



[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir) سایت ویژه ریاضیات

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

۰۰۹

کanal سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

۷۱- خط  $2x + y = 4$  بر دایره‌ای به مرکز  $O(1,1)$  مماس است. اگر  $A(1,2)$  نقطه‌ای روی خط مماس داده شده باشد،

طول مماس  $AM$  کدام است؟ ( $M$  نقطه‌ی تماس خط و دایره است.)

$$\sqrt{5} \quad (2)$$

$$2\sqrt{5} \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{5}}{5} \quad (4)$$

$$\frac{2\sqrt{5}}{5} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۷۲- فاصله‌ی نقطه‌ی برخورد دو خط  $2x + 5y = -10$  و  $y = 3x + 5$  از مبدأ مختصات کدام است؟

$$5 \quad (3)$$

$$25 \quad (1)$$

$$2\sqrt{5} \quad (4)$$

$$\sqrt{5} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۷۳- اگر دو خط  $2y = 4x + m^2 - 7$  و  $y = 4x + 2$ ، بر دو ضلع مقابل یک متوازی‌الاضلاع منطبق باشند، آن‌گاه کدام گزینه صحیح است؟

(۱) هر عددی می‌تواند باشد.

(۲) هر عددی می‌تواند باشد به جز ۳

(۳) هر عددی می‌تواند باشد به جز -۳

(۴) هر عددی می‌تواند باشد به جز ۳ و -۳

شما پاسخ نداده اید

۷۴- اگر دو خط به معادله‌های  $(m+2)y = x + 3$  و  $(2m+1)x + 1 = (m+2)y$  بر هم عمود باشند،  $m$  کدام است؟

$$-\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$\frac{2}{3} \quad (1)$$

$$1 \quad (4)$$

$$-1 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۷۵- اگر خط به معادله‌ی  $ay + x = b$  بر خط به معادله‌ی  $ax + by = 1$  عمود باشد و از نقطه‌ی  $A(-2, 1)$  بگذرد آنگاه  $a + b$  کدام است؟ ( $a, b \neq 0$ )

$$1 \quad (2)$$

$$-1 \quad (1)$$

$$-2 \quad (4)$$

$$3 \text{ صفر} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

-۷۶- دو خط به معادله‌ی  $y = mx - 7$  و  $mx + y = 2$  بر دو ضلع مربع منطبق‌اند. در این صورت برای  $m$  چند جواب وجود دارد؟

۱) ۲

۱) صفر

۳) ۴

۲) ۳

شما پاسخ نداده اید

-۷۷- سه نقطه‌ی متمایز  $A(3,2)$ ,  $B(m+1,m)$  و  $C(m^2, m+1)$  روی یک خط قرار دارند. در این صورت عرض از مبدأ خط کدام است؟

۵) ۲

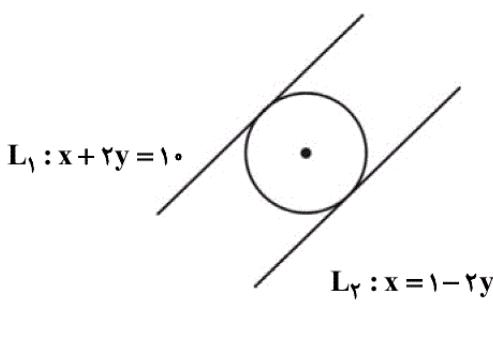
۱) -۴

۱) ۴

۲) -۱

شما پاسخ نداده اید

-۷۸- دایره‌ای مطابق شکل، بر دو خط  $L_1$  و  $L_2$  مماس است. مساحت دایره چقدر است؟



$\frac{81\pi}{20}$  ۱)

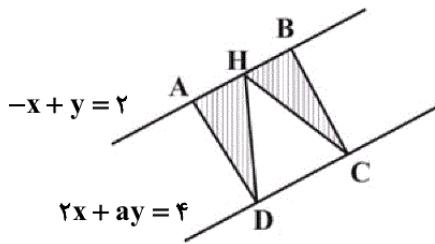
$\frac{83\pi}{20}$  ۲)

$\frac{\pi}{20}$  ۳)

$\frac{3\pi}{20}$  ۴)

شما پاسخ نداده اید

-۷۹- در شکل زیر، چهار ضلعی  $ABCD$  مربع و مثلث  $DCH$  متساوی‌الساقین است. مساحت قسمت هاشورخورده کدام است؟



۴) ۱)

$\sqrt{8}$  ۲)

۸ ۳)

۲) ۴)

شما پاسخ نداده اید

-۸۰- نقطه‌ی  $A(-3,2)$  رأس مربعی است که یک قطر آن منطبق بر خط  $y - x = 4$  است. مساحت این مربع کدام است؟

۱) ۲

$\frac{1}{2}$  ۱)

$\sqrt{2}$  ۴)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$  ۳)

شما پاسخ نداده اید

-۸۱- اگر  $A(x-2,0)$  و  $B(x,2x)$  و  $M$  وسط  $AB$ ، از مبدأ مختصات  $\sqrt{5}$  باشد، مقادیر  $x$  کدام‌اند؟

-۲, ۱) ۲

-۱, ۲) ۱)

-۳, ۲) ۴)

-۱, ۳) ۳)

شما پاسخ نداده اید

$$-82 \text{ - به ازای چه مقدار از } k, \text{ معادله } \frac{1}{x+2} + \frac{6}{k} = \frac{3x}{x-2} \text{ دارای جواب } x=1 \text{ است؟}$$

-1/8 (۲)

1/8 (۱)

-1/2 (۴)

1/2 (۳)

شما پاسخ نداده اید

$$-83 \text{ - مجموعه جواب معادله } \frac{2x}{x-3} + \frac{x+1}{x+4} = \frac{x-1}{x-3} \text{ کدام است؟}$$

$\left\{1, -\frac{1}{2}\right\}$  (۲)

$\left\{-1, \frac{1}{2}\right\}$  (۱)

$\left\{1, \frac{1}{2}\right\}$  (۴)

$\left\{-1, -\frac{1}{2}\right\}$  (۳)

شما پاسخ نداده اید

$$-84 \text{ - به ازای چه مقادیری از } m \text{ معادله } (m-2)x^3 - 2x + (m-3) = 0 \text{ دارای دو ریشهٔ حقیقی، یکی مثبت و دیگری منفی است؟}$$

$m > 1$  (۲)

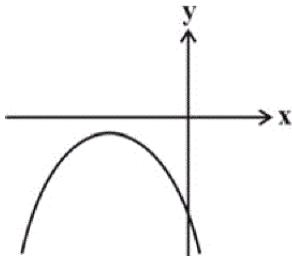
$m < 1$  (۱)

$2 < m < 3$  (۴)

$2 < m < 5$  (۳)

شما پاسخ نداده اید

$$-85 \text{ - شکل زیر مربوط به سهمی به معادله } y = ax^3 + bx + c \text{ است. کدام گزینه صحیح است؟}$$



(۱) یکی از صفرهای تابع، منفی است.

