



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

۵۱- مقدار  $m$  چقدر باشد تا نقطه‌ی  $A = \begin{bmatrix} 3m-2 \\ 4m \end{bmatrix}$  روی خط  $2y = 3x + 5$  باشد؟

(۴) -۲

(۳) -۱

(۲) ۲

(۱) ۱

شما پاسخ نداده اید

۵۲- به ازای کدام مقدار  $m$  ، سه نقطه‌ی  $A \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$  ،  $B \begin{bmatrix} 4 \\ m-1 \end{bmatrix}$  و  $C \begin{bmatrix} -2 \\ m+2 \end{bmatrix}$  روی یک خط

راست قرار دارند؟

(۴)  $\frac{1}{2}$

(۳) -۱

(۲) ۱

(۱) ۲

شما پاسخ نداده اید

۵۳- به ازای کدام مقدار  $k$  ، عرض از مبدأ و شیب خط به معادله‌ی  $2y + x = 2(kx - 1)$  قرینه‌ی

یکدیگرند؟

(۴) ۲

(۳) -۱

(۲)  $\frac{3}{2}$

(۱)  $-\frac{1}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۵۴- نقطه‌ی  $A = \left(\frac{4}{11}, \frac{27}{11}\right)$  رأس یک متوازی‌الاضلاع است که دو ضلع آن منطبق بر دو خط به

معادلات  $4y - 5x = 3$  و  $2y + 3x = 4$  می‌باشند. معادله‌ی خطی که منطبق بر یکی از

قطرهای متوازی‌الاضلاع و شامل رأس  $A$  است، کدام است؟

$$y = -\frac{25}{2}x + 7 \quad (2)$$

$$y = \frac{25}{2}x - \frac{23}{11} \quad (1)$$

$$y = -\frac{25}{22}x - 8 \quad (4)$$

$$y = \frac{25}{22}x + 8 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۵۵- اگر تساوی  $2^2(x-y) + 3y - 8 = 3 \frac{x+y}{5} - 1$  برقرار باشد، مقادیر  $x$  و  $y$  کدام است؟

$$y = 2, x = 3 \quad (2)$$

$$y = 3, x = 2 \quad (1)$$

$$y = -3, x = 2 \quad (4)$$

$$y = 3, x = -2 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۵۶- اگر مقدار  $A = a^2 - b^2 + 1$  و  $B = a^2 + b^2 - 1$  و  $C = b^2 - 1$  و  $D = A + B$  آنگاه

عبارت  $\frac{-A^2 + B^2}{CD}$  همواره کدام است؟ (عبارت‌ها تعریف شده هستند.)

$$b^2 - 1 \quad (4)$$

$$a^2 + b^2 \quad (3)$$

$$2a^2 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۵۷-  $A = \begin{bmatrix} 3 \\ 7 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 5 \\ -3 \end{bmatrix}$  دو نقطه از خط  $L_1$  هستند. شیب خط  $L_2$ ،  $\frac{1}{3}$  شیب خط  $L_1$

است. اگر خط  $L_2$  از نقطه‌ی  $C = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$  بگذرد، آنگاه خط  $L_2$  از کدام ناحیه‌ی مختصاتی

نمی‌گذرد؟

(۱) ناحیه‌ی اول      (۲) ناحیه‌ی دوم      (۳) ناحیه‌ی سوم      (۴) ناحیه‌ی چهارم

شما پاسخ نداده اید

۵۸- نسبت محیط به مساحت مستطیل با اضلاع  $\frac{3}{x-1}$  و  $\frac{x-1}{x+2}$  کدام عبارت می‌شود؟

( $x \neq 1, -2$ )

(۲)  $\frac{2}{3}(x-1) + 2\left(\frac{x+2}{x-1}\right)$

(۱)  $\frac{x-1}{3} + \frac{x+2}{x-1}$

(۴)  $\frac{3}{x+2}$

(۳)  $\frac{2}{\frac{x-1}{3} + \frac{(x+2)}{x-1}}$

شما پاسخ نداده اید

۵۹- طول اولیه‌ی یک فنر برابر با  $a$  سانتی‌متر است. طول فنر از رابطه‌ی  $y = km + a$  به دست

می‌آید که در آن  $m$  جرم وزنه است. یک بار وزنه‌ای به جرم  $2\text{kg}$  به آن آویزان می‌شود و طول

فنر  $10\text{cm}$  می‌شود. بار دیگر وزنه‌ی  $5/2\text{kg}$  به فنر وصل می‌شود و طول فنر  $12\text{cm}$

می‌شود. مقدار  $a$  کدام است؟

(۴) ۵

(۳) ۴

(۲) ۲

(۱) ۱

شما پاسخ نداده اید

۶۰- ساده شده‌ی عبارت  $A = \frac{x^2 - 7x + 10}{x^2 - 25} \div \frac{4 - 2x}{x^2 + 5x}$  کدام است؟ (عبارت‌ها تعریف شده هستند.)

$$\frac{x+2}{2} \quad (۴)$$

$$-\frac{x}{2} \quad (۳)$$

$$\frac{x-2}{x+3} \quad (۲)$$

$$\frac{2}{x} \quad (۱)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضی و آمار ۱، - ۱۳۹۶۰۶۱۷

