 \Rightarrow |A \cap B| = 2$$

(بیر و احتمال - مجموعه‌ها: صفحه‌های ۳۶ تا ۵۲)

۴

۳ ✓

۲

۱

اولاً: واضح است که اشتراک دو به دوی این مجموعه‌ها تهی است. ثانیاً: مجموعه  $A_{10}$  دارای ۱۰ عضو است که کوچک‌ترین عضو آن با توجه این که اولی یک عضو، دومی دو عضو، سومی سه عضو و ... و دهمی ده عضو دارد، برابر است با:

$$\frac{10 \times 9}{2} + 1 = 46$$

$$A_{10} = \{46, 47, \dots, 55\}$$

یعنی:

$$\Rightarrow \bigcup_{i=1}^{10} A_i = \{1, 2, \dots, 55\}, \bigcap_{i=1}^{10} A_i = \{ \}$$

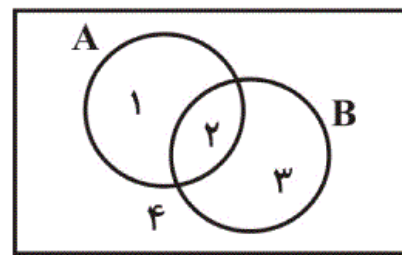
۴

۳ ✓

۲

۱

با نام‌گذاری ناحیه‌های موجود در نمودار ون دو مجموعه  $A$  و  $B$ ، داریم:



$$\begin{cases} A' = \{3, 4\} \\ B' = \{1, 4\} \end{cases} \Rightarrow A' \Delta B' = \{1, 3\}$$

از طرفی  $A = \{1, 2\}$  پس  $A \Delta (A' \Delta B')$  برابر است با نواحی  $\{2, 3\}$ ، یعنی مجموعه  $B$ .

(بیر و احتمال - مجموعه‌ها: صفحه‌های ۳۱ تا ۵۶)

۴

۳ ✓

۲

۱

(امیرحسین ابومحبوب)

اگر  $A \Delta B = \emptyset$ ، گناه قطعاً  $(A - B)$  و  $(B - A)$  تهی هستند. یعنی  $A \subseteq B$  و  $B \subseteq A$ ، پس  $A = B$  داریم:

گزینه ۱:  $(A \cup B) - A = B - A = \emptyset$

گزینه ۲:  $A - (A \cap B) = A - B = \emptyset$

گزینه ۳:  $A \cap (A - B) = \emptyset$

گزینه ۴:  $A \cup (B - A) = A$

بنابراین تنها مجموعه گزینه ۴، با سایر گزینه‌ها متفاوت است.

(ببر و احتمال - مجموعه‌ها: صفحه‌های ۴۴ تا ۵۶)

۴ ✓

۳

۲

۱

ریاضی ، ریاضی پایه ، تابع ریاضی ۲ - ۱۳۹۶۱۱۰۶

(امیرحوشنگ فمسه)

$$\sqrt{-x} : -x \geq 0 \Rightarrow x \leq 0 \quad (1)$$

$$\log(f(x)) = \log \sqrt{-x} \Rightarrow f(\log(f(x))) = \sqrt{-\log \sqrt{-x}}$$

$$-\log \sqrt{-x} \geq 0 \Rightarrow \log \sqrt{-x} \leq 0 \Rightarrow 0 < \sqrt{-x} \leq 1 \Rightarrow 0 < -x \leq 1$$

$$\Rightarrow -1 \leq x < 0 \quad (2)$$

$$(1) \cap (2) \Rightarrow -1 \leq x < 0$$

(ریاضی ۲ - تابع: صفحه‌های ۳۴ تا ۳۶ و

توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۱۱)

۴ ✓

۳

۲

۱

ریاضی ، ریاضی پایه ، الگو و دنباله - ۱۳۹۶۱۱۰۶



(علی اصغر شریفی)

می‌دانیم جمله عمومی یک دنباله هندسی با جمله اول  $a_1$  و قدر نسبت  $q$  برابر است با:

$$a_n = a_1 q^{n-1}$$

با توجه به صورت سؤال داریم:  $a_4 \times a_6 = 5a_9 \Rightarrow (a_1 q^3)(a_1 q^5) = 5a_1 q^8$ 

$$\Rightarrow a_1^2 q^8 = 5a_1 q^8 \Rightarrow a_1^2 = 5a_1 \xrightarrow{a_1 \neq 0} a_1 = 5$$

(ریاضی ۲ - الگو و دنباله: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

□۴

□۳

□۲✓

□۱

ریاضی ، ریاضی پایه ، مثلثات - ۱۳۹۶۱۱۰۶

- ۱۶

(مهم‌مصطفی ابراهیمی)

$$\sin 2x = \sin^4 x - \cos^4 x$$

$$\Rightarrow \sin 2x = \underbrace{(\sin^2 x - \cos^2 x)}_{-\cos 2x} \underbrace{(\sin^2 x + \cos^2 x)}_1$$

$$\Rightarrow \sin 2x = -\cos 2x$$

$$\Rightarrow 2x = k\pi - \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} - \frac{\pi}{8}$$

(مسابان - مثلثات: صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۳)

□۴

□۳

□۲

□۱✓

- ۱۷

(مهم‌مصطفی ابراهیمی)

اول اینکه  $f(0) = 3$  می‌باشد. پس:

$$f(x) = a + 2 \cos x \Rightarrow f(0) = a + 2 = 3 \Rightarrow a = 1$$

بنابراین  $f(x) = 1 + 2 \cos x$  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله  $1 + 2 \cos x = 0$  هستند.

$$1 + 2 \cos x = 0 \Rightarrow \cos x = -\frac{1}{2}$$

اولین جایی که کسینوس  $-\frac{1}{2}$  می‌شود در  $\alpha = \frac{2\pi}{3}$  و دومین جا هم در  $\beta = \frac{4\pi}{3}$ 

است.

پس  $\beta$  که دومین ریشه است  $\frac{4\pi}{3}$  می‌شود.

