



www.riazisara.ir **سایت ویژه ریاضیات**

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara>

(@riazisara)

ریاضی ، ریاضی دهم ، - ۱۳۹۶۰۴۲۳

۴۱- در یک گروه ۴۰ نفره دانش‌آموزی، ۲۵ نفر زبان انگلیسی، ۳۲ نفر زبان عربی و ۶ نفر هیچ‌کدام از این دو زبان را نمی‌خوانند.

چه تعداد از دانش‌آموزان هر دو زبان را می‌خوانند؟

- (۱) ۲۲ (۲) ۲۳ (۳) ۲۱ (۴) ۲۰

شما پاسخ نداده اید

۴۲- جمله‌ی چندم از دنباله‌ی حسابی ... ، ۷ ، a ، -۳ برابر ۳۲ است؟

- (۱) هفتم (۲) هشتم (۳) نهم (۴) دهم

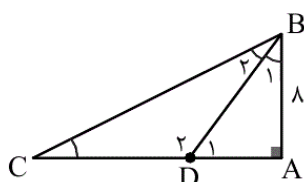
شما پاسخ نداده اید

۴۳- در یک دنباله‌ی هندسی، مجموع جملات پنجم و ششم برابر ۲ و تفاضل جمله‌ی هفتم از جمله‌ی پنجم برابر ۱ است. جمله‌ی هفتم این دنباله کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{5}$ (۴) $-\frac{1}{4}$

شما پاسخ نداده اید

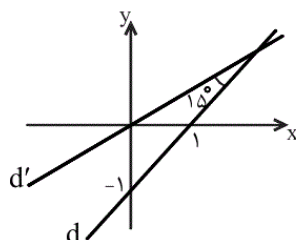
۴۴- در شکل زیر، زاویه‌ی A برابر 90° و $\sin \hat{D}_1 = \frac{8}{10}$ است. اگر بدانیم $\hat{C} = \hat{B}_1$ است، $\tan \hat{C}$ کدام خواهد بود؟



- (۱) $\frac{3}{5}$ (۲) $\frac{7}{5}$ (۳) $\frac{5}{8}$ (۴) $\frac{6}{10}$

شما پاسخ نداده اید

۴۵- با توجه به شکل زیر، شیب خط d' کدام است؟



- (۱) $\sqrt{3}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۳) ۱ (۴) $\frac{1}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۴۶- حاصل عبارت $(\cos \theta + 1)(\cos \theta - 1) + (1 + 2 \tan^2 \theta) \cos^2 \theta$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۴۷- اگر x عددی منفی باشد، آنگاه حاصل عبارت $\frac{\sqrt{x}\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x}\sqrt{-x}}$ ، کدام است؟

(۱) $\sqrt[6]{-x}$

(۲) $-\sqrt[6]{-x}$

(۳) $\frac{1}{\sqrt[6]{-x}}$

(۴) $-\frac{1}{\sqrt[6]{-x}}$

شما پاسخ نداده اید

۴۸- حاصل عبارت $(x^{12} + x^6 + 1)(x^4 + x^2 + 1)(x - 1)(x + 1)(x^4 + x^2 + 1)$ به ازای $x = \sqrt[3]{2}$ ، کدام است؟

(۱) ۶۳

(۲) ۱۶

(۳) ۳۲

(۴) ۱۵

شما پاسخ نداده اید

۴۹- حاصل عبارت $\frac{1}{\sqrt{4} + \sqrt{11}} + \frac{1}{\sqrt{11} + \sqrt{18}} + \frac{1}{\sqrt{18} + \sqrt{25}}$ ، برابر کدام است؟

(۱) $\frac{2}{7}$

(۲) $\frac{3}{7}$

(۳) $\frac{1}{2}$

(۴) $\frac{2}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۵۰- به ازای کدام مقادیر m ، معادله‌ی درجه‌ی دوم $3x^2 + mx - 3 = 0$ دو جواب حقیقی و متمایز دارد؟

(۱) هر مقدار m

(۲) هیچ مقدار m

(۳) فقط $m = \pm 6$

(۴) $m > 6$

شما پاسخ نداده اید

۵۱- خط به معادله‌ی $y = -\frac{5}{2}x$ محور تقارن منحنی $y = \frac{1}{2}x^2 - 3x + a$ را بر روی خود منحنی قطع می‌کند، a کدام است؟

(۱) -۲

(۲) -۱

(۳) ۱

(۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۵۲- به ازای چه حدودی از m عبارت $\frac{(m+2)x^2 + 2mx + m-1}{-x^2 + 3x - 4}$ همواره منفی است؟

(۱) $m < -2$

(۲) $-2 < m < 2$

(۳) $2 < m$

(۴) $m < 2$

شما پاسخ نداده اید

۵۳- مجموعه جواب نامعادله‌ی $\left| \frac{x-1}{2} - 1 \right| \geq 3$ شامل چند عدد صحیح نیست؟

(۱) ۱۱

(۲) ۱۲

(۳) ۱۳

(۴) ۱۰

شما پاسخ نداده اید

۵۴- رابطه‌ی $F = \{(2a - b, 3), (2, -1), (5, 3), (3, 5), (5, a - b)\}$ یک تابع است. (a, b) کدام گزینه می‌تواند باشد؟