۶۱- اگر  $A = x^2 + x - 2$  و  $B = x^2 - 2x - 4$  باشند، حاصل عبارت  $(A - x) \times (B + 2x + 6)$  کدام است؟

$$x^2 + 4 \quad (۲)$$

$$x^4 + 8x^3 + 16x^2 + 8 \quad (۱)$$

$$x^4 + 16x^2 + 24 \quad (۴)$$

$$x^4 - 4 \quad (۳)$$

شما پاسخ نداده اید

۶۲- اگر  $x + \frac{1}{x} = 5$  باشد، در این صورت  $x^3 + \frac{1}{x^3}$  کدام است؟

$$۵۵ \quad (۴)$$

$$۷۰ \quad (۳)$$

$$۱۱۰ \quad (۲)$$

$$۱۴۰ \quad (۱)$$

شما پاسخ نداده اید

۶۳- در تجزیه‌ی عبارت  $x^2 - 2xy - 15y^2$  کدام عبارت وجود دارد؟

$$(x + 4y) \quad (۴)$$

$$(x - 3y) \quad (۳)$$

$$(x + 5y) \quad (۲)$$

$$(x + 3y) \quad (۱)$$

شما پاسخ نداده اید

۶۴- حاصل عبارت  $\frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 + 2x + 1} \times \frac{x^2 - 1}{x^2 - 4x + 3}$  کدام است؟

$$\frac{x-1}{x+1} \quad (۴)$$

$$-1 \quad (۳)$$

$$1 \quad (۲)$$

$$\frac{x+1}{x-1} \quad (۱)$$

شما پاسخ نداده اید

۶۵- حاصل عبارت  $(1 - \frac{2x+2}{x^2-1}) \times (1 - \frac{3}{x+2})$  کدام است؟  $(x \neq -2, -1, 1)$

$\frac{x+1}{x+2}$  (۴)

$\frac{x+3}{x-1}$  (۳)

$\frac{x-3}{x+2}$  (۲)

$\frac{x+2}{x-3}$  (۱)

شما پاسخ نداده اید

۶۶- کدام عبارت را با  $\frac{a^2+2a}{a^2-4}$  جمع کنیم تا حاصل برابر ۲ شود؟

$\frac{a-4}{a+2}$  (۴)

$\frac{2-a}{a-4}$  (۳)

$\frac{4-a}{2-a}$  (۲)

$\frac{a-4}{2-a}$  (۱)

شما پاسخ نداده اید

۶۷-  $\frac{3}{2}$  عددی بعلاوه‌ی ۶ برابر است با دو برابر آن عدد. نصف آن عدد بعلاوه‌ی یک چند واحد از ثلث آن عدد بیشتر است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۶۸- حمید، حسن و علی با هم برادر هستند. حمید سه برابر حسن و حسن ۲ برابر علی از پدرشان پول می‌گیرند. اگر مجموع پولی که پدر در ۳۰ روز به حمید و در ۲۰ روز به حسن و در ۱۰ روز به علی داده است، ۲۳۰۰۰۰ تومان باشد، دریافتی علی در هر روز چقدر است؟

۵۰۰۰ تومان (۲)

۱۰۰۰۰ تومان (۱)

۱۰۰۰ تومان (۴)

۵۰۰ تومان (۳)

شما پاسخ نداده اید

۶۹- با حل معادله روبه‌رو  $x$  کدام گزینه خواهد بود؟

$3x^2 + 2x = -\frac{1}{3}$

$x = \frac{-2}{3}$  (۴)

$x = \frac{1}{3}$  (۳)

$x = \frac{-1}{3}$  (۲)

$x = \frac{2}{3}$  (۱)

شما پاسخ نداده اید

۷۰- در حل معادله‌ی درجه دوم  $\frac{3}{2}x^2 + 7x - 20 = 0$  به روش مربع کامل معادله را به صورت

$(x+h)^2 = k^2$  تبدیل کرده‌ایم. مقدار  $h+k$  کدام است؟  $(k > 0)$

$\frac{170}{9}$  (۴)

$\frac{190}{9}$  (۳)

$\frac{17}{3}$  (۲)

$\frac{20}{3}$  (۱)

شما پاسخ نداده اید

۷۱- معادله‌ی خطی که با خط  $2x - 3y - 5 = 0$  موازی بوده و عرض از مبدأ آن برابر ۳ باشد، کدام

است؟

$2x - 3y = 3$  (۲)

