



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

۳۱- اگر  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 14$  و  $x > 0$  باشد، حاصل عبارت  $\sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^3}$  برابر با کدام گزینه است؟

- ۴ (۴)                      ۱۶ (۳)                      ۸ (۲)                      ۶۴ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۳۲- در تجزیه‌ی عبارت  $x^6 - 64$  کدام عبارت زیر همواره وجود ندارد؟

- $x^2 - 2x + 4$  (۴)                       $x^2 - 4x + 4$  (۳)                       $x + 2$  (۲)                       $x - 2$  (۱)

شما پاسخ نداده اید

۳۳- حاصل عبارت  $\left(x - \frac{2}{x-1}\right)\left(1 + \frac{1}{x-2}\right)$  کدام است؟ ( $x \neq 1, 2$ )

- $x + 2$  (۴)                       $x - 2$  (۳)                       $x + 1$  (۲)                       $x - 1$  (۱)

شما پاسخ نداده اید

۳۴- ثلث عدد مثبتی برابر نصف عدد مثبت دیگری است. اگر اختلاف این دو عدد ۱۵ باشد، عدد بزرگتر کدام است؟

- ۹۰ (۴)                      ۶۰ (۳)                      ۴۵ (۲)                      ۳۰ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۳۵- در حل معادله‌ی  $7x^2 + 4x - 5 = 0$  به روش مربع کامل، از چه عددی باید جذر بگیریم؟

- $\frac{51}{49}$  (۴)                       $\frac{16}{49}$  (۳)                       $\frac{39}{49}$  (۲)                       $\frac{4}{49}$  (۱)

شما پاسخ نداده اید

۳۶- اگر حاصل ضرب ریشه‌های معادله‌ی درجه دوم  $kx^2 + 3x - 4 = 0$  برابر  $-\frac{2}{3}$  باشد، حاصل جمع

ریشه‌های معادله درجه دوم  $3x^2 + (k-1)x + 2 = 0$  کدام است؟

- $-\frac{5}{3}$  (۴)                       $\frac{5}{3}$  (۳)                       $-\frac{7}{3}$  (۲)                       $\frac{7}{3}$  (۱)

۳۷- مجموع ریشه‌های معادله‌ی زیر کدام است؟

$$\frac{4x+3}{x(x-1)} + \frac{3}{(x-1)} = 3$$

$-\frac{10}{3}$  (۴)

$-\frac{8}{3}$  (۳)

$\frac{10}{3}$  (۲)

$\frac{8}{3}$  (۱)

شما پاسخ نداده اید

۳۸- اگر رابطه‌ی  $R = \{(a, 2), (2, 1), (3, a^2 + 1), (3, 5)\}$  تابع باشد، مقدار  $2a + 1$  کدام است؟

۲ (۴)

۵ (۳)

-۳ (۲)

-۲ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۳۹- در تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x}$  مقدار  $f(10) - f(5)$  کدام است؟

۰/۱ (۴)

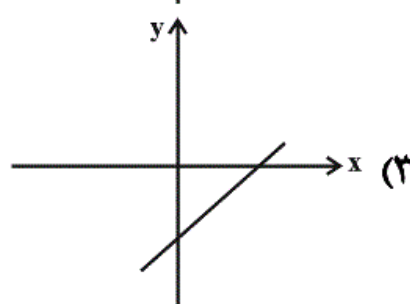
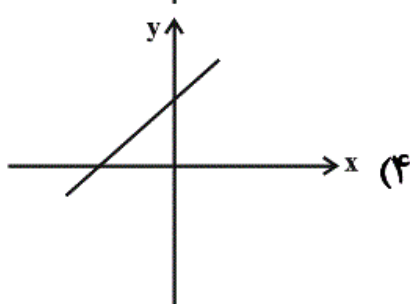
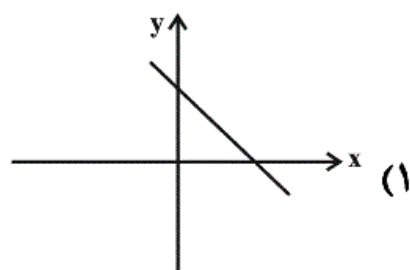
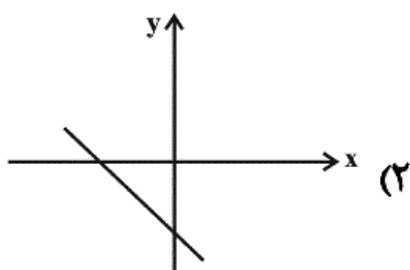
-۰/۷ (۳)