(ریاضی ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۲)

□۴

□۳✓

□۲

□۱

(هادی پلور)

$$\cos 3\beta \cos 2\beta + \sin 3\beta \sin 2\beta = \cos(3\beta - 2\beta) = \cos \beta = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \sin \beta = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\sin 2\beta = 2 \sin \beta \cos \beta = 2 \left( \frac{2}{3} \right) \left( \frac{\sqrt{5}}{3} \right) = \frac{4\sqrt{5}}{9}$$

(مسابن - مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۷)

۴

۳

۲ ✓

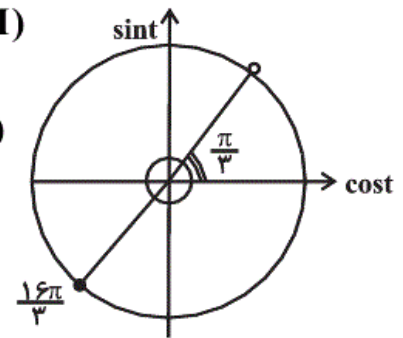
۱

(عمیر علیزاده)

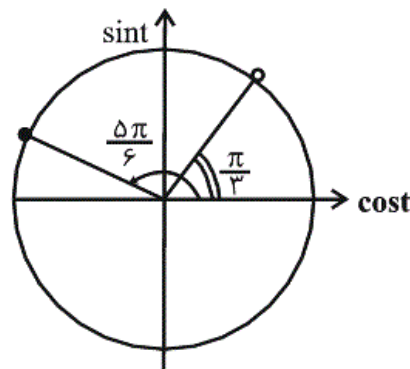
تابع  $f(x)$  را در مقادیر نوشته شده، به طور دقیق می‌نویسیم:

$$f\left(\frac{16\pi}{3}\right) = \min\{\sin t : \frac{\pi}{3} < t \leq \frac{16\pi}{3}\} \quad \text{(I)}$$

$$f\left(\frac{5\pi}{6}\right) = \min\{\sin t : \frac{\pi}{3} < t \leq \frac{5\pi}{6}\} \quad \text{(II)}$$

(I) با توجه به شکل بالا در این بازه  $t$ ،  $\sin t$  تمام مقادیر را به خودش می‌گیرد.بنابراین:  $\min\{\sin t\} = -1$ 

(II) با توجه به شکل روبه‌رو در این بازه،

کم‌ترین مقدار  $\sin t$  برابر با  $\sin \frac{5\pi}{6}$ می‌باشد:  $\min\{\sin t\} = \frac{1}{2}$ 

$$f\left(\frac{16\pi}{3}\right) + f\left(\frac{5\pi}{6}\right) = \underbrace{-1}_{-1} + \underbrace{\frac{1}{2}}_{\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2}$$

با توجه به (I) و (II) داریم:

(ریاضی ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۴۱)

۴

۳

۲ ✓

۱

(علی اکبر کلاه‌ملکی)

$$\begin{aligned}
2\sqrt{3} \sin 2^\circ - 1 &= \frac{2\sqrt{3} \sin 2^\circ \cdot \cos 2^\circ}{\cos 2^\circ} - 1 = \frac{\sqrt{3} \sin 4^\circ}{\cos 2^\circ} - 1 \\
&= \frac{2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \sin 4^\circ}{\cos 2^\circ} - 1 = \frac{2 \cos 3^\circ \sin 4^\circ}{\cos 2^\circ} - 1 = \frac{\sin 1^\circ + \sin 7^\circ}{\cos 2^\circ} - 1 \\
&= \frac{\sin 1^\circ + \cos 2^\circ}{\cos 2^\circ} - 1 = \frac{\sin 1^\circ}{\cos 2^\circ} + 1 - 1 = \frac{\sin 1^\circ}{\cos 2^\circ} \Rightarrow a = \sin 1^\circ
\end{aligned}$$

(مسایان - مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

ریاضی، ریاضی پایه، توابع نمایی و لگاریتم - ۱۳۹۶۱۱۰۶

-۳

(مهم‌مصطفی ابراهیمی)

$$2^{x+y} = \frac{1}{2^{y-x}} \Rightarrow 2^{x+y} \times 2^{y-x} = 1 \Rightarrow 2^{2y} = 1 \Rightarrow 2y = 0 \Rightarrow y = 0$$

حال در معادله  $x \log(x+y) + \log x - x - 1 = 0$  را برابر صفر قرار

می‌دهیم:

$$x \log x + \log x - x - 1 = 0 \Rightarrow x \log x - x + \log x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow x(\log x - 1) + (\log x - 1) = 0 \Rightarrow (\log x - 1)(x + 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \log x - 1 = 0 \Rightarrow x = 10 & \text{ق ق} \\ x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

بنابراین  $x + y = 10 + 0 = 10$  است.

(ریاضی ۲ - توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۱۶ تا ۱۱۶)

۴

۳

۲

۱ ✓

تابع  $f$  خط  $y = \frac{1}{2}$  را در نقطه‌ای به طول ۱ قطع می‌کند، پس:

$$f(1) = \frac{1}{2} \rightarrow \log_f(a + b) = \frac{1}{2} \Rightarrow a + b = 2$$

$$f(3) = \frac{3}{2} \Rightarrow \log_f(3a + b) = \frac{3}{2} \Rightarrow 3a + b = 8$$

با حل دو معادله بالا داریم:  $a = 3$  و  $b = -1$

پس ضابطه  $f$  به صورت  $f(x) = \log_f(3x - 1)$  است.

$$f\left(\frac{a+b}{4}\right) = f\left(\frac{1}{2}\right) = \log_f \frac{1}{2} = \frac{-1}{2}$$

(ریاضی ۲ - توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۱۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی ، ریاضی پایه ، توابع خاص- نامعادله و تعیین علامت - ۱۳۹۶۱۱۰۶

عبارت  $(x^2 + ax + b)(x - 4)$  تواند حداکثر سه ریشه داشته باشد که حتماً یکی از آنها  $x = 4$  است.

از آنجایی که جواب نامعادله بازه  $[-2, +\infty)$  است، می‌فهمیم که  $x = -2$  ریشه عبارت  $x^2 + ax + b$  است. از طرفی چون  $x = 4$  در بازه جواب نامعادله قرار دارد، پس حتماً  $x = 4$  ریشه مضاعف کل عبارت است. یعنی  $x = 4$  ریشه عبارت  $x^2 + ax + b$  نیز می‌باشد. پس عبارت  $x^2 + ax + b$  در واقع به صورت  $(x + 2)(x - 4)$  است:

$$(x + 2)(x - 4) = x^2 - 2x - 8 \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = -8 \end{cases} \Rightarrow a - b = -2 + 8 = 6$$

به تعیین علامت این عبارت یک بار نگاه کنید!

$$(x + 2)(x - 4)(x - 4) = (x + 2)(x - 4)^2$$

x		-2		4	
$x + 2$	-	o	+	o	+
$(x - 4)^2$	+	o	+	o	+
$(x + 2)(x - 4)^2$	-	o	+	o	+

(ریاضی ۲ - توابع فاص - نامعادله و تعیین علامت: صفحه‌های ۷۳ تا ۸۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$f \circ f(x) = f(f(x)) = f(2m + b) = m(2m + b) + b = 2m^2 + mb + b$$

$$\text{(فرض)} \quad f \circ f(x) = 2 \Rightarrow 2m^2 + mb + b = 2 \Rightarrow 2m^2 + mb + b - 2 = 0$$

در معادله فوق بر حسب  $m$ ، جمع ضریب جمله درجه دوم و عدد ثابت برابر با ضریب جمله درجه یک است  $(2 + b - 2 = b)$  پس یکی از ریشه‌ها  $-1$  و دیگری

$$-\frac{c}{a} = -\frac{b-2}{2} \text{ یعنی:}$$

$$m = -1 \text{ یا } m = -\frac{b}{2} + 1 \xrightarrow{b \geq 4} m \leq -1$$

پس بیش‌ترین مقدار  $m$  برابر  $-1$  است.

