سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

https://telegram.me/riazisara (@riazisara)

کانون فرهنگی آموزش قلم‌چی
دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

ریاضي ، ریاضي ، - ۱۳۹۶۰۴۰۹

۱۲۶-در یک دنبالهٔ هندسی نامتناهی، جملهٔ پنجم ۵ و جملهٔ دهم $\frac{۱}{۶۲۵}$ است. مجموع همهٔ جمله‌های این دنباله کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۸}\times ۵^{۶}$ ۲) $\frac{۱}{۸}\times ۵^{۵}$ ۳) $\frac{۱}{۴}\times ۵^{۶}$ ۴) $\frac{۱}{۴}\times ۵^{۵}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۷-اگر $A=\begin{bmatrix}۲ & ۰\\ ۱ & ۳\end{bmatrix}$ و $AB=\begin{bmatrix}۱ & ۰\\ ۰ & ۱\end{bmatrix}$، آن‌گاه دترمینان ماتریس B کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۶}$ ۲) $-\frac{۱}{۶}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $-\frac{۱}{۴}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۸-اگر $۳^{x+۱}+۳^{x-۱}=۹۰$ و $\log_{۱۶}^{۲x}+\log_{۴}^{y}=۱$، مقدار y چند برابر $\sqrt{۶}$ است؟

۱) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۱۲۹-چند تابع یک‌به‌یک از مجموعهٔ $\{۱,۲,...,۱۰\}$ به مجموعهٔ $\{۱,۲,...,۱۰\}$ قابل تعریف است؟

۱) $۱۰!\times ۱۰!$ ۲) $۱۰!$ ۳) $۹!$ ۴) ۱۰

شما پاسخ نداده اید

۱۳۰-در نمودار دایره‌ای ۹۶ دادهٔ آماری دسته‌بندی شده، زاویهٔ مرکزی دستهٔ $[۱۸,۲۲)$، برابر با ۴۵° است. کدام‌یک از نقـاط زیر قطعاً روی نمودار چندبر فراوانی قرار دارد؟

۱) $(۱۸,۱۲)$ ۲) $(۲۰,۱۶)$ ۳) $(۱۸,۱۶)$ ۴) $(۲۰,۱۲)$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۱-میانگین و واریانس تعدادی دادهٔ آماری به‌ترتیب ۴ و ۳ است. اگر به تمام داده‌ها یک واحد اضافه کنیم، درصد ضریب تغییرات داده‌های جدید کدام است؟ $(\sqrt{۳}\simeq ۱/۷)$

۱) ۳۳ ۲) ۳۴ ۳) ۷۶ ۴) ۸۰

شما پاسخ نداده اید

۱۳۲-از بین ۵ نفر کلاس اولی، ۳ نفر کلاس دومی و ۴ نفر کلاس سومی، سه نفر به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال این‌که فقط دو نفر کلاس اولی انتخاب شود کدام است؟

۱) $\frac{۷}{۲۲}$ ۲) $\frac{۹}{۲۲}$ ۳) $\frac{۱۳}{۲۲}$ ۴) $\frac{۱۵}{۲۲}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۳-اگر $\sin^{۴}(\frac{\pi}{۲}+x)=\frac{۱}{۳}+\sin^{۴}x$، آن‌گاه مقدار مثبت $\tan x$ کدام است؟

۱) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۲) $\sqrt{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۴-اگر $f(x)=\frac{|x|}{x}$ و $g(x)=\begin{cases}x^۲-۱ & x\le ۰\\ x+۳ & x>۰\end{cases}$ باشد، $fog(\sqrt{۲}-۱)-gof(۱-\sqrt{۲})$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱- ۳) ۱ ۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۱۳۵-در تابع $f(x)=\frac{ax+\sqrt{x^۲+bx}-۳}{x-۱}$، اگر $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=۲$ و مقدار $\lim\limits_{x\to ۱} f(x)$ موجود باشد، $f(-۴)$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۱- ۳) ۳ ۴) ۳-

شما پاسخ نداده اید

۱۳۶-به‌ازای کدام مقدار a تابع $f(x)=\begin{cases}\frac{\sqrt{۱-\cos x}}{x} & ; x>۰\\ a & ; x\le ۰\end{cases}$ در R پیوسته است؟

