



www.riazisara.ir سایت ویژه ریاضیات

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...و

کanal سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

۴۱- مجموعه $(A - (A - B)) \cup (A' \cup B')$ همواره برابر کدام است؟ (U مجموعه مرجع است.)

U (۴)

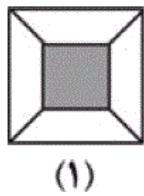
B (۳)

A (۲)

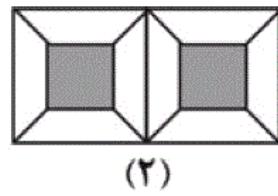
\emptyset (۱)

شما پاسخ نداده اید

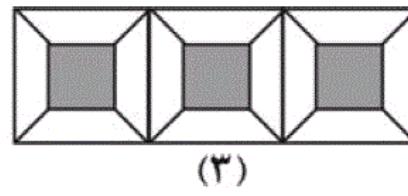
۴۲- با توجه به الگوی زیر، برای ۷۶ کاشی سفید (ذوزنقه شکل)، چند کاشی هاشور خورده (مربع شکل) نیاز است؟



(۱)



(۲)



(۳)

...

۱۷ (۱)

۱۸ (۲)

۱۹ (۳)

۲۰ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۴۳- یک دنباله حسابی با ۲۰ جمله داریم. مجموع جملات با شماره فرد، از مجموع جملات با شماره زوج ۴۰ واحد کمتر است. قدر نسبت این دنباله کدام است؟

۱۰ (۴)

۸ (۳)

۶ (۲)

۴ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۴۴- اگر $\cot x = \frac{2}{3}$ باشد، حاصل عبارت $\frac{6 \cos x + \sin x}{\sin x + \cos x}$ کدام است؟

$\frac{1}{3}$ (۲)

۵ (۴)

$\frac{1}{5}$ (۱)

۳ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۴۵- حاصل $\frac{\sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} - \sqrt{108} + \sqrt[3]{12} \times \sqrt[3]{18}$ کدام است؟

$12 - 4\sqrt{3}$ (۲)

$3 + 4\sqrt{3} + 3\sqrt[3]{3}$ (۱)

$9 - 4\sqrt{3}$ (۴)

$4\sqrt{3} - 3$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۴۶- حاصل عبارت جبری $x = \sqrt{2}$ به ازای $(x^2 + 1)(x^4 + 1)(x^8 + 1)(x^{16} + 1)$ کدام است؟

$(2^{32} - 1)(\sqrt{2} + 1)$ (۲)

$(2^{16} - 1)(\sqrt{2} + 1)$ (۱)

$(2^{32} - 1)(\sqrt{2} - 1)$ (۴)

$(2^{16} - 1)(\sqrt{2} - 1)$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

$$-47- \text{مجموعه‌ی جواب نامعادله‌ی } \frac{(x^2 + 4)(|x| + 3)}{(x^2 - 9)(x^2 - x + 1)} < 0 \text{ کدام است؟}$$

(-3, 3) (2)

(3, +∞) (1)

(-∞, -3) (4)

(-∞, -3) ∪ (3, +∞) (3)

شما پاسخ نداده اید

-48- اگر نمودار تابع f ، سهمی باشد که از نقاط (1, -2) و (-3, -2) گذسته و محور y را در نقطه‌ای به عرض 1 قطع کند، برد تابع f کدام است؟

$(-\infty, \frac{7}{5}]$ (2)

$[-3, +\infty)$ (1)

$[\frac{7}{5}, +\infty)$ (4)

$[\frac{6}{5}, +\infty)$ (3)

شما پاسخ نداده اید

-49- با ارقام 0 و 1 و 2 و 3 و 4 و 5 چند عدد زوج سه رقمی کوچکتر از 400 با ارقام غیرتکراری می‌توان نوشت؟

28 (4)

32 (3)

34 (2)

36 (1)

شما پاسخ نداده اید

-50- مقدار n در تساوی $\frac{(n+1)!}{(n-2)!} = 990$ کدام است؟

12 (4)

11 (3)

10 (2)

9 (1)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی یازدهم ، - ۱۳۹۶۰۶۲۴

-51- فاصله‌ی نقطه‌ی $A(2, 3)$ از خط $d : x + \frac{4y}{3} + 1 = 0$ دو واحد کمتر از فاصله‌ی آن نقطه از خط 1

می‌باشد. مقدارهای ممکن برای a کدام است؟

$\frac{-37}{4}$ و $\frac{25}{4}$ (2)

$\frac{1}{4}$ و $-\frac{19}{4}$ (1)

$\frac{1}{4}$ و $\frac{13}{4}$ (4)

$-\frac{85}{4}$ و $\frac{115}{4}$ (3)

شما پاسخ نداده اید

-52- اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی دوم $2x^2 + x - 3 = 0$ باشند، حاصل $x_1^2(x_1 - 3)x_2^2$ کدام است؟

-4/5 (4)

-3/5 (3)

4/5 (2)

3/5 (1)

شما پاسخ نداده اید

-53- معادله‌ی $4x^3 - 8x + c = 0$ را در نظر بگیرید. به ازای چه مقداری از c ، یکی از ریشه‌های معادله سه واحد از ریشه‌ی دیگر بیشتر است؟