(مسئله‌ها - تابع: صفحه‌های ۶۹ تا ۷۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(ممدرطاهر شعاعی)

$$D_{\frac{g}{f}} = (D_f \cap D_g) - \{x \in D_f \mid f(x) = 0\}$$

$$= ((-\infty, 4] \cap \{1, 2, 4, 5\}) - \{4\} = \{1, 2, 4\} - \{4\} = \{1, 2\}$$

(مسئله‌ها - تابع: صفحه‌های ۶۴ تا ۶۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(ممدرطاهر شعاعی)

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

$$\Rightarrow f \circ g = \{(5, 2^{-6}), (4, 2^{-5}), (2, 2^{-1}), (3, 2^{-a})\}$$

$$= \{(5, \frac{1}{64}), (4, \frac{1}{32}), (3, \frac{1}{2^a}), (2, \frac{1}{2})\}$$

برای اینکه  $f \circ g$  نزولی باشد، لازم است با افزایش ورودی تابع، خروجی آن کاهش یابد

$$(f \circ g)(4) \leq (f \circ g)(3) \leq (f \circ g)(2) \quad \text{بنابراین لازم است که:}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{32} \leq \frac{1}{2^a} \leq \frac{1}{2} \Rightarrow 32 \geq 2^a \geq 2 \Rightarrow 5 \geq a \geq 1$$

$$\Rightarrow a_{\max} = 5$$

(مسئله‌ها - تابع: صفحه‌های ۶۹ تا ۱۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

-۵

(علی شهبازی)

با توجه به رابطه  $a_{n+1} - a_n = 6$ ، هر جمله از جملهٔ مقابل خود ۶ واحد بیشتر

است، یعنی  $a_n$  یک دنبالهٔ حسابی با قدرنسبت ۶ است. جملهٔ هفتم وسط دو جملهٔ اول

و سیزدهم قرار دارد. پس:

$$a_1 + a_{13} = 2a_7$$

حالا  $S_{13}$  را حساب می‌کنیم:

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \Rightarrow S_{13} = \frac{13}{2} \overbrace{(a_1 + a_{13})}^{2a_7} = 13a_7 = 13 \times 25 = 325$$

(مسئله - محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات؛ صفحه‌های ۲ تا ۶)

۴

۳

۲

۱

-۶

(مهمرضا توجیه)

از آنجایی که ک.م.م دو عبارت جبری، حاصل ضرب آن‌ها تقسیم بر ب.م.م آنهاست،

متوجه می‌شویم که ب.م.م  $f(x)$  و  $g(x)$  عبارت  $(x-1)^2$  است. بنابراین  $f(x)$

باید عامل  $(x-1)^2$  داشته باشد. یعنی بر  $(x-1)^2$  بخش پذیر باشد:

$$\begin{array}{r} x^3 + ax^2 + bx + 2 \\ -x^3 + 2x^2 - x \\ \hline (a+2)x^2 + (b-1)x + 2 \\ -(a+2)x^2 + 2(a+2)x - a - 2 \\ \hline (b+2a+3)x - a \end{array}$$

باقی‌ماندهٔ تقسیم باید صفر باشد، پس:

$$\begin{cases} b + 2a + 3 = 0 \\ -a = 0 \end{cases} \Rightarrow a = 0 \text{ و } b = -3 \Rightarrow a - b = 3$$

(مسئله - محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات؛ صفحه‌های ۶ تا ۱۵)

۴

۳

۲

۱

(عباس نعمتی فر)

$$\left(\sqrt[3]{a^2} + \frac{1}{a}\right)^n = A(\sqrt[3]{a^2})^n + B(\sqrt[3]{a^2})^{n-1}\left(\frac{1}{a}\right)^1 + C(\sqrt[3]{a^2})^{n-2}\left(\frac{1}{a}\right)^2 + \dots$$

پس جمله مورد نظر، با صرف نظر از ضریب  $C$  به صورت زیر است:

$$a^{\frac{2n-4}{3}} \times a^{-2} = a^{\frac{2n-10}{3}} = a^0 \Rightarrow \frac{2n-10}{3} = 0 \Rightarrow n = 5$$

(مسابان - مسابقات جبری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۸ تا ۱۱)

۴

۳

۲ ✓

۱

(جمال الدین حسینی)

 $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله  $2x^2 + x - 2 = 0$  می‌باشد. لذا:

$$\begin{cases} \alpha + \beta = -\frac{1}{2} \\ \alpha\beta = -1 \end{cases}$$

از طرف دیگر  $\frac{1}{\alpha^2}$  و  $\frac{1}{\beta^2}$  ریشه‌های معادله  $4x^2 + kx + 4 = 0$  می‌باشند.

$$\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} = -\frac{k}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha^2\beta^2} = \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{(\alpha\beta)^2} = \frac{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 2(-1)}{(-1)^2} = \frac{9}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{9}{4} = -\frac{k}{4} \Rightarrow k = -9$$

(مسابان - مسابقات جبری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۴)

۴

۳ ✓

۲

۱



معادله سهمی به صورت  $y = a(x-1)(x-5)$  خواهد بود و چون سهمی از نقاط

$$y = |x-1| - 4 \text{ می گذرد، پس طول رأس } x = 3 \text{ است که روی } (5,0), (1,0)$$

قرار دارد. یعنی:

$$x_s = 3 \Rightarrow y_s = |3-1| - 4 = -2$$

$$S(3, -2) \in \text{ سهمی} \Rightarrow -2 = a(2)(-2) \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$\text{معادله سهمی: } y = \frac{1}{2}(x-1)(x-5)$$

چون عرض رأس سهمی  $y = -2$  است، پس  $k = -1$  خواهد بود که آن را با سهمی تلاقی می دهیم.

$$-1 = \frac{1}{2}(x-1)(x-5) \Rightarrow -2 = x^2 - 6x + 5 \Rightarrow x^2 - 6x + 7 = 0$$

قدر مطلق تفاضل ریشه های این معادله، جواب مسأله خواهد بود.

$$|x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{36 - 28}}{1} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

(مسئله - مسابقات جبری، معادلات و نامعادلات: صفحه های ۱۵ تا ۲۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(مهمربطاهر شعاعی)

-۱۰

$$\sqrt{x} + \sqrt{x+\sqrt{x}} = 1 \Rightarrow \sqrt{x+\sqrt{x}} = 1 - \sqrt{x}$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} x + \sqrt{x} = 1 + x - 2\sqrt{x} \Rightarrow 3\sqrt{x} = 1$$

$$\Rightarrow \sqrt{x} = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{1}{9} = \frac{m}{n} \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ n = 9 \end{cases} \Rightarrow m + n = 10$$

(مسئله - مسابقات جبری، معادلات و نامعادلات: صفحه های ۲۸ تا ۳۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

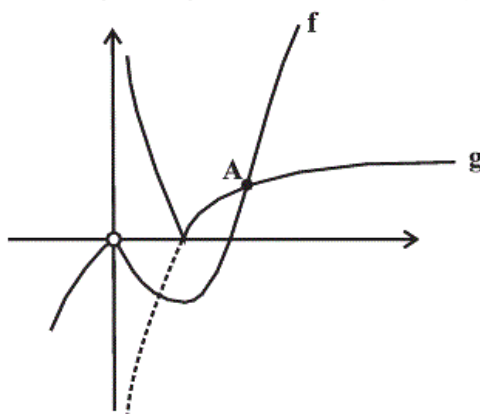
طرفین معادله را با شرط  $x \neq 0$  در  $|x|$  ضرب می‌کنیم:

$$|\log x| = |x|(x - 2)$$

تابع  $f(x) = |x|(x - 2)$  را به صورت دو ضابطه‌ای می‌نویسیم:

$$|x|(x - 2) = \begin{cases} x(x - 2) & ; x \geq 0 \\ -x(x - 2) & ; x < 0 \end{cases}$$

نمودار دو تابع  $f(x) = |x|(x - 2)$  و  $g(x) = |\log x|$  را رسم می‌کنیم.



