



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

ریاضی ، ریاضی نهم ، - ۱۳۹۶۰۵۲۰

۳۱- کدام عبارت درست است؟

$$\begin{array}{ll} (۱) \quad ۳^{-۱} \times ۴^{-۱} = ۱۲^{-۲} & (۲) \quad ۹^{-۹} < ۱۰^{-۹} \\ (۳) \quad \left(\frac{۱۵}{۱۴}\right)^{-۴} \times \left(\frac{۴۵}{۲۸}\right)^۲ = \left(\frac{۵}{۷}\right)^{-۲} & (۴) \quad \left[-\left(\frac{۴}{۳}\right)^{-۲}\right]^{-۱} = \frac{۱۶}{۹} \end{array}$$

شما پاسخ نداده اید

۳۲- حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$A = \frac{\left(\frac{۲}{۷}\right)^۴ \times \left(\frac{۳}{۷}\right)^{-۵} \times (۲)^{-۱}}{\left(\frac{۱۴}{۱۵}\right)^۵ \times (۰/۸)^{-۵}}$$

$$\begin{array}{ll} (۱) \quad \left(\frac{۲}{۷}\right)^۸ & (۲) \quad \left(\frac{۲}{۷}\right)^۵ \\ (۳) \quad \left(\frac{۴}{۷}\right)^۴ & (۴) \quad \left(\frac{۷}{۲}\right)^۴ \end{array}$$

شما پاسخ نداده اید

۳۳- کدام گزینه مثال نقض دارد؟

- (۱) اگر مثلثی دارای سه زاویه‌ی تند باشد، محل برخورد ارتفاع‌ها درون مثلث است.
- (۲) مجموع طول دو ضلع مثلث از طول ضلع سوم بزرگتر است.
- (۳) محل برخورد نیم‌سازهای داخلی مثلث همواره درون مثلث است.
- (۴) هر ارتفاع مثلث از هر یک از اضلاع آن مثلث کوچکتر است.

شما پاسخ نداده اید

۳۴- حاصل عبارت $A = \frac{۳^۷ + ۳^۸ + ۳^۹ + ۳^{۱۰}}{۳^{-۶} + ۳^{-۵} + ۳^{-۴} + ۳^{-۳}}$ کدام است؟

$$\begin{array}{llll} (۱) \quad ۳^{۱۲} & (۲) \quad ۳^{۱۳} & (۳) \quad ۳^{۱۱} & (۴) \quad ۳^{۱۰} \end{array}$$

شما پاسخ نداده اید

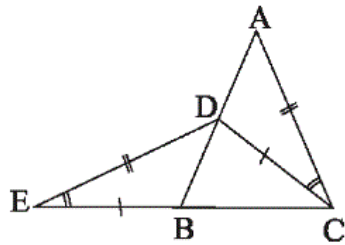
۳۵- در مثلث متساوی الساقین ABC، قاعده‌ی BC = ۵ و ارتفاع BH = ۳ است. مجموع فواصل نقطه‌ی دلخواه

P واقع بر قاعده‌ی BC از ساق‌های مثلث ABC چقدر می‌باشد؟

$$\begin{array}{llll} (۱) \quad ۵ & (۲) \quad ۳ & (۳) \quad ۴ & (۴) \quad \text{قابل تعیین نیست.} \end{array}$$

شما پاسخ نداده اید

۳۶- با توجه به شکل زیر، اگر اضلاع و زوایای مشخص شده باهم برابر باشند، کدام نتیجه گیری لزوماً درست است؟



$$AD = BD \quad (۲)$$

$$AD = BC \quad (۱)$$

$$BD = DC \quad (۴)$$

$$DC = BC \quad (۳)$$

شما پاسخ نداده اید

۳۷- در متوازی‌الاضلاع ABCD، اگر اوساط اضلاع AB، BC، CD و AD را به ترتیب M، N، P و Q بنامیم، کدام گزینه لزوماً صحیح نیست؟

$$MN \parallel PQ \quad (۴)$$

$$MQ = PN \quad (۳)$$

$$\widehat{BMN} = \widehat{QPD} \quad (۲)$$

$$MP = QN \quad (۱)$$

شما پاسخ نداده اید

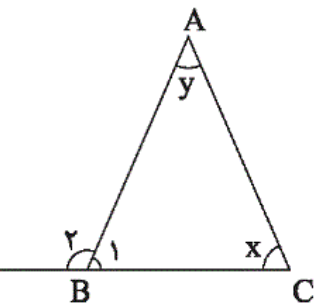
۳۸- در شکل زیر، $AB = AC$ و $\widehat{B}_2 = 110^\circ$ است. حاصل $2x - y$ کدام است؟

$$120^\circ \quad (۱)$$

$$110^\circ \quad (۲)$$

$$100^\circ \quad (۳)$$

$$90^\circ \quad (۴)$$



شما پاسخ نداده اید

۳۹- حاصل عبارت $\frac{3^{4n-3} \times 125^{n+\frac{5}{3}}}{5^{3n+2} \times 81^{n-1}}$ کدام است؟

$$75 \quad (۲)$$

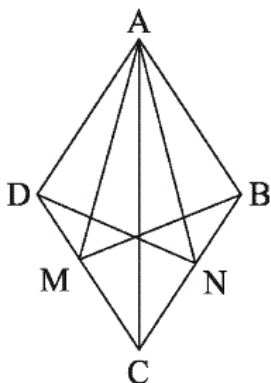
$$175 \quad (۱)$$

$$1075 \quad (۴)$$

$$375 \quad (۳)$$

شما پاسخ نداده اید

۴۰- در شکل زیر، ABCD لوزی است و نقاط M و N به ترتیب وسط‌های اضلاع CD و BC هستند. کدام جفت از مثلث‌های زیر با هم هم‌نهشت نیستند؟