۱) $-\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۲) هیچ مقدار a ۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۱۳۷-در تابع با ضابطهٔ $f(x)=\frac{۱}{x}$، آهنگ متوسط در بازهٔ $[\frac{۱}{۳},\frac{۱}{۲}]$ چه‌قدر از آهنگ لحظه‌ای در ابتدای بازه بیش‌تر است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۳۸-در گروه زنان ساکن شهری، ۵۰درصد آن‌ها مهارت گلدوزی و ۴۰درصد آن‌ها تحصیلات دانشگاهی دارند. فردی از این گروه انتخاب می‌شود. اگر وی تحصیلات دانشگاهی یا مهارت گل‌دوزی داشته باشد، باید به‌تصادف به ۳ تست چهار گزینه‌ای، در غیر این‌صورت به ۴ تست چهار گزینه‌ای به‌تصادف باید پاسخ دهد، با کدام احتمال فقط به یک تست پاسخ صحیح داده می‌شود؟

۱) $\frac{۳۷}{۶۴}$ ۲) $\frac{۵۴}{۶۴}$ ۳) $\frac{۲۷}{۶۴}$ ۴) $\frac{۱۷}{۶۴}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۹-اگر α و β ریشه‌های معادله $x^۲-۴x-۲=۰$ باشند، حاصل عبارت $\alpha^۲-۵\alpha-\beta$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۲- ۳) ۶- ۴) ۶

شما پاسخ نداده اید

۱۴۰-اگر $|x-۱|<|۱-x^۲|$، آن‌گاه حاصل $[x]$ کدام است؟ ($[\ ]$، نماد جزء صحیح است.)

۱) صفر ۲) ۱- یا ۲- ۳) صفر یا ۱- ۴) ۲-

شما پاسخ نداده اید

۱۴۱-ضابطهٔ معکوس تابع $f(x)=x^۲+۶x-۱$ با فرض $(x\le -۴)$ کدام است؟

۱) $f^{-۱}(x)=-۳-\sqrt{x+۱۰}\ ;x\ge -۹$

۲) $f^{-۱}(x)=-۳+\sqrt{x+۱۰}\ ;x\le -۱۰$

۳) $f^{-۱}(x)=-۳-\sqrt{x+۱۰}\ ;x\ge -۱۰$

۴) $f^{-۱}(x)=-۳+\sqrt{x+۱۰}\ ;x\ge -۹$

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۴۲-کدام دنباله نه کران بالا دارد و نه کران پایین؟

۱) $a_n = -n$ ۲) $a_n = \frac{(-1)^n}{n}$ ۳) $a_n = (-1)^{n+1} + 2$ ۴) $a_n = (-1)^n \sqrt{n}$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۳-معادلهٔ مثلثاتی $\cos 2x = \sin 2x + 1$ در بازهٔ $[0, 2\pi]$ چند جواب دارد؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

شما پاسخ نداده اید

۱۴۴-تابع $f(x) = \begin{cases} \text{Ln}\frac{e^2}{x} & ; \ x > 1 \\ x^2 + ax + b & ; \ x \leq 1 \end{cases}$ در $x = 1$ مشتق‌پذیر است. b کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۱ ۳) -1 ۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۱۴۵-دو خط مماس بر تابع $y = 2x^3 - 5x + 1$ بر خط $2y + 2x + 1 = 0$ عمودند؛ فاصلهٔ این دو خط موازی چه‌قدر است؟

۱) $2\sqrt{2}$ ۲) $4\sqrt{2}$ ۳) $6\sqrt{2}$ ۴) $8\sqrt{2}$

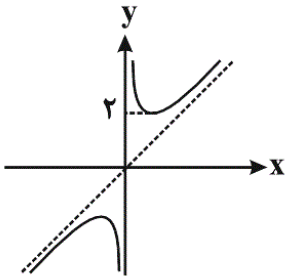
شما پاسخ نداده اید

۱۴۶-نقاط عطف و ماکسیمم تابع $f(x) = \frac{3}{x^2 + 3}$ سه رأس یک مثلث هستند. مساحت مثلث کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{1}{4}$ ۳) ۱ ۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۱۴۷-اگر شکل زیر نمودار تابع $y = \frac{2x^2 + a}{x + b}$ باشد، آن‌گاه $2a + b$ کدام است؟



۱) $\frac{1}{2}$
۲) ۱
۳) $\frac{3}{2}$
۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۱۴۸-مساحت مستطیل محاط در بیضی به معادلهٔ $x^2 + 4y^2 - 2x + 16y = -13$ که طول آن فاصلهٔ کانونی بیضی باشد کدام است؟