-۰/۱ (۲)

۰/۷ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۴۰- اگر در تابع خطی  $f$ ،  $f(2) = -1$  و  $f(-1) = 4$  باشد، نمودار تابع  $f$  شبیه کدام گزینه است؟



شما پاسخ نداده اید

۴۱- در کارگاهی هزینه‌ی تولید  $x$  واحد کالا برابر  $C(x) = x^2 + 40x + 100$  است، که هر واحد

کالای آن ۲۰۰ تومان به فروش می‌رسد. هم‌اکنون کارگاه روزانه ۲۵ واحد کالا تولید می‌کند، چند

واحد کالا باید به تولید روزانه اضافه شود تا کارگاه به بیشترین سود برسد؟

۲۰ (۴)

۵۵ (۳)

۱۵ (۲)

۸۰ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۴۲- تحقیقی بر روی اسامی ثبت شده در سازمان ثبت ملی صورت گرفته است. این تحقیق به کدام یک

از روش‌های گردآوری داده زیر صورت گرفته است؟

۴) دادگان‌ها

۳) پرسش‌نامه

۲) مصاحبه

۱) مشاهده

شما پاسخ نداده اید

۴۳- میانگین ۷ داده آماری برابر ۱۱ و میانگین ۵ داده‌ی آماری دیگر برابر ۱۸ است. اگر یک واحد به

یکی از داده‌ها اضافه کنیم، میانگین کل داده‌ها کدام است؟

۱۵ (۴)

۱۴ (۳)

۱۴/۶ (۲)

۱۴/۵ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۴۴- انحراف معیار داده‌های جدول زیر کدام است؟

داده	۳	۴	۵	۶
تعداد داده‌ها	۱	۲	۳	۴

$\sqrt{3}$  (۴)

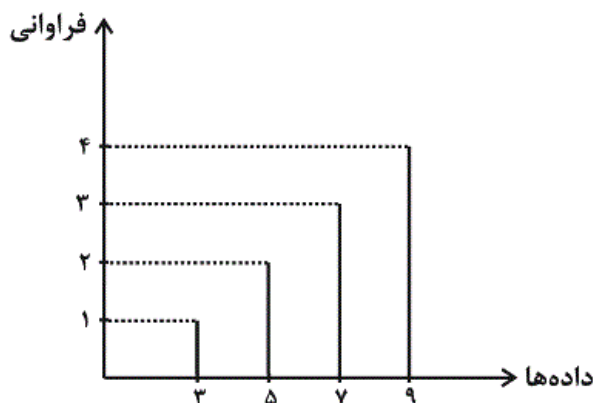
$\sqrt{1/2}$  (۳)

۱/۲ (۲)

۱ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۴۵- در نمودار میله‌ای زیر، میانه چند برابر میانگین است؟



۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۴۶- اگر نمودار دایره‌ای مقابل توزیع ۱۸۰ دانش‌آموز دبیرستانی را در مقاطع مختلف نشان دهد، چند نفر



در سال دهم دبیرستان قرار دارند؟

۷۰ (۲)

۶۲ (۱)

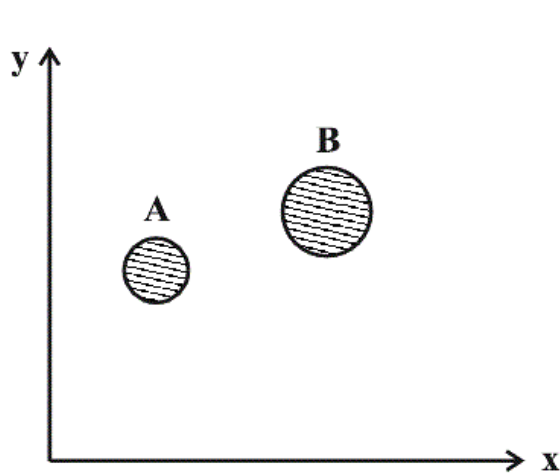
۴۸ (۴)

۵۴ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۴۷- در نمودار حبابی مقابل، مساحت دایره‌ها بیان‌گر میزان درآمد اشخاص است. اگر درآمد شخص A

برابر  $49\pi$  و درآمد شخص B برابر  $81\pi$  باشد، شعاع دایره B چند برابر شعاع دایره A است؟