$c < 0, b > 0, a < 0$  (۲)

$c > 0, b < 0, a > 0$  (۳)

$bc > 0, a < 0$  (۴)

شما پاسخ نداده اید

$$-86 \text{ - در معادله } 4x^3 - 8x + c = 0 \text{ یکی از ریشه‌ها ۳ واحد بزرگتر از ریشهٔ دیگر است. در معادله } 2x^3 - x + c = 0 \text{ حاصل ضرب ریشه‌ها کدام است؟}$$

$\frac{5}{2}$  (۲)

$-\frac{5}{2}$  (۱)

۵ (۴)

-۵ (۳)

شما پاسخ نداده اید

$$-87 \text{ - اگر } k \text{ جواب معادله } \sqrt{x+1} - \sqrt{2x-5} = 1 \text{ باشد، جواب معادله } \sqrt{x+k} = k \text{ کدام است؟}$$

۳ (۲)

۶ (۱)

۹ (۴)

۱۵ (۳)

شما پاسخ نداده اید

$$-88-\text{مجموعه جواب معادله} \sqrt{169-x^2}=x-17 \text{ کدام است؟}$$

R (۲)

[−۱۳, ۱۳] (۱)

Ø (۴)

[−۱۳, ۱۷] (۳)

شما پاسخ نداده اید

$$-89-\text{اگر } x=2 \text{ جواب معادله} \frac{(x^2+1)^2}{(x+k)^2}=\frac{3x+1}{(k+2)^2}+2 \text{ کدام است؟}$$

1, − ۲ (۲)

−۵, − ۱ (۱)

1, ۲ (۴)

−۵, ۱ (۳)

شما پاسخ نداده اید

$$-90-\text{مجموع ریشه‌های معادله} \circ (x^2-1)^2-4x^2+7=0 \text{ کدام است؟}$$

(۲) ریشه ندارد

(۱) صفر

۲ + √۲ (۴)

۴ + ۲√۲ (۳)

شما پاسخ نداده اید

## ریاضی ، ریاضی ۲ - سوالات موازی ، - ۱۳۹۶۰۸۰۵

$$-91-\text{خط } 2x+y=4 \text{ بر دایره‌ای به مرکز } O(1,1) \text{ مماس است. اگر } A(1,2) \text{ نقطه‌ای روی خط مماس داده شده باشد، طول مماس } AM \text{ کدام است؟ (M نقطه‌ی تماس خط و دایره است.)}$$

√۵ (۲)

۲√۵ (۱)

$\frac{\sqrt{5}}{5}$  (۴)

$\frac{2\sqrt{5}}{5}$  (۳)

شما پاسخ نداده اید

$$-92-\text{فاصله‌ی نقطه‌ی برخورد دو خط } 5x+y=-1 \text{ و } y=3x+5 \text{ از مبدأ مختصات کدام است؟}$$

۵ (۲)

۲۵ (۱)

۲√۵ (۴)

√۵ (۳)

شما پاسخ نداده اید

-۹۳- اگر دو خط  $y = 4x + m^4 - 7$  و  $y = 4x + 2$  برابر باشند، آن‌گاه کدام گزینه صحیح است؟

۱) هر عددی می‌تواند باشد.

۲) هر عددی می‌تواند باشد به جز ۳

۳) هر عددی می‌تواند باشد به جز -۳

۴) هر عددی می‌تواند باشد به جز ۳ و -۳

شما پاسخ نداده اید

-۹۴- فاصله‌ی نقطه‌ی  $A(-1, 4)$  از خط  $8x + 6y = k$  برابر ۳ است. مقدار  $k$  کدام است؟

۳۶ (۲)

۲۴ (۱)

۵۴ (۴)

۴۶ (۳)

شما پاسخ نداده اید

-۹۵- اگر دو خط به معادله‌های  $y = (2m+1)x + 1$  و  $(m+2)y = x + 3$  بر هم عمود باشند،  $m$  کدام است؟

$-\frac{2}{3}$  (۲)

$\frac{2}{3}$  (۱)

۱ (۴)

-۱ (۳)

شما پاسخ نداده اید

-۹۶- اگر نقطه‌ی  $(3, 4)$  وسط پاره‌خطی باشد که یک سر آن روی محور طول‌ها و سر دیگر آن روی محور عرض‌ها باشد، در این صورت معادله‌ی خط گذرنده از این سه نقطه کدام است؟

$3y + 4x - 24 = 0$  (۲)

$3x + 2y - 12 = 0$  (۱)

$3x + 4y - 24 = 0$  (۴)

$3y + 2x - 12 = 0$  (۳)

شما پاسخ نداده اید

-۹۷- مثلث  $ABC$  با رئوس  $A(1, 2)$  و  $B(5, -6)$  و  $C(4, 6)$ ، چه نوع مثلثی است؟

۱) متساوی‌الساقین غیر قائم‌الزاویه

۲) متساوی‌الاضلاع

۳) قائم‌الزاویه‌ی مختلف‌الاضلاع

۴) قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین

شما پاسخ نداده اید

-۹۸- اگر خط به معادله‌ی  $ay + x = b$  بر خط به معادله‌ی  $ax + by = 1$  عمود باشد و از نقطه‌ی  $A(1, -2)$  بگذرد، آنگاه  $a + b$  کدام است؟

$(a, b \neq 0)$

-۲ (۴)

۰ (۳) صفر

۱ (۲)

-۱ (۱)

شما پاسخ نداده اید

-۹۹- دو خط به معادله‌ی  $mx^3 + y = 2$  و  $my - x = -7$  بر دو ضلع مربع منطبق‌اند. در این صورت برای  $m$  چند جواب وجود دارد؟

۱) صفر

۲ (۳)

شما پاسخ نداده اید

-۱۰۰ سه نقطه‌ی متمایز  $C(m^{\gamma}, m+1)$ ،  $A(3, 2)$  و  $B(m+1, m)$  روی یک خط قرار دارند. در این صورت عرض از مبدأ خط کدام است؟

۵ (۲)

-۴ (۱)

۱ (۴)

-۱ (۳)

شما پاسخ نداده اید

-۱۰۱ مقدار  $m$  چقدر باشد تا فاصله‌ی دو نقطه‌ی  $B(2m+1, -m)$  و  $A(m, 2)$  برابر ۵ باشد؟

