



www.riazisara.ir سایت ویژه ریاضیات

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

۰۰۹

کanal سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)

ریاضی ، ریاضی پیش‌دانشگاهی ، - ۱۳۹۶۰۵۲۰

۱۰۱- می خواهیم سکه‌ای را آن قدر پرتاب کنیم تا برای سومین بار رو بیاید. احتمال آن که در دهمین پرتاب برای بار سوم رو بیاید، کدام است؟

$$\frac{15}{128} \quad (4) \quad \frac{9}{256} \quad (3) \quad \frac{15}{256} \quad (2) \quad \frac{9}{512} \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲- از جعبه‌ای شامل ۲ مهره سیاه و ۵ مهره سفید، مهره‌ای خارج کرده و در جعبه‌ای که شامل ۴ مهره سیاه و ۳ مهره سفید است، قرار می‌دهیم. سپس از جعبه دوم مهره‌ای خارج می‌کنیم. احتمال آن که مهره خارج شده از جعبه دوم، سفید باشد، کدام است؟

$$\frac{5}{14} \quad (4) \quad \frac{15}{28} \quad (3) \quad \frac{26}{49} \quad (2) \quad \frac{13}{28} \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- اگر احتمال برخورد نکردن تیری به هدف ۱۰٪ باشد، احتمال آن که از چهار تیر پرتاب شده، حداقل ۲ تیر به هدف برخورد کند، کدام است؟

$$0.9957 \quad (1) \quad 0.9877 \quad (2) \quad 0.9873 \quad (3) \quad 0.9963 \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- نقطه می‌نیمم تابع $y = mx^2 - x + m$ در ناحیه اول دستگاه مختصات است. حدود m کدام است؟

$$|m| < \frac{1}{2} \quad (4) \quad |m| < 1 \quad (3) \quad 0 < m < \frac{1}{2} \quad (2) \quad m > \frac{1}{2} \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- توزیع احتمال برای متغیر تصادفی X که مقادیر ۱, ۲, ۳, ۴, ۵ را می‌تواند اختیار کند، از دستور $P(X=k) = \frac{\binom{5}{k}}{n}$ پیروی می‌کند. n کدام است؟

$$32 \quad (4) \quad 31 \quad (3) \quad 63 \quad (2) \quad 15 \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- بهارای کدام مجموعه مقادیر m ، نمودار تابع با ضابطه $f(x) = mx^2 - \sqrt{6}x + \frac{1}{4}(m-5)$ محور x ها را در دو نقطه متمایز قطع می‌کند؟

$$(-1, 0) \cup (0, 6) \quad (2)$$

$$(0, 8) \quad (4) \quad (-\infty, -1) \cup (6, +\infty) \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- با استفاده از ارقام {۹, ۸, ۷, ۶, ۵, ۴, ۳, ۲, ۱}، اعداد ۵ رقمی بدون ارقام تکراری می‌سازیم. احتمال آن که عدد ساخته شده بر ۵ بخش پذیر باشد، کدام است؟

$$\frac{1}{2} \quad (4) \quad \frac{2}{5} \quad (3) \quad \frac{1}{4} \quad (2) \quad \frac{1}{5} \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- یک خانواده دارای ۴ فرزند است، اگر دو تا از فرزندان این خانواده پسر باشند، آن‌گاه احتمال آن که فرزند اول دختر و فرزند چهارم پسر باشد، کدام است؟

$$\frac{1}{6} \quad (4) \quad \frac{1}{4} \quad (3) \quad \frac{1}{3} \quad (2) \quad \frac{1}{2} \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- اگر ریشه‌های معادله $= 0 - 13x^2 + ax + 2$ دو عدد طبیعی متولی باشند، مقدار a کدام است؟

$$28 \quad (4) \quad 18 \quad (2) \quad 40 \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰-اگر ریشه‌های معادله $(a-b)x^2 - 8x + b = 0$ باشند، مقدار $a+b$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳) صفر

۲ (۲)

۱ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۳۹۶۰۵۲۰ ریاضی، ریاضی پایه و هندسه، -

۱۱۱-منحنی نمایش تغییرات سهمی $y = x^2 + mx - 1$ به ازای مقادیر مختلف m :

۱) همواره بالای محور x هاست.