-45 (4)

45 (3)

-5 (2)

5 (1)

شما پاسخ نداده اید

۵۴- مجموع ریشه‌های معادله $x^2 + x - 2 = 0$ کدام است؟

$$\frac{x-1}{x^2+x-2} + \frac{x-3}{x^2-3x}$$

$-2\sqrt{2}$ (۱)

صفر (۳)

$2\sqrt{2}$ (۲)

۱ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۵۵- تعداد ریشه‌های معادله $\sqrt{x-1} + x^2 + x - 1 = 0$ کدام است؟

۳ (۳)

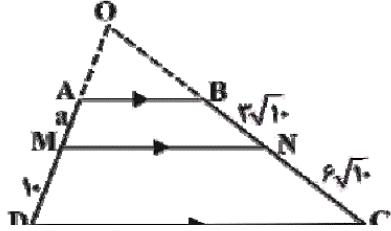
۲ (۲)

۱ (۱)

۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۵۶- در ذوزنقه‌ی شکل زیر (ABCD)، فاصله‌ی محل تلاقی امتداد دو ساق از قاعده‌ی کوچکتر این ذوزنقه ۳ واحد است. اگر ارتفاع این ذوزنقه ۹ واحد باشد، اندازه‌ی مساحت این ذوزنقه چند واحد مربع است؟



۴۹۵ (۱)

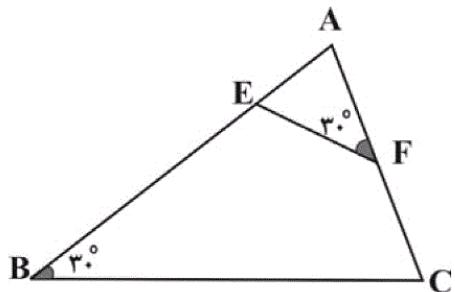
۲۴۷/۵ (۲)

۵۸۵ (۳)

۲۹۲/۵ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۵۷- در شکل زیر نسبت کوچکترین اضلاع دو مثلث AEC و ABC برابر $\frac{5}{8}$ است. مساحت چهارضلعی $EFCB$ چه کسری از مساحت مثلث ABC می‌باشد؟



۲۵ (۱)

۶۴ (۲)

۳۹ (۳)

۲۵ (۴)

۳۹ (۵)

۲۹ (۶)

شما پاسخ نداده اید

۵۸- به ازای کدام مقدار a ، دو تابع $f(x) = 2x - 1$ و $g(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 - 7x + 3}{x-3} & , \quad x \neq 3 \\ a & , \quad x = 3 \end{cases}$ با هم برابر هستند؟

۴) هیچ مقدار

۳ (۳)

۷ (۲)

۵ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۵۹- اگر x عددی صحیح باشد، حاصل $\left[\frac{3x^2 - 1}{3} \right] - (x^2 + 2)$ کدام است؟ (نماد جزء صحیح است.)

۴) $2x^2 - 1$

۳) $2x^2 + 1$

۱ (۲)

-۳ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۶۰- اگر در تابع خطی $f(x) = 3$ و $f^{-1}(x) = 5$ باشد، آنگاه حاصل $f^{-1}(f(2))$ کدام است؟

۳ (۴)

-۱ (۳)

۲) صفر

۱ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۶۱-اگر $A \cup B = C$ باشند، مجموعه‌ی $C = (-\infty, -2] \cup (1, +\infty)$ و $B = (1, +\infty)$ ، $A = (-\infty, -2]$ شامل چند عدد صحیح می‌باشد؟

۳) ۴

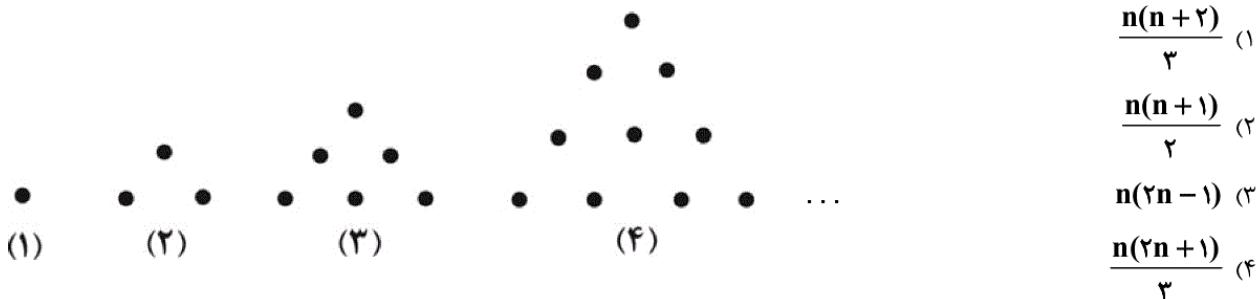
۲) ۳

۱) ۲

۰) صفر

شما پاسخ نداده اید

۶۲-تعداد دایره‌های سیاه در شکل n ام الگوی زیر کدام است؟



شما پاسخ نداده اید

۶۳-واسطه‌ی هندسی جملات دهم و یازدهم از دنباله‌ی $1, 4, 9, 16, \dots$ کدام است؟

۱۲۱) ۴

۱۲۰) ۳

۱۱۰) ۲

۵۵) ۱

شما پاسخ نداده اید

۶۴-اگر $x \in (\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$ باشد، حاصل عبارت $A = \frac{-\sin x + |\sin x - \cos x|}{\sqrt{1 - \sin^2 x}}$ کدام است؟