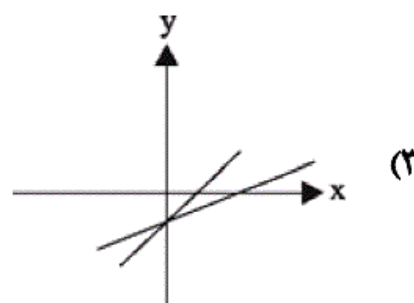
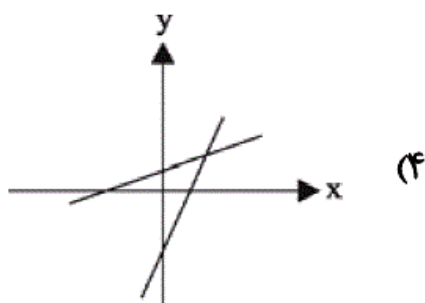
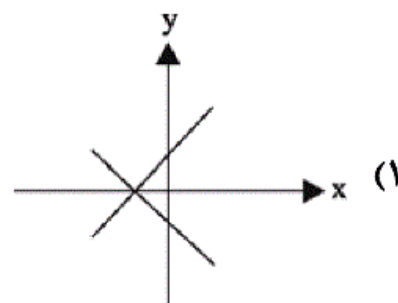
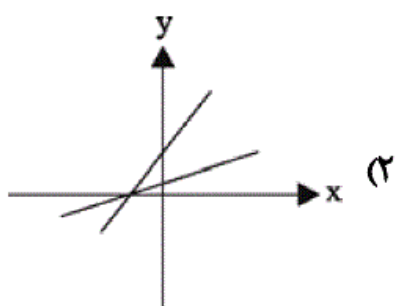
$3y + 2x = 3$  (۱)

$2x + 3y = 9$  (۴)

$3y - 2x = 9$  (۳)

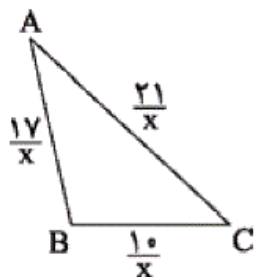
شما پاسخ نداده اید

۷۲- کدام یک از نمودارهای زیر، دو خط دارای عرض از مبدأ یکسان را نشان می‌دهد؟



شما پاسخ نداده اید

۷۳- مساحت مثلث روبرو برحسب  $x$  کدام است؟



$\frac{40}{x^2}$  (۴)

$\frac{68}{x^2}$  (۳)

$\frac{75}{x^2}$  (۲)

$\frac{14}{x^2}$  (۱)

شما پاسخ نداده اید

۷۴- عرض از مبدأ خطی که از نقطه‌ی تلاقی خط  $y - 4x = 2$  با محور  $x$ ‌ها گذشته و با نیمساز ربع

دوم و چهارم به معادله‌ی  $y = -x$  موازی باشد، کدام است؟

- (۱) صفر      (۲)  $-\frac{3}{2}$       (۳)  $-\frac{1}{2}$       (۴)  $-1$

شما پاسخ نداده اید

۷۵- حاصل عبارت زیر کدام است؟ (تمامی عبارت‌ها تعریف شده هستند.)

$$A = \left( \frac{x^2 + 8}{x^2 - 16} + \frac{(x+4)x}{x-4} \right) \div \frac{x^2 + 16}{x^4 - 256}$$

(۲)  $2x^3 + 9x^2 + 16x + 1$

(۱)  $x^3 + 8x^2 + 16x + 9$

(۴)  $x^3 + 9x^2 + 16x + 8$

(۳)  $4x^3 + 6x^2 + 12x + 1$

شما پاسخ نداده اید

۷۶- عبارت گویای زیر به ازای چه مجموعه مقادیری از  $m$  تعریف نشده است؟

$$A = \frac{3m - 4}{m^2 - m - 6}$$

(۴)  $\{2, -3\}$

(۳)  $\{-2, 3\}$

(۲)  $\{-2, \frac{4}{3}\}$

(۱)  $\{\frac{4}{3}\}$

شما پاسخ نداده اید



۷۷- مختصات محل برخورد خط به معادله‌ی  $y = -2x + 5$  با محور  $x$  ها و  $y$  ها را به ترتیب  $A$  و

$B$  می‌نامیم. اگر محل برخورد خط  $x = -3$  با محور  $x$  ها را  $C$  بنامیم، چهار برابر مساحت

مثلث  $ABC$  کدام است؟

۶۰ (۴)

۷۵ (۳)

۱۱۰ (۲)

۵۵ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۷۸- اگر خط  $y = ax + b$  موازی با خط  $y - 2x = 5$  باشد و همچنین نقطه‌ی تقاطع دو خط

$$\begin{cases} 2x + 5y = -4 \\ 6x + 7y = 4 \end{cases}$$

روی خط  $l_1$  باشد،  $b^a$  کدام است؟

-۱۶ (۴)

۱۶ (۳)

۶۴ (۲)

-۶۴ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۷۹- در معادله‌ی زیر مقدار  $x$  کدام است؟

$$12x + 2y + 1 = 18(2x - 3y + 3)$$

$-\frac{9}{7}$  (۴)

$-\frac{5}{7}$  (۳)

$\frac{5}{7}$  (۲)

$\frac{27}{53}$  (۱)

شما پاسخ نداده اید

۸۰- در یک شرکت نسبت تعداد افراد بالای ۴۰ سال  $\frac{۴}{۳}$  برابر تعداد افراد پایین ۴۰ سال است. اگر

۱۴ نفر از افراد بالای ۴۰ سال بازنشسته شوند و به جای آنها ۱۴ نفر زیر ۴۰ سال استخدام

شوند، تعداد افراد بالای ۴۰ سال  $\frac{۳}{۴}$  برابر تعداد افراد زیر ۴۰ سال می شود. در حالت اول چند نفر

بالای ۴۰ سال بوده اند؟

۶۰ (۴)

۳۶ (۳)

۴۲ (۲)