۱) ۴ ۲) $2\sqrt{2}$ ۳) $\sqrt{3}$ ۴) $2\sqrt{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۹-اگر شعاع دایرهٔ $x^2 + y^2 + ax + by - 2 = 0$ برابر ۲ و خط $y = x - 2$، یکی از خطوط قائم بر این دایره باشد، آن‌گاه حاصل $a + b$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۸ ۳) -8 ۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

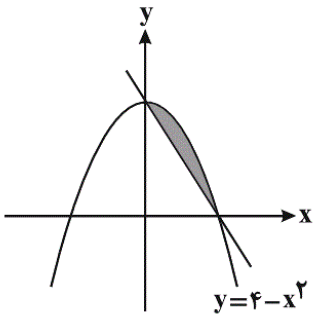
۱۵۰-اگر $\int \frac{1 + x^6}{1 + x^2} dx = xf(x) + C$، آن‌گاه حاصل $f(1)$ کدام است؟

۱) $\frac{13}{15}$ ۲) $\frac{7}{15}$ ۳) $\frac{11}{15}$ ۴) $\frac{23}{15}$

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

شما پاسخ نداده اید

۱۵۱-با توجه به شکل زیر، مساحت ناحیهٔ هاشورخورده، کدام است؟



۱) $\frac{۴}{۳}$

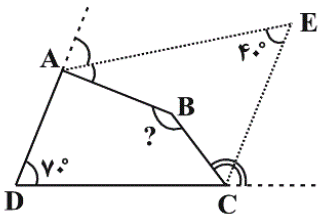
۲) $\frac{۸}{۳}$

۳) $\frac{۱۶}{۳}$

۴) $\frac{۲۰}{۳}$

شما پاسخ نداده اید

۱۵۲-در شکل زیر نیمسازهای خارجی زوایای A و C از چهارضلعی ABCD در نقطهٔ E متقاطعند. زاویهٔ B چند درجه است؟



۱) ۱۳۰

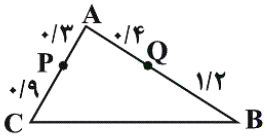
۲) ۱۴۰

۳) ۱۵۰

۴) ۱۶۰

شما پاسخ نداده اید

۱۵۳-مطابق شکل، دو نقطهٔ P و Q را روی محیط مثلث ABC با مساحت ۰/۹۶ واحد مربع در نظر گرفته‌ایم. مساحت چهارضلعی PQBC کدام است؟



۱) ۰/۹

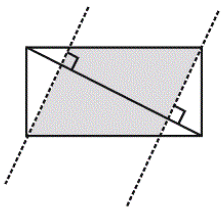
۲) ۰/۸۷

۳) ۰/۸۴

۴) ۰/۸۱

شما پاسخ نداده اید

۱۵۴-در شکل زیر، دو خط بر قطر مستطیلی به طول ضلع‌های ۲ و ۵ واحد عمود شده‌اند. مساحت متوازی‌الاضلاع مشخص شده کدام است؟



۱) ۸/۶

۲) ۸/۴

۳) ۸

۴) ۷/۶

شما پاسخ نداده اید

۱۵۵-طول یال‌های یک مکعب مستطیل با اعداد ۲و۱و۱ متناسب است. اگر بیش‌ترین فاصلهٔ بین نقاط واقع بر بزرگ‌ترین وجه این مکعب مستطیل ۲/۵ واحد باشد، آن‌گاه مساحت کل این مکعب مستطیل کدام است؟

۱) ۱۲/۵ ۲) ۱۵ ۳) ۱۷/۵ ۴) ۲۰

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۲۶ *(غلامرضا حلی)*

طبق فرض : $a_5 = 5, a_{10} = \frac{1}{625}$, $a_{10} = a_5 q^5$

$$\Rightarrow \frac{1}{625} = 5q^5 \Rightarrow q^5 = \frac{1}{625 \times 5} \Rightarrow q = \frac{1}{5} \qquad (*)$$

$$a_5 = a_1 q^4 \xrightarrow{(*)} 5 = a_1 \times \frac{1}{5^4} \Rightarrow a_1 = 5^5$$

در دنباله‌ی هندسی $\{a_n\}$ با قدر نسبت q که $|q| < 1$، مجموع تمام جمله‌ها (حد مجموع جمله‌ها) برابر است با $S_\infty = \frac{a_1}{1-q}$، پس در این سؤال:

$$S_\infty = \frac{a_1}{1-q} = \frac{5^5}{1-\frac{1}{5}} = \frac{1}{4} \times 5^6$$