۲) فقط

(۱) ۳) یا صفر

-۵ ۲) یا

-۵) فقط

شما پاسخ نداده اید

-۱۰۲ خط به معادله‌ی  $ax + by = 6$  عمود منصف پاره‌خط  $AB$  است. اگر  $(-4, 1)$  و  $(2, -3)$  باشند، آنگاه  $a + 3b$  کدام است؟

-۶ (۲)

۱۸ (۱)

۵۴ (۴)

۳۶ (۳)

شما پاسخ نداده اید

-۱۰۳ نقاط  $C(0, 6)$  و  $B(5, -2)$ ،  $A(1, 4)$  سه رأس متوازی‌الاضلاع  $ABCD$  هستند. مختصات رأس چهارم متوازی‌الاضلاع کدام است؟

(-4, 10) (۲)

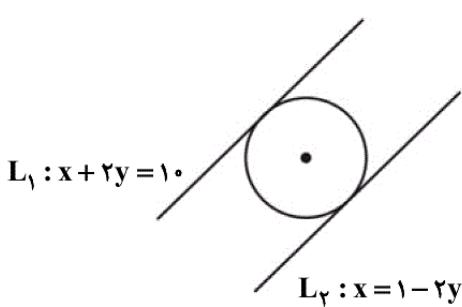
(-4, 12) (۱)

(-3, 6) (۴)

(-3, 2) (۳)

شما پاسخ نداده اید

-۱۰۴ دایره‌ای مطابق شکل، بر دو خط  $L_1$  و  $L_2$  مماس است. مساحت دایره چقدر است؟



$\frac{81\pi}{20}$  (۱)

$\frac{83\pi}{20}$  (۲)

$\frac{\pi}{20}$  (۳)

$\frac{3\pi}{20}$  (۴)

شما پاسخ نداده اید

-۱۰۵ نقاط  $C(6, -1)$  و  $B(1, -1)$ ،  $A(4, 2)$  سه رأس مثلث  $ABC$  هستند. اگر  $H$  و  $M$  به ترتیب پای ارتفاع  $AH$  و میانه‌ی  $AM$  باشند، طول  $MH$  چقدر است؟

$\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۲)

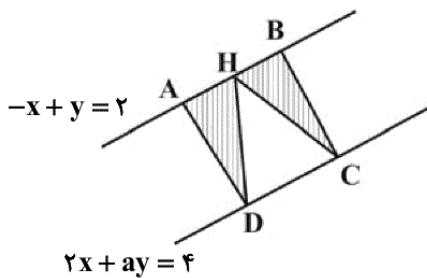
$\frac{7}{2}$  (۱)

$\frac{1}{2}$  (۴)

۱ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶ - در شکل زیر، چهار ضلعی  $ABCD$  مربع و مثلث  $DCH$  متساوی الساقین است. مساحت قسمت هاشور خورده کدام است؟



۱) ۴

۲)  $\sqrt{8}$

۳) ۸

۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷ - نقطه‌ی  $A(-3,2)$  رأس مربعی است که یک قطر آن منطبق بر خط  $x - y = 4$  است. مساحت این مربع کدام است؟

۱) ۱

۲)  $\frac{1}{2}$

۳)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۴)  $\sqrt{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸ - اگر  $A(3,8)$  و  $B$  نقطه‌ای روی محور طول‌ها به طول ۱- باشد، فاصله‌ی نقطه‌ی  $M$  وسط پاره‌خط  $AB$  از مبدأ مختصات کدام است؟

۱)  $\sqrt{17}$

۲)  $\sqrt{10}$

۳) ۵

۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹ - فاصله‌ی نقطه‌ای به طول  $\sqrt{3}$  روی خط  $\sqrt{3}x - 2y = 1$ ، از خطی با شیب  $-2$ - که از نقطه‌ی  $(3,2)$  عبور می‌کند، کدام است؟

۱)  $\frac{9+2\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$

۲)  $\frac{7-2\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$

۳)  $\frac{9-2\sqrt{3}}{3}$

۴)  $\frac{7+2\sqrt{3}}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰ - دو انتهای یکی از قطرهای دایره‌ای نقاط  $A(4,5)$  و  $B(1,1)$  است. کدام نقطه‌ی زیر روی دایره قرار دارد؟

۱)  $F(3,3)$

۲)  $M(3,2+\sqrt{6})$

۳)  $D(2,3+\sqrt{6})$

۴)  $E(2+\sqrt{6},3)$

شما پاسخ نداده اید

-۷۱

(محمد بسیرایی)

شعاع دایره برابر است با فاصله‌ی مرکز دایره تا خط مماس یعنی نقطه‌ی  $O(1,1)$  تا خط مماس  $2x + y - 4 = 0$  در نتیجه:

$$R = OM = \frac{|2 \times 1 + 1 - 4|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

دو نقطه‌ی  $O$  و  $A$  هم طول هستند، پس:

$$OA = |y_A - y_O| = |2 - 1| = 1$$

طبق رابطه‌ی فیثاغورس اگر  $M$  نقطه‌ی تماس باشد، طول مماس رسم شده از  $A$  را به دست می‌آوریم:

$$AM^2 = OA^2 - OM^2$$

$$\Rightarrow AM^2 = 1^2 - \left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^2 = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow AM = \sqrt{\frac{4}{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی، صفحه‌های ۵ و ۱۰ تا ۱۴)

۴

۳✓

۲

۱

-۷۲

(محمد بسیرایی)

برای به دست آوردن محل برخورد دو خط از حل دستگاه استفاده می‌کنیم:

$$\begin{cases} y = 3x + 5 \\ 2x + y = -10 \Rightarrow 2x + (3x + 5) = -10 \\ \Rightarrow 5x = -15 \Rightarrow x = -3 \end{cases}$$

$$\underline{y = 3x + 5} \rightarrow y = 3 \times (-3) + 5 = -4$$

(۰,۰) مبدأ مختصات

(-۳, -۴) نقطه‌ی برخورد

$$\Rightarrow d = \sqrt{(-3 - 0)^2 + (-4 - 0)^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی، صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

۴

۳

۲✓

۱

دو خط به معادله‌ی  $a'x + b'y + c' = 0$  و  $ax + by + c = 0$  (با

فرض اینکه  $a$  و  $b$  و  $c$  مخالف صفر باشند) موازی و متمایزند به شرط آنکه:

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$$

دو خط مذکور، دو ضلع مقابل یک متوازی‌الاضلاع می‌باشند. لذا این دو خط نسبت به هم موازی و متمایزنند. پس کافیست شرط منطبق نبودن این دو خط را بررسی کنیم:

$$\frac{4}{4} \neq \frac{m^2 - 7}{2} \Rightarrow m^2 - 7 \neq 2 \Rightarrow m^2 \neq 9 \Rightarrow m \neq \pm 3$$

پس  $m$  هر عددی به جز ۳ و -۳- می‌تواند اختیار کند.