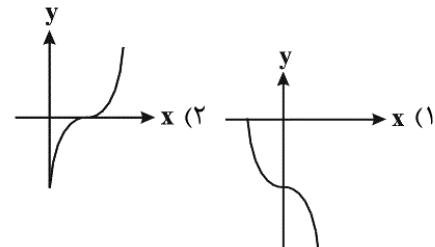
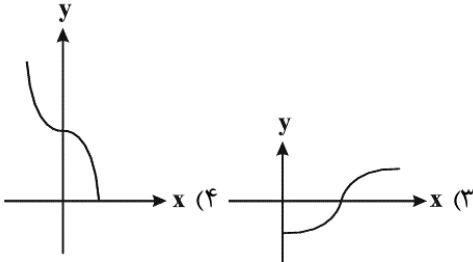
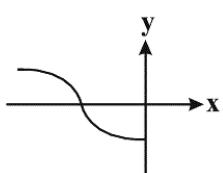
۲) همواره در یک نقطه بر محور x ها مماس است.

۳) همواره محور x ها را در دو نقطه قطع می‌کند.

۴) همواره پایین محور x هاست.

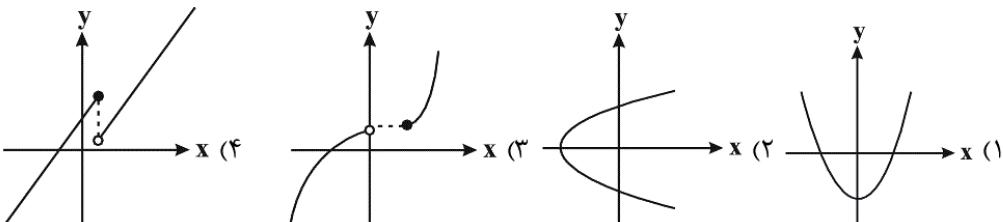
شما پاسخ نداده اید

۱۱۲-نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر است. نمودار تابع $y = f^{-1}(x)$ کدام است؟



شما پاسخ نداده اید

۱۱۳-کدام یک از گزینه‌های زیر نمودار یک تابع یک‌به‌یک است؟



شما پاسخ نداده اید

۱۱۴-مساحت محدود بین نمودار توابع به معادله‌های $y = |x+2|$ و $y = |x|$ و محور x ها کدام است؟

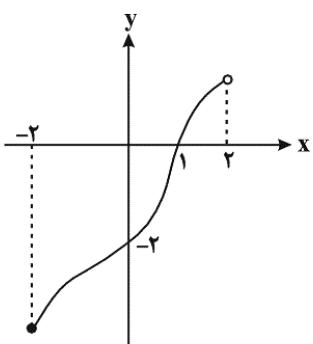
۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

شما پاسخ نداده اید



۱۱۵-اگر نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت مقابل باشد، دامنه تابع $y = \sqrt{4 + 2f(x)}$ کدام است؟

۱) $[-1, 2]$

۲) $(-1, 2)$

۳) $[-2, 2]$

۴) $[0, 2]$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶-اگر برای همه مقادیر مثبت x ، نامساوی $\frac{(x-1)^2}{x} \geq a$ برقرار باشد، آنگاه بیشترین مقدار a کدام است؟

۴ (۴)

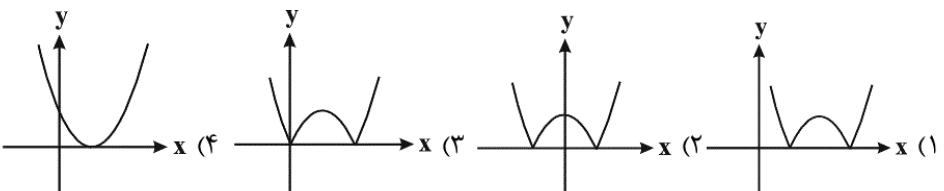
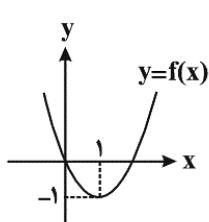
۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱) صفر

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷-اگر نمودار تابع به معادله $y = f(x)$ به صورت زیر باشد، آن‌گاه نمودار $|y - f(x+1)|$ کدام است؟



شما پاسخ نداده اید

۱۱۸-مساحت مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقینی ۳۲ سانتی‌متر مربع است. طول وتر مثلث چند سانتی‌متر است؟

- ۸ (۴) $\sqrt{138}$ (۳) $\sqrt{128}$ (۲) ۱۰ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹-مساحت یک شش ضلعی منتظم به طول ضلع $\sqrt{6}$ چند برابر مساحت یک مثلث متساوی‌الاضلاع به طول ضلع $\sqrt{5}$ است؟

- $5/2$ (۴) $5/8$ (۳) $6/4$ (۲) $7/2$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰-طول ضلع یک مربع برابر محیط مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقینی به ضلع قائم ۲ واحد است. با حذف گوشه‌های این مربع،

بزرگ‌ترین هشت ضلعی منتظم ممکن داخل آن ساخته شده است. مساحت این هشت ضلعی کدام است؟