$$\triangle ABN, \triangle ADM \quad (۱)$$

$$\triangle ADN, \triangle ABM \quad (۲)$$

$$\triangle AMC, \triangle ABN \quad (۳)$$

$$\triangle AMC, \triangle ANC \quad (۴)$$

شما پاسخ نداده اید

۴۱- اعداد $x, 8, y, 64$ چهار جمله‌ی متوالی یک دنباله‌ی هندسی با جملات مثبت هستند. حاصل $x + y$ چند است؟

$$(2) \quad 16\sqrt{2}$$

$$(1) \quad 18\sqrt{2}$$

$$(4) \quad 10\sqrt{2}$$

$$(3) \quad 14\sqrt{2}$$

شما پاسخ نداده اید

۴۲- در کدام گزینه تمام مجموعه‌ها متناهی یا تمام آنها نامتناهی است؟

(۱) مجموعه‌ی اعداد اول زوج، مجموعه‌ی اعداد گویا بین $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{2}$ ، $N - Z$ ، مجموعه‌ی ماهی‌های درون دریا

(۲) مجموعه‌ی اعداد گویا بین $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{2}$ ، $\{x \in R \mid 2 \leq x \leq 3\}$ ، مجموعه‌ی اعداد اول، $R - Z$

(۳) مجموعه‌ی اعداد اول فرد، $\{x \in R \mid 2 \leq x \leq 3\}$ ، اعداد گویا بین $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{2}$ ، مجموعه‌ی ماهی‌های درون دریا

(۴) $\{x \in R \mid 2 \leq x \leq 3\}$ ، $N - Z$ ، مجموعه‌ی اعداد گویا بین $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{2}$ ، مجموعه‌ی اعداد اول زوج

شما پاسخ نداده اید

۴۳- کدام گزینه نادرست است؟

$$(2) \quad W - N = \{\phi\}$$

$$(1) \quad N \subseteq W \subseteq Q$$

$$(4) \quad Q' \subseteq R - W$$

$$(3) \quad Z - W = \{-1, -2, -3, \dots\}$$

شما پاسخ نداده اید

۴۴- کدام یک از گزینه‌های زیر می‌تواند تعریف مجموعه‌ی اعداد گویا باشد؟

$$(2) \quad B = \left\{ \frac{m}{n} \mid m, n \in N \right\}$$

$$(1) \quad A = \left\{ \frac{m}{n} \mid m, n \in Z \right\}$$

$$(4) \quad D = \left\{ \frac{m}{n} \mid m \in Z, n \in N \right\}$$

$$(3) \quad C = \left\{ \frac{m}{n} \mid m \in N, n \in Z \right\}$$

شما پاسخ نداده اید

۴۵- جملات دوم و سوم در یک الگوی خطی به ترتیب از راست به چپ برابر با ۳ و ۷ هستند. جمله‌ی هشتم چند برابر جمله‌ی پنجم است؟

$$(2) \quad 1/8$$

$$(1) \quad 1/9$$

$$(4) \quad 1/6$$

$$(3) \quad 1/7$$

شما پاسخ نداده اید

۴۶- A و B زیرمجموعه‌هایی از مجموعه‌ی مرجع U، $n(U) = ۱۳۰$ ، $n(A) = ۷۰$ و $n(B) = ۵۰$ است. اگر

$n(A' \cap B') = ۲۵$ باشد، آن‌گاه $n(A \cap B)$ کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۵ (۳) ۱۵ (۴) ۲۰

شما پاسخ نداده اید

۴۷- اگر مجموعه‌ی Z مجموعه‌ی مرجع باشد و A مجموعه‌ی اعداد طبیعی مضرب ۷ و B مجموعه‌ی اعداد صحیح با قدرمطلق کمتر از ۱۰۰ باشد، کدام مجموعه متناهی است؟

(۱) $A \cap B'$ (۲) $A' \cup B$

(۳) $A \cap B$ (۴) $A \cup B$

شما پاسخ نداده اید

۴۸- در یک کلاس ۳۷ نفری، ۱۷ نفر به فوتبال و ۷ نفر به والیبال علاقه دارند. اگر ۱۸ نفر به هیچ‌کدام از این رشته‌ها علاقه نداشته باشند، چند نفر فقط به یکی از دو رشته علاقه دارند؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۵ (۳) ۱۴ (۴) ۲۵

شما پاسخ نداده اید

۴۹- در یک دنباله‌ی حسابی جمله‌ی چهارم از جمله‌ی دهم، ۲۴ واحد کمتر است. جمله‌ی سی‌ام از جمله‌ی هجدهم چه قدر بیش‌تر است؟

- (۱) ۴۲ (۲) ۵۲ (۳) ۴۸ (۴) ۴۴

شما پاسخ نداده اید

۵۰- در یک دنباله‌ی هندسی قدرنسبت برابر $\frac{1}{4}$ است. مجموع جملات پنجم و هفتم چند برابر مجموع جملات هشتم و دهم است؟

- (۱) $\frac{1}{8}$ (۲) ۸ (۳) ۲ (۴) $\frac{1}{2}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی نهم -سوالات موازی ، - ۱۳۹۶۰۵۲۰

۵۱- کدام استدلال نادرست است؟

(۱) هر چهارضلعی که ضلع‌هایش برابر نیست، لوزی نیست.