$$\frac{\cos x - 2 \sin x}{\cos x} \quad (۱)$$

$$2) \quad -1 \quad (۳)$$

شما پاسخ نداده اید

۶۵-اگر $\sqrt[3]{A} = \sqrt{(2 - \sqrt{3})^3} \times \sqrt[3]{(2 + \sqrt{3})^4}$ و $x = \sqrt[3]{2\sqrt{2}}$ باشد، مقدار $\frac{(A^2 - 1)x}{1 - \sqrt{3}}$ برابر کدام است؟

$$\frac{1 - \sqrt{3}}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{1 - \sqrt{3}} \quad (۴)$$

شما پاسخ نداده اید

۶۶-مجموعه جواب نامعادله‌ی $\frac{1-x}{2x-5} > 1$ شامل چند عدد صحیح است؟

۴) بی‌شمار

۲) ۳

۱) ۲

۰) ۱

شما پاسخ نداده اید

۶۷-اگر برد تابع $f(x) = |x - 1| - a$ برابر $[a - 1, +\infty)$ باشد، آن‌گاه برد تابع $y = -|x - 1| - a$ کدام است؟

$$[-4, +\infty) \quad (۱)$$

$$[4, +\infty) \quad (۲)$$

$$(-\infty, -4] \quad (۳)$$

شما پاسخ نداده اید

۶۸-چند تابع خطی با دامنه‌ی $[-2, 3] \cup [1, 4]$ و برد $[1, 4]$ وجود دارد؟

۴) بی‌شمار

۲) ۳

۱) ۲

۰) ۱

شما پاسخ نداده اید

۶۹-تعداد زیر مجموعه‌های ۴ عضوی مجموعه‌ی $A = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ به طوری که a در زیر مجموعه باشد ولی f نباشد، کدام است؟

شما پاسخ نداده اید

۷۰- در یک مسابقه‌ی دو و میدانی ۱۰ نفر به رقبت می‌پردازند. نفر اول، دوم و سوم به ترتیب مدال‌های طلا، نقره و برنز می‌گیرند. تعداد حالاتی که برای مدال گیرندگان وجود دارد، کدام است؟

۱۰۰۰ (۴)

۹۹۰ (۳)

۷۲۰ (۲)

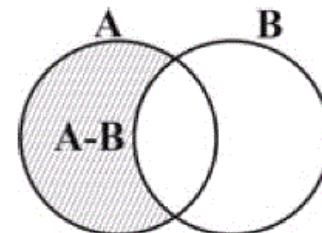
۱۲۰ (۱)

شما پاسخ نداده اید

-۴۱

(عباس اسری امیرآبادی)

با توجه به نمودار، $A - (A - B) = A \cap B$ است.



$(A \cap B) \cup (A' \cup B') = (A \cap B) \cup (A \cap B)' = U$ پس داریم:

(ریاضی ا، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۸ تا ۱۳)

۴✓

۳

۲

۱

-۴۲

(سینا محمدپور)

اگر تعداد کاشی‌های سفید در شکل n ام را با W_n و تعداد کاشی‌های هاشور خورده را در شکل n ام با B_n نمایش دهیم، داریم:

$$W_n : 4, 8, 12, \dots \Rightarrow W_n = 4n$$

$$B_n : 1, 2, 3, \dots \Rightarrow B_n = n$$

حال کافیست مرحله‌ای که در آن تعداد کاشی‌های سفید برابر ۷۶ می‌شود را بیابیم:

$$W_n = 76 \Rightarrow 4n = 76 \Rightarrow n = 19 \Rightarrow B_{19} = 19$$

(ریاضی ا، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰)

۴

۳✓

۲

۱

(امیر زراندوز)

$$(t_1 + t_3 + t_5 + \dots + t_{19})$$

$$= (t_2 + t_4 + t_6 + \dots + t_{20}) - 40$$

جملات سمت چپ تساوی را به سمت راست و عدد ۴۰ را به سمت

چپ می‌بریم:

$$40 = (\underbrace{t_2 - t_1}_d) + (\underbrace{t_4 - t_3}_d) + (\underbrace{t_6 - t_5}_d) + \dots + (\underbrace{t_{20} - t_{19}}_d)$$

$$\Rightarrow 40 = 10d \Rightarrow d = \frac{40}{10} = 4$$

(ریاضی ا، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۴

۳

۲

۱ ✓

(سینا محمدپور)

$$\cot x = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{2}{3} \Rightarrow \cos x = \frac{2}{3} \sin x$$