(۱)  $\frac{7}{6}$

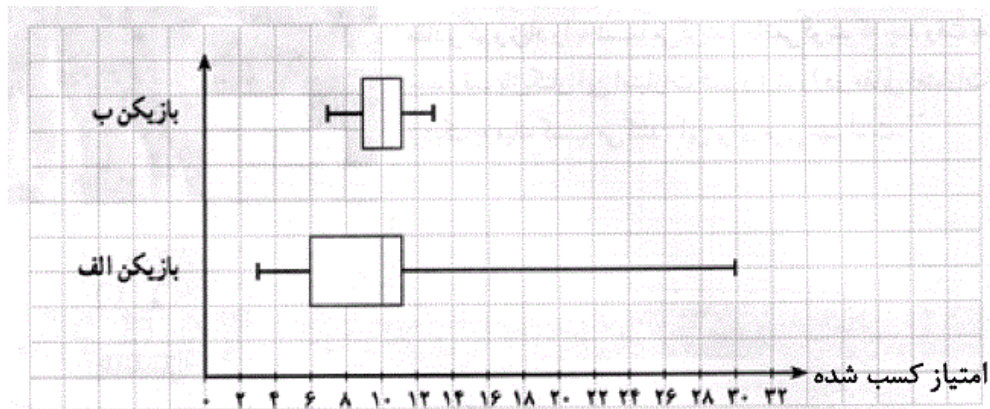
(۲)  $\frac{5}{3}$

(۳)  $\frac{9}{7}$

(۴)  $\frac{4}{5}$

شما پاسخ نداده اید

۴۸- نمودار جعبه‌ای دو بسکتبالیست نشان داده شده است. بهتر است کدام بازیکن انتخاب شود؟ چرا؟



(۱) بازیکن الف - چون بیشترین امتیازی که کسب کرده است، بیشتر از بازیکن ب است.

(۲) بازیکن الف - چون دامنه میان چارکی بزرگتری دارد.

(۳) بازیکن ب - چون با توجه به کمتر بودن دامنه‌ی میان چارکی بازیکن ب، بازیکن ب ثبات بیشتری دارد.

(۴) هر دو بازیکن عملکرد یکسان دارند - زیرا میانه دو بازیکن یکسان است.

شما پاسخ نداده اید

۴۹- اگر زاویه بین دو شعاع مجاور در نمودار راداری  $60^\circ$  درجه باشد، چند متغیر در نمودار حضور دارد؟

(۴) ۱۰

(۳) ۶

(۲) ۸

(۱) ۹

شما پاسخ نداده اید

۵۰- در یک بررسی برای نامزدهای نهایی دریافت جایزه «توپ طلا» بازیکن A به‌طور میانگین  $0/88$  گل زده در یک بازی  $90$  دقیقه داشته، در صورتی که بیشینه گل زده در این دوره بازیها به‌طور میانگین  $1/6$  در یک بازی  $90$  دقیقه است. نقطه متناظر گل زده بازیکن A روی شعاع نمودار راداری برحسب درصد کدام است؟

۳۵ (۴)

۵۵ (۳)

$3/5$  (۲)

$5/5$  (۱)

شما پاسخ نداده اید

۳۱- (معصومه اکبری صفت، چند اتحاد جبری و کاربردها، صفحه‌ی ۱۰ تا ۱۶)

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 14 \Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 14 \Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 16 \xrightarrow{x > 0} x + \frac{1}{x} = 4$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 = 64 \Rightarrow \sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^3} = \sqrt{64} = 8$$

۴

۳

۲

۱

۳۲-

(معصومه اکبری صفت، چند اتحاد جبری و کاربردها، صفحه‌ی ۱۰ تا ۱۶)

$$x^6 - 64 = (x^3 - 8)(x^3 + 8) = (x - 2)(x^2 + 2x + 4)(x + 2)(x^2 - 2x + 4)$$

اتحادهای مجموع و تفاضل مکعب دوجمله‌ای اتحاد مزدوج

تنها گزینه‌ی «۳» در تجزیه عبارت وجود ندارد.