(۱) $(-3, 1)$

(۲) $(-7, -4)$

(۳) $(-4, -1)$

(۴) $(-3, 0)$

شما پاسخ نداده اید

۵۵- اگر دامنه‌ی تابع خطی $g(x) = -2x + 2$ ، بازه‌ی $[-2, 3]$ باشد، بُرد این تابع به‌صورت کدام بازه است؟

(۱) $[-6, 6]$

(۲) $[-4, 6]$

(۳) $[-4, 4]$

(۴) $[4, 6]$

شما پاسخ نداده اید

۵۶- کدام دو انتقال متوالی، نمودار $y = x^2 + x$ را به نمودار $y = x^2 + 2x$ تبدیل می‌کند؟

(۱) $\frac{1}{2}$ واحد به چپ و $\frac{3}{4}$ واحد به پایین

(۲) $\frac{1}{2}$ واحد به راست و $\frac{3}{4}$ واحد به بالا

(۳) $\frac{1}{2}$ واحد به راست و $\frac{3}{4}$ واحد به پایین

(۴) $\frac{1}{2}$ واحد به چپ و $\frac{3}{4}$ واحد به بالا

شما پاسخ نداده اید

۵۷- با ارقام ۷، ۳، ۲، ۰، چند عدد سه رقمی می‌توان نوشت که در آن رقم تکراری وجود داشته باشد؟

(۴) ۱۵

(۳) ۱۸

(۲) ۳۰

(۱) ۴۸

شما پاسخ نداده اید

۵۸- از میان ۵ مرد و ۳ زن، به چند روش می‌توان یک گروه آموزشی پنج نفره تشکیل داد، به شرطی که در گروه، حتماً زن حضور داشته باشد؟

(۴) ۴۵

(۳) ۵۰

(۲) ۵۵

(۱) ۵۶

شما پاسخ نداده اید

۵۹- در کیسه‌ای ۳ مهره‌ی آبی، ۴ مهره‌ی قرمز و ۵ مهره‌ی سبز وجود دارد. از این کیسه ۳ مهره به تصادف با هم انتخاب می‌کنیم، احتمال آن‌که حداقل دو

مهره هم‌رنگ باشند، کدام است؟

(۴) $\frac{3}{11}$

(۳) $\frac{15}{22}$

(۲) $\frac{8}{11}$

(۱) $\frac{13}{22}$

شما پاسخ نداده اید

۶۰- کدام یک از متغیرهای زیر کمی پیوسته نیست؟

(۲) طول مکالمات تلفنی یک اداره

(۱) گنجایش آب تانکر

(۴) قد دانش‌آموزان یک کلاس

(۳) تعداد درختان شهر

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ی ۱ ، - ۱۳۹۶۰۴۲۳

۶۱- در مثلث ABC که در آن $AB = AC$ و $\hat{A} = 80^\circ$ است، عمود منصف‌های دو ساق مثلث، قاعده‌ی BC را در M و

N قطع می‌کنند. کوچک‌ترین زاویه‌ی مثلث AMN چند درجه است؟

(۲) ۲۰

(۱) ۱۵

(۴) ۳۰

(۳) ۲۵

شما پاسخ نداده اید

۶۲- کدام قضیه به صورت دو شرطی بیان نمی‌شود؟

(۱) در مثلث متساوی‌الساقین ارتفاع و میانه یک ضلع بر هم منطبق‌اند.

(۲) در مثلث قائم‌الزاویه عمود منصف اضلاع بر روی وتر متقاطع‌اند.

(۳) در مثلث قائم‌الزاویه یکی از میانه‌ها نصف وتر است.

(۴) در هر مثلث ضلع مقابل به زاویه 90° بزرگ‌ترین ضلع است.

شما پاسخ نداده اید

۶۳- در مثلث ABC نیم‌ساز داخلی زاویه A ضلع BC را در نقطه‌ی D قطع می‌کند، کدام نامساوی همواره صحیح است؟

(۲) $DA > DB$

(۱) $BA > BD$

(۴) $DB > DA$

(۳) $AB > AD$

شما پاسخ نداده اید

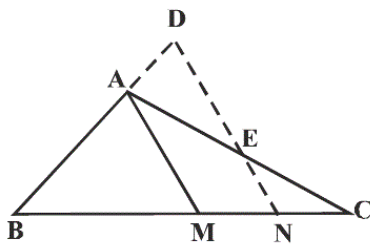
۶۴- در مثلث ABC که در آن $AB = \frac{2}{3}AC$ ، پاره خط ND موازی میانه AM است. نسبت $\frac{AD}{AE}$ کدام است؟

(۱) $\frac{4}{9}$

(۲) $\frac{5}{9}$

(۳) $\frac{2}{3}$

(۴) $\frac{4}{5}$



شما پاسخ نداده اید

۶۵- مثلی به اضلاع ۵، ۴ و a با مثلی به طول اضلاع ۹، ۷ و b متشابه است. بیش‌ترین مقدار ممکن برای عدد a، کدام است؟

(۲) $\frac{45}{7}$

(۱) $\frac{26}{7}$

(۴) $\frac{35}{4}$

(۳) $\frac{26}{5}$

شما پاسخ نداده اید

۶۶- در مثلث ABC : ($\hat{A} = 90^\circ$, $AB = 3$, $AC = 4$) ارتفاع AH و نیمساز داخلی AD رسم شده است. اندازه‌ی DH کدام است؟