حال کافیست در عبارت مورد نظر $\cos x$ را بر حسب بنویسیم. بنابراین داریم:

$$\frac{6 \cos x + \sin x}{\sin x + \cos x} = \frac{6 \left(\frac{2}{3} \sin x \right) + \sin x}{\sin x + \frac{2}{3} \sin x}$$

$$= \frac{5 \sin x}{\frac{5}{3} \sin x} = \frac{5}{\frac{5}{3}} = 3$$

(ریاضی ا، مثلثات، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۲)

۴

۳ ✓

۲

۱

(عباس اسدی امیرآبادی)

$$\frac{\sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} \times \frac{2 + \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} - \sqrt{36 \times 3} + \sqrt[3]{216}$$

$$= \frac{2\sqrt{3} + 3}{4 - 3} - 6\sqrt{3} + 6 = 9 - 4\sqrt{3}$$

(ریاضی ا، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۴۱ تا ۵۱ و ۶۷)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$A = (x+1)(x^r+1)(x^f+1)(x^k+1)(x^{16}+1)$$

$$\xrightarrow{\times(x-1)} (x-1)(A)$$

$$= \underbrace{(x-1)(x+1)}_{\text{اتحاد مزدوج}} (x^r+1)(x^f+1)(x^k+1)(x^{16}+1)$$

$$\Rightarrow (x-1)(A) = \underbrace{(x^r-1)(x^r+1)}_{\text{اتحاد مزدوج}} (x^f+1)(x^k+1)(x^{16}+1)$$

$$\Rightarrow (x-1)(A) = \underbrace{(x^f-1)(x^f+1)}_{\text{اتحاد مزدوج}} (x^k+1)(x^{16}+1)$$

$$\Rightarrow (x-1)(A) = (x^k-1)(x^{16}+1)$$

$$\Rightarrow (x-1)A = (x^{16}-1)(x^{16}+1)$$

$$\Rightarrow (x-1)A = x^{32}-1 \Rightarrow A = \frac{(x^{32}-1)}{x-1}$$

$$\xrightarrow{x=\sqrt{2}} A = \frac{(\sqrt{2})^{32}-1}{\sqrt{2}-1} = \frac{(\sqrt[16]{2})^{16}-1}{\sqrt{2}-1} = \frac{2^{16}-1}{\sqrt{2}-1}$$

$$= (2^{16}-1)(\sqrt{2}+1)$$

(ریاضی اول، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۶۱ تا ۶۳)

۴

۳

۲

۱ ✓

$x^2 + 4 = 0 \Rightarrow x^2 = -4$ ریشه‌ی حقیقی ندارد

$|x| + 3 = 0 \Rightarrow |x| = -3$ ریشه‌ی حقیقی ندارد

$x^2 - x + 1 = 0 \Rightarrow \Delta = -3 < 0$ ریشه‌ی حقیقی ندارد

$x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$

x		-3	3	
$x^2 + 4$	+		+	+
$ x + 3$	+		+	+
$x^2 - x + 1$	+		+	+
$x^2 - 9$	+	0	-	+
عبارت	تعزیزشده	-	تعزیزشده	+

$\Rightarrow (-3, 3)$: مجموعه‌ی جواب

۴

۳

۲✓

۱

$y = ax^2 + bx + c$: معادله‌ی سهمی

چون محور y ها در (1 و 0) قطع کرده است:

$$1 = a \times (0)^2 + b \times (0) + c \Rightarrow c = 1$$

$$\frac{(1,-2)}{\rightarrow -2 = a \times 1^2 + b \times 1 + 1}$$

$$\Rightarrow a + b = -3 \quad (1)$$

$$\frac{(2,-3)}{\rightarrow -3 = a \times 2^2 + b \times 2 + 1}$$

$$\Rightarrow 4a + 2b = -4 \Rightarrow 2a + b = -2 \quad (2)$$

$$\frac{(2),(1)}{\begin{cases} a + b = -3 \\ 2a + b = -2 \end{cases}}$$

$$\Rightarrow a = 1, b = -4 \Rightarrow y = x^2 - 4x + 1$$

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{(-4)}{2 \times 1} = 2$$

$$\Rightarrow (2)^2 - 4(2) + 1 = -3$$

چون ضریب x^2 مثبت است، پس دهانه سهمی رو به بالا باز می‌شود و عرض

رأس سهمی مینیمم تابع است و برد تابع در این حالت $(-3, +\infty)$ است.

(ریاضی ۱، تابع، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۷)

۴

۳

۲

۱✓

(محمد بهیرایی)

اگر رقم یکان صفر باشد، در این حالت رقم صدگان فقط اعداد ۳ و ۲ و ۱ را می‌پذیرد

$$\frac{3}{-\times} \times \frac{4}{-\times} \times \frac{1}{\text{فقط}} = 12$$

اگر رقم یکان ۲ باشد، در این حالت رقم صدگان فقط می‌تواند ۱ و

$$\frac{2}{-\times} \times \frac{4}{-\times} \times \frac{1}{\text{فقط}} = 8$$

اگر رقم یکان ۴ باشد، رقم صدگان ۳ حالت می‌پذیرد و داریم:

$$\frac{3}{-\times} \times \frac{4}{-\times} \times \frac{1}{\text{فقط}} = 12$$

$$= 12 + 8 + 12 = 32$$

(ریاضی ۱، شمارش بدون شمردن، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶)