(۲) هر متوازی‌الاضلاعی که همه‌ی ضلع‌هایش برابر باشند، لوزی است.

(۳) هر چندضلعی‌ای که محدب نباشد، خط واصل بین هر دو نقطه به‌طور کامل در چندضلعی نیست.

(۴) هر چندضلعی‌ای که خط واصل بین هر دو نقطه به‌طور کامل در چندضلعی باشد، محدب است.

شما پاسخ نداده اید

۵۲- کدام دو شکل زیر لزوماً متشابه نیستند؟

- (۱) هر دو شش ضلعی منتظم دلخواه
(۲) هر دو مربع دلخواه
(۳) هر دو دایره‌ی دلخواه
(۴) هر دو مثلث متساوی‌الساقین دلخواه

شما پاسخ نداده اید

۵۳- حاصل عبارت زیر به صورت یک عدد توان‌دار، کدام است؟

$$A = \frac{18^2 \times \frac{1}{27}}{0.5 \times (4^5 + 4^5 + 4^5)}$$

(۴) ۲۱۱

(۳) $(\frac{1}{2})^7$

(۲) ۳۹

(۱) $(\frac{1}{3})^4$

شما پاسخ نداده اید

۵۴- مثلث ABC با اضلاع ۵، ۴ و ۲ مفروض است. کدام یک از مثلث‌های زیر نمی‌تواند با مثلث ABC متشابه باشد؟ (اعداد هر گزینه طول اضلاع مثلث را نشان می‌دهند.)

(۲) $10, y-1, y+3$

(۱) $4, 2x, x$

(۴) $\frac{t}{2}, \frac{t}{5}, 10$

(۳) $Z-1/5, Z+2, 6$

شما پاسخ نداده اید

۵۵- برای کدام یک از احکامی که در گزینه‌های زیر آمده است، مثال نقضی یافت نمی‌شود؟

- (۱) هر لوزی یک مربع است.
(۲) محل برخورد ارتفاع‌های هر مثلثی، درون مثلث است.
(۳) محل برخورد عمودمنصف‌های هر مثلث، درون مثلث است.
(۴) اعداد اول می‌توانند فرد یا زوج باشند.

شما پاسخ نداده اید

۵۶- در شکل زیر، ضلع AB از مثلث ABC را از سمت رأس A به اندازه‌ی طول ضلع AC امتداد می‌هیم تا به نقطه‌ی D برسیم. اگر $AB=5$ ، $AC=3$ و $\hat{A}_1 > \hat{B}$ باشد، ضلع BC چند مقدار طبیعی متمایز

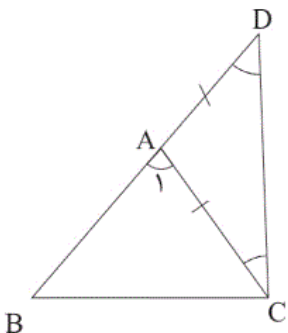
می‌تواند داشته باشد؟

(۱) ۲

(۲) ۴

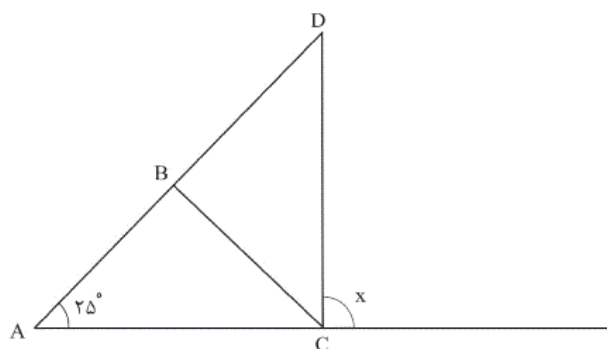
(۳) ۵

(۴) ۶



شما پاسخ نداده اید

۵۷- در شکل زیر، مثلث ABC متساوی الساقین ($AB = BC$) و نقطه‌ی B وسط AD و $\hat{A} = 25^\circ$ می‌باشد.



مقدار x کدام است؟

(۱) 85°

(۲) 90°

(۳) 95°

(۴) 100°

شما پاسخ نداده اید

۵۸- ثلث عدد 27^{3n-6} کدام است؟

(۲) 9^{3n-6}

(۱) 27^{n-2}

(۴) 3^{9n-17}

(۳) 3^{9n-19}

شما پاسخ نداده اید

۵۹- در معادله‌ی $10^8 = 4^2 \times a^b$ ، اگر a عددی گویا و b عددی صحیح باشد، در این صورت چند جفت a و b

متمايز در این معادله صدق می‌کند؟

(۲) ۶

(۱) ۵

(۴) ۱۲

(۳) ۱۰

شما پاسخ نداده اید

۶۰- حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$A = \frac{\left(\frac{3}{2}\right)^{-4} \times 3^{-2} \times \frac{4}{81}}{3^{-9} \times \frac{8}{3^2}}$$

(۲) $\frac{1}{12}$

(۱) ۲۴

(۴) ۴۸

(۳) $\frac{1}{24}$

شما پاسخ نداده اید

-۳۱

«مهم‌ترین»

در گزینه‌ی «۳» داریم:

$$\left(\frac{15}{14}\right)^{-4} \times \left(\frac{45}{28}\right)^2 = \frac{14^4}{15^4} \times \frac{15^2 \times 3^2}{14^2 \times 2^2}$$

$$= \frac{14^2 \times 3^2}{15^2 \times 2^2} = \frac{7^2}{5^2} = \left(\frac{5}{7}\right)^{-2}$$