(دنباله‌ها) (ریاضی عمومی، صفحه ۴۴)

۱ ۲ ۳✓ ۴

-۱۲۷ *(ندا درودیان)*

$$AB = I \Rightarrow B = A^{-1} \Rightarrow B = \frac{1}{6}\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{6} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \Rightarrow |B| = \frac{1}{6}$$

نکته: اگر دو ماتریس A و B معکوس یکدیگر باشند، آن‌گاه:

$$|B| = \frac{1}{|A|} \text{ یا } |A| = \frac{1}{|B|}$$

(ماتریس) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۶۸ تا ۱۷۴)

۱✓ ۲ ۳ ۴

۱۲۸- *(میثم حمزه‌لویی)*

$$۳^{x-۱}+۳^{x+۱}=۳^{x}(\frac{۱}{۳}+۳)=۹۰$$

$$\Rightarrow ۳^{x}(\frac{۱۰}{۳})=۹۰\Rightarrow x=۳$$

$$\log_{۱۶}^{۲x}+\log_{۴}^{y}=۱$$

$$\xrightarrow{x=۳}\log_{۴^{۲}}^{۶}+\log_{۴}^{y}=\frac{۱}{۲}\log_{۴}^{۶}+\log_{۴}^{y}=\log_{۴}^{\sqrt{۶}y}=۱$$

$$\Rightarrow \sqrt{۶}y=۴\Rightarrow y=\frac{۴}{\sqrt{۶}}\Rightarrow y=\frac{۲}{۳}\sqrt{۶}$$

(توابع نمایی و لگاریتمی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۸۹ تا ۹۷ و ۱۱۰ تا ۱۱۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۲۹- *(بابک سادات)*

در نمودار ون تابع، از اعضای مجموعه‌ی اول فقط یک فلش می‌تواند خارج شود. چون باید تابع باشد. به‌منظور یک‌به‌یک بودن هم هر دفعه یک انتخاب کم می‌شود.

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۳۰- *(حمید علیزاده)*

در نمودار چندبر فراوانی، مختصات نقاط مهم به صورت (فراوانی مطلق دسته، مرکز دسته) است. مرکز دستهٔ **[۱۸,۲۲]** برابر ۲۰ است. هم‌چنین فراوانی مطلق دسته به‌صورت زیر قابل محاسبه است:

$$\alpha_i=\frac{f_i}{n}\times ۳۶۰^{\circ}\Rightarrow ۴۵^{\circ}=\frac{f_i}{۹۶}\times ۳۶۰^{\circ}$$

$$\Rightarrow \frac{f_i}{۹۶}=\frac{۴۵^{\circ}}{۳۶۰^{\circ}}\Rightarrow \frac{f_i}{۹۶}=\frac{۱}{۸}\Rightarrow f_i=۱۲$$

بنابراین نقطهٔ **(۲۰,۱۲)** روی نمودار چندبر فراوانی قرار دارد.

(نمودارها و تحلیل داده‌ها) (آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۸۸ تا ۹۵)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۱- *(حسن نصرتی‌ناهوک)*

اگر به همهٔ داده‌ها یک واحد اضافه کنیم، به میانگین نیز یک واحد اضافه می‌شود، ولی واریانس تغییر نمی‌کند.

$$\text{جدید } \bar{x} = ۴ + ۱ = ۵$$

$$\text{جدید } \sigma^۲ = ۳ \Rightarrow \text{جدید } \sigma = \sqrt{۳} \qquad \Rightarrow \text{جدید } C.V = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{۳}}{۵}$$

$$\Rightarrow \%CV = \frac{\sqrt{۳}}{۵} \times ۱۰۰ \simeq \frac{۱/۷}{۵} \times ۱۰۰ = ۱/۷ \times ۲۰ = ۳۴$$

(شاخص‌های پراکندگی) (آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۱۲۵ و ۱۴۸ تا ۱۵۹)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۱۳۲- *(سینا محمدپور)*

$$P(\text{فقط دو نفر کلاس اولی}) = \frac{\binom{۵}{۲}\binom{۷}{۱}}{\binom{۱۲}{۳}} = \frac{۱۰ \times ۷}{۲۲۰} = \frac{۷}{۲۲}$$

(دو نفر کلاس اولی؛ یک نفر از کلاس دوم یا سوم)