۴

۳✓

۲

۱

(سینا محمدپور)

با توجه به مفهوم و تعریف فاکتوریل داریم؛

$$\frac{(n+1)!}{(n-2)!} = 990 \Rightarrow \frac{(n+1)n(n-1)(n-2)!}{(n-2)!}$$

$$= (n+1)(n)(n-1) = 990 = 11 \times 10 \times 9$$

$$\Rightarrow n = 10$$

(ریاضی ۱، شمارش بدون شمردن، صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۳۲)

۴

۳

۲✓

۱

(محمد بهیرایی)

$$d : x + \frac{4y}{3} + 1 = 0 \Rightarrow d : 3x + 4y + 3 = 0$$

$$d' : \frac{x}{4} + \frac{y}{3} + \frac{a}{3} = 1 \Rightarrow d' : 3x + 4y + 4a - 12 = 0$$

(خطهای عمود بر d و d' هستند).

$$AH = \frac{|3 \times 2 + 4 \times 3 + 3|}{\sqrt{9+16}} = \frac{21}{5}$$

$$\Rightarrow AH' = \frac{21}{5} + 2 = \frac{31}{5}$$

$$AH' = \frac{|3 \times 2 + 4 \times 3 + 4a - 12|}{5} = \frac{31}{5} \Rightarrow |6 + 4a| = 31$$

$$|u| = \begin{cases} u, & u \geq 0 \\ -u, & u < 0 \end{cases}$$

با توجه به مفهوم قدر مطلق:

$$\Rightarrow \begin{cases} 6 + 4a = 31 \\ 6 + 4a = -31 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{25}{4} \\ a = -\frac{37}{4} \end{cases}$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و هبیر)

۴

۳

۲✓

۱

(حسن نصیری تاھوک)

اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ باشند. آن‌گاه

$$P = x_1 x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-3}{2}$$

چون x_1 و x_2 ریشه‌های معادله‌اند پس در معادله صدق می‌کنند.

$$\Rightarrow 2x_1^2 + x_1 - 3 = 0 \Rightarrow x_1 - 3 = -2x_1^2$$

$$\Rightarrow (x_1 - 3)x_2^2 = -2x_1^2 x_2^2 = -2(x_1 x_2)^2 = -2P^2$$

$$= -2\left(-\frac{3}{2}\right)^2 = -2 \times \frac{9}{4} = -\frac{9}{2} = -4.5$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و هبیر)

۴✓

۳

۲

۱

اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله‌ی درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ باشند، آنگاه:

$$S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \Rightarrow x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = 2$$

با توجه به فرض مسئله داریم:

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 = x_2 + 3 \end{cases} \Rightarrow (x_2 + 3) + x_2 = 2$$

$$\Rightarrow 2x_2 = -1 \Rightarrow x_2 = -\frac{1}{2}$$

$$4 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 8 \times \left(-\frac{1}{2}\right) + c = 0 \Rightarrow 1 + 4 + c = 0 \Rightarrow c = -5$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر)

۴

۳

۲✓

۱

(کتاب ۵۰۰ سؤال بزرگزده)

$$\frac{x-1}{x^2+x-2} + \frac{x-3}{x^2-3x} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{x-1}{(x-1)(x+2)} + \frac{x-3}{x(x-3)} = 1$$

x حدود $\mathbf{R} - \{-2, 0, 1, 3\}$

$$\Rightarrow \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x} = 1 \Rightarrow \frac{x+(x+2)}{x(x+2)} = 1$$

$$\Rightarrow 2x+2 = x^2 + 2x \Rightarrow x^2 = 2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2}$$

هر دو مقدار $x = \pm\sqrt{2}$ قابل قبول است و مجموع ریشه‌های این معادله صفر است.

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر)

۴

۳✓

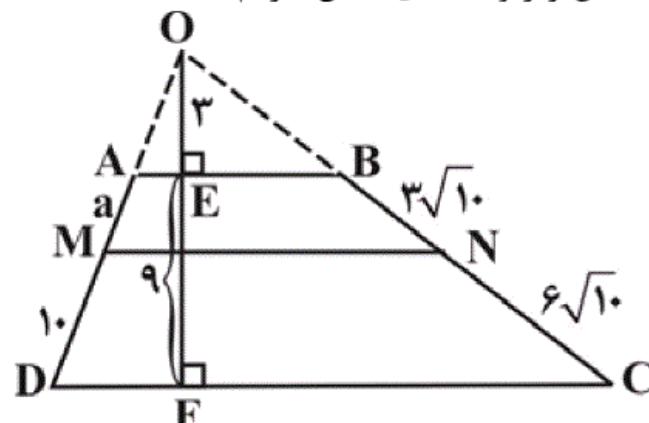
۲

۱

$$\sqrt{x-1} + x^2 + x - 1 = 0 \Rightarrow \sqrt{x-1} + x^2 = 1 - x$$

به خاطر وجود $\sqrt{x-1}$ ، باید $x-1 \geq 0$ ، در نتیجه $x \geq 1$ و به خاطر این که سمت چپ تساوی عددی نامنفی است، پس سمت راست آن نیز باید عدد نامنفی باشد، یعنی $1 - x \geq 0$ ، در نتیجه $x \leq 1$. پس با این استدلال تنها $x = 1$ می‌تواند ریشه‌ی این معادله باشد، اما معادله به ازای $x = 1$ برقرار نیست (چرا؟)، یعنی این معادله ریشه ندارد.
(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و همیز)