۴

۳

۲

۱

۳۳-

(عمید زرین‌کفش، عبارت‌های گویا، صفحه‌ی ۱۸ تا ۲۴)

ابتدا حاصل داخل هر پرانتز را می‌یابیم، سپس با توجه به شرط  $x \neq 1, 2$  عبارت را ساده می‌کنیم:

$$\left(x - \frac{2}{x-1}\right)\left(1 + \frac{1}{x-2}\right) = \left(\frac{x(x-1)}{x-1} - \frac{2}{x-1}\right) \times \left(\frac{x-2}{x-2} + \frac{1}{x-2}\right)$$

$$= \left(\frac{x^2 - x - 2}{x-1}\right) \times \left(\frac{x-2+1}{x-2}\right) = \left(\frac{(x-2)(x+1)}{x-1}\right) \left(\frac{x-1}{x-2}\right) = x+1$$

۴

۳

۲

۱



اگر دو عدد را  $x$  و  $y$  فرض کنیم، داریم:

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{2} \Rightarrow x = \frac{3}{2}y \quad (1)$$

چون  $x$  و  $y$  مثبت هستند، با توجه به رابطه‌ی (۱)، عدد  $x$  بزرگ‌تر از  $y$  است.

حال طبق فرض صورت سؤال داریم:

$$x - y = 15 \xrightarrow{(1)} \frac{3}{2}y - y = 15 \Rightarrow \frac{y}{2} = 15 \Rightarrow y = 30$$

$$\xrightarrow{(1)} x = \frac{3}{2} \times (30) = 45$$

پس عدد بزرگتر  $x = 45$  است.

[۴]

[۳]

[۲]✓

[۱]

(سهیل حسن‌خان‌پور، حل معادله درجه ۲ و کاربردها، صفحه‌ی ۳۹ تا ۴۲)

برای حل معادله به روش مربع کامل ابتدا عدد ثابت را به طرف راست تساوی

می‌بریم، سپس طرفین معادله را به ضریب  $x^2$  تقسیم می‌کنیم و در نهایت مربع

نصف ضریب  $x$  را به دو طرف معادله اضافه می‌کنیم:

$$7x^2 + 4x - 5 = 0 \Rightarrow 7x^2 + 4x = 5 \Rightarrow x^2 + \frac{4}{7}x = \frac{5}{7}$$

اضافه کردن  $(\frac{1}{2} \times \frac{4}{7})^2$  به طرفین معادله

$$\xrightarrow{\hspace{10em}} x^2 + \frac{4}{7}x + \frac{4}{49} = \frac{5}{7} + \frac{4}{49}$$

$$\Rightarrow (x + \frac{2}{7})^2 = \frac{39}{49}$$

[۴]

[۳]

[۲]✓

[۱]

(مهمد بهیرایی، حل معادله درجه ۲ و کاربردها، صفحه‌ی ۴۳ تا ۴۷)

معادله درجه دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  به شرط آن که  $\Delta > 0$  باشد، دو ریشه‌ی

حقیقی دارد که مجموع آن‌ها برابر  $-\frac{b}{a}$  و حاصل ضرب آن‌ها برابر  $\frac{c}{a}$  است. در

نتیجه:

$$kx^2 + 3x - 4 = 0 \xrightarrow[\text{برابر } \frac{-2}{3} \text{ است.}]{\text{حاصل ضرب ریشه‌ها}} \frac{-4}{k} = -\frac{2}{3} \Rightarrow k = 6$$

$$3x^2 + (k-1)x + 2 = 0 \xrightarrow{k=6} 3x^2 + 5x + 2 = 0$$

$$\xrightarrow{\text{حاصل جمع ریشه‌ها} = \frac{-b}{a}} \frac{-5}{3}$$

[۴]✓

[۳]

[۲]

[۱]

(مهری ملارمضانی، معادله‌های شامل عبارتهای گویا، صفحه‌ی ۴۸ تا ۵۲)

برای حل معادله ابتدا طرف چپ معادله را ساده‌تر می‌کنیم، داریم:

$$\frac{4x+3+3x}{x(x-1)} = 3 \Rightarrow \frac{7x+3}{x^2-x} = 3 \Rightarrow 7x+3 = 3x^2-3x$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 10x - 3 = 0$$

چون  $x=0$  و  $x=1$  ریشه‌های مخرج، در معادله‌ی اخیر صدق نمی‌کنند و چون  $\Delta > 0$ ، پس هر دو ریشه معادله قابل قبول‌اند و مجموع ریشه‌ها برابر است با:

$$\text{مجموع ریشه‌ها} = -\frac{b}{a} = \frac{-(-10)}{3} = \frac{10}{3}$$

۴

۳

۲ ✓

۱

(مهمر بهیرایی، مفهوم تابع، صفحه‌ی ۵۴ تا ۶۳)