گزینه‌ی «۱» نادرست است، زیرا:

$$3^{-1} \times 4^{-1} = 12^{-1}$$

گزینه‌ی «۲» نادرست است، زیرا

$$9^9 < 10^9 \Rightarrow \frac{1}{9^9} > \frac{1}{10^9} \Rightarrow 9^{-9} > 10^{-9}$$

گزینه‌ی «۴» نادرست است. زیرا:

$$\left(-\left(\frac{4}{3}\right)^{-2}\right)^{-1} = \left(-\frac{9}{16}\right)^{-1} = -\frac{16}{9}$$

(صفحه‌های ۶۰ تا ۶۴ کتاب درسی) (توان و ریشه)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{\left(\frac{2}{7}\right)^4 \times \left(\frac{3}{7}\right)^{-5} \times (2)^{-1}}{\left(\frac{14}{15}\right)^5 \times (0/8)^{-5}} = \frac{\frac{2^4}{7^4} \times \frac{3^{-5}}{7^{-5}} \times \frac{1}{2}}{\left(\frac{2 \times 7}{3 \times 5}\right)^5 \times \left(\frac{4}{5}\right)^{-5}} \\
 &= \frac{\frac{2^3 \times 7}{3^5}}{\frac{2^5 \times 7^5 \times 4^{-5}}{3^5 \times 5^5}} \times \frac{5^5}{4^5} \\
 &= \frac{1}{7^4 \times 2^2 \times 2^{-10}} = \frac{2^8}{7^4} = \frac{4^4}{7^4} = \left(\frac{4}{7}\right)^4
 \end{aligned}$$

(صفحه‌های ۶۰ تا ۶۴ کتاب درسی) (توان و ریشه)

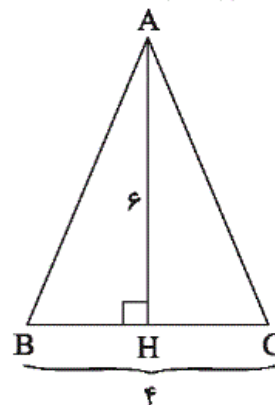
۴

۳✓

۲

۱

می‌توان برای گزینه‌ی «۴» مثال نقض زیر را مطرح کرد. طول ارتفاع **AH** از طول ضلع **BC** بزرگ‌تر است.



(صفحه‌های ۳۳ تا ۳۶ کتاب درسی) (استدلال و اثبات در هندسه)

۴✓

۳

۲

۱

$$A = \frac{3^7 + 3^8 + 3^9 + 3^{10}}{3^{-6} + 3^{-5} + 3^{-4} + 3^{-3}} = \frac{3^7(1 + 3 + 3^2 + 3^3)}{3^{-6}(1 + 3 + 3^2 + 3^3)}$$

$$\Rightarrow A = \frac{3^7}{3^{-6}} = 3^{13}$$

(صفحه‌های ۶۰ تا ۶۴ کتاب درسی) (توان و ریشه)

۴

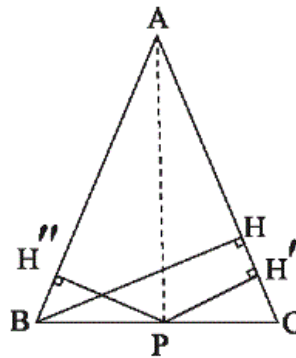
۳

۲✓

۱

مثلث ABC متساوی الساقین و نقطه‌ی دلخواه P بر روی

قاعده‌ی BC را در نظر می‌گیریم. داریم:



$$S_{\Delta ABC} = S_{\Delta ABP} + S_{\Delta APC}$$

$$\Rightarrow \frac{BH \times AC}{2} = \frac{PH'' \times AB}{2} + \frac{PH' \times AC}{2}$$

$$\xrightarrow{AB=AC} BH \times AC = AC(PH'' + PH')$$

$$\Rightarrow PH' + PH'' = BH = 3$$

(صفحه‌های ۳۷ تا ۵۲ کتاب درسی) (استدلال و اثبات در هندسه)

۴

۳

۲✓

۱

دو مثلث ACD و BDE به حالت دو ضلع و زاویه‌ی بین هم‌نهشت هستند:

$$\left. \begin{array}{l} AC = DE \\ DC = BE \\ \hat{D}EB = \hat{A}CD \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض ز ض}} \begin{array}{c} \Delta \\ \Delta \end{array} ACD \cong BDE \Rightarrow AD = BD$$

تنها گزینه‌ی «۲» صحیح است.

(صفحه‌های ۴۴ تا ۴۸ کتاب درسی) (استرلال و اثبات در هندسه)

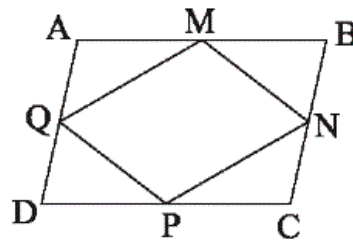
۴

۳

۲ ✓

۱

ابتدا شکلی از مسئله رسم می‌کنیم، دو مثلث BMN و QPD به حالت دو ضلع و زاویه‌ی بین همنهشت‌اند:



$$\left. \begin{array}{l} BM = DP = \frac{AB}{2} \\ BN = DQ = \frac{AD}{2} \\ \hat{B} = \hat{D} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض ز ض}} \Delta BMN \cong \Delta DQP$$

$$\Rightarrow MN = PQ \quad (I), \quad \hat{BMN} = \hat{QPD}$$

همچنین دو مثلث AMQ و CNP به حالت دو ضلع و زاویه‌ی بین همنهشت هستند:

$$\left. \begin{array}{l} NC = AQ \\ PC = AM \\ \hat{A} = \hat{C} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض ز ض}} \Delta AMQ \cong \Delta CNP$$

$$\Rightarrow MQ = NP \quad (II)$$

$$\xrightarrow{(I), (II)} \text{متوازی‌الاضلاع: } MNPQ \Rightarrow MN \parallel PQ$$

در متوازی‌الاضلاع لزوماً قطرهای باهم برابر نیستند. پس گزینه‌ی «۱» لزوماً صحیح نیست.