- $16 + 16\sqrt{2}$ (۴) $24 + 8\sqrt{2}$ (۳) $24\sqrt{2}$ (۲) ۳۲ (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۳ و آمار و مدل‌سازی ، - ۱۳۹۶۰۵۲۰

۹۱- نمره‌های درس ریاضی دانش‌آموزان یک کلاس به صورت زیر دسته‌بندی شده است. اگر زاویه متناظر با دسته سوم در نمودار دایره‌ای ۶۰ درجه باشد، آن‌گاه فراوانی نسبی دسته چهارم کدام است؟

دسته‌ها	۵-۸	۸-۱۱	۱۱-۱۴	۱۴-۱۷	۱۷-۲۰
فراوانی تجمعی	۲	۶	۹	۱۵	x

- $\frac{1}{9}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۱)
 $\frac{1}{6}$ (۴) $\frac{1}{3}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۹۲- فراوانی تجمعی یک سری داده آماری پیوسته به صورت زیر است. اگر فراوانی نسبی دسته وسط ۲۰ درصد باشد، مساحت زیر

نمودار چندبر فراوانی این داده‌ها کدام است؟

مرکز دسته	۲	۴	۶	۸	۱۰
فراوانی تجمعی	۳	۵	۸	۱۴	a

- ۴۰ (۲) ۸۰ (۱)
 ۱۵ (۴) ۳۰ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۹۳- نمودار ساقه و برگ زیر، درصد نمرات قبولی یک کلاس است. اگر این نمرات در ۵ گروه دسته‌بندی شوند، در نمودار میله‌ای فراوانی نسبی، بلندی میله نظیر داده $\frac{77}{5}$ ، کدام است؟ (کلید نمودار: $60 = 6$)

ساقه	برگ				
۶	۰	۲	۴	۷	۹
۷	۲	۳	۳	۵	۶
۸	۱	۴	۵	۵	۸
۹	۰	۱	۳	۳	۸

- ۰/۱ (۱)
 ۰/۱۵ (۲)
 ۰/۲ (۳)
 ۰/۲۵ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۹۴- نمودار تابع $y = \frac{2x-3}{2x+1}$ ، در چه بازه‌ای بین دو خط $1 = y$ و $-1 = y$ قرار دارد؟

- $(-\infty, \frac{1}{2})$ (۴) $(-\frac{1}{2}, +\infty)$ (۳) $(-\infty, -\frac{1}{2})$ (۲) $(\frac{1}{2}, +\infty)$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۹۵- معادله $\frac{2}{x+4} + \frac{2}{x-4} + x = 0$ ، چند جواب دارد؟
 ۳ (۲) ۲ (۲) ۱ (۱)

۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۹۶- اگر $f(\sqrt{-x}) = |x+1| + 2$ و $g(\sqrt{-x}) = 2|x| - 2\sqrt{x}$ آن‌گاه $(fog)(2)$ کدام است؟
 ۴۰ (۴) ۴ (۳) -۴ (۲) -۴۰ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۹۷- اگر $\cos(\frac{3\pi}{2} - x) \cot \frac{7\pi}{6} = \frac{-\sqrt{3}}{2}$ باشد، مقدار $\cos 2x + \sin x$ کدام است؟
 ۱ (۴) ۱ (۳) ۳ (۲) ۳ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۹۸- اگر α زاویه‌ای منفی و β زاویه‌ای حاده باشد، به طوری که $\cos \alpha = \frac{5}{13}$ و $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ ، آن‌گاه مقدار عددی عبارت $\cos(\alpha - \beta)$ کدام است؟
 ۱۶ (۴) ۵۶ (۳) -۶۳ (۲) ۳۳ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۹۹- دامنه تابع با ضابطه $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$ ، با دامنه تابع با ضابطه $g(x) = \sqrt{2 - 2 \log(x+1)}$ در چند عدد صحیح مشترک می‌باشد؟
 ۱۲ (۴) ۱۱ (۳) ۱۰ (۲) ۹ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۰- نمودار تابع با ضابطه $f(x) = x^3 + ax + b$ ، نیمساز ربع اول و سوم را با طول ۲ و محور y را با عرض (-4) قطع می‌کند.