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی، صفحه‌های ۲ تا ۴)

۴✓

۳

۲

۱

شرط عمود بودن دو خط بر یکدیگر آن است که حاصل ضرب شیب‌های آن دو، برابر ۱- شود.

$$l : (m + 2)y = x + 3 \Rightarrow m_l = \frac{1}{m + 2}$$

$$d : y = (2m + 1)x + 1 \Rightarrow m_d = 2m + 1$$

لذا داریم:

$$m_l \cdot m_d = -1 \Rightarrow \frac{1}{(m + 2)} \times (2m + 1) = -1$$

$$\Rightarrow 2m + 1 = -m - 2 \Rightarrow 3m = -3 \Rightarrow m = -1$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی، صفحه‌های ۲ تا ۴)

۴

۳✓

۲

۱

$$\begin{cases} ay + x = b \Rightarrow m_1 = -\frac{1}{a} \\ ax + by = 1 \Rightarrow m_2 = -\frac{a}{b} \end{cases}$$

$$m_1 \cdot m_2 = -1 \Rightarrow -\frac{1}{a} \times -\frac{a}{b} = -1 \xrightarrow{a \neq 0} \frac{1}{b} = -1 \Rightarrow b = -1$$

$$\frac{ay + x = b}{b = -1} \xrightarrow{\text{خط A}(1, -2)} -2a + 1 = -1$$

$$\Rightarrow -2a = -2 \Rightarrow a = 1, b = -1$$

$$\Rightarrow a + b = 0$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی، صفحه‌های ۲ تا ۴)

این دو خط یا از دو ضلع مجاور یا از دو ضلع روبرو می‌گذرند.

۱) این دو خط موازی نمی‌باشند، زیرا شیب آن‌ها هرگز با هم برابر

نمی‌شود، چون اگر  $m_1 = m_2$  آنگاه:

$$m_1 = \frac{1}{m}, m_2 = -m^3 \xrightarrow{m_1=m_2} \frac{1}{m} = -m^3$$

$$\Rightarrow m^4 = -1$$

معادله جواب ندارد.

۲) بنابراین این دو خط باید بر هم عمود باشند. یعنی:

$$m_1 \cdot m_2 = -1$$

$$m_1 = \frac{1}{m}, m_2 = -m^3$$

$$\Rightarrow \frac{1}{m} \times (-m^3) = -1 (m \neq 0) \quad (\text{به شرط } m \neq 0)$$

$$\Rightarrow m^2 = 1 \Rightarrow m = \pm 1$$

اگر  $m = 0$  در این صورت نیز این دو خط بر هم عمود خواهند بود،

$$m = \pm 1 \quad \text{یا} \quad 0$$

بنابراین مسئله سه جواب دارد.

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی، صفحه‌های ۲ تا ۴)

۴✓

۳

۲

۱

وقتی روی یک خط قرار دارند که  $\mathbf{m}_{AB} = \mathbf{m}_{AC}$  . پس:

$$\begin{cases} \mathbf{m}_{AB} = \frac{2-m}{3-m-1} = \frac{2-m}{2-m} = 1 \\ \mathbf{m}_{AC} = \frac{m+1-2}{m^2-3} = \frac{m-1}{m^2-3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{m-1}{m^2-3} = 1 \Rightarrow m^2 - 3 = m - 1 \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (m-2)(m+1) = 0 \Rightarrow m = 2 \text{ یا } m = -1$$

چون سه نقطه‌ی A، B و C متمایزند، پس  $m = 2$  غیر قابل قبول است. زیرا اگر  $m = 2$  باشد،  $\mathbf{A} = \mathbf{B}$  می‌شود.

$A(3,2), B(0,-1), C(1,0)$

پس  $m = -1$  بنابراین:

معادله‌ی خط گذرنده از این نقاط را می‌نویسیم:

$$\mathbf{AB} = \frac{-1-2}{0-3} = 1 \quad \text{شیب خط}$$

$$y = x + h \xrightarrow{(3,2)} 2 = 3 + h \quad \text{معادله‌ی خط}$$

$$\Rightarrow h = -1 \quad (\text{عرض از مبدأ})$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی، صفحه‌های ۲ تا ۴)

۴

۳✓

۲

۱

(امیر زراندوز)

-۷۸

دو خط داده شده، موازی هستند لذا فاصله‌ی بین آن‌ها، برابر طول قطر دایره خواهد بود:

$$\begin{cases} L_1 : x + 2y - 1 = 0 \\ L_2 : x + 2y - 1 = 0 \end{cases}$$

برای به دست آوردن فاصله‌ی دو خط موازی  $L_1$  و  $L_2$ ، فاصله‌ی نقطه‌ی دلخواه  $(0,5)$  روی خط  $x + 2y = 1$  را از خط  $x + 2y = 1$  (۱۰ تا ۱۴)

$$\text{قطر} = \frac{|0+10-1|}{\sqrt{1^2+2^2}} = \frac{9}{\sqrt{5}}$$

به دست می‌آوریم:

$$\Rightarrow \frac{\text{قطر}}{2} = \frac{9}{2\sqrt{5}} \Rightarrow \text{مساحت} = \pi r^2 = \pi \left(\frac{9}{2\sqrt{5}}\right)^2$$

$$= \pi \times \frac{81}{20} = \frac{81\pi}{20}$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی، صفحه‌های ۸ تا ۱۰)

۴

۳

۲

۱✓

از فرمول فاصله‌ی دو خط موازی استفاده کرده و طول ضلع مربع را  
می‌یابیم:

$$\begin{cases} -x + y = 2 \\ 2x - 2y = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - 2y = -4 \\ 2x - 2y = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow AD = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|4 - (-4)|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2}} = \frac{8}{\sqrt{8}} = \sqrt{8}$$

چون مثلث متساوی‌الساقین است، پس H وسط AB بوده و لذا:

$$AH = HB = \frac{\text{ضلع}}{2} = \frac{\sqrt{8}}{2}$$

$$S_{ADH} = 2 \times S_{\Delta} = 2 \times \frac{AD \times AH}{2} = \sqrt{8} \times \frac{\sqrt{8}}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی، صفحه‌های ۲۴ تا ۳۰ و ۱۰ تا ۱۴)