۵۶ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۵۱-

«شکلیب رهمی»

برای اینکه نقطه A روی خط باشد، باید مختصات آن در معادله‌ی خط صدق کند:

$$2(4m) = 3(3m - 2) + 5$$

$$\Rightarrow 8m = 9m - 6 + 5 \Rightarrow -m = -1 \Rightarrow m = 1$$

(صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۱ کتاب درسی) (خط و معادله‌های قطبی)

۴

۳

۲

۱

۵۲-

«مهری ملارمفانی»

چون هر سه نقطه‌ی مورد نظر روی یک خط راست قرار دارند، بنابراین شیب خط

گذرنده از دو نقطه‌ی A و B با شیب خط گذرنده از دو نقطه‌ی B و C یکسان

است.

$$\begin{cases} m_{AB} = \frac{m-1-1}{4-2} = \frac{m-2}{2} \\ m_{BC} = \frac{m+2-m+1}{-2-4} = \frac{3}{-6} = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$m_{AB} = m_{BC} \Rightarrow \frac{m-2}{2} = -\frac{1}{2} \Rightarrow m-2 = -1 \Rightarrow m = 1$$

(صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۷ کتاب درسی) (خط و معادله‌های قطبی)

۴

۳

۲

۱

خط به معادله‌ی  $y = ax + b$  دارای شیب  $a$  و عرض از مبدا  $b$  است. داریم:

$$2y + x = 2kx - 2 \Rightarrow 2y = 2kx - x - 2$$

$$\Rightarrow 2y = (2k - 1)x - 2 \xrightarrow{\text{تقسیم طرفین بر ۲}}$$

$$y = \left(\frac{2k - 1}{2}\right)x - 1 \Rightarrow a = \frac{2k - 1}{2} \quad \text{و} \quad b = -1$$

$$\xrightarrow{\text{طبق صورت سوال}} a = -b \Rightarrow \frac{2k - 1}{2} = 1$$

$$\Rightarrow 2k - 1 = 2 \Rightarrow 2k = 3 \Rightarrow k = \frac{3}{2}$$

(صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۷ کتاب درسی) (خط و معادله‌های قطبی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

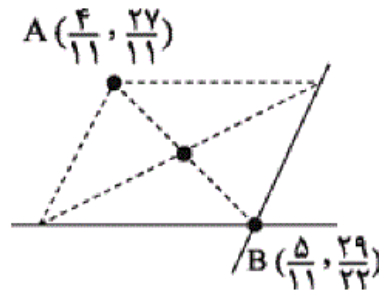
ابتدا مختصات محل تقاطع دو خط داده شده را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} 4y - 5x = 3 \\ 2y + 3x = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4y - 5x = 3 \\ -4y - 6x = -8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow -11x = -5 \Rightarrow x = \frac{5}{11}$$

$$\Rightarrow 4y - \frac{25}{11} = 3 \Rightarrow y = \frac{29}{22}$$

پس  $B = \left(\frac{5}{11}, \frac{29}{22}\right)$  است.



معادله‌ی خط گذرنده از A و B برابر است با:

$$y - y_B = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}(x - x_B)$$

$$\Rightarrow y - \frac{29}{22} = \frac{\frac{29}{22} - \frac{27}{11}}{\frac{5}{11} - \frac{4}{11}} \left(x - \frac{5}{11}\right)$$

$$y - \frac{29}{22} = -\frac{25}{2} \left(x - \frac{5}{11}\right) \Rightarrow y = -\frac{25}{2}x + 7$$

(صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۱۲ کتاب درسی) (خط و معادله‌های فطری)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

«مهم‌ترین»

برای آنکه تساوی برقرار باشد، با توجه به پایه‌های نابرابر می‌بایست توان‌ها را برابر

صفر قرار داد تا به تساوی  $۲^0 = ۳^0$  رسید. پس:

$$\begin{cases} 2(x-y) + 3y - 8 = 0 \\ \frac{x+y}{5} - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + y = 8 \\ x + y = 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -2x - y = -8 \\ x + y = 5 \end{cases} \Rightarrow -x = -3 \Rightarrow x = 3$$

$$\frac{x+y=5}{x=3} \rightarrow 3+y=5 \Rightarrow y=2$$

(صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۱۲ کتاب درسی) (خط و معادله‌های فطری)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

با استفاده از اتحاد مزدوج داریم:

$$\begin{aligned}
 B^2 - A^2 &= (B-A)(B+A) \\
 &= (a^2 + b^2 - 1 - (a^2 - b^2 + 1))(a^2 + b^2 - 1 + a^2 - b^2 + 1) \\
 &= (2b^2 - 2)(2a^2) \\
 \frac{B^2 - A^2}{CD} &= \frac{(2b^2 - 2)(2a^2)}{(b^2 - 1)(2a^2)} = \frac{2(b^2 - 1)}{b^2 - 1} = 2
 \end{aligned}$$

(صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۱۸ کتاب درسی) (عبارت‌های گویا)

۴

۳

۲

۱ ✓

«سید سروش کریمی مدالی»

ابتدا شیب خط  $L_1$  را به دست می‌آوریم.