(صفحه‌های ۴۴ تا ۴۸ کتاب درسی) (استدلال و اثبات در هندسه)

۴

۳

۲

۱ ✓

مجموع دو زاویه‌ی مکمل برابر با ۱۸۰° است، پس:

$$\hat{B}_1 + \hat{B}_2 = ۱۸۰^{\circ} \xrightarrow{\hat{B}_2 = ۱۱۰^{\circ}} \hat{B}_1 = ۷۰^{\circ}$$

$$AB = AC \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{C} = ۷۰^{\circ} \Rightarrow x = ۷۰^{\circ}$$

$$\hat{A} + \hat{B}_1 + \hat{C} = ۱۸۰^{\circ}$$

$$\Rightarrow y = ۱۸۰^{\circ} - (\hat{B}_1 + \hat{C}) = ۱۸۰^{\circ} - (۷۰^{\circ} + ۷۰^{\circ}) = ۴۰^{\circ}$$

$$\Rightarrow 2x - y = ۱۴۰^{\circ} - ۴۰^{\circ} = ۱۰۰^{\circ}$$

(صفحه‌های ۴۱ و ۴۲ کتاب درسی) (استدلال و اثبات در هندسه)

۴

۳✓

۲

۱

«سعیل حسن خان پور»

$$\frac{3^{4n-3} \times (\Delta^3)^{n+\frac{5}{3}}}{(3^4)^{n-1} \times \Delta^{3n+2}} = \frac{3^{4n-3} \times \Delta^{3n+5}}{3^{4n-4} \times \Delta^{3n+2}}$$

$$= 3^{4n-3-4n+4} \times \Delta^{3n+5-3n-2} = 3^1 \times \Delta^3 = 375$$

(صفحه‌های ۶۰ تا ۶۴ کتاب درسی) (توان و ریشه)

۴

۳✓

۲

۱

همنهستی مثلث‌ها در سایر گزینه‌ها را اثبات می‌کنیم:

$$\begin{cases} AB = AD \\ \hat{B} = \hat{D} \\ BN = DM = \frac{AB}{2} \end{cases} \xrightarrow{\text{(ض ز ض)}} \triangle ADM \cong \triangle ABN \quad \text{گزینه ی «۱»}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \hat{BAN} = \hat{DAM} \Rightarrow \hat{BAM} = \hat{DAN} \quad (۱) \\ AN = AM \quad (۲) \end{cases}$$

با استفاده از (۱) و (۲) داریم:

$$\begin{cases} AB = AD \\ AN = AM \\ \hat{BAM} = \hat{DAN} \end{cases} \xrightarrow{\text{(ض ز ض)}} \triangle ABM \cong \triangle ADN \quad \text{گزینه ی «۲»}$$

$$\begin{cases} AN = AM \\ AC \text{ مشترک} \\ NC = MC \end{cases} \xrightarrow{\text{(ض ض ض)}} \triangle ANC \cong \triangle AMC \quad \text{گزینه ی «۴»}$$

(صفحه‌های ۴۴ تا ۴۸ کتاب درسی) (استدلال و اثبات در هندسه)

۴

۳✓

۲

۱

ریاضی ، ریاضی ۱ ، - ۱۳۹۶۰۵۲۰

در دنباله‌ی هندسی، داریم:

$$y^2 = 8 \times 64 \Rightarrow y^2 = 2^9 \xrightarrow{y>0} y = 2^4 \times \sqrt{2} = 16\sqrt{2}$$

$$8^2 = x \times y \Rightarrow 2^6 = x \times 16\sqrt{2} \Rightarrow x = \frac{64}{16\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow x + y = 2\sqrt{2} + 16\sqrt{2} = 18\sqrt{2}$$

(صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱✓

«شکيب رهبي»

از بين مجموعه‌های مطرح شده در گزينه‌ها، مجموعه‌ی اعداد اول زوج، مجموعه‌ی ماهی‌های درون دریا و $N-Z$ مجموعه‌های متناهی و ساير مجموعه‌ها نامتناهی هستند. پس تنها در گزينه‌ی «۲»، تمام مجموعه‌ها نامتناهی هستند.

(صفحه‌های ۲، ۵ و ۶ کتاب درسی)

۴

۳

۲✓

۱

«مهمربيرايي»

گزينه‌های «۱»، «۳» و «۴» درست هستند.

گزينه‌ی «۲»: $W-N=\{0\}$ است. دو مجموعه‌ی $\{0\}$ و $\{\phi\}$ نابرابرند، فقط تعداد عضوهای برابر دارند.