مقدار $a + b$ کدام است؟
 ۶ (۴) -۶ (۳) ۷ (۲) -۷ (۱)

شما پاسخ نداده اید

(سروش موئینی)

-۱۰۱

اگر سکه در پرتاب دهم برای سومین بار رو بیاید، در ۹ پرتاب اول ۲ بار رو

ظاهر شده و احتمال رو آمدن پرتاب دهم نیز $\frac{1}{2}$ است. بنابراین:

$n = 9$: تعداد پرتاب

$X = 2$: تعداد رو

$$p = \text{احتمال رو آمدن} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow P(X=2) = \binom{9}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^7 = \frac{9}{128}$$

$$\Rightarrow P = \frac{9}{128} \times \frac{1}{2} = \frac{9}{256}$$

(احتمال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۹)

۴

۳ ✓

۲

۱

(آرش رحیمی)

-۱۰۲

$P = (\text{مهره دوم سفید و مهره اول سفید}) + (\text{مهره دوم سفید})$

$+ P = (\text{مهره دوم سفید و مهره اول سیاه})$

$$P(A) = \left(\frac{5}{7} \times \frac{4}{8}\right) + \left(\frac{2}{7} \times \frac{3}{8}\right) = \frac{26}{56} = \frac{13}{28}$$

(احتمال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲ تا ۱۴)

۴

۳

۲

۱ ✓

اگر X تعداد دفعات برخورد تیر به هدف باشد، داریم:

$$\begin{cases} P(X=0) = \binom{4}{0} (0/9)^0 (0/1)^4 = 0/0001 \\ P(X=1) = \binom{4}{1} (0/9)^1 (0/1)^3 = 0/0036 \end{cases}$$

$$P(X \geq 2) = 1 - [P(X=0) + P(X=1)] = 1 - [0/0001 + 0/0036]$$

$$= 1 - 0/0037 \Rightarrow P(X \geq 2) = 0/9963$$

(احتمال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۹)

✓

۳

۲

۱

(فرهاد هامی)

چون نقطه می‌نیمم تابع، در ناحیه اول دستگاه مختصات است، پس طول و

عرض آن مثبت است، بنابراین:

$$\begin{cases} x_{\min} = \frac{-b}{2a} = -\frac{-1}{4m} = \frac{1}{4m} > 0 \Rightarrow m > 0 \quad (\text{I}) \\ y_{\min} = \frac{-\Delta}{4a} = -\frac{1-4m^2}{4m} > 0 \xrightarrow{(\text{I})} 1-4m^2 < 0 \Rightarrow |m| > \frac{1}{2} \quad (\text{II}) \end{cases}$$

(تابع درجه دو) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۰ تا ۲۵)

۳

۲

۱ ✓

ابتدا توجه کنید که مجموع احتمال همه حالت‌های ممکن برابر با یک است:

$$P(X=1) + P(X=2) + \dots + P(X=5) = 1$$

$$\Rightarrow \frac{\binom{5}{1}}{n} + \frac{\binom{5}{2}}{n} + \dots + \frac{\binom{5}{5}}{n} = 1 \Rightarrow \frac{\binom{5}{1} + \binom{5}{2} + \dots + \binom{5}{5}}{n} = 1 \quad (*)$$

اگر n عددی طبیعی باشد، آن‌گاه $\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \dots + \binom{n}{n} = 2^n$ پس:

$$\binom{5}{1} + \binom{5}{2} + \dots + \binom{5}{5} = 2^5 - \binom{5}{0} = 32 - 1 = 31$$

$$\xrightarrow{(*)} \frac{31}{n} = 1 \Rightarrow n = 31$$

(احتمال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

برای آن که نمودار تابع درجه دوم با ضابطه $f(x) = ax^2 + bx + c$ ، محور x ها در دو نقطه متمایز قطع کند، باید $b^2 - 4ac > 0$.

$$\begin{aligned} f(x) = mx^2 - \sqrt{6}x + \frac{1}{4}(m-5) &\Rightarrow (-\sqrt{6})^2 - 4(m)(\frac{1}{4}(m-5)) > 0 \\ \Rightarrow 6 - m(m-5) &> 0 \Rightarrow -6 + m(m-5) < 0 \Rightarrow m^2 - 5m - 6 < 0 \\ \Rightarrow (m+1)(m-6) &< 0 \Rightarrow -1 < m < 6 \end{aligned}$$

اما توجه کنید که به ازای $m = 0$ ، تابع f یک تابع خطی است که معادله

$$m = 0 \Rightarrow f(x) = -\sqrt{6}x - \frac{5}{4} \quad \text{آن به صورت مقابل است:}$$

در این صورت نمودار آن محور x ها را فقط در یک نقطه قطع می‌کند، نه دو نقطه متمایز؛ یعنی باید مقدار $m = 6 < m < -1$ حذف کنیم. پس جواب، به صورت $\{m | -1 < m < 6, m \neq 0\}$ خواهد بود.

(تابع درجه دوم) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۰ تا ۲۵)

۴

۳

۲✓

۱

ابتدا توجه کنید برای آن که عددی بر پنج بخش‌پذیر باشد، باید رقم یکان آن صفر یا پنج باشد.