چون دو زوج مرتب  $(3, 5)$  و  $(3, a^2+1)$  دارای مؤلفه اول برابرند در نتیجه برای تابع بودن می‌بایست مؤلفه‌های دوم نیز برابر باشند.

$$\begin{cases} (3, a^2+1) \in R \\ (3, 5) \in R \end{cases} \Rightarrow a^2+1=5 \Rightarrow a^2=4 \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ a=-2 \end{cases}$$

حال به‌ازای مقادیر  $a$  بررسی می‌کنیم که آیا رابطه تابع است یا خیر:

$$a=2 \Rightarrow \begin{cases} (2, 2) \in R \\ (2, 1) \in R \end{cases} \Rightarrow R \text{ تابع نیست.}$$

$$a=-2 \Rightarrow R = \{(-2, 2), (2, 1), (3, 5)\} \text{ تابع است.}$$

$$\Rightarrow 2a+1 = -4+1 = -3$$

۴

۳

۲ ✓

۱

(مهری ملارمضانی، ضابطه جبری تابع، صفحه‌ی ۶۴ تا ۶۹)

با توجه به ضابطه‌ی تابع داریم:

x	f(x)
10	$f(10) = \frac{\sqrt{10-1}}{10} = \frac{\sqrt{9}}{10} = \frac{3}{10}$
5	$f(5) = \frac{\sqrt{5-1}}{5} = \frac{\sqrt{4}}{5} = \frac{2}{5}$

$$f(10) - f(5) = \frac{3}{10} - \frac{2}{5} = \frac{3}{10} - \frac{4}{10} = \frac{-1}{10} = -0.1$$

۴

۳

۲ ✓

۱

فرض می‌کنیم ضابطه تابع  $f$  به صورت  $f(x) = ax + b$  باشد، داریم:

$$f(x) = ax + b \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \Rightarrow f(2) = 2a + b = -1 & (1) \\ x = -1 \Rightarrow f(-1) = -a + b = 4 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \xrightarrow{(2), (1)} \begin{cases} 2a + b = -1 \\ -a + b = 4 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} 2a + b = -1 \\ a - b = -4 \end{cases} \\ &\Rightarrow 3a = -5 \Rightarrow a = -\frac{5}{3} \xrightarrow{(2)} b = \frac{7}{3} \end{aligned}$$

پس ضابطه‌ی تابع  $f$  به صورت  $f(x) = -\frac{5}{3}x + \frac{7}{3}$  است که معادله‌ی خطی با

شیب منفی و عرض از مبدأ مثبت است، پس نمودار آن شبیه گزینه‌ی «۱» است.

۴

۳

۲

۱ ✓

-۴۱ (معصومه اکبری صمدت، نمودار تابع درجه ۲، صفحه‌ی ۷۷ تا ۸۴)

فرض می‌کنیم برای رسیدن به بیشترین سود، کارگاه روزانه  $x$  واحد کالا بفروشد، سود کارگاه برابر است با:

$$P(x) = R(x) - C(x)$$

$$\Rightarrow P(x) = 200x - (x^2 + 40x + 100) = -x^2 + 160x - 100$$

مقدار  $x$  ای که به ازای آن بیشترین سود اتفاق می‌افتد را به دست آوریم:

$$P(x) = -x^2 + 160x - 100 \xrightarrow{\text{مقایسه با فرم استاندارد}} \begin{cases} a = -1 \\ b = 160 \\ c = -100 \end{cases}$$

$$x_s = \frac{-b}{2a} \Rightarrow x_s = \frac{-(160)}{2 \times (-1)} = 80$$

پس برای اینکه کارگاه بیشترین سود را داشته باشد باید روزانه ۸۰ واحد کالا بفروشد و به همین منظور می‌بایست روزانه ۵۵ واحد کالا به فروشش اضافه شود.

$$80 - 25 = 55$$

۴

۳ ✓

۲

۱

-۴۲ (مهروی ملارمضانی، گردآوری داده‌ها، صفحه‌ی ۹۰ و ۹۱)

در مواردی که داده‌ها از اطلاعاتی که قبلاً ذخیره شده به دست می‌آیند، روش گردآوری داده‌ها، دادگان‌ها نامیده می‌شود.