(۲) $\frac{5}{14}$

(۱) $\frac{12}{35}$

(۴) $\frac{15}{28}$

(۳) $\frac{7}{15}$

شما پاسخ نداده اید

۶۷- در مثلث ABC ، از نقطه‌ی D ، محل تلاقی نیمساز داخلی زاویه‌ی A با ضلع BC ، خطوطی موازی دو ضلع دیگر رسم می‌کنیم تا آن دو را در M و N

قطع کنند، MN و AD نسبت به هم چه وضعی دارند؟

(۲) فقط منصف هم

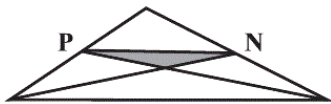
(۱) فقط عمود بر هم

(۴) عمود منصف هم

(۳) زاویه‌ی بین آن‌ها مکمل $\hat{A}$

شما پاسخ نداده اید

۶۸- در شکل زیر نقاط P و N وسط دو ضلع است. مساحت بزرگ‌ترین مثلث، چند برابر مساحت مثلث سایه زده است؟



(۱) ۶

(۲) ۸

(۳) ۹

(۴) ۱۲

شما پاسخ نداده اید

۶۹- صفحه‌ی P و خط D و نقطه‌ی A مفروض‌اند. صفحه‌ی گذرا بر نقطه‌ی A و عمود بر صفحه‌ی P و موازی خط D در کدام حالت موجود، ولی یکتا نیست؟

(۲) $D \perp P$

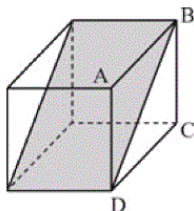
(۱) $D \parallel P$

(۴) $A \in D$

(۳) $A \in P$

شما پاسخ نداده اید

۷۰- در مکعب شکل زیر، زاویه‌ی صفحه‌ی قطری سایه‌زده با صفحه‌ی وجه $ABCD$ ، چند درجه است؟



(۱) ۳۰

(۲) ۴۵

(۳) ۶۰

(۴) ۹۰

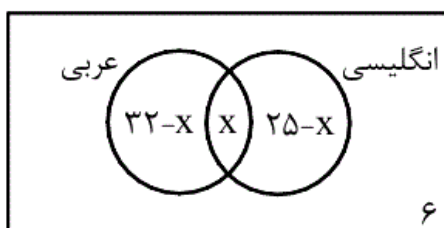
شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی دهم ، - ۱۳۹۶۰۴۲۳

۴۱-

(کتاب آبی - سؤال ۵۲ - صفحه ۱۷)

اگر X را دانش‌آموزانی بگیریم که هم انگلیسی و هم عربی می‌خوانند، آن‌گاه با توجه به نمودار، داریم:



$$۶ + (۳۲ - X) + X + (۲۵ - X) = ۴۰ \Rightarrow X = ۲۳$$

(ریاضی ۱ - مجموعه، الگو و دنباله - صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۴

۳

۲ ✓

۱

۴۲-

(آزمون کانون - ۱۰ آبان ۹۲)

-۳ , a , ۷ , ...

سه جمله اول، دوم و سوم را داریم. جمله دوم واسطه‌ی حسابی بین دو جمله اول و سوم است، پس:

$$a = \frac{-۳ + ۷}{۲} = ۲$$

بنابراین جملات به صورت زیر خواهند بود:

-۳ , ۲ , ۷ , ...

بنابراین قدر نسبت $d = ۲ - (-۳) = ۵$ و جمله اول $t_1 = -۳$ است، پس برای یافتن جمله‌ای که مقدار آن ۳۲ است، داریم:

$$t_n = t_1 + (n-1)d \Rightarrow ۳۲ = -۳ + (n-1) \times ۵$$

$$\Rightarrow ۳۵ = (n-1) \times ۵ \Rightarrow n-1 = ۷ \Rightarrow n = ۸$$

پس جمله هشتم برابر ۳۲ است.

(ریاضی ۱ - مجموعه، الگو و دنباله - صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$t_5 + t_6 = 2 \Rightarrow t_1 r^4 + t_1 r^5 = 2$$

$$\Rightarrow t_1 r^4 (1+r) = 2 \quad (*)$$

$$t_5 - t_7 = 1 \Rightarrow t_1 r^4 - t_1 r^6 = 1$$

$$\Rightarrow t_1 r^4 (1-r^2) = 1 \quad (**)$$

$$\frac{(**)}{(*)} : \frac{t_1 r^4 (1-r^2)}{t_1 r^4 (1+r)} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{(1-r)(1+r)}{1+r} = \frac{1}{2}$$

$$\xrightarrow{r \neq -1} 1-r = \frac{1}{2} \rightarrow r = \frac{1}{2}$$

با قرار دادن $r = \frac{1}{2}$ در $(*)$ داریم:

$$t_1 \left(\frac{1}{2}\right)^4 \left(1 + \frac{1}{2}\right) = 2 \Rightarrow t_1 \left(\frac{1}{16}\right) \left(\frac{3}{2}\right) = 2 \Rightarrow t_1 = \frac{64}{3}$$