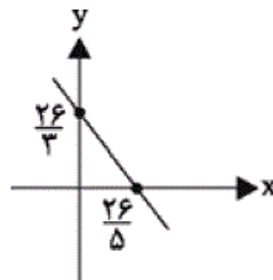
$$L_1 \text{ شیب خط} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{7 - (-3)}{3 - (5)} = \frac{10}{-2} = -5$$

$$\Rightarrow L_2 \text{ شیب خط} = \frac{-5}{3}$$

فرم کلی معادله‌ی خط  $L_2$  به صورت  $y = ax + b$  در نظر می‌گیریم. پس:

$$y = -\frac{5}{3}x + b \xrightarrow[\text{L}_2 \text{ صدق می‌کند}]{\text{C در معادله}}$$

$$2 = \frac{-5}{3} \times 4 + b \Rightarrow b = \frac{26}{3} \Rightarrow L_2 : y = \frac{-5}{3}x + \frac{26}{3}$$

خط  $L_2$  را در دستگاه مختصات رسم می‌کنیم.طبق شکل خط  $L_2$  از ناحیه‌ی سوم نمی‌گذرد.

(صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۷ کتاب درسی) (خط و معادله‌های خطی)

۴

۳ ✓

۲

۱

«هائیه ساعی یکتا»

$$\frac{x-1}{x+2}$$

$$\text{محیط} = 2 \times \left( \frac{3}{x-1} + \frac{x-1}{x+2} \right)$$

$$= 2 \left( \frac{3(x+2) + (x-1)^2}{(x-1)(x+2)} \right)$$

$$\text{مساحت} = \frac{3}{x-1} \times \frac{x-1}{x+2} = \frac{3}{x+2}$$

$$\text{نسبت محیط به مساحت} = \frac{2}{3} \left( \frac{3(x+2) + (x-1)^2}{x-1} \right)$$

$$= \frac{2}{3}(x-1) + 2 \left( \frac{x+2}{x-1} \right)$$

(صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۵ کتاب درسی) (عبارت‌های گویا)

۴

۳

۲ ✓

۱

«معمد منصوره»

با جایگذاری مقادیر  $y$  و  $m$  در دو حالت داده شده، به معادله‌های زیر می‌رسیم:

$$\begin{cases} 10 = 2k + a \\ 12 = \frac{5}{2}k + a \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 10 = 2k + a \\ -\frac{48}{5} = -2k - \frac{4}{5}a \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{5} = \frac{a}{5} \Rightarrow a = 2$$

(صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۱ و ۱۰۸ تا ۱۱۲ کتاب درسی) (خط و معادله‌های فخطی)

۴

۳

۲ ✓

۱

«معمد بهیرایی»

با استفاده از اتحادها، عبارت را ساده می‌کنیم:

$$A = \frac{x^2 - 7x + 10}{x^2 - 25} \div \frac{4 - 2x}{x^2 + 5x}$$

$$= \frac{(x-2)(x-5)}{(x+5)(x-5)} \times \frac{x(x+5)}{2(2-x)} = \frac{-x}{2}$$

(صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۵ کتاب درسی) (عبارت‌های گویا)

۴

۳ ✓

۲

۱

۶۱-

(عمید زرین کفش، چند اتحاد جبری و کاربردها، صفحه ۱۰ و ۱۱)

با جایگذاری A و B در عبارت مورد نظر داریم:

$$(A - x) \times (B + 2x + 6) = (x^2 + x - 2 - x) \times (x^2 - 2x - 4 + 2x + 6)$$

$$= (x^2 - 2)(x^2 + 2) = (x^2)^2 - 2^2 = x^4 - 4$$

۴

۳ ✓

۲

۱

۶۲-

(عمید زرین کفش، چند اتحاد جبری و کاربردها، صفحه ۱۳)

با استفاده از اتحاد مکعب دو جمله‌ای، طرفین رابطه را به توان ۳ می‌رسانیم. داریم:

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 = 5^3 \Rightarrow x^3 + 3(x)^2 \times \frac{1}{x} + 3(x) \times \left(\frac{1}{x}\right)^2 + \left(\frac{1}{x}\right)^3 = 125$$

$$\Rightarrow x^3 + 3x + \frac{3}{x} + \frac{1}{x^3} = 125$$

$$\Rightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} + 3\left(x + \frac{1}{x}\right) = 125 \xrightarrow{x + \frac{1}{x} = 5}$$

$$\Rightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} + 3 \times 5 = 125 \Rightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} + 15 = 125$$

$$\Rightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} = 125 - 15 \Rightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} = 110$$

۴

۳

۲ ✓

۱

۶۳-

(مهدی ملارمضانی، چند اتحاد جبری و کاربردها، صفحه ۱۰ و ۱۱)

با استفاده از اتحاد جمله مشترک داریم:

$$x^2 - 2xy - 15y^2 = x^2 + x(-2y) - 15y^2 = x^2 + x(3y - 5y) + (3y)(-5y)$$

$$= (x + 3y)(x - 5y)$$

۴

۳

۲

۱ ✓



اتحاد مزدوج اتحاد جمله مشترک

$$\frac{\overbrace{x^2 - 2x - 3}^{\text{اتحاد مزدوج}}}{\underbrace{x^2 + 2x + 1}_{\text{اتحاد مربع}}} \times \frac{\overbrace{x^2 - 1}^{\text{اتحاد مزدوج}}}{\underbrace{x^2 - 4x + 3}_{\text{اتحاد جمله مشترک}}}$$

$$= \frac{x^2 + (1-3)x + (1) \times (-3)}{(x+1)^2} \times \frac{(x-1)(x+1)}{x^2 + (-1-3)x + (-1) \times (-3)}$$

$$= \frac{(x+1)(x-3)}{(x+1)^2} \times \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x-3)} = 1$$