۴

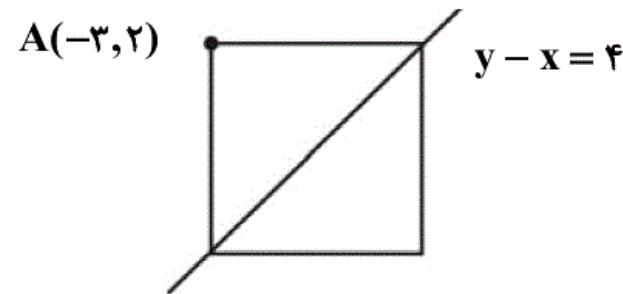
۳

۲

۱ ✓

(مهدی ملارمفانی) -۸۰

فاصله‌ی نقطه‌ی A از قطر مربع برابر با نصف طول قطر مربع است.  
بنابراین:



$$\text{فاصله مورد نظر} = \frac{|2 - (-3) - 4|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{نصف طول قطر مربع} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}}$$

$$S = \left( \frac{\text{طول قطر مربع}}{\sqrt{2}} \right)^2 = \left( \frac{\frac{2}{\sqrt{2}}}{\sqrt{2}} \right)^2 = 1$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی، صفحه‌های ۸ تا ۱۰)

۴

۳

۲ ✓

۱

ابتدا مختصات وسط AB را محاسبه می‌کنیم:

$$\mathbf{M} = \left( \frac{x-2+x}{2}, \frac{0+2x}{2} \right) = (x-1, x)$$

حال از آنجایی که فاصله‌ی این نقطه تا مبدأ مختصات یعنی نقطه‌ی O(0,0) می‌باشد، لذا داریم:

$$\sqrt{(x-1)^2 + x^2} = \sqrt{5} \Rightarrow (x-1)^2 + x^2 = 5$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 2x - 4 = 0 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (x-2)(x+1) = 0 \Rightarrow x = 2 \text{ یا } x = -1$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی، صفحه‌های ۱۴ تا ۱۸)

۴

۳

۲

۱ ✓

جواب معادله در معادله صدق می‌کند. لذا داریم:

$$\frac{1}{x+2} + \frac{6}{k} = \frac{3x}{x-2}$$

$$\xrightarrow{x=1} \frac{1}{3} + \frac{6}{k} = -3 \xrightarrow{\times 3k} k + 18 = -9k$$

$$\Rightarrow -10k = 18 \Rightarrow k = -1.8$$

(ریاضی ۲، معادلات گویا و معادلات رادیکالی، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱)

۴

۳

۲ ✓

۱

دو طرف تساوی را در کوچکترین مضرب مشترک مخرج‌ها ضرب می‌کنیم تا معادله از شکل کسری خارج شود. لذا داریم:

$$(x-3)(x+4) \left[ \frac{2x}{x-3} + \frac{x+1}{x+4} = \frac{x-1}{x-3} \right]$$

$$\xrightarrow{x \neq 3, -4} 2x(x+4) + (x+1)(x-3) = (x-1)(x+4)$$

$$\Rightarrow (2x+1)(x+1) = 0 \Rightarrow x = -1, x = -\frac{1}{2}$$

(ریاضی ۲، معادلات گویا و معادلات رادیکالی، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۱)

۴

۳ ✓

۲

۱

(امیر زراندوز)

$$P < 0 \Rightarrow \frac{c}{a} < 0 \Rightarrow \frac{m-3}{m-2} < 0 \xrightarrow[\text{علامت}]{\text{جدول تعیین}} 2 < m < 3$$

$m$	۲	۳
$m - 3$	-	-
$m - 2$	-	+
$\frac{m-3}{m-2}$	+	-
ت.ن.		

(ریاضی ۳، معادله‌ی درجه ۲ و تابع درجه ۲، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

 ۴✓ ۳ ۲ ۱

(امیر زراندوز)

 $\Rightarrow a < 0$  دهانه‌ی سهمی رو به پایین است.

$$x_s < 0 \Rightarrow \frac{-b}{2a} < 0 \xrightarrow[a < 0]{\text{رأس در ربع سوم}} b < 0$$

 $\Rightarrow c < 0$  عرض از مبدأ سهمی، منفی است.ضمناً سهمی محور  $x$  ها را قطع نمی‌کند، پس تابع دارای صفر نیست.پس  $a < 0$  و  $bc > 0$  است.

(ریاضی ۳، معادله‌ی درجه ۲ و تابع درجه ۲، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

 ۴✓ ۳ ۲ ۱

اگر ریشه‌های معادله‌ی اولیه را  $\alpha$  و  $\beta$  فرض کنیم، می‌توان چنین نوشت:

$$\alpha = \beta + 3$$

از طرفی مجموع ریشه‌های معادله‌ی  $4x^2 - 8x + c = 0$  برابر است با:

$$S = \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = 2$$

$$\alpha + \beta = 2 \xrightarrow{\alpha=\beta+3} \beta + 3 + \beta = 2$$

$$\Rightarrow 2\beta = -1 \Rightarrow \beta = \frac{-1}{2}$$

$$4x^2 - 8x + c = 0 \xrightarrow{\beta=x=\frac{-1}{2}}$$

$$4\left(\frac{-1}{2}\right)^2 - 8\left(\frac{-1}{2}\right) + c = 0 \Rightarrow c = -5$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 8x - 5 = 0 \Rightarrow P = \frac{c}{a} = \frac{-5}{4}$$

(ریاضی ۲، معادله‌ی درجه ۲ و تابع درجه ۳، صفحه‌های ۵۷ و ۱۳۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

(سینا محمدپور)

-۸۷

ابتدا طرفین معادله را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$(\sqrt{x+1} - \sqrt{2x-5})^2 = 1$$

$$\Rightarrow x+1 + 2x-5 - 2\sqrt{(x+1)(2x-5)} = 1$$

$$\Rightarrow (3x-4)^2 = (2\sqrt{(x+1)(2x-5)})^2$$

$$\Rightarrow 9x^2 - 30x + 25 = 4x^2 - 12x - 4$$

$$\Rightarrow x^2 - 18x + 49 = 0$$

$$\Rightarrow (x-7)(x-15) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 7 \Rightarrow k = 7 \\ x = 15 \end{cases}$$

$$\sqrt{x+k} = k \xrightarrow{k=7} \sqrt{x+7} = 7$$

$$\Rightarrow x+7 = 49 \Rightarrow x = 42$$

(ریاضی ۲، معادلات گویا و معادلات رادیکالی، صفحه‌های ۲۲۴ و ۲۲۵)

۴

۳

۲

۱ ✓

(مهندی ملارمپتانی)

$$\sqrt{169 - x^2} = x - 17$$

$$\begin{cases} 169 - x^2 \geq 0 \Rightarrow 169 \geq x^2 \Rightarrow -13 \leq x \leq 13 \\ x - 17 \geq 0 \Rightarrow x \geq 17 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} x - 17 \geq 0 \Rightarrow x \geq 17 \end{cases} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} \emptyset$$

(ریاضی ۲، معادلات گویا و معادلات رادیکالی، صفحه‌های ۲۲ و ۲۴)