۴

۳

۲✓

۱

در مثلث قائم‌الزاویه BAD داریم:

$$\sin \hat{D}_1 = \frac{AB}{BD} = \frac{8}{BD} = 0.8 \Rightarrow BD = 10$$

با توجه به قضیه فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه BAD داریم:

$$\Rightarrow AD^2 = BD^2 - AB^2 = (10)^2 - (8)^2 = 36$$

$$\Rightarrow AD = 6$$

از طرفی $\hat{B}_2 = \hat{C}$ است، پس مثلث BDC متساوی‌الساقین است،
یعنی $BD = CD$ ، پس:

$$CD = BD = 10 \Rightarrow AC = AD + CD = 6 + 10 = 16$$

و در نتیجه در مثلث ABC خواهیم داشت:

$$\Rightarrow \tan \hat{C} = \frac{AB}{AC} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$

(ریاضی ۱- مثلثات - صفحه‌های ۲۹ تا ۳۳)

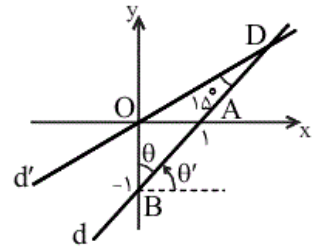
۴

۳✓

۲

۱

با توجه به شکل زیر، شیب خط d را می‌یابیم:



$$A(1, 0) \text{ و } B(0, -1)$$

$$m_d = m_{AB} = \frac{-1 - 0}{0 - 1} = 1$$

$$\Rightarrow \tan \theta' = \tan \theta = 1 \Rightarrow \theta = \theta' = 45^\circ$$

با توجه به شکل $\hat{B} = \hat{\theta} = 45^\circ$ و $\hat{D} = 15^\circ$ ، بنابراین در مثلث BOD خواهیم داشت:

$$\hat{O} = 180^\circ - (\hat{D} + \hat{B}) = 180^\circ - (45^\circ + 15^\circ) = 120^\circ$$

بنابراین $\angle AOD = 120^\circ - 90^\circ = 30^\circ$ ، پس:

$$m_{d'} = \tan(\angle AOD) = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

(ریاضی ۱ - مثلثات - صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

۴

۳

۲✓

۱

$$= \cos^2 \theta + 2 \sin^2 \theta + \cos^2 \theta - 1$$

$$= 2 \cos^2 \theta + 2 \sin^2 \theta - 1$$

$$= 2(\underbrace{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta}_1) - 1 = 2 - 1 = 1$$

(ریاضی ۱ - مثلثات - صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۴

۳✓

۲

۱

(آزمون کانون - ۹۱)

-۴۷

$$\frac{\sqrt{x} \sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x} \sqrt{-x}} = \frac{\sqrt[3]{x^3 \cdot x}}{\sqrt[3]{-x^2 \cdot x}} = \frac{\sqrt[6]{x^4}}{-\sqrt[6]{-x^3}} = -\sqrt[6]{\frac{x^4}{-x^3}} = -\sqrt{-x}$$

(ریاضی ۱ - توان‌های گویا و عبارت‌های جبری - صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳)

۴

۳

۲✓

۱

می‌دانیم $(x-1)(x+1) = x^2 - 1$ ، در نتیجه:

$$(x^2 - 1)(x^4 + x^2 + 1) = (x^2)^3 - 1^3 = x^6 - 1$$

$$\Rightarrow (x^6 - 1)(x^{12} + x^6 + 1) = (x^6)^3 - 1 = x^{18} - 1$$

مقدار این عبارت به ازای $x = \sqrt[3]{2}$ برابر است با:

$$= (\sqrt[3]{2})^{18} - 1 = 2^6 - 1 = 63$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های پی‌ری - صفحه‌های ۶۳ تا ۶۸)

۴

۳

۲

۱✓

(سراسری ریاضی - ۷۰)

مخرج هر یک از کسرهای را با استفاده از اتحاد مزدوج گویا کرده سپس
مخرج مشترک می‌گیریم:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\sqrt{4} + \sqrt{11}} + \frac{1}{\sqrt{11} + \sqrt{18}} + \frac{1}{\sqrt{18} + \sqrt{25}} \\ &= \frac{\sqrt{4} - \sqrt{11}}{(\sqrt{4} + \sqrt{11})(\sqrt{4} - \sqrt{11})} + \frac{\sqrt{11} - \sqrt{18}}{(\sqrt{11} + \sqrt{18})(\sqrt{11} - \sqrt{18})} \\ & \quad + \frac{\sqrt{18} - \sqrt{25}}{(\sqrt{18} + \sqrt{25})(\sqrt{18} - \sqrt{25})} \\ &= \frac{\sqrt{4} - \sqrt{11}}{4 - 11} + \frac{\sqrt{11} - \sqrt{18}}{11 - 18} + \frac{\sqrt{18} - \sqrt{25}}{18 - 25} \\ &= \frac{\sqrt{4} - \sqrt{11}}{-7} + \frac{\sqrt{11} - \sqrt{18}}{-7} + \frac{\sqrt{18} - \sqrt{25}}{-7} \\ &= \frac{\sqrt{4} - \sqrt{25}}{-7} = \frac{2 - 5}{-7} = \frac{-3}{-7} = \frac{3}{7} \end{aligned}$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های پی‌ری - صفحه‌های ۶۳ تا ۶۸)

۴

۳

۲✓

۱

$$\Rightarrow m^2 + 36 > 0$$

$\Delta = m^2 + 36$ همواره بزرگتر از صفر است، پس معادله به ازای هر
مقدار m همواره دارای دو ریشه‌ی متمایز و حقیقی است و به مقدار m
بستگی ندارد.