۴

۳

۲ ✓

۱

(مهری ملارمفانی، عبارتهای گویا، صفحه‌ی ۱۹ تا ۲۴)

ابتدا پیرانتزها را با توجه به شرط مسئله جداگانه به کمک تجزیه ساده می‌کنیم:

$$1 - \frac{2x+2}{x^2-1} = 1 - \frac{2(x+1)}{(x-1)(x+1)} = 1 - \frac{2}{x-1} = \frac{x-1}{x-1} - \frac{2}{x-1} = \frac{x-1-2}{x-1} = \frac{x-3}{x-1}$$

$$1 - \frac{3}{x+2} = \frac{x+2}{x+2} - \frac{3}{x+2} = \frac{x+2-3}{x+2} = \frac{x-1}{x+2}$$

حال حاصل عبارت را می‌یابیم:

$$\left(1 - \frac{2x+2}{x^2-1}\right) \times \left(1 - \frac{3}{x+2}\right) = \frac{x-3}{x-1} \times \frac{x-1}{x+2} = \frac{x-3}{x+2}$$

۴

۳

۲ ✓

۱

فرض می‌کنیم عبارت مورد نظر A باشد، داریم:

$$A + \frac{a^2 + 2a}{a^2 - 4} = 2 \Rightarrow A = 2 - \frac{a^2 + 2a}{a^2 - 4}$$

$$\Rightarrow A = \frac{2(a^2 - 4)}{a^2 - 4} - \frac{a^2 + 2a}{a^2 - 4} = \frac{2a^2 - 8 - a^2 - 2a}{a^2 - 4} = \frac{\overbrace{a^2 - 2a - 8}^{\text{اتحاد جمله مشترک}}}{\underbrace{a^2 - 4}_{\text{اتحاد مزدوج}}}$$

$$\Rightarrow A = \frac{a^2 + (2-4)a + (2) \times (-4)}{(a-2)(a+2)} = \frac{(a+2)(a-4)}{(a-2)(a+2)} = \frac{a-4}{a-2} = \frac{4-a}{2-a}$$

۴

۳

۲ ✓

۱

(مهمرب بیرایی، معادله و مسائل توصیفی، صفحه‌ی ۲۶ تا ۳۰)

عدد مورد نظر را x فرض می‌کنیم، پس:

$$\frac{3}{2}x + 6 = 2x \Rightarrow \frac{3}{2}x - 2x = -6 \Rightarrow -\frac{1}{2}x = -6$$

$$\Rightarrow x = 12$$

نصف عدد بعلاوه‌ی یک برابر است با:

$$\frac{12}{2} + 1 = 7$$

ثلث عدد برابر است با:

$$\frac{12}{3} = 4$$

$$\Rightarrow 7 - 4 = 3$$

۴

۳ ✓

۲

۱

(سعیل حسن خان پور، معادله و مسائل توصیفی، صفحہ ۲۶ تا ۳۰)

اگر مقدار پول علی را  $x$  و پول حسن را  $y$  و پول حمید را  $z$  در نظر بگیریم، داریم:

$$z = 3y, y = 2x \Rightarrow z = 3 \times 2x = 6x$$

$$30 \times z + 20 \times y + 10 \times x = 230000 \Rightarrow 30 \times 6x + 20 \times 2x + 10 \times x = 230000$$

$$\Rightarrow 230x = 230000$$

$$\Rightarrow x = \frac{230000}{230} = 1000 \text{ تومان}$$

۴

۳

۲

۱

(مهری ملارمضانی، حل معادله درجه ۲ و کاربردها، صفحہ ۳۵ تا ۳۸)

ابتدا عدد ثابت را به طرف چپ تساوی می‌بریم و طرفین معادله را به ضریب  $x^2$  تقسیم می‌کنیم، داریم:

$$3x^2 + 2x + \frac{1}{3} = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} = 0 \Rightarrow \underbrace{x^2 + 2 \times \left(\frac{1}{3}\right) \times (x) + \left(\frac{1}{3}\right)^2}_{\text{اتحاد مربع}} = 0$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{1}{3}\right)^2 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{3}$$

۴

۳

۲

۱

(ممد بھیرایی، حل معادله درجه ۲ و کاربردها، صفحہ ۳۹ تا ۴۲)

$$\frac{3}{2}x^2 + 7x - 20 = 0 \xrightarrow[\text{تساوی می‌بریم}]{\text{عدد ثابت را به طرف راست}} \frac{3}{2}x^2 + 7x = 20$$