 ۴✓ ۳ ۲ ۱

(مهندی ملارمپتانی)

$$x = 2 \Rightarrow \frac{(2^2 + 1)^2}{(2+k)^2} = \frac{3 \times 2 + 1}{(k+2)^2} + 2$$

$$\Rightarrow \frac{25}{(2+k)^2} = \frac{7 + 2(k+2)^2}{(k+2)^2}$$

$$(k+2)^2 = t \Rightarrow \frac{25}{t} = \frac{7 + 2t}{t} \xrightarrow{t \neq 0}$$

$$7 + 2t = 25 \Rightarrow t = 9$$

$$\Rightarrow (k+2)^2 = 9 \Rightarrow \begin{cases} k+2 = 3 \Rightarrow k = 1 \\ k+2 = -3 \Rightarrow k = -5 \end{cases}$$

(ریاضی ۲، معادلات گویا و معادلات رادیکالی، صفحه‌های ۱۹ و ۲۱)

 ۴ ۳✓ ۲ ۱

(حسین اسفینی)

$$(x^4 - 1)^2 - 4x^2 + 7 = 0$$

$$\Rightarrow (x^4 + 1 - 2x^2) - 4x^2 + 7 = 0$$

$$\Rightarrow x^4 - 6x^2 + 8 = 0$$

$$\xrightarrow{x^2=t} t^4 - 6t^2 + 8 = 0 \Rightarrow (t-2)(t-4) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t=2 \Rightarrow x^2 = 2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2} \\ t=4 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} - \sqrt{2} + 2 - 2 = 0$$

نکته: مجموع ریشه‌های معادله  $ax^4 + bx^2 + c = 0$  در صورت وجود صفر است.

(ریاضی ۲، معادله‌ی درجه ۲ و تابع درجه ۲، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳)

 ۴ ۳ ۲ ۱✓

$$\Rightarrow AM^2 = 1^2 - \left( \frac{\sqrt{5}}{5} \right)^2 = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow AM = \sqrt{\frac{4}{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی، صفحه‌های ۵ و ۱۰ تا ۱۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

(محمد بهیرایی)

-۹۲

برای به دست آوردن محل برخورد دو خط از حل دستگاه استفاده می‌کنیم:

$$\begin{cases} y = 3x + 5 \\ 2x + y = -10 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2x + (3x + 5) = -10$$

$$\Rightarrow 5x = -15 \Rightarrow x = -3$$

$$\frac{y=3x+5}{y=3\times(-3)+5=-4}$$

(۰,۰) مبدأ مختصات

(-۳, -۴) نقطه‌ی برخورد

$$\Rightarrow d = \sqrt{(-3-0)^2 + (-4-0)^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی، صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

۴

۳

۲ ✓

۱

(سینا محمدپور)

-۹۳

دو خط به معادله‌ی  $a'x + b'y + c' = 0$  و  $ax + by + c = 0$ 

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$$

دو خط مذکور، دو ضلع مقابل یک متوازی‌الاضلاع می‌باشند. لذا این دو خط نسبت به هم موازی و متمایزند. پس کافیست شرط منطبق نبودن این دو خط را بررسی کنیم:

$$\frac{4}{4} \neq \frac{m^2 - 7}{2} \Rightarrow m^2 - 7 \neq 2 \Rightarrow m^2 \neq 9 \Rightarrow m \neq \pm 3$$

پس  $m$  هر عددی به جز ۳ و -۳- می‌تواند اختیار کند.

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی، صفحه‌های ۲ تا ۱۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

فاصله‌ی نقطه‌ی A تا خط  $8x + 6y - k = 0$  برابر است با:

$$d = \frac{|8 \times (-1) + 6 \times (4) - k|}{\sqrt{8^2 + 6^2}}$$

$$\Rightarrow 3 = \frac{|16 - k|}{10} \Rightarrow |16 - k| = 30$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 16 - k = 30 \Rightarrow k = -14 \\ 16 - k = -30 \Rightarrow k = 46 \end{cases}$$

با توجه به شرط  $(k > 0)$  مقدار  $k = 46$  قابل قبول است.

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی، صفحه‌های ۸ تا ۱۰)

۴

۳✓

۲

۱

شرط عمود بودن دو خط بر یکدیگر آن است که حاصل ضرب  
شیب‌های آن دو، برابر ۱ - شود.

$$l : (m + 2)y = x + 3 \Rightarrow m_l = \frac{1}{m + 2}$$

$$d : y = (2m + 1)x + 1 \Rightarrow m_d = 2m + 1$$

لذا داریم:

$$m_l \times m_d = -1 \Rightarrow \frac{1}{(m + 2)} \times (2m + 1) = -1$$

$$\Rightarrow 2m + 1 = -m - 2 \Rightarrow 3m = -3 \Rightarrow m = -1$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی، صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

۴

۳✓

۲

۱

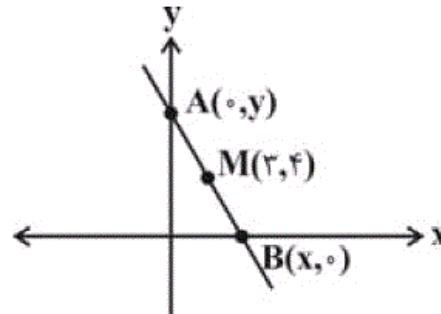
(سینا محمدپور)

نقطه‌ی  $A(0, y)$  روی محور  $y$  و نقطه‌ی  $B(x, 0)$  روی محور  $x$  هاست  
و  $M$  نقطه‌ی وسط  $AB$  است، لذا داریم:

$$M(3, 4) = \left( \frac{0+x}{2}, \frac{y+0}{2} \right) \Rightarrow x=6, y=4$$

حال کافیست شیب خط گذرا از نقاط  $A$  و  $B$  را بدست آوریم:

$$m_{AB} = \frac{4-0}{6-0} = -\frac{4}{3}$$



بنابراین معادله‌ی خط مذکور برابر است با:

$$y = -\frac{4}{3}x + 4 \Rightarrow 3y + 4x - 12 = 0$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۶)

۴

۳

۲✓

۱

(سینا محمدپور)

$$\left. \begin{array}{l} AB = \sqrt{(5-1)^2 + (-1-2)^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \\ AC = \sqrt{(4-1)^2 + (6-2)^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow AB = AC$$

از طرفی رابطه‌ی فیثاغورس بین اضلاع این مثلث صادق است:

$$BC = \sqrt{(4-5)^2 + (6-(-1))^2} = \sqrt{1^2 + 7^2} = 5\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow AB^2 + AC^2 = BC^2$$

لذا مثلث مذکور علاوه بر متساوی‌الساقین بودن، در رأس  $A$  قائمه نیز است.