با در نظر گرفتن این که ارقام موجود در عدد ساخته شده متمایز از هم

هستند، داریم:

تعداد حالت‌هایی که عدد صفر در یکان قرار می‌گیرد:

$$\boxed{4} \times \boxed{3} \times \boxed{2} \times \boxed{1} \times \boxed{1}$$

↓
عدد صفر

تعداد حالت‌هایی که با ارقام مفروض سؤال، می‌توان عدد پنج رقمی بدون

رقم تکراری ساخت:

$$\boxed{4} \times \boxed{4} \times \boxed{3} \times \boxed{2} \times \boxed{1}$$

↑
۹، ۷، ۴، ۳

(عدد صفر نمی‌تواند در دهگان هزار باشد).

بنابراین، احتمال مورد نظر برابر است با:

$$P = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 1}{4 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = \frac{1}{4}$$

(احتمال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱ تا ۴)

۴

۳

۲

۱

کل حالت‌های ممکن برای آن که ۲ فرزند از میان ۴ فرزند یک خانواده پسر

باشند، به قرار زیر است:

$$S = \{ \underline{\text{پ}}\underline{\text{د}}\underline{\text{پ}}\underline{\text{د}} \text{ و } \underline{\text{د}}\underline{\text{پ}}\underline{\text{ب}}\underline{\text{د}} \text{ و } \underline{\text{پ}}\underline{\text{پ}}\underline{\text{د}}\underline{\text{د}} \text{ و } \underline{\text{د}}\underline{\text{د}}\underline{\text{ب}}\underline{\text{پ}} \}$$

که از بین این حالت‌ها، در حالت‌هایی که زیر آن‌ها خط کشیده شده است، فرزند

$$P = \frac{2}{6}$$

اول دختر و فرزند آخر پسر، بنابراین احتمال مورد نظر، برابر است با:

راه دوم: تعداد حالت‌هایی که دو تا از فرزندان این خانواده پسر باشند برابر

$$\text{است با } 6 = \binom{4}{2}. \text{ در بین این حالت‌ها تعداد حالت‌هایی که فرزند اول}$$

دختر و فرزند آخر پسر باشد برابر ۲ است (فرزند دوم دختر و فرزند سوم

$$P = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

پسر یا بالعکس) پس:

(احتمال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۸ تا ۱۱)

۴

۳

۲✓

۱

(عباس اسدی)

-۱۰۹-

$$S = \frac{-(-13)}{1} = 13$$

:مجموع ریشه‌ها

$$\xrightarrow{\text{ریشه‌ها دو عدد طبیعی متولی}} x_1 = 6, \quad x_2 = 7$$

$P = a + 2 \Rightarrow 6 \times 7 = a + 2 \Rightarrow a = 40$: حاصل ضرب ریشه‌ها

(تابع درجه دوم) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

۴

۳

۲

۱✓

(کیا مقدس نیاک)

نکته: ریشه‌های دو معادله $cx^2 + bx + a = 0$ و $ax^2 + bx + c = 0$ عکس

($a, c \neq 0$) هم هستند.

یعنی باید ضریب X در هر دو معادله یکسان باشد و جای a و c عوض شود.

$$x^2 + 4x - 1 = 0 \xrightarrow{\times(-2)} -2x^2 - 8x + 2 = 0$$

$$\begin{cases} bx^2 - 8x + (a - b) = 0 \\ -2x^2 - 8x + 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -2 \\ a - b = 2 \end{cases} \Rightarrow a = 0 \Rightarrow a + b = -2$$

(تابع درجه دوم) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۵ تا ۳۷)

۴

۳

۲✓

۱

ریاضی، ریاضی پایه و هندسه، - ۱۳۹۶۰۵۲۰

(آرش رحیمی)

در معادله $ax^2 + bx + c = 0$ ، اگر $\Delta < 0$ باشد، دو ریشه دارد. بنابراین نمودار سهمی $y = x^2 + mx - 1$ محور X را در دو نقطه قطع می‌کند.

(توابع خاص، نامعادله و تعیین علامت) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۷۹ تا ۸۴)

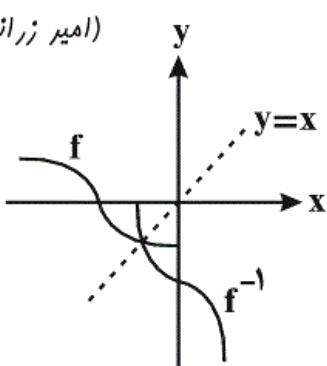
۴

۳✓

۲

۱

(امیر زراندوز)



برای رسم نمودار معکوس یک تابع از روی نمودار تابع کافی است قرینه نمودار آن تابع را نسبت به نیمساز نواحی اول و سوم (خط $y = x$) رسم کنیم.