(صفحه‌های ۲، ۵ تا ۷ کتاب درسی)

۴

۳

۲✓

۱

«سير سروش کريمی مدراسي»

ساير گزينه‌ها را بررسی می‌کنيم:

گزينه‌های «۱» و «۳»: در تعريف مجموعه‌ی اعداد گویا آمده است که مخرج کسر نباید صفر باشد، اما در مجموعه‌های A و C مخرج کسر می‌تواند صفر باشد، پس مجموعه‌های A و C نمی‌توانند مجموعه‌ی اعداد گویا باشند.

گزينه‌ی «۲»: مجموعه‌ی B تنها شامل اعداد گویای مثبت است و شامل اعداد گویای منفی و صفر نمی‌شود، پس B نیز نمی‌تواند مجموعه‌ی اعداد گویا باشد.

(صفحه‌ی ۲ کتاب درسی)

۴✓

۳

۲

۱

جمله‌ی عمومی الگوی خطی به صورت $t_n = an + b$ است:

$$\begin{cases} t_2 = 2a + b \\ t_3 = 3a + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a + b = 3 \\ 3a + b = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a + b = 3 \\ -3a - b = -7 \end{cases}$$

$$\Rightarrow -a = -4 \Rightarrow a = 4$$

$$8 + b = 3 \Rightarrow b = -5$$

پس دنباله به صورت $t_n = 4n - 5$ است.

$$\frac{t_8}{t_5} = \frac{4 \times 8 - 5}{4 \times 5 - 5} = \frac{27}{15} = \frac{9}{5} = 1.8$$

(صفحه‌های ۱۶ و ۱۷ کتاب درسی)

۴

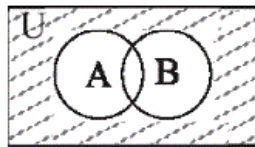
۳

۲✓

۱

«معمد پیرایی»

در نمودار ون زیر، مجموعه‌ی $A' \cap B'$ هاشور زده شده است. همان طور که دیده می‌شود این مجموعه با مجموعه $(A \cup B)'$ برابر است.



$$A' \cap B' = (A \cup B)'$$

$$n(A' \cap B') = 25 \Rightarrow n((A \cup B)') = 25$$

از طرفی:

$$n(U) - n((A \cup B)') = n(A \cup B) = 130 - 25 = 105$$

همچنین تعداد اعضای مجموعه‌ی $A \cup B$ برابر است با:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow 105 = 70 + 50 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 15$$

(صفحه‌های ۸ تا ۱۳ کتاب درسی)

۴

۳✓

۲

۱

اعضای مجموعه‌ها را می‌نویسیم:

 $A = \{7, 14, 21, \dots\} \rightarrow$ نامتناهی است

$$A' = \{\dots, -1, 0, 1, 2, \dots, 6, 8, 9, \dots, 20, 22, 23, \dots\}$$

 $\Rightarrow A'$ نامتناهی است. $B = \{-99, -98, \dots, -1, 0, 1, \dots, 98, 99\} \rightarrow$ متناهی است $B' =$ مجموعه‌ای اعداد صحیح که قدرمطلقشان بزرگ‌تر یا ۱۰۰ است
 $B' = \{\dots, -101, -100, 100, 101, \dots\} \rightarrow$ نامتناهی است.

در نتیجه وضعیت متناهی یا نامتناهی بودن مجموعه‌ها به صورت زیر است:

گزینه‌ی «۱»: $A \cap B'$ نامتناهی است.گزینه‌ی «۲»: $A' \cup B$ نامتناهی است.گزینه‌ی «۳»: $A \cap B$ متناهی است، زیرا:

$$A \cap B = \{7, 14, 21, \dots, 98\}$$

گزینه‌ی «۴»: $A \cup B$ نامتناهی است.

به‌طور کلی می‌توان گفت اجتماع یک مجموعه‌ی نامتناهی با هر مجموعه‌ای، یک مجموعه‌ی نامتناهی است و اشتراک یک مجموعه‌ی متناهی با هر مجموعه‌ای یک مجموعه‌ی متناهی است.

(صفحه‌های ۵ تا ۹ کتاب درسی)

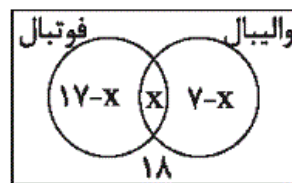
۴

۳✓

۲

۱

«شکیب رجبی»

مطابق نمودار ون زیر، اگر تعداد افرادی که به هر دو رشته علاقه دارند را x در نظر بگیریم، داریم:

$$(17 - x) + x + (7 - x) + 18 = 37 \Rightarrow x = 5$$

$$17 - x + 7 - x = \text{تعداد افرادی که فقط به یکی از دو رشته علاقه دارند}$$

$$\xrightarrow{x=5} 17 - 5 + 7 - 5 = 14$$

(صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳ کتاب درسی)

۴

۳✓

۲

۱

جمله‌ی عمومی یک دنباله‌ی حسابی با قدر نسبت d و جمله‌ی اول a_1 به شکل $a_n = a_1 + (n-1)d$ است. تفاضل جملات چهارم و دهم دنباله را می‌نویسیم تا قدرنسبت دنباله به دست آید:

$$\left. \begin{array}{l} a_4 = a_1 + 3 \times d \\ a_{10} = a_1 + 9 \times d \end{array} \right\} \Rightarrow a_{10} - a_4 = 6d = 24 \Rightarrow d = 4$$

حال خواسته‌ی سوال را حساب می‌کنیم:

$$\left. \begin{array}{l} a_{30} = a_1 + 29 \times d \\ a_{18} = a_1 + 17 \times d \end{array} \right\} \Rightarrow a_{30} - a_{18} = (29 - 17) \times d = 12 \times 4 = 48$$

(صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی)

۴

۳✓

۲

۱

جمله‌ی عمومی در دنباله‌ی هندسی به شکل $t_n = t_1 r^{n-1}$ است که t_1 جمله‌ی اول دنباله و r قدر نسبت آن است.

$$\frac{t_5 + t_7}{t_8 + t_{10}} = \frac{t_1 r^4 + t_1 r^6}{t_1 r^7 + t_1 r^9} = \frac{t_1 r^4 (1 + r^2)}{t_1 r^7 (1 + r^2)} = \frac{1}{r^3}$$

$$r = \frac{1}{2} \quad \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^3} = 8$$

(صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷ کتاب درسی)

۴

۳

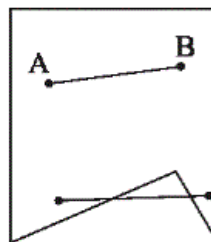
۲✓

۱

تمام گزینه‌ها به جز گزینه‌ی «۳» درست هستند.

مثال نقض گزینه‌ی «۳»:

چندضلعی زیر محدب نیست اما نقاط A و B در آن یافت شدند که خط واصل بین آن‌ها به‌طور کامل در چندضلعی قرار دارد.



(صفحه‌های ۳۷ و ۴۳ کتاب درسی) (استدلال و اثبات در هندسه)

۱

۲

۳ ✓

۴

-۵۲

«مبنا عبیری»

دو مثلث متساوی‌الساقین می‌توانند ۳ زاویه‌ی دویه‌دو نابرابر داشته باشند به عنوان مثال: $۵۰-۵۰-۸۰$ و $۴۵-۴۵-۹۰$. پس الزاماً دو مثلث متساوی‌الساقین متشابه نیستند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه‌ی «۱»: در اشکال منتظم تمامی زوایا و اضلاع باهم برابرند لذا دو شش‌ضلعی منتظم همواره تمام زاویه‌هایشان باهم برابر است پس متشابه‌اند. نسبت اندازه‌ی اضلاعشان نسبت تشابه است.

گزینه‌ی «۲»: مربع نیز یک چهارضلعی منتظم است.

گزینه‌ی «۳»: هر دو دایره‌ی دلخواه متشابه‌اند چرا که هر یک کوچک شده یا بزرگ‌شده‌ی دیگری است.

(صفحه‌های ۵۵ تا ۵۷ کتاب درسی) (استدلال و اثبات در هندسه)

۱

۲

۳

۴ ✓

$$A = \frac{(2 \times 3^2)^2 \times 3^{-3}}{\frac{1}{2} \times (3 \times 4^5)} = \frac{2^2 \times 3^4 \times 3^{-3}}{2^{-1} \times 3^{10} \times 3}$$

$$= \frac{2^2 \times 3}{2^9 \times 3} = 2^{2-9} = 2^{-7} = \left(\frac{1}{2}\right)^7$$

(صفحه‌های ۶۰ تا ۶۴ کتاب درسی) (توان و ریشه)

۴

۳✓

۲

۱

«سید سروش کریمی مدرسی»

در گزینه‌های «۱»، «۲» و «۴»، مقادیری برای متغیرها می‌توان پیدا کرد که سه عدد داده شده مربوط به طول اضلاع مثلثی متشابه با مثلث ABC باشند. حالات مختلف را بررسی می‌کنیم:

گزینه‌ی «۱»:

$$\text{بزرگترین ضلع} \Rightarrow \frac{5}{4} = \frac{4}{2x} = \frac{2}{x} \Rightarrow x = 1/6$$

گزینه‌ی «۲»:

$$\text{بزرگترین ضلع} \Rightarrow \frac{5}{10} = \frac{4}{y+3} = \frac{2}{y-1} \Rightarrow y = 5$$

گزینه‌ی «۴»:

$$\text{بزرگترین ضلع} \Rightarrow \frac{5}{t} = \frac{4}{10} = \frac{2}{t} \Rightarrow t = 25$$

گزینه‌ی «۳»:

$$\text{بزرگترین ضلع} \Rightarrow \frac{5}{6} = \frac{4}{Z+2} = \frac{2}{Z-1/5} \Rightarrow \text{جواب ندارد.}$$

$$\text{جواب ندارد.} \Rightarrow \frac{5}{Z+2} = \frac{4}{6} = \frac{2}{Z-1/5}$$

$$\text{جواب ندارد.} \Rightarrow \frac{5}{Z+2} = \frac{4}{Z-1/5} = \frac{2}{6}$$

بنابراین، اعداد گزینه‌ی «۳» در هیچ حالتی نمی‌توانند اضلاع مثلثی متشابه با مثلث ABC باشند.

(صفحه‌های ۵۶ و ۵۷ کتاب درسی) (استدلال و اثبات در هندسه)

۴

۳✓

۲

۱

«شکيب ربي»

دو، عدد اول زوج و بقيه‌ی اعداد اول، فرد هستند، پس برای این حکم، مثال نقض وجود ندارد.

برای گزینه‌های «۱»، «۲» و «۳» مثال نقض می‌آوریم:



گزینه‌ی «۱»: مطابق شکل مقابل، هر لوزی مربع نیست.

گزینه‌ی «۲»: محل برخورد ارتفاع‌های مثلث قائم‌الزاویه روی رأس قائمه



است (درون مثلث نیست).