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها - صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۴

۳

۲

۱✓

محور تقارن سهمی، سهمی را فقط در رأس آن قطع می‌کند. با توجه به

مفروضات مسأله $y = \frac{-5}{2}$ عرض رأس سهمی است. پس:

$$-\frac{5}{2} = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{4ac - b^2}{4a} \Rightarrow \frac{5}{2} = \frac{9 - 2a}{2} \Rightarrow a = 2$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها - صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۴ ✓

۳

۲

۱

عبارت مخرج کسر همواره منفی است، زیرا در آن $\Delta < 0$ و ضریب x^2 ، منفی است.

$$\begin{cases} \Delta_{\text{مخرج}} = 3^2 - 4 \times (-4) \times (-1) = 9 - 16 = -7 < 0 \\ \text{ضریب } x^2 \text{ در مخرج کسر} = -1 < 0 \end{cases}$$

برای آن که مقدار کسر، همواره منفی باشد، باید عبارت صورت کسر همواره مثبت باشد، پس:

$$(1) \quad m + 2 > 0 \Rightarrow m > -2$$

$$\Delta < 0 \Rightarrow (2m)^2 - 4(m+2) \times (m-1) < 0$$

$$\Rightarrow 4m^2 - 4m^2 - 4m + 8 < 0$$

$$\Rightarrow 8 < 4m \Rightarrow 2 < m \quad (2) \xrightarrow{\text{اشتراک (۱) و (۲)}} 2 < m$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها - صفحه‌های ۸۳ تا ۹۳)

۴

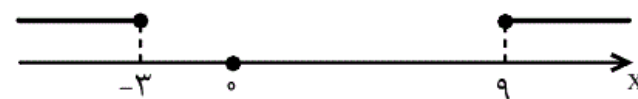
۳ ✓

۲

۱

$$\left| \frac{x-1}{2} - 1 \right| \geq 3 \Rightarrow \left| \frac{x-1-2}{2} \right| \geq 3 \Rightarrow |x-3| \geq 6$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-3 \geq 6 \\ \text{یا} \\ x-3 \leq -6 \end{cases} \Rightarrow x \geq 9 \text{ یا } x \leq -3$$



پس اعداد صحیح بین -۳ و ۹ شامل مجموعه جواب نیستند. تعداد اعداد صحیح با شروع از -۲ و ختم به ۸ برابر است با:

$$11 = 8 - (-2) + 1 = 11$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها - صفحه‌های ۸۳ تا ۹۳)

ولی معادله‌ی دیگری نمی‌توانیم پیدا کنیم، پس هر چهار گزینه را به ترتیب امتحان می‌کنیم:

$$(a, b) = (1, -3) \Rightarrow a - b = 1 + 3 = 4$$

در گزینه‌ی «۱» شرط $a - b = 3$ صدق نمی‌کند.

$$(a, b) = (-4, -7) \Rightarrow \begin{cases} a - b = -4 + 7 = 3 \\ 2a - b = -8 + 7 = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow F = \{(-1, 3), (2, -1), (5, 3), (3, 5)\}$$

تابع است.

$$(a, b) = (-1, -4) \Rightarrow \begin{cases} a - b = -1 + 4 = 3 \\ 2a - b = -2 + 4 = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (2, 3) \in F, (2, -1) \in F$$

تابع نیست.

$$(a, b) = (0, -3) \Rightarrow \begin{cases} a - b = 0 + 3 = 3 \\ 2a - b = 0 + 3 = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (3, 3) \in F, (3, 5) \in F$$

تابع نیست.

(ریاضی ۱- تابع - صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰)

۱ ☐ ۲ ☒ ۳ ☐ ۴ ☐

(آزمون کانون - ۲۱ آذر ۹۳)

۵۵-

با توجه به حدود تغییرات x ، حدود تغییرات y را می‌یابیم:

$$-2 \leq x \leq 3 \xrightarrow{\times (-2)} -6 \leq -2x \leq 4$$

$$\xrightarrow{+2} -4 \leq -2x + 2 \leq 6 \Rightarrow -4 \leq g(x) \leq 6$$

$$\Rightarrow \text{برد تابع } g = [-4, 6]$$

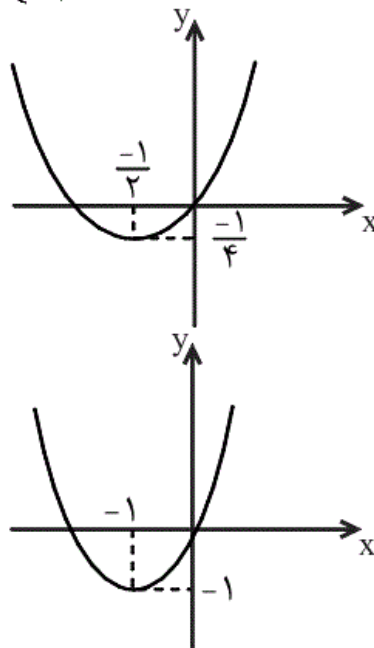
(ریاضی ۱- تابع - صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸)