(تابع) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۴۰ و ۱۴۲)

۴

۳

۲

۱✓

(بهتر ام طالبی)

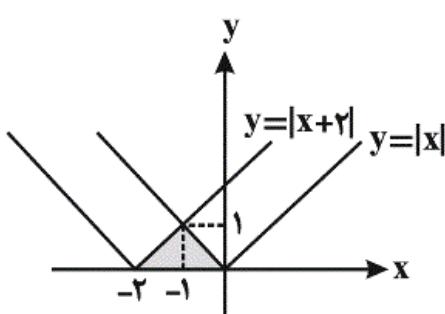
گزینه «۲» نمودار یک تابع نیست. در گزینه‌های «۱» و «۴» می‌توان خطی به موازات محور X ها رسم کرد که نمودار تابع را در بیش از یک نقطه قطع کند. اما در گزینه «۳» هر خط به موازات محور X ها نمودار تابع را حداکثر در یک نقطه قطع می‌کند، پس یک به یک است.

(تابع) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۳۹ تا ۳۱ و ۴۵ تا ۴۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(حسین هاجیلو)

نمودار دو تابع را رسم می‌کنیم. برای رسم نمودار تابع $|y = |x+2|$ ، کافی است نمودار تابع $|y = x|$ را ۲ واحد در راستای محور X ها، به سمت چپ ببریم.



همان‌طور که ملاحظه می‌کنیم، شکل محدود بین نمودار دو تابع $|y = |x|$ و $y = |x+2|$ و محور X ها مثلثی به ارتفاع ۱ و قاعده ۲ است. بنابراین داریم:

$$\frac{1 \times 2}{2} = \frac{1 \times 2}{2} = 1$$

(تابع فاصل، نامعادله و تعیین علامت) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(میلاد منصوری)

$$4 + 2f(x) \geq 0 \Rightarrow f(x) \geq -2 \xrightarrow{\text{با توجه به نمودار}} 0 \leq x < 2$$

(تابع فاصل، نامعادله و تعیین علامت) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۶۶ تا ۷۱)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(حسین هاجیلو)

می‌دانیم که اگر $x > 0$ ، آن‌گاه $(*) \quad x + \frac{1}{x} \geq 2$ پس با توجه به این نکته،

داریم:

$$\frac{x^2 - 2x + 1}{x} \geq a \Rightarrow \frac{x^2}{x} - \frac{2x}{x} + \frac{1}{x} \geq a$$

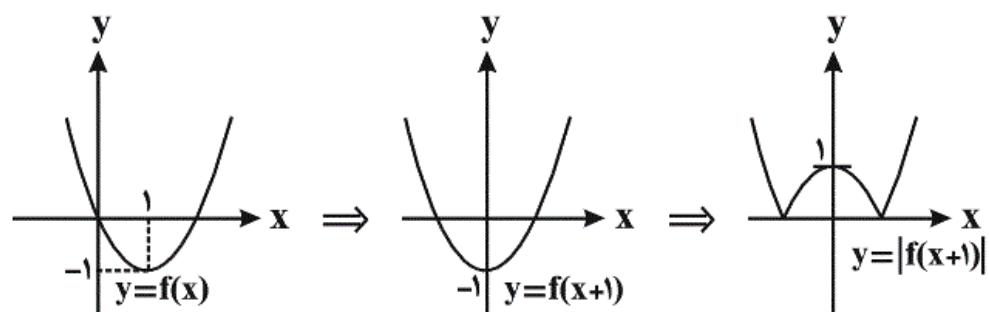
$$\Rightarrow x - 2 + \frac{1}{x} \geq a \Rightarrow x + \frac{1}{x} \geq a + 2$$

$$\xrightarrow{(*)} \max(a + 2) = 2 \Rightarrow \max(a) = 0.$$

(توابع فاصل، نامعادله و تعیین علامت) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۷۹ تا ۸۳)

 ۱ ۲ ۳ ۴ ✓

(حسن شریفی)



(توابع فاصل، نامعادله و تعیین علامت) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۳)

 ۱ ۲ ۳ ✓ ۴

(نوید مجیدی)

در مثلث قائم‌الزاویه، مساحت را می‌توان از نصف حاصل‌ضرب دو ضلع زاویه

قائمه به دست آورد.