طرفین را در  $\frac{2}{3}$  ضرب می‌کنیم تا

$$\xrightarrow[\text{ضریب } x^2 \text{ یک شود}]{\text{طرفین را در } \frac{2}{3} \text{ ضرب می‌کنیم تا}} x^2 + \frac{14}{3}x = \frac{40}{3}$$

$$\xrightarrow[\text{اضافه می‌کنیم}]{\text{مربع نصف ضریب } x \text{ را به دو طرف}} x^2 + \frac{14}{3}x + \frac{49}{9} = \frac{40}{3} + \frac{49}{9}$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{7}{3}\right)^2 = \frac{169}{9} \xrightarrow[\text{سؤال داریم}]{\text{با مقایسه با عبارت صورت}} h = \frac{7}{3}, k = \frac{13}{3}$$

$$\Rightarrow h + k = \frac{7}{3} + \frac{13}{3} = \frac{20}{3}$$

۴

۳

۲

۱

«علی ارجمند»

دو خط موازی، شیب برابر دارند، پس ابتدا شیب خط  $2x - 3y - 5 = 0$  را پیدا می‌کنیم:

$$2x - 3y - 5 = 0 \Rightarrow 3y = 2x - 5$$

$$\Rightarrow y = \frac{2}{3}x - \frac{5}{3} \Rightarrow \text{شیب خط} = a = \frac{2}{3}$$

عرض از مبدا خط مورد نظر هم برابر با  $b = 3$  است.

پس معادله‌ی آن به صورت زیر است:

$$y = ax + b \Rightarrow y = \frac{2}{3}x + 3$$

$$\Rightarrow 3y - 2x = 9$$

(صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۷ کتاب درسی) (خط و معادله‌های قطبی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

«عمید زرین‌کفش»

نمودار دو خط زمانی دارای عرض از مبدا یکسان هستند که بر روی محور  $y$ ها در یک نقطه یکدیگر را قطع کنند که با توجه به گزینه‌ها تنها گزینه‌ی «۳» دارای این شرایط است.

(صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۷ کتاب درسی) (خط و معادله‌های قطبی)

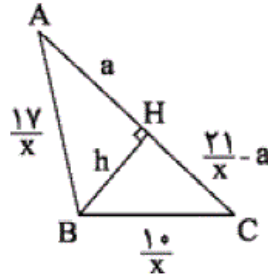
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ارتفاع وارد بر ضلع AC را رسم می‌کنیم و پای ارتفاع را H می‌نامیم. رابطه‌ی فیثاغورس را در مثلث‌ها می‌نویسیم:



$$\text{در مثلث } ABH : a^2 + h^2 = \left(\frac{17}{x}\right)^2 \quad (\text{I})$$

$$\text{در مثلث } BCH : \left(\frac{21}{x} - a\right)^2 + h^2 = \left(\frac{10}{x}\right)^2 \quad (\text{II})$$

$$(\text{I}) - (\text{II}) = a^2 - \left(\frac{21}{x} - a\right)^2 = \left(\frac{17}{x}\right)^2 - \left(\frac{10}{x}\right)^2$$

از اتحاد مزدوج برای ساده کردن عبارت فوق استفاده می‌کنیم:

$$\left(a - \left(\frac{21}{x} - a\right)\right)\left(a + \frac{21}{x} - a\right) = \left(\frac{17}{x} - \frac{10}{x}\right)\left(\frac{17}{x} + \frac{10}{x}\right)$$

$$\Rightarrow \left(2a - \frac{21}{x}\right)\left(\frac{21}{x}\right) = \left(\frac{7}{x}\right)\left(\frac{27}{x}\right) \Rightarrow 2a - \frac{21}{x} = \frac{9}{x}$$

$$a = \frac{15}{x} \quad (\text{I}) \quad \xrightarrow{\text{جایگذاری در}}$$

$$\left(\frac{15}{x}\right)^2 + h^2 = \left(\frac{17}{x}\right)^2 \Rightarrow h = \frac{8}{x}$$

حال برای مساحت مثلث داریم:

$$\text{مساحت مثلث } ABC = \frac{h \times AC}{2} = \frac{\frac{8}{x} \times \frac{21}{x}}{2} = \frac{84}{x^2}$$

(صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۵ کتاب درسی) (عبارت‌های گویا)

۴

۳

۲

۱ ✓

«عمیدرضا سپهری»

محله تلاقی با محور  $x$  ها  $y = 0$ :

$$\begin{cases} y = 0 \\ y - 4x = 2 \end{cases} \Rightarrow 0 - 4x = 2$$

$$\Rightarrow x = -\frac{1}{4} \Rightarrow \text{محله تلاقی} \left| \begin{array}{l} -\frac{1}{2} \\ 0 \end{array} \right.$$

چون خط با نیمساز ناحیه دوم و چهارم ( $y = -x$ ) موازی است، پس شیب خط برابر با ۱- است.

$$\text{معادله خط: } y = -x + b \xrightarrow{(-\frac{1}{2}, 0)} 0 = \frac{1}{2} + b$$

$$\Rightarrow b = -\frac{1}{2} \Rightarrow \text{معادله خط: } y = -x - \frac{1}{2}$$

(صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۷ کتاب درسی) (فظ و معادله‌های فظی)

۴

۳ ✓

۲

۱

«مهمر منصوره»