این دو تابع فقط در یک نقطه

(A) همدیگر را قطع می‌کنند.

پس معادله یک جواب دارد.

(مسئله - مسابقات جبری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۳۱ تا ۳۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

مساحت مربع، هنگامی که قطر آن را داریم از طریق (قطر)<sup>۲</sup>  $S = \frac{1}{2} \times$  بدست می آید:

$$S = \frac{1}{2} \left( \sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} E \right)^2 = \frac{1}{2} \left( 2 + 2E + \frac{E^2}{2} \right) = 1 + E$$

برای بدست آوردن محیط، اندازه یک ضلع را به دست می آوریم:

$$\text{اندازه ضلع} = \frac{\sqrt{2}}{2} (\text{قطر}) = \frac{\sqrt{2}}{2} \left( \sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} E \right) = 1 + \frac{E}{2} \Rightarrow \text{محیط} = 4 + 2E$$

$$\frac{\text{محیط}}{\text{مساحت}} = \frac{4 + 2E}{1 + E} = 2 \left( \frac{2 + E}{1 + E} \right) = 2 \times \frac{1 + 1 + E}{1 + E}$$

$$= 2 \left( \frac{1}{1 + E} + 1 \right) = 2 + \frac{2}{1 + E}$$

بنابراین  $A = \frac{2}{1 + E}$  است.

(آمار و مدل سازی - اندازه گیری و مدل سازی: صفحه های ۱۰ تا ۱۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(آرژن ریمی)

-۵۲

تمامی متغیرهای تصادفی، قابل اندازه گیری نیستند. این دسته از متغیرهای تصادفی را

متغیر کیفی می نامیم.

(آمار و مدل سازی - اندازه گیری و مدل سازی: صفحه های ۴ تا ۸،

جامعه و نمونه: صفحه ۱۸، متغیرهای تصادفی: صفحه ۳۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

چون داده‌های جدید در دسته آخر قرار نمی‌گیرند. (دسته آخر بعد از میانه است)

پس فراوانی دسته آخر تغییر نمی‌کند.

$$\frac{f_5}{n_1} = 0.1 \Rightarrow \frac{f_5}{50} = 0.1 \Rightarrow f_5 = 5$$

(فراوانی نسبی دسته پنجم)

حال فراوانی نسبی دسته آخر در داده‌های جدید برابر است با:

$$\frac{f_5}{n_1 + 30} = \frac{5}{50 + 30} = \frac{5}{80} = 0.0625$$

(آمار و مدل‌سازی - دسته‌بندی داده‌ها و جدول فراوانی: صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶،

شافص‌های مرکزی: صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۱۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(فسین فزایی)

-۵۴

مساحت زیر نمودار چندبر فراوانی با مساحت زیر نمودار مستطیلی برابر است و در نمودار

مستطیلی، با توجه به این که طول دسته ۵ می‌باشد، داریم:

$$\text{جمع مساحت‌ها} = 5f_1 + 5f_2 + \dots = 5(f_1 + f_2 + \dots) = 100$$

$$\sum f_i$$

$$\Rightarrow \sum f_i = 20$$

پس تعداد کل داده‌ها ۲۰ می‌باشد. از طرفی در نمودار چندبر فراوانی دو نقطه با فراوانی

صفر قبل از مرکز دسته اول و بعد از مرکز دسته آخر در نظر می‌گیریم، یعنی پنجمین

نقطه همان مختصات دسته وسط را مطرح کرده و منظور از (۲۵, ۸) آن است که

فراوانی دسته‌ی وسط برابر ۸ است. داریم:

$$\text{درصد فراوانی نسبی دسته وسط} = \frac{8}{20} \times 100 = 40$$

(آمار و مدل‌سازی - نمودارها و تحلیل داده‌ها: صفحه‌های ۸۲ تا ۹۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

مد ۲۶ است و داده‌های کم‌تر از آن ۱۰, ۱۴, ۱۴, ۱۵, ۱۷, ۲۱, ۲۳, ۲۴ هستند.

$$\bar{x} = \frac{10 + 14 + 14 + 15 + 17 + 21 + 23 + 24}{8}$$

$$= \frac{138}{8} = \frac{69}{4} = 17.25$$

(آمار و مدل‌سازی - نمودارها و تحلیل داده‌ها: صفحه‌های ۹۶ تا ۹۹)

شافص‌های مرکزی: ۱۱۵ تا ۱۲۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(مهم‌ترین فرد)

-۵۶

اگر تمام داده‌ها را چهار برابر کنیم، باید انحراف معیار نیز ۴ برابر شود و چون تغییر نکرده است، یعنی مقدار آن صفر بوده و بنابراین تمام داده‌ها برابرند. پس دامنه تغییرات صفر است.

(آمار و مدل‌سازی - شافص‌های مرکزی: صفحه ۱۲۵، شافص‌های پراکنگی:

صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

اگر قیمت هر کالا ۱۰ درصد افزایش پیدا کرده باشد، قیمت کالا در سال جدید،  $۱/۱$

برابر قیمت قبلی است. بنابراین هر داده آماری در  $۱/۱$  ضرب شده است، پس واریانس

در مربع آن یعنی  $(۱/۱)^۲$  ضرب می‌شود. پس:

$$(۱/۱)^۲ \times ۱۰۰۰ = ۱/۲۱ \times ۱۰۰۰ = ۱۲۱$$

(آمار و مدل‌سازی - شافهن‌های پراکنده: صفحه‌های ۱۴۸ تا ۱۵۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

اگر میانگین و واریانس داده‌های اولیه را با  $\bar{x}_1$  و  $\sigma_1^2$  و میانگین و واریانس داده‌های