با توجه به شکل زیر و قضیه‌ی تالس داریم:



$$\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC} \Rightarrow \frac{a}{10} = \frac{3\sqrt{10}}{6\sqrt{10}} \Rightarrow a = 5$$

$$\Delta ODF : AE \parallel DF : \frac{OA}{AD} = \frac{OE}{EF}$$

$$\Rightarrow \frac{OA}{15} = \frac{3}{9} \Rightarrow OA = 5$$

$$\Delta OFC : BE \parallel CF : \frac{OB}{BC} = \frac{OE}{EF} \Rightarrow$$

$$\frac{OB}{9\sqrt{10}} = \frac{3}{9} \Rightarrow OB = 3\sqrt{10}$$

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{A}} = \hat{\mathbf{A}} \\ \hat{\mathbf{B}} = \hat{\mathbf{F}} = 30^\circ \end{cases}$$

با توجه به برابری زوایای می‌توان گفت مثلث‌های

$$\mathbf{K} = \frac{\Delta}{\lambda} \text{ متشابه‌اند و نسبت تشابه آن‌ها برابر } \frac{\Delta_{\mathbf{ABC}}}{\Delta_{\mathbf{AEF}}} \text{ و}$$

می‌باشد. بنابراین:

$$\frac{S_{\Delta_{\mathbf{AEF}}}}{S_{\Delta_{\mathbf{ABC}}}} = K^2 = \left(\frac{\Delta}{\lambda}\right)^2 = \frac{25}{64}$$

فرض کنیم:

$$\begin{cases} S_{\Delta_{\mathbf{AEF}}} = 25x \\ S_{\Delta_{\mathbf{ABC}}} = 64x \\ S_{\mathbf{EFCB}} = S_{\Delta_{\mathbf{ABC}}} - S_{\Delta_{\mathbf{AEF}}} = 64x - 25x = 39x \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\mathbf{EFCB}}}{S_{\Delta_{\mathbf{ABC}}}} = \frac{39x}{64x} = \frac{39}{64}$$

(ریاضی ۲، هندسه)

۴

۳

۲✓

۱

دامنه‌ی هر دو تابع برابر \mathbf{R} (مجموعه‌ی اعداد حقیقی) است.

ابتدا ضابطه‌ی تابع $\mathbf{g(x)}$ را ساده می‌کنیم:

$$g(x) = \begin{cases} \frac{(2x-1)(x-3)}{x-3} = 2x-1, & x \neq 3 \\ a, & x = 3 \end{cases}$$

دامنه‌ی هر دو تابع برابر \mathbf{R} است و باید به ازای هر x ، داشته باشیم:

$$f(x) = g(x)$$

$$\xrightarrow{x=3} f(3) = g(3) \Rightarrow 2 \times 3 - 1 = a \Rightarrow a = 5$$

(ریاضی ۲، تابع)

۴

۳

۲

۱✓

(مهدی کریمی)

طبق فرض $x \in \mathbf{Z}$ است، پس $x^2 \in \mathbf{Z}$ و

$$\left[\frac{4x^2 - 1}{3} \right] - (x^2 + 2) = \left[x^2 - \frac{1}{3} \right] - (x^2 + 2) \xrightarrow{x \in \mathbf{Z}}$$

$$x^2 + \left[-\frac{1}{3} \right] - x^2 - 2 = -1 - 2 = -3$$

(ریاضی ۲، تابع)

 ۱ ۲ ۳ ۴ ✓

(کتاب تابستان)

-۶۰

فرض کنیم:

$$f(x) = ax + b$$

$$\begin{cases} f(2) = 3 \Rightarrow 2a + b = 3 \\ f^{-1}(0) = 5 \Rightarrow f(5) = 0 \Rightarrow 5a + b = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a + b = 3 \\ 5a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow a = -1, b = 5 \Rightarrow f(x) = -x + 5$$

با فرض $f^{-1}(6) = \alpha$ داریم:

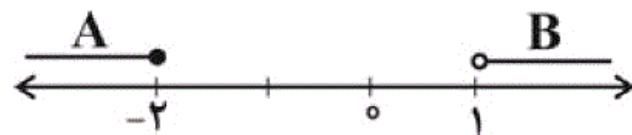
$$(6, \alpha) \in f^{-1} \Rightarrow (\alpha, 6) \in f \Rightarrow f(\alpha) = 6$$

$$\Rightarrow -\alpha + 5 = 6 \Rightarrow \alpha = -1 \Rightarrow f^{-1}(6) = -1$$

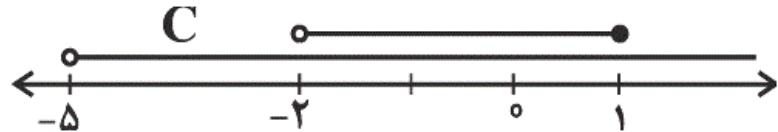
(ریاضی ۲، تابع)

 ۱ ۲ ✓ ۳ ۴

(ابراهیم نبفی)



$$((-∞, -2] ∪ (1, +∞))' = (-2, 1]$$



$$(-2, 1] ∩ (-5, +∞) = (-2, 1]$$

که این مجموعه شامل سه عدد صحیح -1 و 0 و 1 می‌باشد.