با مخرج مشترک گیری و استفاده از اتحاد مزدوج داریم:

$$\begin{aligned} A &= \frac{x^2 + 8 + (x+4)^2 x}{x^2 - 16} \times \frac{x^4 - 256}{x^2 + 16} \\ &= \frac{x^2 + 8 + x(x^2 + 8x + 16)}{x^2 - 16} \times \frac{(x^2 - 16)(x^2 + 16)}{x^2 + 16} \\ &= x^2 + 8 + x(x^2 + 8x + 16) \\ &= x^2 + 8 + x^3 + 8x^2 + 16x \\ &= x^3 + 9x^2 + 16x + 8 \end{aligned}$$

(صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۵ کتاب درسی) (عبارت‌های گویا)

۴ ✓

۳

۲

۱

عبارت گویا به ازای مقادیری که مخرج را صفر می‌کند، تعریف نمی‌شود:

$$m^2 - m - 6 = 0 \Rightarrow (m - 3)(m + 2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m - 3 = 0 \Rightarrow m = 3 \\ \text{یا} \\ m + 2 = 0 \Rightarrow m = -2 \end{cases}$$

پس عبارت گویا به ازای  $\{-2, 3\}$  تعریف نشده است.

(صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۱۸ کتاب درسی) (عبارت‌های گویا)

۴

۳ ✓

۲

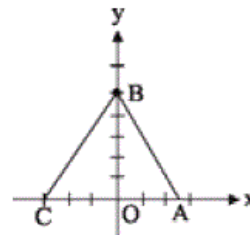
۱

«سویل حسن خان پور»

$$x = 0: y = 5 \Rightarrow B(0, 5)$$

$$y = 0: -2x + 5 = 0 \Rightarrow x = +\frac{5}{2} \Rightarrow A\left(\frac{5}{2}, 0\right)$$

$$x = -3 \Rightarrow C(-3, 0)$$



$$\left. \begin{array}{l} S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} BO \times AC \\ BO = 5 \\ AC = \frac{5}{2} - (-3) = \frac{11}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{11}{2} = \frac{55}{4}$$

$$\Rightarrow 4S_{\Delta ABC} = 55$$

(صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۷ کتاب درسی) (خط و معادله‌های خطی)

۴

۳

۲

۱ ✓

«هائیه ساعی یکتا»

$$\begin{cases} 2x + 5y = -4 \\ 6x + 7y = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -6x - 15y = 12 \\ 6x + 7y = 4 \end{cases} \Rightarrow -8y = 16 \Rightarrow y = -2$$

$$6x + 7(-2) = 4 \Rightarrow 6x = 18 \Rightarrow x = 3$$

$$\Rightarrow \text{نقطه‌ی تقاطع: } \begin{cases} 3 \\ -2 \end{cases}$$

از طرفی:

$$y - 2x = 5 \Rightarrow y = 2x + 5$$

$\downarrow$                        $\downarrow$   
 عرض از مبدا          شیب

$$\xrightarrow{\text{شرط توازی}} \Rightarrow \text{برابری شیب‌ها} \Rightarrow a = 2$$

$$l_1 : y = ax + b \begin{cases} \xrightarrow{\text{یک نقطه}} \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix} \\ \xrightarrow{\text{شیب}} a = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow -2 = 2 \times 3 + b \Rightarrow b = -8$$

$$\Rightarrow b^a = (-8)^2 = 64$$

(صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۱۲ کتاب درسی) (فظ و معادله‌های فطی)

۴

۳

۲ ✓

۱

«علی ارجمند»

$$12x + 2y + 1 = 18 \Rightarrow 2x - 3y + 3 \Rightarrow 3x + 2y + 1 \times 4x + 2y + 1$$

$$= 2 \times 2x - 3y + 3 \times 9 \times 2x - 3y + 3$$

$$\Rightarrow 3x + 2y + 1 \times 2 \times 2x + 4y + 2 = 2 \times 2x - 3y + 3 \times 3 \times 4x - 6y + 6$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + 2y + 1 = 4x - 6y + 6 \\ 2x + 4y + 2 = 2x - 3y + 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3x + 8y = 5 \\ 7y = 1 \Rightarrow y = \frac{1}{7} \end{cases}$$

$$-3x + 8 \times \frac{1}{7} = 5 \Rightarrow x = -\frac{9}{7}$$

(صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۱۲ کتاب درسی) (فظ و معادله‌های فطی)

۴ ✓

۳

۲

۱



تعداد افراد بالای ۴۰ سال  $x =$ تعداد افراد پایین ۴۰ سال  $y =$ 

$$x = \frac{4}{3}y \quad (1)$$

در حالت جدید داریم:

$$x - 14 = \frac{3}{4}(y + 14) \Rightarrow 4x - 56 = 3y + 42$$

$$\Rightarrow 4x = 3y + 98 \Rightarrow x = \frac{3y + 98}{4}$$

$$\xrightarrow{(1)} \frac{4}{3}y = \frac{3y + 98}{4} \Rightarrow 16y = 9y + 294 \Rightarrow 7y = 294$$

$$\Rightarrow y = 42 \Rightarrow x = \frac{4}{3} \times 42 = 56$$

(صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۱۲ کتاب درسی) (فقط و معادله‌های خطی)

۴

۳

۲

۱ ✓

www.kanoon.ir