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۶)

۴✓

۳

۲

۱

(رهیم مشتاق نظم)

$$\begin{cases} ay + x = b \Rightarrow m_1 = -\frac{1}{a} \\ ax + by = 1 \Rightarrow m_2 = -\frac{a}{b} \end{cases}$$

$$m_1 \cdot m_2 = -1 \Rightarrow -\frac{1}{a} \times \left( -\frac{a}{b} \right) = -1 \xrightarrow{a \neq 0} \frac{1}{b} = -1 \Rightarrow b = -1$$

-۲a + ۱ = -۱ قرار دارد، پس:  $ay + x = b$

$$\xrightarrow{b = -1} -2a = -2 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow a + b = 0$$

(ریاضی ۳، هندسه تحلیلی، صفحه‌های ۲ تا ۴)

۴

۳✓

۲

۱

-۹۹

(رهیم مشتاق نظم)

این دو خط یا از دو ضلع مجاور یا از دو ضلع روبرو می‌گذرند.

۱) این دو خط موازی نمی‌باشند، زیرا نمی‌تواند شیب آن‌ها با هم برابر باشد، چون، اگر  $m_1 = m_2$  آن‌گاه:

$$m_1 = \frac{1}{m}, m_2 = -m^3 \Rightarrow \frac{1}{m} = -m^3$$

$$\Rightarrow m^4 = -1 \quad \text{جواب ندارد.}$$

۲) بنابراین این دو خط باید بر هم عمود باشند. یعنی  $1 : m_1 \times m_2 = -1$

$$m_1 = \frac{1}{m}, m_2 = -m^3$$

$$\Rightarrow \frac{1}{m} \times (-m^3) = -1 \quad (m \neq 0) \quad (\text{به شرط } m \neq 0)$$

$$\Rightarrow m^2 = 1 \Rightarrow m = \pm 1$$

اگر  $m = 0$  در این صورت نیز این دو خط بر هم عمود خواهند بود  
 $m = 0$  یا  $\pm 1$  بنابراین مسئله سه جواب دارد.

(ریاضی ۳، هندسه تحلیلی، صفحه‌های ۲ تا ۴)

۴✓

۳

۲

۱

: وقتی روی یک خط قرار دارند که  $m_{AB} = m_{AC}$  . پس:

$$\begin{cases} m_{AB} = \frac{2-m}{3-m-1} = \frac{2-m}{2-m} = 1 \\ m_{AC} = \frac{m+1-2}{m^2-3} = \frac{m-1}{m^2-3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{m-1}{m^2-3} = 1 \Rightarrow m^2 - 3 = m - 1 \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (m-2)(m+1) = 0 \Rightarrow m = 2 \text{ یا } m = -1$$

چون سه نقطه‌ی A، B و C متمایزند پس  $m = 2$  غیر قابل قبول است. زیرا اگر  $m = 2$  باشد،  $A = B$  می‌شود.

۴

۳✓

۲

۱

$$AB = 5 \Rightarrow \sqrt{(2m+1-m)^2 + (-m-2)^2} = 5$$

$$\Rightarrow (m+1)^2 + (m+2)^2 = 25$$

$$\Rightarrow m^2 + 2m + 1 + m^2 + 4m + 4 = 25$$

$$\Rightarrow 2m^2 + 6m - 20 = 0$$

$$\Rightarrow m^2 + 3m - 10 = 0 \Rightarrow (m+5)(m-2) = 0$$

$$\Rightarrow m = -5 \text{ یا } m = 2$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی، صفحه‌های ۱۴ تا ۶)

۴✓

۳

۲

۱

عمود منصف AB، از وسط AB می‌گذرد و بر  $\mathbf{AB}$  عمود است. بنابراین:

$$\text{M} \Rightarrow \mathbf{M}\left(\frac{-4+2}{2}, \frac{1-3}{2}\right) = (-1, -1)$$

خط از نقطه‌ی M می‌گذرد، پس  $-\mathbf{a} - \mathbf{b} = 6$  بنابراین:

$$\mathbf{a} + \mathbf{b} = -6$$

$$m_{AB} = \frac{-3-1}{2+4} = \frac{-4}{6} = \frac{-2}{3} \Rightarrow \text{شیب خط عمود} = \frac{3}{2}$$

$$ax + by = 6 \Rightarrow$$

$$\text{شیب خط} = -\frac{a}{b} \Rightarrow -\frac{a}{b} = \frac{3}{2} \Rightarrow 2a + 3b = 0$$

$$\begin{cases} \mathbf{a} + \mathbf{b} = -6 \\ 2a + 3b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2a - 2b = 12 \\ 2a + 3b = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow b = 12 \Rightarrow 2a + 3(12) = 0 \Rightarrow 2a = -36 \Rightarrow a = -18$$

$$\Rightarrow a + 3b = -18 + 3 \times (12) = 18$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی، صفحه‌های ۲۵)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$\begin{cases} x_A + x_C = x_B + x_D \\ y_A + y_C = y_B + y_D \end{cases}$$

$$x_A + x_C = x_B + x_D \Rightarrow 1 + 0 = 5 + x_D \Rightarrow x_D = -4$$

$$y_A + y_C = y_B + y_D \Rightarrow 4 + 6 = -2 + y_D \Rightarrow y_D = 12$$

مختصات رأس چهارم متوازی الاضلاع:  $(-4, 12)$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی، مشابه تمرین ۵، صفحه‌ی ۹)

۴

۳

۲

۱ ✓

دو خط داده شده، موازی هستند لذا فاصله‌ی بین آن‌ها، قطر دایره خواهد بود:

$$L_1 : x + 2y - 10 = 0$$

$$L_2 : x + 2y - 1 = 0$$

برای به دست آوردن فاصله‌ی دو خط موازی  $L_1$  و  $L_2$ ، فاصله‌ی نقطه‌ی  $x + 2y - 1 = 0$  روی خط  $x + 2y = 10$  را از خط  $x + 2y = 1$  بخواه (۵,۰) به دست می‌آوریم:

$$\text{قطر} = \frac{|10 + 1 - 1|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{9}{\sqrt{5}}$$

$$\Rightarrow \text{شعاع} = \frac{\text{قطر}}{2} = \frac{9}{2\sqrt{5}} \Rightarrow \text{مساحت} = \pi r^2 = \pi \left( \frac{9}{2\sqrt{5}} \right)^2$$

$$= \pi \times \frac{81}{20} = \frac{81\pi}{20}$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی، صفحه‌های ۸ تا ۱۰)