چون مثلث، قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است، داریم: (a طول ضلع قائمه)

$$S = \frac{a^2}{2} \Rightarrow 32 = \frac{a^2}{2} \Rightarrow a^2 = 64 \xrightarrow{a > 0} a = 8$$

طبق رابطه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه داریم: (c وتر)

$$c^2 = a^2 + a^2 \Rightarrow c^2 = 64 + 64 = 128 \xrightarrow{c > 0} c = \sqrt{128}$$

(مساحت و قضیه خیثاغورس) (هندسه ا، صفحه‌های ۳۶ و ۵۷)

۴

۳

۲✓

۱

(مهرداد ملوندی)

$$S_1 = \frac{3\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{3\sqrt{3}}{4}(\sqrt{6})^2$$

$$= \frac{3\sqrt{3}}{4}(6) = 9\sqrt{3}$$

$$S_2 = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}(\sqrt{5})^2$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4}(5) = \frac{5\sqrt{3}}{4}$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{9\sqrt{3}}{\frac{5\sqrt{3}}{4}} = 9 \times \frac{4}{5} = 9 \times 0 / 8 = 7 / 2$$

(مساحت و قضیه خیثاغورس) (هندسه ا، صفحه‌های ۶۲ و ۶۳)

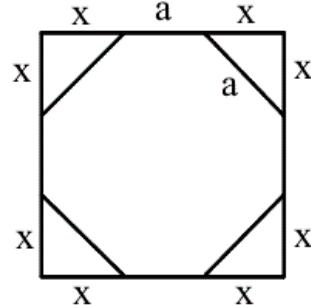
۴

۳

۲

۱✓

در مثلث قائم‌الزاویه متساوی الساقین



به ضلع قائم ۲، طول وتر برابر است با

$$\sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

محیط این مثلث $4 + 2\sqrt{2}$ است.

با توجه به فرض مسئله، مربعی به ضلع $4 + 2\sqrt{2}$ داریم که طبق شکل از هر

گوش آن به اندازه x جدا کرده‌ایم تا یک هشت‌ضلعی منتظم ساخته شود.

بنابراین داریم:

$$a = \sqrt{x^2 + x^2} = \sqrt{2}x$$

بنابراین هر ضلع مربع برابر با $\sqrt{2}x + 2x$ است، پس:

$$\sqrt{2}x + 2x = 4 + 2\sqrt{2} \rightarrow x(\sqrt{2} + 2) = 2(2 + \sqrt{2}) \rightarrow x = 2$$

(مساحت مثلث قائم‌الزاویه) $4 - \text{مساحت مربع} = \text{مساحت هشت‌ضلعی منتظم}$

$$= (4 + 2\sqrt{2})^2 - 4 \left(\frac{2 \times 2}{2} \right) = 16 + 8 + 16\sqrt{2} - 8 = 16 + 16\sqrt{2}$$

(مساحت و قضیه فیثاغورس) (هندسه ا، مشابه تمرین ۳۰، صفحه ۶۷)

۴✓

۳

۲

۱

فراوانی تجمعی دسته آخر، برابر تعداد کل داده‌هاست، پس $N = x$.
اگر فراوانی دسته i آم برابر با f_i باشد، آن‌گاه زاویه متناظر با این دسته در

نمودار دایره‌ای برابر $\frac{f_i}{N} \times 360^\circ$ است، پس:

$$\frac{f_3}{x} \times 360^\circ = 60^\circ \quad (*)$$

فراوانی مطلق دسته سوم، برابر است با فراوانی تجمعی دسته سوم منهای

فراوانی تجمعی دسته دوم، بنابراین:

$$(*) \Rightarrow \frac{9-6}{x} \times 360^\circ = 60^\circ \Rightarrow x = \frac{3 \times 360^\circ}{60^\circ} = 18$$

$$\frac{f_4}{N} = \frac{15-9}{18} = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$$

(نمودارها و تحلیل داده‌ها) (آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۹۵ تا ۹۲)

۴

۳✓

۲

۱

-۹۲

فراوانی تجمعی دسته آخر، برابر تعداد کل داده‌هاست. فراوانی مطلق هر دسته، برابر تفاضل فراوانی تجمعی دسته قبلی از فراوانی تجمعی آن دسته است، پس:

$$\frac{8-5}{a} \times 100 = 20 \Rightarrow a = 15$$

طول دسته‌ها برابر تفاضل بین مرکزهای دو دسته متوالی است، پس:

$$C = 4 - 2 = 2$$

$$S = C \times N = C \times a = 2 \times 15 = 30$$

(نمودارها و تحلیل داده‌ها) (آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۸۸ تا ۹۱)

۴

۳✓

۲

۱

با توجه به نمودار سؤال، دو داده ۷۵ و ۷۶ در دسته ۷۴، ۸۱ که مرکز آن ۷۷/۵ است، قرار می‌گیرند؛ از طرفی در این جدول بیست داده وجود دارد.

پس فراوانی نسبی دسته به مرکز ۷۷/۵ برابر است با $\frac{2}{20} = 0.1$.