گزینه‌ی «۳»: محل برخورد عمودمنصف‌های مثلث قائم‌الزاویه روی وتر



است. (درون مثلث نیست).

(صفحه‌های ۳۳ تا ۳۶ کتاب درسی) (استدلال و اثبات در هندسه)

۴ ✓

۳

۲

۱

«سید سروش کریمی مداهی»

در هر مثلث ضلع روبه‌رو به زاویه‌ی بزرگتر، بزرگتر است از ضلع روبه‌رو

به زاویه‌ی کوچکتر. همچنین طبق فرض سؤال داریم $\hat{A}_1 > \hat{B}$.

بنابراین:

$$\hat{A}_1 > \hat{B} \Rightarrow BC > AC \Rightarrow BC > 3 \quad (1)$$

همچنین در مثلث BCD می‌توان گفت $\hat{BCD} > \hat{BDC}$ است

(چرا؟) بنابراین:

$$\hat{BCD} > \hat{BDC} \Rightarrow BD > BC \xrightarrow[\substack{AB=5, AD=AC=3}]{BD=AB+AD}$$

$$BC < 5 + 3 = 8 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} 3 < BC < 8 \xrightarrow{BC \in \mathbb{N}} BC = \{4, 5, 6, 7\}$$

(صفحه‌ی ۳۸ کتاب درسی) (استدلال و اثبات در هندسه)

۴

۳

۲ ✓

۱

مثلث ABC متساوی الساقین است.

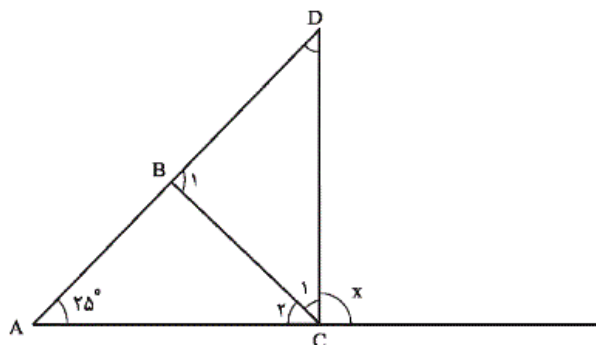
$$AB = BC \Rightarrow \hat{A} = \hat{C}_1 = 25^\circ \Rightarrow \hat{B}_1 = 25^\circ + 25^\circ = 50^\circ$$

$$\left. \begin{array}{l} AB = BC \\ AB = BD \quad AD \text{ وسط } B \end{array} \right\} \Rightarrow BD = BC \Rightarrow \triangle BCD \text{ متساوی الساقین}$$

$$\Rightarrow \hat{D} = \hat{C}_1$$

$$\Rightarrow \hat{C}_1 + \hat{D} = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ \Rightarrow \hat{D} = \hat{C}_1 = 65^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{x} = 180^\circ - (25^\circ + 65^\circ) = 90^\circ$$



(صفحه‌های ۳۷ تا ۴۲ کتاب درسی) (استدلال و اثبات در هندسه)

۴

۳

۲✓

۱

«شکیب رهی»

-۵۸

عدد را به صورت عددی توان دار با پایه ۳ می نویسیم:

$$(27)^{3n-6} = (3^3)^{3n-6} = 3^{9n-18}$$

$$3^{9n-18} \div 3 = 3^{9n-19} \quad \text{ثالث عدد}$$

(صفحه‌های ۶۰ تا ۶۴ کتاب درسی) (توان و ریشه)

۴

۳✓

۲

۱

$$10^8 = 2^2 \times a^b \Rightarrow 2^8 \times 5^8 = 2^4 \times a^b \Rightarrow a^b = 2^4 \times 5^8$$

با توجه به عبارت فوق و اینکه b عددی صحیح و a عددی گویا است، بنابراین حالت‌های زیر را می‌توان در نظر گرفت:

$$۱) a = 2^4 \times 5^8, b = 1 \quad ۲) a = 2^2 \times 5^4, b = 2$$

$$۳) a = 2 \times 5^2, b = 4 \quad ۴) a = -2^2 \times 5^4, b = 2$$

$$۵) a = -2 \times 5^2, b = 4$$

$$۶) a = \frac{1}{2^4 \times 5^8} = 2^{-4} \times 5^{-8}, b = -1$$

$$۷) a = 2^{-2} \times 5^{-4}, b = -2 \quad ۸) a = 2^{-1} \times 5^{-2}, b = -4$$

$$۹) a = -2^{-2} \times 5^{-4}, b = -2$$

$$۱۰) a = -2^{-1} \times 5^{-2}, b = -4$$

(صفحه‌های ۴۰ تا ۴۴ کتاب درسی) (توان و ریشه)

۴

۳✓

۲

۱

ابتدا اعداد با توان‌های منفی را معکوس کرده تا توان‌هایشان مثبت شود:

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{-4} = \left(\frac{2}{3}\right)^4$$

$$3^{-2} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{3^2}$$

$$3^{-9} = \left(\frac{1}{3}\right)^9 = \frac{1}{3^9}$$

$$A = \frac{\frac{2^4}{3^4} \times \frac{1}{3^2} \times \frac{2^2}{3^4}}{\frac{1}{3^9} \times \frac{2^3}{3^2}} = \frac{\frac{2^6}{3^{10}}}{\frac{2^3}{3^{11}}} = 2^3 \times 3 = 24 \Rightarrow A = 24$$

(صفحه‌های ۴۰ تا ۴۴ کتاب درسی) (توان و ریشه)

۴

۳

۲

۱✓