۴

۳

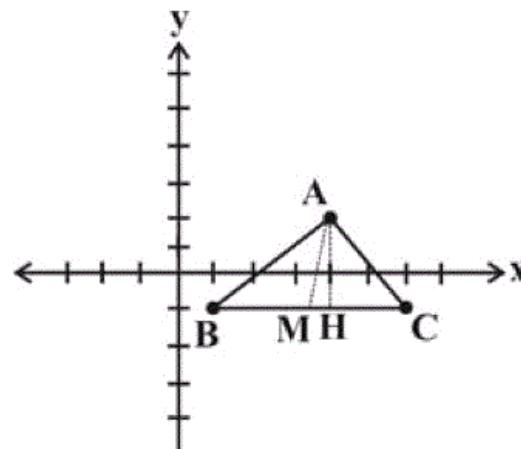
۲

۱ ✓

نقطه‌ی H پای ارتفاع است، پس بنابر فرضیات سؤال و شکل زیر طول

آن همان  $x_A$  و عرضش همان  $y_B = y_C$  است:

نقطه‌ی M نیز وسط BC است، بنابراین:



$$M\left(\frac{6+1}{2}, \frac{-1-1}{2}\right) = \left(\frac{7}{2}, -1\right)$$

$$\Rightarrow MH = \sqrt{\left(4 - \frac{7}{2}\right)^2 + (-1 + 1)^2} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی، صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

۴ ✓

۳

۲

۱

چون  $ABCD$  مربع است پس  $AB$  و  $DC$  موازی‌اند لذا شیب‌های دو خط باید یکسان باشد.

$$\left. \begin{array}{l} -x + y = 2 \Rightarrow m = 1 \\ 2x + ay = 4 \Rightarrow m' = -\frac{2}{a} \end{array} \right\} \xrightarrow{m=m'} \frac{-2}{a} = 1 \Rightarrow a = -2$$

حال فاصله‌ی دو خط موازی را به دست آورده تا طول ضلع مربع به دست آید.

$$\left. \begin{array}{l} -x + y = 2 \\ 2x - 2y = 4 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2x - 2y = -4 \\ 2x - 2y = 4 \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow AD = \frac{|C - C'|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|4 - (-4)|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2}} = \frac{8}{\sqrt{8}} = \sqrt{8}$$

چون مثلث متساوی الساقین است پس  $AB$  وسط  $H$  بوده و لذا :

$$AH = HB = \frac{\text{ضلع}}{2} = \frac{\sqrt{8}}{2}$$

$$S_{\text{هاشور}} = 2 \times S_{\Delta_{ADH}} = 2 \times \frac{AD \times AH}{2} = \sqrt{8} \times \frac{\sqrt{8}}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی، صفحه‌های ۲۴ و ۸۰ تا ۱۰)

۴

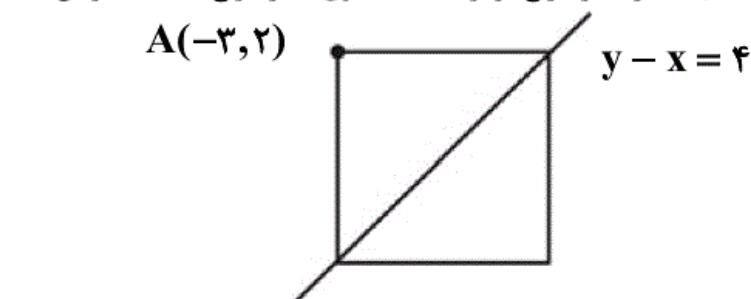
۳

۲

۱ ✓

(مهدی ملارمغانی)

فاصله‌ی نقطه‌ی  $A$  از قطر مربع برابر با نصف طول قطر مربع است. بنابراین:



$$\text{فاصله مورد نظر} = \frac{|2 - (-3) - 4|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \text{نصف طول قطر مربع} \Rightarrow \frac{2}{\sqrt{2}} = \text{طول قطر مربع}$$

$$S = \left( \frac{\text{طول قطر مربع}}{\sqrt{2}} \right)^2 = \left( \frac{\frac{2}{\sqrt{2}}}{\sqrt{2}} \right)^2 = 1$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی، صفحه‌های ۸۰ تا ۱۰)

۴

۳

۲

۱

$$\text{میانه} \mathbf{M} = \left( \frac{\mathbf{x}_A + \mathbf{x}_B}{2}, \frac{\mathbf{y}_A + \mathbf{y}_B}{2} \right)$$

$$\mathbf{M} = \left( \frac{3-1}{2}, \frac{8+0}{2} \right) = (1, 4)$$

فاصله‌ی  $M$  از مبدأ مختصات برابر است با:

$$OM = \sqrt{1^2 + 4^2} = \sqrt{1+16} = \sqrt{17}$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی، صفحه‌های ۱۴ تا ۱۸)

۴

۳

۲

۱

-۱۰۹

(محمد بهیرایی)

معادله‌ی خطی که از نقطه‌ی (۳, ۲) گذشته و شیب آن -۲ باشد، به صورت زیر است:

$$y - 2 = -2(x - 3) \Rightarrow y - 2 = -2x + 6$$

$$\Rightarrow 2x + y - 8 = 0$$

مختصات نقطه‌ای به طول  $\sqrt{3}x - 2y = 1$  روی خط  $\sqrt{3}$  برابر است با:

$$\sqrt{3} \times \sqrt{3} - 2y = 1 \Rightarrow -2y = -2 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow (\sqrt{3}, 1)$$

$$\Rightarrow d = \frac{|2\sqrt{3} + 1 - 8|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{7 - 2\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی، صفحه‌های ۱ تا ۱۰)

۴

۳

۲

۱

ابتدا مختصات مرکز دایره را که وسط قطر  $AB$  است به دست می‌آوریم:

$$\mathbf{O} = \left( \frac{4+1}{2}, \frac{5+1}{2} \right) = \left( \frac{5}{2}, 3 \right)$$

سپس اندازه‌ی شعاع دایره را به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned}\mathbf{OB} = \mathbf{R} &= \sqrt{\left(\frac{5}{2} - 1\right)^2 + (3 - 1)^2} \\ &= \sqrt{\frac{9}{4} + 4} = \sqrt{\frac{9+16}{4}} = \frac{5}{2}\end{aligned}$$

نقطه‌ای روی دایره قرار دارد که فاصله‌ی آن تا مرکز برابر  $\frac{5}{2}$  باشد.

$$\begin{aligned}\mathbf{OD} &= \sqrt{\left(\frac{5}{2} - 2\right)^2 + (3 - 3 - \sqrt{6})^2} \\ &= \sqrt{\frac{1}{4} + 6} = \sqrt{\frac{1+24}{4}} = \frac{5}{2}\end{aligned}$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی، مشابه تمرین ۱۴، صفحه‌ی ۹)

۴ ✓

۳

۲

۱