۱ ☐ ۲ ☒ ۳ ☐ ۴ ☐

با استفاده از نمودار تابع با ضابطه $y = x^2$ و تبدیل نمودارها خواهیم

$$\begin{cases} y_1 = x^2 + x = (x + \frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4} \\ y_2 = x^2 + 2x = (x + 1)^2 - 1 \end{cases}$$

داشت:



بنابراین برای رسم نمودار تابع y_1 ،

کافی است نمودار تابع $y = x^2$ را

$(\frac{1}{2})$ واحد به چپ و سپس $\frac{1}{4}$ واحد

به پایین انتقال دهیم.

به طریق مشابه، برای رسم نمودار تابع

$y_2 = x^2 + 2x$ ، کافی است

نمودار تابع $y = x^2$ را ۱ واحد به

چپ و سپس ۱ واحد به پایین انتقال

دهیم.

۴

۳

۲

۱✓

رقم صفر در جایگاه صدگان نمی‌تواند باشد، لذا تعداد کل اعداد سه رقمی با ارقام ۷، ۳، ۲، ۰ طبق اصل ضرب برابر است با:

$$3 \times 4 \times 4 = 48$$

که در بین این ۴۸ عدد، تعداد اعداد بدون رقم تکراری برابر است با:

$$3 \times 3 \times 2 = 18$$

بنابراین در $48 - 18 = 30$ عدد، رقم تکراری وجود دارد.

(ریاضی ۱ - شمارش، بدون شمردن - صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶)

۴

۳

۲✓

۱

روش اول: با توجه به این که در گروه مورد نظر حتماً زن حضور دارد، پس تعداد روش‌ها برابر است با:

$$\binom{3}{1}\binom{5}{4} + \binom{3}{2}\binom{5}{3} + \binom{3}{3}\binom{5}{2} = 3 \times 5 + 3 \times 10 + 1 \times 10 = 55$$

روش دوم: کافی است از میان کل حالات امکان‌پذیر، حالتی را که هیچ زنی انتخاب نشده است (هر ۵ نفر، مرد هستند) کنار بگذاریم. داریم:

$$\binom{8}{5} - \binom{5}{5} = 56 - 1 = 55$$

(ریاضی ۱- شمارش، بدون شمردن - صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

۴

۳

۲✓

۱

تعداد کل مهره‌ها $5 + 4 + 3 = 12$

$$n(S) = \binom{12}{3} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9!}{3 \times 2 \times 1 \times 9!} = 220$$

A پیشامد آن که حداقل دو مهره هم‌رنگ باشند و A' متمم این پیشامد است، یعنی هیچ دو مهره‌ای هم‌رنگ نباشند.

$$n(A') = \binom{5}{1} \times \binom{4}{1} \times \binom{3}{1} = 5 \times 4 \times 3 = 60$$

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{60}{220} = \frac{160}{220} = \frac{8}{11}$$

(ریاضی ۱- ترکیبی - صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۳۹ و ۱۴۶ تا ۱۵۱)

۴

۳

۲✓

۱

تمام گزینه‌ها به جز گزینه‌ی «۳» کمی پیوسته هستند. در گزینه‌ی «۳» تعداد درختان شهر متغیر کمی گسسته است.

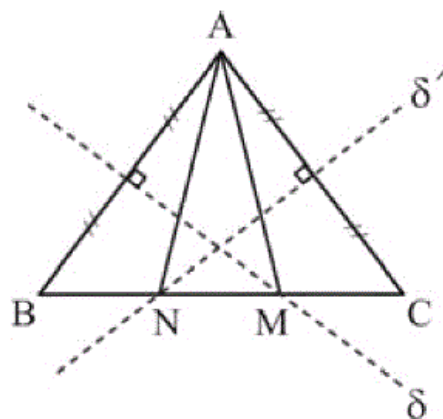
(ریاضی ۱- آمار و احتمال - صفحه‌های ۱۵۹ تا ۱۷۰)

۴

۳✓

۲

۱



$$\hat{A} = 80^\circ, AB = AC \Rightarrow \hat{B} = \hat{C} = \frac{180^\circ - \hat{A}}{2} = 50^\circ$$

هر نقطه واقع بر عمود منصف یک پاره خط، از دو سر آن پاره خط به یک فاصله است، پس:

$$\begin{cases} M \in \delta \Rightarrow MA = MB \Rightarrow \hat{BAM} = \hat{B} = 50^\circ \Rightarrow \hat{AMB} = 80^\circ \\ N \in \delta' \Rightarrow NA = NC \Rightarrow \hat{CAN} = \hat{C} = 50^\circ \Rightarrow \hat{ANC} = 80^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \hat{MAN} = 180^\circ - (\hat{AMB} + \hat{ANC}) = 20^\circ$$

بنابراین، کوچکترین زاویه‌ی مثلث AMN زاویه‌ی $\hat{MAN} = 20^\circ$ است.