۴ ✓

۳

۲

۱

ابتدا مجموع داده‌های هر دسته را جداگانه با توجه به میانگین داده شده به دست

می‌آوریم:

$$\text{داده ۷ مجموع} = 7 \times 11 = 77$$

$$\text{داده ۵ مجموع} = 5 \times 18 = 90$$

$$\text{مجموع کل داده‌ها به علاوه یک واحد اضافه شده} = 77 + 90 + 1 = 168$$

$$\text{میانگین کل داده‌ها} = \frac{168}{12} = 14$$

[۴]

[۳] ✓

[۲]

[۱]

ابتدا میانگین داده‌ها را می‌یابیم:

$$\bar{x} = \frac{3 \times 1 + 4 \times 2 + 5 \times 3 + 6 \times 4}{1 + 2 + 3 + 4} = \frac{50}{10} = 5$$

حال با توجه به رابطه‌ی انحراف معیار داریم:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1 \times (3-5)^2 + 2 \times (4-5)^2 + 3 \times (5-5)^2 + 4 \times (6-5)^2}{10}}$$

$$\Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{4 + 2 + 0 + 4}{10}} = \sqrt{\frac{10}{10}} = 1$$

[۴]

[۳]

[۲]

[۱] ✓

ابتدا میانگین داده‌ها را می‌یابیم:

$$\bar{x} = \frac{(3 \times 1) + (5 \times 2) + (7 \times 3) + (9 \times 4)}{1 + 2 + 3 + 4} = \frac{70}{10} = 7$$

$$\text{به ترتیب نوشتن داده‌ها} \rightarrow 3, 5, 5, 7, 7, 7, 9, 9, 9, 9 \Rightarrow \text{میان} = \frac{7+7}{2} = 7$$

برای یافتن میان  
دو عدد وسط

$$\Rightarrow \frac{\text{میان}}{\text{میانگین}} = \frac{7}{7} = 1$$

[۴]

[۳]

[۲]

[۱] ✓

$$\text{زاویه مرکزی مربوط به دانش آموزان دهم} = \frac{\text{تعداد دانش آموزان دهم}}{\text{کل دانش آموزان}} \times 360^\circ$$

$$\Rightarrow 108^\circ = \frac{\text{تعداد دانش آموزان دهم}}{180} \times 360^\circ \Rightarrow$$

$$\text{نفر} = 54 = \text{تعداد دانش آموزان دهم}$$

[۴]

[۳] ✓

[۲]

[۱]

-۴۷

(امیر زراندوز، نمودارهای چند متغیره، صفحه‌ی ۱۲۲ تا ۱۲۴)

شعاع دایره A را r و شعاع دایره B را r' می‌نامیم، لذا خواهیم داشت:

درآمد شخص A = مساحت دایره A

$$\Rightarrow \pi r^2 = 49\pi \Rightarrow r^2 = 49 \xrightarrow{\text{جذر}} r = 7$$

درآمد شخص B = مساحت دایره B

$$\Rightarrow \pi r'^2 = 81\pi \Rightarrow r'^2 = 81 \xrightarrow{\text{جذر}} r' = 9$$

$$\Rightarrow \frac{r'}{r} = \frac{9}{7}$$

۴

۳ ✓

۲

۱

-۴۸

(هدای پلاور، نمودارهای یک متغیره، صفحه‌ی ۱۱۷ تا ۱۲۰)

چون میانه دو بازیکن یکسان و دامنه میان چارکی بازیکن ب کوچک‌تر است، بنابراین این بازیکن ثبات بیشتری دارد پس باید بازیکن ب را انتخاب نمود.

۴

۳ ✓

۲

۱

-۴۹

(ریم مشاق نظم، نمودارهای چند متغیره، صفحه‌ی ۱۲۵ تا ۱۲۸)

در نمودار راداری زاویه‌ی بین پره‌ها با هم برابر است، بنابراین  $360 \div 6 = 60$ ، بنابراین ۶ متغیر در نمودار حضور دارد.

۴

۳ ✓

۲

۱

-۵۰

(مهمد بهیرایی، نمودارهای چند متغیره، صفحه‌ی ۱۲۵ تا ۱۲۸)

$$\text{میانگین گل زده A} = \frac{\text{نقطه متناظر روی شعاع نمودار راداری بر حسب درصد}}{\text{بیشینه گل زده}}$$

$$\times 100 = \frac{0/88}{1/6} \times 100 = 55\%$$

۴

۳ ✓

۲

۱

www.kanoon.ir