(ریاضی ا، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۳ تا ۱۳)

 ۴✓ ۳ ۲ ۱

برای محاسبه حاصل جمع فوق، داریم:

$$\begin{cases} 1 + 2 + 3 + \dots + (n-1) + n \\ n + (n-1) + \dots + 2 + 1 \end{cases}$$

هر دو عبارت را جمع می‌کنیم.

$$(n+1) + (n+1) + \dots + (n+1) + (n+1) = n(n+1)$$

و چون هر عدد را در مجموع دوبار حساب کردیم، حاصل را بر ۲ تقسیم

$$\frac{n(n+1)}{2} = \text{جمله‌ی } n^{\text{ام}} \quad \text{می‌کنیم:}$$

(ریاضی ا، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۱۰ تا ۲۰)

 ۴ ۳ ۲✓ ۱

(حسن نصرتی ناهوک)

-۶۳

$$t_1 = 1 = 1^2, t_2 = 4 = 2^2, t_3 = 9 = 3^2, \dots$$

$$\Rightarrow t_n = n^2$$

$$\Rightarrow t_{10} = 10^2, t_{11} = 11^2$$

واسطه‌ی هندسی بین دو عدد 10^2 و 11^2 برابر است با:

$$y = \sqrt{t_{10} \times t_{11}} = \sqrt{10^2 \times 11^2} = 110$$

(ریاضی ا، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۱۷ تا ۲۰ و ۲۵ تا ۲۷)

 ۴ ۳ ۲✓ ۱

$$x \in \left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \sin x > \cos x, \cos x > 0.$$

$$\Rightarrow |\sin x - \cos x| = \sin x - \cos x$$

$$\sqrt{1 - \sin^2 x} = \sqrt{\cos^2 x} = |\cos x| = \cos x$$

$$\Rightarrow A = \frac{-\sin x + \sin x - \cos x}{\cos x} = -\frac{\cos x}{\cos x} = -1$$

(ریاضی اول مثالثات، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹ و ۴۳ تا ۴۶)

۴

۳✓

۲

۱

(ابراهیم نجفی)

$$x = \sqrt[3]{2\sqrt{2}} = \sqrt[3]{\sqrt{2^2} \times 2} = \sqrt[3]{\sqrt{8}} = \sqrt[3]{\sqrt[3]{8}} = \sqrt[3]{2}$$

$$\sqrt[3]{A} = \sqrt{(2 - \sqrt{3})^3} \times \sqrt[3]{(2 + \sqrt{3})^4}$$

$$= (2 - \sqrt{3})^{\frac{3}{2}} \times (2 + \sqrt{3})^{\frac{4}{3}}$$

$$\Rightarrow A = (2 - \sqrt{3})^{\frac{1}{2}} \times (2 + \sqrt{3})^{\frac{4}{3}}$$

$$= (2 - \sqrt{3})^{\frac{1}{2}} \times (2 - \sqrt{3})^{\frac{1}{3}} \times (2 + \sqrt{3})^{\frac{4}{3}}$$

۴

۳

۲

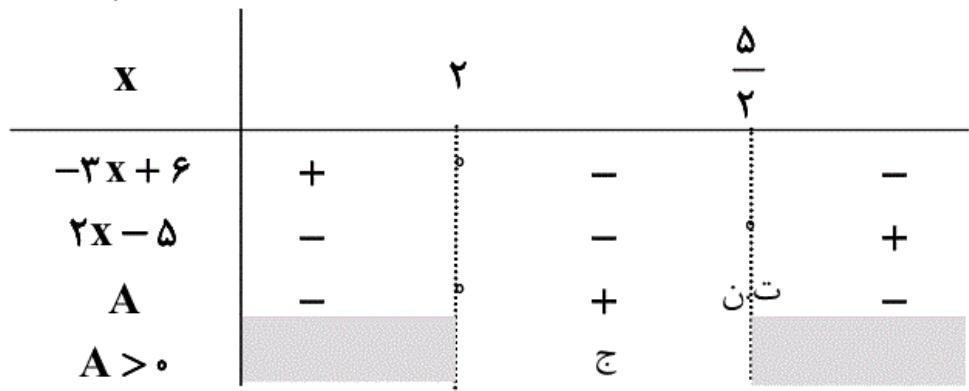
۱✓

(ابراهیم نفی)

$$\frac{1-x}{2x-5} > 1 \Rightarrow \frac{1-x}{2x-5} - 1 > 0.$$

$$\Rightarrow \frac{1-x-2x+5}{2x-5} > 0 \Rightarrow \frac{-3x+6}{2x-5} > 0.$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -3x+6=0 \Rightarrow x=2 \\ 2x-5=0 \Rightarrow 2x=5 \Rightarrow x=\frac{5}{2} \end{cases}$$