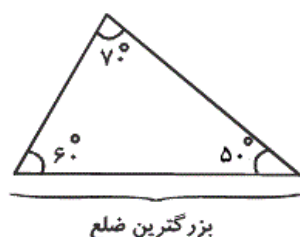
(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال - صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۴

۳

۲✓

۱



می‌دانیم قضیه‌ای دوشرطی است که عکس آن نیز درست است، عکس قضیه‌های گزینه‌های ۱، ۲ و ۳ همواره درست است، اما عکس قضیه‌ی گزینه‌ی «۴» به صورت زیر خواهد بود:

«در هر مثلث، زاویه‌ی مقابل به بزرگ‌ترین ضلع، 90° است» که به وضوح این قضیه درست نیست، به عنوان مثال مثلث رسم شده در شکل فوق، بزرگ‌ترین ضلعش روبه زاویه‌ی 70° است.

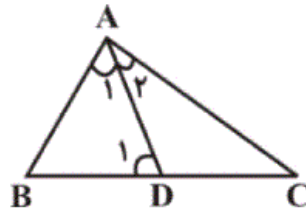
(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال - صفحه‌ی ۲۶)

۴✓

۳

۲

۱



چون AD نیمساز است، پس $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ ،

از طرفی چون $\hat{D}_1$ زاویه ی خارجی مثلث ADC است، داریم:

$$\hat{D}_1 = \hat{A}_2 + \hat{C} \Rightarrow \hat{D}_1 > \hat{A}_2 \Rightarrow \hat{D}_1 > \hat{A}_1$$

در مثلث ABD می دانیم ضلع روبه رو به زاویه ی بزرگ تر، بزرگ تر است از ضلع روبه رو به زاویه ی کوچک تر، در نتیجه:

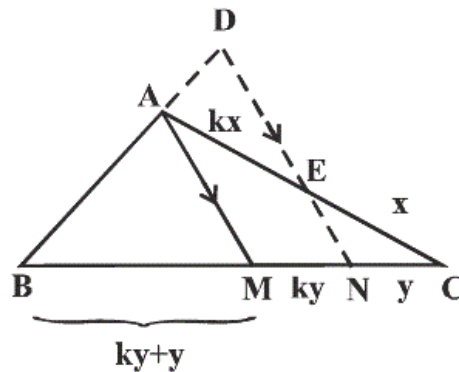
$$\triangle ABD : \hat{D}_1 > \hat{A}_1 \Rightarrow AB > BD$$

۴

۳

۲

۱✓



فرض کنیم نقطه ی E ضلع AC را به نسبت k تقسیم کرده باشد، یعنی $EC = x$ و $AE = kx$ از آن جا که طبق فرض $EN \parallel AM$ بنا به قضیه ی تالس N نیز MC را به نسبت k تقسیم کرده است،

یعنی اگر $NC = y$ ، آنگاه $MN = ky$ و از آن جا که طبق فرض، M وسط BC است، پس $BM = CM = ky + y$.

$$AM \parallel DN \Rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{BM}{MN} = \frac{ky + y}{ky}$$

$$\Rightarrow AD = \frac{k}{k+1} AB \quad (1)$$

$$EN \parallel AM \Rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{MN}{MC} = \frac{ky}{ky + y}$$

$$\Rightarrow AE = \frac{k}{k+1} AC \quad (2)$$

$$(1) \text{ و } (2) \Rightarrow \frac{AD}{AE} = \frac{\frac{k}{k+1} AB}{\frac{k}{k+1} AC} = \frac{AB}{AC} \xrightarrow{\text{طبق فرض}} \frac{2}{3}$$

(هندسه ۱- قضیه ی تالس، تشابه و کاربردهای آن - صفحه های ۳۴ و ۳۵)

۴

۳✓

۲

۱

ضلع به طول a از مثلث اول، نمی‌تواند با ضلع به طول b از مثلث دوم

متناسب باشد، زیرا تساوی‌های $\frac{a}{b} = \frac{4}{9} = \frac{5}{7}$ و $\frac{a}{b} = \frac{4}{7} = \frac{5}{9}$ برقرار نیستند.

اگر ضلع به طول a از مثلث اول، با ضلع به طول 7 از مثلث دوم متناسب باشد، آن‌گاه یکی از دو حالت زیر اتفاق می‌افتد:

$$\begin{cases} \frac{a}{7} = \frac{4}{9} = \frac{5}{9} \Rightarrow a = \frac{35}{9} \\ \frac{a}{7} = \frac{4}{9} = \frac{5}{b} \Rightarrow a = \frac{28}{9} \end{cases}$$

اگر ضلع به طول a از مثلث اول، با ضلع به طول 9 از مثلث دوم متناسب باشد، آن‌گاه یکی از دو حالت زیر اتفاق می‌افتد:

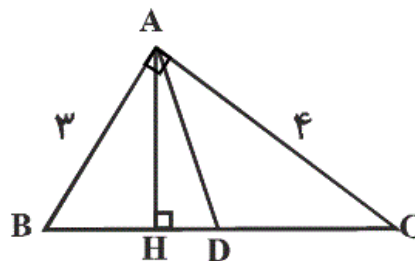
$$\begin{cases} \frac{a}{9} = \frac{4}{7} = \frac{5}{b} \Rightarrow a = \frac{36}{7} \\ \frac{a}{9} = \frac{4}{b} = \frac{5}{7} \Rightarrow a = \frac{45}{7} \end{cases}$$