جدید را با  $\bar{x}_2$  و  $\sigma_2^2$  نمایش دهیم، آن گاه داریم:

$$\bar{x}_2 = 3\bar{x}_1 - 8, \sigma_2^2 = 9\sigma_1^2 \Rightarrow \sigma_2 = 3\sigma_1$$

$$\frac{CV_2}{CV_1} = \frac{\frac{\sigma_2}{\bar{x}_2}}{\frac{\sigma_1}{\bar{x}_1}} \Rightarrow 1/5 = \frac{\frac{3\sigma_1}{3\bar{x}_1 - 8}}{\frac{\sigma_1}{\bar{x}_1}} \Rightarrow \frac{3\bar{x}_1}{3\bar{x}_1 - 8} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow 9\bar{x}_1 - 24 = 6\bar{x}_1 \Rightarrow 3\bar{x}_1 = 24 \Rightarrow \bar{x}_1 = 8 \Rightarrow \bar{x}_2 = 16$$

$$\bar{x}_2 = \frac{\sum x_i}{n} \Rightarrow 16 = \frac{\sum x_i}{15} \Rightarrow \sum x_i = 240$$

(آمار و مدل سازی - شافص‌های پراکنندگی؛ صفحه‌های ۱۴۸ تا ۱۵۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\left. \begin{array}{l} \mathbf{f}_2 = 2\mathbf{f}_1 \\ \mathbf{f}_3 = 3\mathbf{f}_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \mathbf{f}_3 = 6\mathbf{f}_1 \Rightarrow \begin{cases} \alpha_2 = 2\alpha_1 \\ \alpha_3 = 6\alpha_1 \end{cases}$$

$$\sum_{i=1}^3 \alpha_i = 36^\circ \Rightarrow \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 36^\circ$$

$$\Rightarrow \alpha_1 + 2\alpha_1 + 6\alpha_1 = 36^\circ \Rightarrow \alpha_1 = 4^\circ \Rightarrow \begin{cases} \alpha_2 = 8^\circ \\ \alpha_3 = 24^\circ \end{cases}$$

$$\frac{\cos 3\alpha_1}{\cos \alpha_3} = \frac{\cos 12^\circ}{\cos 24^\circ} = \frac{-\cos 6^\circ}{-\cos 6^\circ} = 1$$

(آمار و مدل سازی - نمودارها و تحلیل داده ها: صفحه های ۹۲ تا ۹۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



$$\bar{x} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n} \Rightarrow \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = 20 \Rightarrow \sum_{i=1}^n x_i = 20 \cdot n$$

$$\bar{x}' = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i + i)}{n} = \frac{(x_1 + x_2 + \dots + x_n) + (1 + 2 + \dots + n)}{n}$$

$$= \frac{20 \cdot n + \frac{n(n+1)}{2}}{n} = 30$$

$$\Rightarrow 20 + \frac{n+1}{2} = 30 \Rightarrow n = 19$$

(آمار و مدل سازی - شاخص‌های مرکزی: صفحه‌های ۱۲۵ تا ۱۲۸)

 ۴

 ۳

 ۲

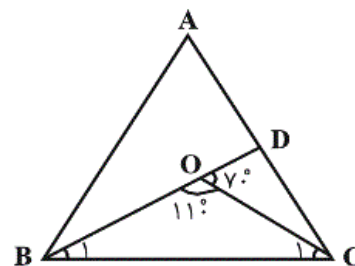
 ۱

ریاضی ، هندسه ۱ ، استدلال (هندسه‌ی ۱) ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۶۱۱۰۶

مطابق شکل  $\widehat{COD} = 7^\circ$  و در نتیجه  $\widehat{BOC} = 11^\circ$  است. بنابراین داریم:

$$\widehat{B}_1 + \widehat{C}_1 = 7^\circ \Rightarrow \frac{\widehat{B}}{2} + \frac{\widehat{C}}{2} = 7^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{B} + \widehat{C} = 14^\circ \Rightarrow \widehat{A} = 4^\circ$$



تذکر: با توجه به این که  $\widehat{B} + \widehat{C} < 18^\circ$ ، در نتیجه  $\widehat{B}_1 + \widehat{C}_1 < 9^\circ$  و بنابراین زاویه  $\widehat{BOC}$  منفرجه است.

(هندسه ۱ - هندسه و استرلال: صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

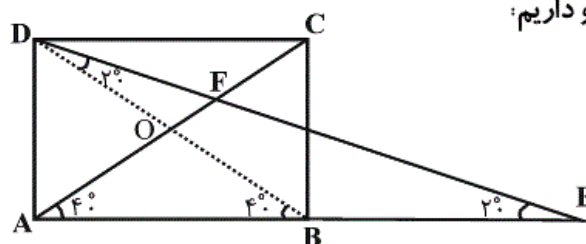
(رضا عباسی اصل)

-۴۲

قطر DB (مساوی با AC) را رسم می‌کنیم،  $DB = BE$  و در نتیجه مثلث

DBE متساوی الساقین است و داریم:

$$\widehat{BDE} = \widehat{E} = 2^\circ$$



$\triangle BDE$ :  $\widehat{ABD} \Rightarrow \widehat{ABD} = 2^\circ + 2^\circ = 4^\circ$  زاویه خارجی است:

$$OA = OB \Rightarrow \widehat{OAB} = \widehat{OBA} = 4^\circ$$

$\triangle AEF$  زاویه خارجی  $\widehat{AFD} \Rightarrow \widehat{AFD} = 4^\circ + 2^\circ = 6^\circ$

(هندسه ۱ - هندسه و استرلال: صفحه‌های ۱۱ تا ۲۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(علیرضا شریف‌فطیمی)

در مکعبی به طول یال  $a$ ، حجم و قطر به ترتیب برابر  $a^3$  و  $a\sqrt{3}$  است. داریم:

$$\frac{a^3}{a\sqrt{3}} = 3\sqrt{3} \Rightarrow a^2 = 9 \Rightarrow a = 3$$

در مکعب مستطیل جدید، طول برابر ۶ و عرض و ارتفاع هر کدام برابر ۳ هستند، پس

$$\text{طول قطر مکعب مستطیل} = \sqrt{6^2 + 3^2 + 3^2} = \sqrt{54} = 3\sqrt{6} \quad \text{داریم:}$$

(هندسه ۱ - شکل‌های فضایی؛ صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۶)

۴

۳

۲

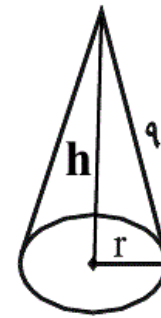
۱ ✓

(بوار خاتمی)

-۴۹

گسترده یک مخروط، قطاعی از دایره است که شعاع آن برابر مولد مخروط و طول کمان

نظیر آن، محیط قاعده مخروط است.



$$\text{طول کمان} = 2\pi \times 9 \times \frac{120^\circ}{360^\circ} = 6\pi \Rightarrow 2\pi r = 6\pi \Rightarrow r = 3$$

$$h = \sqrt{9^2 - 3^2} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$$

$$V_{\text{مخروط}} = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \times 9 \times 6\sqrt{2} = 18\pi\sqrt{2}$$

(هندسه ۱ - شکل‌های فضایی؛ صفحه‌های ۱۲۹ تا ۱۳۵)