(نمودارها و تحلیل داده‌ها) (آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۷۱ تا ۸۱ و ۹۶ تا ۱۰۳)

۴

۳

۲

۱ ✓

(ایمان نفسین)

-۹۴

$$-1 < \frac{2x - 3}{2x + 1} < 1 \Rightarrow \left| \frac{2x - 3}{2x + 1} \right| < 1 \xrightarrow{x \neq -\frac{1}{2}} |2x - 3| < |2x + 1|$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} 4x^2 - 12x + 9 < 4x^2 + 4x + 1 \Rightarrow x > \frac{1}{2}$$

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۲۸ تا ۳۱)

۴

۳

۲

۱ ✓

(یغما کلانتریان)

-۹۵

$$\frac{2x - 8 + 2x + 8}{x^2 - 16} + x = 0$$

$$\frac{4x}{x^2 - 16} + x = 0 \Rightarrow x \left(\frac{4}{x^2 - 16} + 1 \right) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ \text{یا} \\ \frac{4}{x^2 - 16} + 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 12 \Rightarrow x = \pm\sqrt{12} \end{cases}$$

پس معادله دارای ۳ جواب $+\sqrt{12}$ ، $-\sqrt{12}$ و صفر است.

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۲۸ تا ۲۵)

۴

۳ ✓

۲

۱

(مهندی ملار، مفهانی)

$$g(\sqrt{-(-x^2)}) = g(|x|) = \left| -x^2 + 1 \right| + 2$$

$$f(\sqrt{x^2}) = f(|x|) = 2|x|^2 - 2|x|$$

$$\Rightarrow g(2) = \left| -(2^2) + 1 \right| + 2 = 5$$

$$\Rightarrow fog(2) = f(g(2)) = f(5) = 2 \times 25 - 2 \times 5 = 50 - 10 = 40$$

(تاج) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

 ۴✓ ۳ ۲ ۱

$$\Rightarrow -\sqrt{3} \sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \sin x = \frac{1}{2}$$

$$\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x = 1 - 2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 1 + \cos 2x = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

(تاج) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

 ۴ ۳ ۲✓ ۱

(حسین هاجیلو)

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \Rightarrow \begin{cases} \left(\frac{3}{5}\right)^2 + \cos^2 \alpha = 1 \\ \sin^2 \beta + \left(\frac{4}{13}\right)^2 = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos^2 \alpha = \frac{16}{25} \xrightarrow{\text{منفرجه}} \cos \alpha = -\frac{4}{5} \\ \sin^2 \beta = \frac{144}{169} \xrightarrow{\text{جاده}} \sin \beta = \frac{12}{13} \end{cases}$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta = \left(-\frac{4}{5}\right)\left(\frac{4}{13}\right) + \left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{12}{13}\right) = \frac{16}{65}$$

(تاج) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

لگاریتم اعداد نامثبت تعریف نشده است، پس برای آن که عبارت $\log(x+1)$

$$x+1 > 0 \Rightarrow x > -1 \quad (*) \quad \text{تعریف شده باشد، باید:}$$

از طرفی عبارت زیر رادیکال با فرجهی زوج باید نامنفی باشد، پس باید:

$$2 - 2\log(x+1) \geq 0 \Rightarrow \log(x+1) \leq 1$$

$$\Rightarrow x+1 \leq 10^1 \Rightarrow x \leq 9 \quad (**) \quad \text{از اشتراک نامعادلهای (*) و (**)، دامنه تابع } f \text{ به دست می‌آید:}$$

$$(*) \cap (**) \Rightarrow D_f = \{x : -1 < x \leq 9\} = (-1, 9]$$

$$D_g = \{x \in \mathbb{R} \mid x+1 > 0\} = (-1, +\infty)$$

پس دامنه دو ضابطه در ۱۰ عدد صحیح مشترک هستند.

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۵۵ تا ۵۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

(حسین هاچیلو)

-۱۰۰

معادله نیمساز ربع اول و سوم، به صورت $y = x$ است، پس اگر نمودار تابع

به معادله $y = x^3 + ax + b$ ، این خط را در نقطه‌ای به طول ۲ قطع کند،

آن‌گاه مختصات نقطه (۲, ۲) در معادله آن صدق می‌کند، پس:

$$2 = 2^3 + a(2) + b \Rightarrow 2a + b = -6 \quad (*)$$

از آنجا که طبق فرض، نمودار تابع، محور y‌ها را با عرض (۴) قطع

می‌کند، پس مختصات نقطه (۰, -۴) در معادله آن صدق می‌کند:

$$-4 = 0^3 + a(0) + b \Rightarrow b = -4 \xrightarrow{(*)} a = -1$$

$$\Rightarrow \log 16 + 2 = 6$$

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

۴ ✓

۳

۲

۱