۴

۳

۲✓

۱



$$BC = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

$$\begin{cases} \text{نیم‌ساز } AD \Rightarrow \frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{4} \Rightarrow BD = \frac{3}{7}BC = \frac{15}{7} \\ AB^2 = BH \cdot BC \Rightarrow BH = \frac{9}{5} \end{cases}$$

$$\Rightarrow DH = BD - BH = \frac{15}{7} - \frac{9}{5} = \frac{75 - 63}{35} = \frac{12}{35}$$

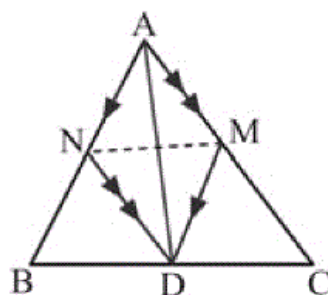
(هندسه ۱- قضیه‌ی تالس، تشابه و کاربردهای آن - صفحه‌های ۴۱ تا ۴۶)

۴

۳

۲

۱✓



مطابق شکل، نقطه‌ی D پای نیمساز زاویه‌ی A روی ضلع BC است و طبق فرض سؤال $MD \parallel AB$ و $ND \parallel AC$ ، پس چهارضلعی AMDN متوازی‌الاضلاع است

و در این متوازی‌الاضلاع قطر AD، نیمساز زاویه‌ی A است، از آنجا که لوزی متوازی‌الاضلاع است که قطرهای آن نیمساز زوایای آن هستند، می‌توان نتیجه گرفت که AMDN لوزی است و MN و AD قطرهای این لوزی هستند و می‌دانیم که در لوزی قطرهای همدیگر را نصف کرده و بر هم عمودند.

(هندسه ۱- پنر ضلعی‌ها- صفحه‌های ۵۶ تا ۶۱)

۴ ✓

۳

۲

۱

P و N به ترتیب وسط‌های AB و AC هستند، می‌دانیم که اگر وسط دو ضلع مثلث را به هم وصل کنیم، پاره خط حاصل، موازی ضلع سوم و طول آن نیز نصف طول ضلع سوم مثلث خواهد بود.

با توجه به شکل $PN \parallel BC$ و $PN = \frac{1}{2}BC$ ، پس دو مثلث PGN و BGC با هم متشابه‌اند و نسبت تشابه آنها برابر است با

$$\frac{S(\triangle PGN)}{S(\triangle BGC)} = k^2 = \frac{1}{4} \quad \text{در نتیجه: } k = \frac{PN}{BC} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow S(\triangle PGN) = \frac{1}{4}S(\triangle BGC) \stackrel{(*)}{=} \frac{1}{12}S(\triangle ABC)$$

پس مساحت مثلث ABC (بزرگ‌ترین مثلث در شکل)، ۱۲ برابر مساحت مثلث PGN است.

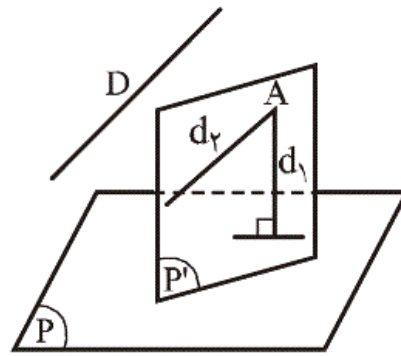
(هندسه ۱- پنر ضلعی‌ها- صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

۴ ✓

۳

۲

۱



از نقطه‌ی A خط d_1 را عمود بر صفحه‌ی P و خط d_2 را موازی خط D رسم می‌کنیم، صفحه‌ی P' شامل d_1 و d_2 بر صفحه‌ی P عمود و با خط D موازی است. حال اگر خط D عمود بر صفحه‌ی P باشد، آن‌گاه d_1 و d_2 بر هم منطبق بوده و در این صورت صفحه‌ی P' موجود ولی منحصر به فرد نیست.

(هندسه ۱ - تقسیم فضایی - صفحه‌های ۸۰ تا ۸۶)

۴

۳

۲✓

۱

(سراسری تجربی - ۸۷)

۷۰-

(۱) چهارضلعی $ABB'A'$ مربع است،

پس $\angle ABB' = 90^\circ$.

(۲) چهارضلعی $BCC'B'$ مربع است،

پس $\angle CBB' = 90^\circ$.

از موارد (۱) و (۲) نتیجه می‌شود که BB' بر دو خط متقاطع از صفحه‌ی وجه

$ABCD$ عمود است.

پس می‌توان نتیجه گرفت که BB' بر صفحه‌ی وجه $ABCD$ عمود است.

از آن‌جا که خط BB' در صفحه‌ی قطری سایه زده بر صفحه‌ی وجه

$ABCD$ عمود است، می‌توان نتیجه گرفت که صفحه‌ی قطری سایه زده بر

صفحه‌ی وجه $ABCD$ عمود است، پس زاویه‌ی بین آن‌ها 90° درجه است.

(هندسه ۱ - تقسیم فضایی - صفحه‌های ۸۳ تا ۸۶)

۴✓

۳

۲

۱

www.kanoon.ir