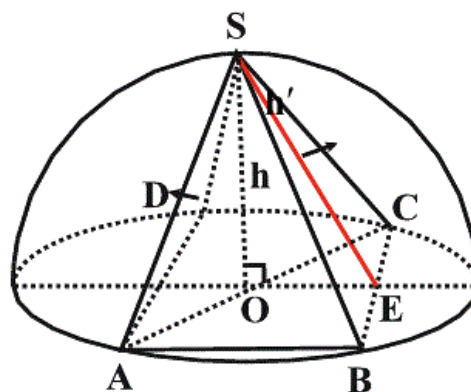
۴

۳ ✓

۲

۱

ارتفاع هرم و شعاع نیم کره برابرند در نتیجه:  $h = R = ۳$ .



$$\text{قطر مربع } AC = \text{قطر نیم دایره} \Rightarrow AB\sqrt{2} = 2R = 6 \Rightarrow$$

$$a\sqrt{2} = 6 \Rightarrow a = 3\sqrt{2}$$

$$SE^2 = SO^2 + OE^2 \Rightarrow h'^2 = h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 \Rightarrow$$

$$h'^2 = 3^2 + \left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 9 + \frac{9}{2} = \frac{9 \times 3}{2} \Rightarrow h' = \frac{3\sqrt{6}}{2}$$

$$S_{\text{کل هرم}} = S_{\text{قاعده}} + S_{\text{جانبی}} = (3\sqrt{2})^2 + 4 \times \frac{1}{2} \times a \times h'$$

$$= 18 + 2 \times 3\sqrt{2} \times \frac{3\sqrt{6}}{2} = 18 + 18\sqrt{3}$$

(هندسه ۱ - شکل‌های فضایی: صفحه‌های ۱۲۹ تا ۱۴۳)

 ۴

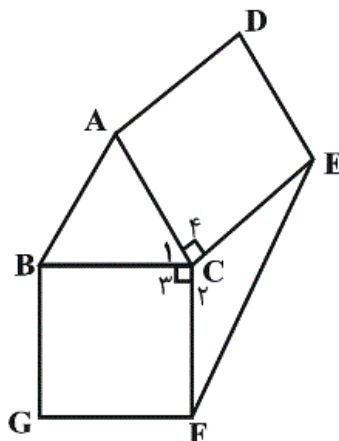
 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی، هندسه ۱، مساحت و قضیه فیثاغورس - ۱۳۹۶۱۱۰۶

مطابق شکل  $\hat{C}_3 = \hat{C}_4 = 90^\circ$  است، در نتیجه داریم:



$$\hat{C}_1 + \hat{C}_2 = 180^\circ \Rightarrow \hat{C}_2 = 180^\circ - \hat{C}_1$$

$$\Rightarrow \sin \hat{C}_2 = \sin(180^\circ - \hat{C}_1) = \sin \hat{C}_1$$

۴

۳

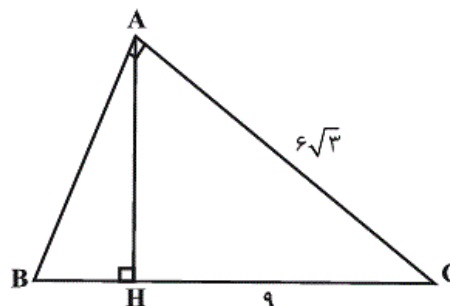
۲

۱

(امیرحسین ابومصوب)

$$\Delta AHC : AH^2 = AC^2 - CH^2 = 108 - 81 = 27$$

$$\Rightarrow AH = 3\sqrt{3}$$



همچنین طبق روابط طولی در مثلث قائم الزاویه  $ABC$  داریم:

$$AC^2 = CH \cdot BC \Rightarrow 108 = 9BC \Rightarrow BC = 12$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AH \cdot BC = \frac{1}{2} \times 3\sqrt{3} \times 12 = 18\sqrt{3}$$

(هندسه ۱ - مساحت و قضیه فیثاغورس؛ صفحه‌های ۴۶، ۵۷ و ۶۵)

۴

۳

۲

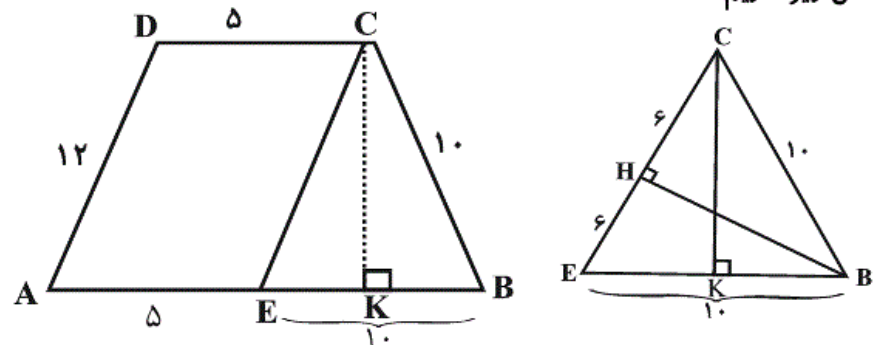
۱

از  $C$  به موازات  $AD$  رسم می‌کنیم. چهار ضلعی  $AECD$  متوازی الاضلاع است،

پس داریم:  $CE = 12, AE = 5 \Rightarrow EB = 10$

با محاسبه طول ارتفاع  $CK$  می‌توان مساحت ذوزنقه را تعیین کرد.

در شکل زیر داریم:



$$\triangle BCH : BH^2 = 10^2 - 6^2 \Rightarrow BH = 8$$

$$BH \cdot CE = CK \cdot BE \Rightarrow 8 \times 12 = CK \times 10 \Rightarrow CK = 9/6$$

$$\Rightarrow \text{مساحت ذوزنقه} = \frac{1}{2} (DC + AB) \times CK = \frac{1}{2} (20) \times 9/6 = 96$$

(هندسه ۱ - مساحت و قضیه فیثاغورس؛ صفحه‌های ۴۶ تا ۵۰)

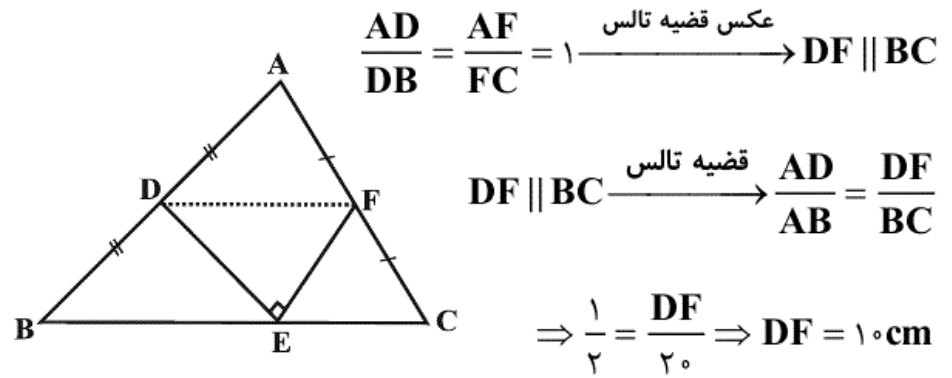
۴

۳

۲

۱

از D به F وصل می‌کنیم، داریم:



در مثلث قائم الزاویه DEF داریم:

$$DE^2 = 10^2 - 6^2 = 64 \Rightarrow DE = 8 \text{ cm}$$

(هندسه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۷۷ تا ۸۳)

۴

۳

۲

۱

(ممسر ابراهیم کیتی زاده)

-۴۷

اضلاع دو زاویه  $\widehat{DOH}$  و  $\widehat{BDC}$  نظیر به نظیر بر هم عمودند،

بنابراین  $\widehat{DOH} = \widehat{BDC}$ . دو مثلث  $ODH$  و  $DBC$  در حالت تساوی دو زاویه

متشابه هستند. در نتیجه:

$$\frac{OH}{CD} = \frac{OD}{BD}$$

$$\Rightarrow BC = 6, OD = AD - OA = 6 - \frac{9}{4} = \frac{15}{4}$$

$$BD = \sqrt{BC^2 + CD^2} = 10$$

$$\frac{OH}{8} = \frac{\frac{15}{4}}{10} \Rightarrow OH = 3$$

(هندسه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۸۳ تا ۹۲)

۴

۳

۲

۱

ابتدا ک.م.م فرجه‌ها را به دست آورده و فرجه همه رادیکال‌ها را یکسان می‌کنیم.

$$۱۲ = [۳, ۴, ۶] : \text{ک.م.م فرجه‌ها}$$

$$m\sqrt[n]{a} = m \times k \sqrt[n \times k]{a}$$

یادآوری:

$$\sqrt[۶]{۱۲} \times \sqrt[۴]{۵۴} \times \sqrt[۳]{۲^۴ \sqrt[۶]{۶}} = \sqrt[۶ \times ۲]{۱۲^۲} \times \sqrt[۴ \times ۳]{۵۴^۳} \times \sqrt[۳ \times ۴]{(۲^۴ \sqrt[۶]{۶})^۴}$$

حال اعداد زیر رادیکال را به عوامل اول تجزیه می‌کنیم:

$$= \sqrt[۱۲]{(۲^۲ \times ۳)^۲} \times \sqrt[۱۲]{(۳^۳ \times ۲)^۳} \times \sqrt[۱۲]{۲^۴ \times (۲ \times ۳)}$$

$$= \sqrt[۱۲]{۲^۴ \times ۳^۲ \times ۳^۹ \times ۲^۳ \times ۲^۵ \times ۳} = \sqrt[۱۲]{۲^{۱۲} \times ۳^{۱۲}} = \sqrt[۱۲]{۶^{۱۲}} = ۶$$

(ریاضی ۲ - الگو و دنباله: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

ریاضی، ریاضی پایه - گواه، مثلثات - ۱۳۹۶۱۱۰۶

چون  $\tan ۲۰^\circ$  را داریم، پس تمام نسبت‌ها را بر حسب کمان  $۲۰^\circ$  می‌نویسیم:

$$\sin(۲۵^\circ) = \sin(۲۷^\circ - ۲۰^\circ) = -\cos ۲۰^\circ$$

$$\sin(۷۰^\circ) = \sin(۷۲^\circ - ۲۰^\circ) = -\sin ۲۰^\circ$$

$$\cos(۵۶^\circ) = \cos(۵۴^\circ + ۲۰^\circ) = -\cos ۲۰^\circ$$

$$\cos(۱۱۰^\circ) = \cos(۹۰^\circ + ۲۰^\circ) = -\sin ۲۰^\circ$$

$$\text{کسر} = \frac{-\cos ۲۰^\circ - \sin ۲۰^\circ}{-\cos ۲۰^\circ + \sin ۲۰^\circ} \quad \text{پس کسر به صورت مقابل بازنویسی می‌شود:}$$

چون  $\tan ۲۰^\circ$  را داریم، صورت و مخرج کسر را بر  $\cos ۲۰^\circ$  تقسیم می‌کنیم:

$$\text{کسر} = \frac{-۱ - \tan ۲۰^\circ}{-۱ + \tan ۲۰^\circ} = \frac{-۱ - ۰/۴}{-۱ + ۰/۴} = \frac{-۱/۴}{-۰/۴} = \frac{۷}{۳}$$

(مسایان - مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۷)

۴

۳ ✓

۲

۱



$$\tan \alpha = 2, \tan \beta = \frac{1}{3}$$

با توجه به رابطه  $\tan(a \pm b) = \frac{\tan a \pm \tan b}{1 \mp \tan a \tan b}$  می توان گفت:

$$۱) \tan(2\alpha - \beta) = \frac{\tan 2\alpha - \tan \beta}{1 + \tan 2\alpha \tan \beta}$$

$$۲) \tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} \Rightarrow \tan 2\alpha = \frac{2 \times 2}{1 - 2^2} = \frac{-4}{3}$$

$$\xrightarrow{(۱)} \tan(2\alpha - \beta) = \frac{-\frac{4}{3} - \frac{1}{3}}{1 + \left(-\frac{4}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right)} = \frac{-\frac{5}{3}}{\frac{5}{9}} = -3$$

(مسابان - مثلثات: صفحه های ۱۱۰ تا ۱۱۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی ، ریاضی پایه - گواه ، توابع نمایی و لگاریتم - ۱۳۹۶۱۱۰۶

با توجه به رابطه  $\log a \times b = \log a + \log b$  داریم:

$$k = \log_3^9 A^2 = \log_3^9 + \log_3^2 = \log_3^2 + \log_3^2$$

حالا با کمک رابطه  $\log a^n = n \log a$  خواهیم داشت:

$$k = 2 \log_3^2 + 2 \log_3^2 = \frac{\log_3^2 = 1}{2} + 2 \log_3^2$$

از آنجا که  $A = 3^a$  ، مقدار  $k$  برابر است با:

$$k = 2 + 2 \log_3^{3^a} = 2 + 2a \log_3^3 = 2 + 2a$$

(ریاضی ۲ - توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه های ۱۶ تا ۱۱۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی ، ریاضی پایه - گواه ، تابع حسابان - ۱۳۹۶۱۱۰۶

راه حل اول: تابع fog را تشکیل می‌دهیم:

$$\text{fog}(x) = f(g(x)) = \sqrt{3 - \log_2(x^2 + 2x)}$$

برای تعریف شدن لگاریتم باید  $x^2 + 2x > 0$  و برای تعریف شدن رادیکال باید عبارت زیر رادیکال بزرگ‌تر یا مساوی صفر باشد، پس:

$$(*) \quad x^2 + 2x > 0 \Rightarrow x < -2 \quad \text{یا} \quad x > 0 \quad (1)$$

$$(**) \quad 3 - \log_2(x^2 + 2x) \geq 0 \Rightarrow \log_2(x^2 + 2x) \leq 3$$

با توجه به خواص لگاریتم، چون پایه‌ی لگاریتم بزرگتر از ۱ است، در تبدیل آن به توان، جهت نامساوی تغییر نمی‌کند:

$$x^2 + 2x \leq 2^3 \Rightarrow x^2 + 2x \leq 8 \Rightarrow x^2 + 2x - 8 \leq 0$$

$$(x - 2)(x + 4) \leq 0 \Rightarrow -4 \leq x \leq 2 \quad (2)$$

از اشتراک (۱) و (۲) خواهیم داشت:

$$D_{\text{fog}} = [-4, -2) \cup (0, 2]$$

راه حل دوم: با امتحان گزینه‌ها هم توانستیم به جواب برسیم، مثلاً اگر به جای  $x$ ،  $-2$  قرار دهیم عبارت جلوی لگاریتم صفر می‌شود. پس  $x = -2$  در دامنه قرار ندارد و فقط در گزینه‌ی «۴» اینگونه نیست.