در این مجموعه جواب عدد صحیح قرار ندارد. $(2, \frac{5}{2})$: مجموعه جواب

(ریاضی ۱، معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۸۳ تا ۹۳)

۴

۳

۲

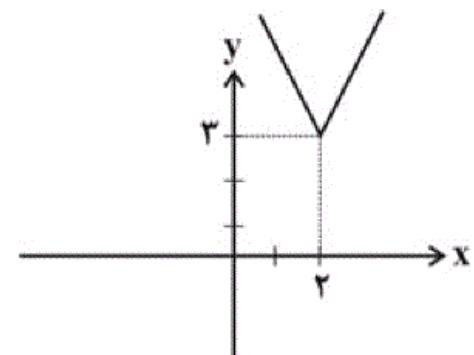
۱ ✓

(محمد بهیرایی)

$$f(x) = |2-x| + 3 \Rightarrow f(x) = |x-2| + 3$$

$$R_f = [3, +\infty)$$

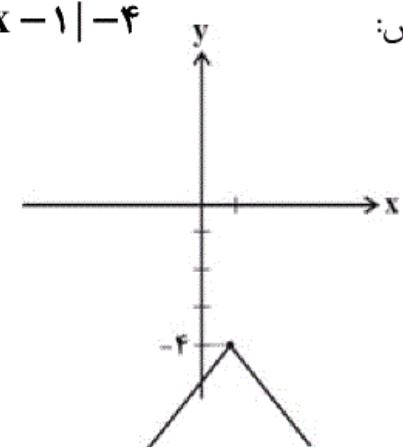
$$\Rightarrow a-1=3 \Rightarrow a=4$$



$$y = -|x-1|-a \Rightarrow y = -|x-1|-4$$

$$\Rightarrow R_y = (-\infty, -4]$$

پس:



(ریاضی ۱، تابع، صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۷)

۴

۳

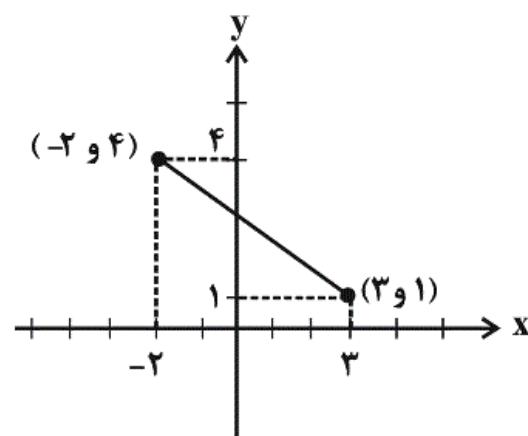
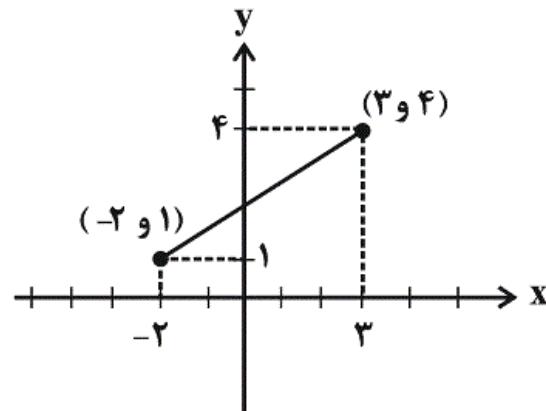
۲

۱ ✓

اگر دامنهٔ یک تابع خطی مجموعهٔ $[a, b]$ باشد و مجموعهٔ برد تابع $[c, d]$ باشد، داریم:

$$f(a) = c, f(b) = d \quad \text{یا} \quad f(a) = d, f(b) = c$$

که شیب یکی از آن‌ها مثبت و دیگری منفی است. پس تابع خطی به یکی از دو شکل زیر خواهد بود:



(ریاضی ا، تابع، صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۱۰)

۴

۳

۲

۱

چون در زیر مجموعهٔ ۴ عضوی حرف a قرار دارد، پس ۳ حرف دیگر را باید انتخاب کنیم و این انتخاب باید از حروف $\{b, c, d, e, g\}$ باشد:

$$\binom{5}{3} = \frac{5!}{3! \times 2!} = 10$$

(ریاضی ا، شمارش بروز شمردن، صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

۴

۳

۲

۱

همانطور که می‌دانید تعداد جایگشت‌های r تایی از n شی متمایز یا به عبارتی تعداد انتخاب‌های r شی از بین n شی متمایز را که در آن‌ها ترتیب قرار گرفتن مهم باشد، با $P(n, r)$ نمایش داده و مقدار آن از دستور زیر محاسبه می‌شود:

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n - r)!}$$

پس داریم:

$$P(10, 3) = \frac{10!}{(10 - 3)!} = \frac{10!}{7!} = 10 \times 9 \times 8 = 720$$

(ریاضی ۱، شمارش بدون شمردن، صفحه‌های ۱۳۷ تا ۱۴۲)

۴

۳

۲

۱