(مسئله - تابع: صفحه‌های ۶۹ تا ۷۶)

 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱

(سراسری ریاضی - ۹۰)

- ۲۶

تابع فرد نسبت به مبدأ مختصات تقارن دارد، بنابراین  $f(x) + f(-x) = 0$ ، با

انتخاب  $x = 1$  خواهیم داشت:  $f(1) + f(-1) = 0$

از طرفی:  $f(1) = 2\sqrt{1} = 2$  و  $f(-1) = -\sqrt{-a}$

پس:  $2 - \sqrt{-a} = 0 \Rightarrow \sqrt{-a} = 2 \Rightarrow -a = 4 \Rightarrow a = -4$

(مسئله - تابع: صفحه‌های ۷۶ تا ۸۵)

 ۴

 ۳

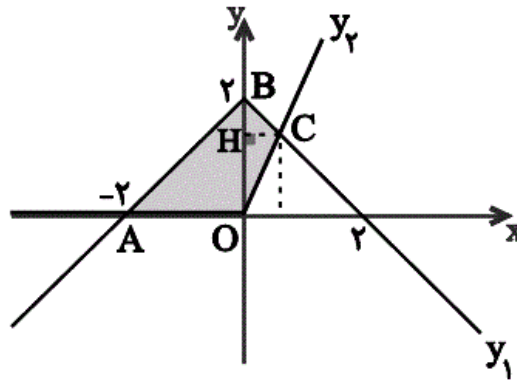
 ۲

 ۱ ✓

برای رسم نمودار تابع  $y_1 = 2 - |x|$ ، ابتدا نمودار تابع  $y = |x|$  را نسبت به محور  $x$  ها قرینه کرده و سپس نمودار حاصل را دو واحد بالا می‌بریم. برای رسم نمودار تابع  $y_2 = x + |x|$  از تعریف قدرمطلق استفاده می‌کنیم:

$$|x| = \begin{cases} x & ; x \geq 0 \\ -x & ; x < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y_2 = x + |x| = \begin{cases} x + x = 2x & ; x \geq 0 \\ x - x = 0 & ; x < 0 \end{cases}$$



ناحیه مورد نظر، چهارضلعی  $ABCO$  در شکل مقابل است که مساحت آن برابر با مجموع مساحت‌های دو مثلث  $OBC$  و  $OAB$  است.

برای محاسبه مساحت مثلث  $OBC$ ، باید طول ارتفاع  $CH$  را که برابر با طول نقطه  $C$  است به دست آوریم:

$$2 - |x| = x + |x| \xrightarrow{x > 0} 2 - x = x + x \Rightarrow x = \frac{2}{3} \Rightarrow x_C = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow S(\triangle OBC) = \frac{1}{2} CH \times OB = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times 2 = \frac{2}{3}$$

از طرفی:

$$S(\triangle OAB) = \frac{1}{2} OA \times OB = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$$

$$\Rightarrow S(ABCO) = S(\triangle OBC) + S(\triangle OAB) = \frac{2}{3} + 2 = \frac{8}{3}$$

(حسابان - معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۳۳ تا ۳۹)

۴

۳ ✓

۲

۱

دنباله را به صورت ... و  $a_3$  و  $a_2$  و  $a_1$  در نظر می‌گیریم. طبق فرض سؤال، هر جمله برابر با نصف مجموع تمام جمله‌های بعدی است، یعنی:

$$a_n = \frac{1}{2}(a_{n+1} + a_{n+2} + \dots) \quad (*)$$

از آنجا که دنباله هندسی است، داریم  $a_n = a_1 q^{n-1}$  که در این صورت تساوی (\*) به صورت زیر درمی‌آید:

$$a_1 q^{n-1} = \frac{1}{2}(a_1 q^n + a_1 q^{n+1} + \dots)$$

طرفین تساوی اخیر را بر  $a_1 q^{n-1}$  تقسیم می‌کنیم:

$$1 = \frac{1}{2}(q + q^2 + \dots) \quad (**)$$

در طرف راست داریم  $q + q^2 + \dots = \frac{q}{1-q}$  و تساوی (\*\*\*) به صورت زیر

$$1 = \frac{1}{2} \left( \frac{q}{1-q} \right) \Rightarrow 1 = \frac{q}{2(1-q)} \Rightarrow 2(1-q) = q \quad \text{درمی‌آید:}$$

$$\Rightarrow 2 - 2q = q \Rightarrow q = \frac{2}{3}$$

(مسئله - معادلات و نامعادلات؛ صفحه‌های ۲ تا ۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

معادله درجه چهارم  $ax^4 + bx^2 + c = 0$  زمانی دارای چهار ریشه حقیقی متمایز است که بعد از تبدیل آن به معادله درجه دوم،  $\Delta$ ،  $S$  و  $P$  در معادله جدید، هر سه مثبت باشند.

$$x^4 - (m+2)x^2 + m+5 = 0, \quad x^2 = y$$

$$\Rightarrow y^2 - (m+2)y + m+5 = 0$$

$$\Delta > 0 \Rightarrow (m+2)^2 - 4(m+5) > 0$$

$$\Rightarrow m^2 + 4m + 4 - 4m - 20 > 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 16 > 0 \Rightarrow m < -4 \text{ یا } m > 4 \quad (۱)$$

$$S > 0 \Rightarrow m+2 > 0 \Rightarrow m > -2 \quad (۲)$$

$$P > 0 \Rightarrow m+5 > 0 \Rightarrow m > -5 \quad (۳)$$

از اشتراک (۱)، (۲) و (۳) خواهیم داشت:  $m > 4$

(مسئله - مناسبات تفریبی، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

توجه کنید که  $x \neq 2$  و  $x \neq -2$ ؛ زیرا ریشه‌های مخرج هستند.

با ضرب طرفین معادله در ک.م.م مخرج‌ها  $((x-2)(x+2))$  داریم:

$$(x-2)^2 + x(x+2) = 8$$

$$2x^2 - 2x + 4 = 8 \Rightarrow 2x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow x = -1, x = 2$$

$x = 2$  قابل قبول نیست، زیرا ریشه مخرج است. پس معادله فقط یک ریشه دارد.

(مسئله - مناسبات تفریبی، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