(پدیده‌های تصادفی و احتمال) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۶، ۷ و ۱۱ تا ۱۳)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۱۳۳- *(میثم حمزه‌لویی)*

$$\sin(\frac{\pi}{۲} + x) = \cos x$$

بنابراین تساوی داده شده به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\cos^۴ x = \frac{۱}{۳} + \sin^۴ x \Rightarrow \cos^۴ x - \sin^۴ x = \frac{۱}{۳} \Rightarrow \cos ۲x = \frac{۱}{۳}$$

$$\Rightarrow \frac{۱ - \tan^۲ x}{۱ + \tan^۲ x} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow ۳ - ۳\tan^۲ x = ۱ + \tan^۲ x$$

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۳۴ *(آرش رحیمی)*

$$g(\sqrt{۲}-۱)=(\sqrt{۲}-۱)+۳=\sqrt{۲}+۲>۰$$

$$\Rightarrow fog(\sqrt{۲}-۱)=f(\sqrt{۲}+۲)=\frac{x}{x}=۱$$

$$\xrightarrow{۱-\sqrt{۲}<۰} f(۱-\sqrt{۲})=\frac{-x}{x}=-۱$$

$$\Rightarrow gof(۱-\sqrt{۲})=g(-۱)=(-۱)^{۲}-۱=۰ \Rightarrow \text{جواب}=(۱)-(۰)=۱$$

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۶)

۱ ۲ ۳✓ ۴

-۱۳۵ *(سروش موئینی)*

حد تابع در $+\infty$، با انتخاب جملات پر توان، برابر است با:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{ax+|x|}{x}=a+۱=۲\Rightarrow a=۱$$

در $x=۱$ چون مخرج صفر است و تابع حد دارد، پس باید حد صورت هم صفر شود:

$$a(۱)+\sqrt{۱^{۲}+b(۱)}-۳=۰$$

$$\xrightarrow{a=۱}\sqrt{۱+b}=۲\Rightarrow b=۳\Rightarrow f(x)=\frac{x+\sqrt{x^{۲}+۳x}-۳}{x-۱}$$

$$\Rightarrow f(-۴)=\frac{-۴+۲-۳}{-۵}=۱$$

(حد و پیوستگی) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۹۰ تا ۹۴ و ۱۰۴ تا ۱۱۵)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۶- *(حسین اسفینی)*

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{1-\cos x}}{x} & ; \quad x>0\\ a & ; \quad x\le 0\end{cases}$$

$$\lim_{x\to 0^+}\frac{\sqrt{1-\cos x}}{x}=\lim_{x\to 0^+}\frac{\sqrt{\frac{x^2}{2}}}{x}=\lim_{x\to 0^+}\frac{\frac{|x|}{\sqrt{2}}}{x}$$

$$=\lim_{x\to 0^+}\frac{x}{\sqrt{2}x}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۳۷- *(یغما کلانتریون)*

$$\text{آهنگ متوسط در بازهٔ } [\tfrac{1}{3},\tfrac{1}{2}]=\frac{f(\frac{1}{2})-f(\frac{1}{3})}{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}=\frac{2-3}{\frac{1}{6}}=-6$$

$$\text{آهنگ لحظه‌ای در } x=\tfrac{1}{3}: f'(x)=-\frac{1}{x^2}\Rightarrow f'(\tfrac{1}{3})=-\frac{1}{(\frac{1}{3})^2}=-9$$

پس آهنگ متوسط سه واحد از آهنگ لحظه‌ای در ابتدای بازه بیش‌تر است.

(مشتق) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۳۰)

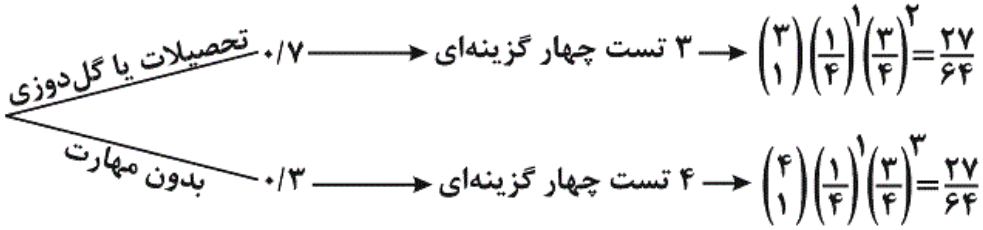
۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۸- *(حسین اسفینی)*

$$P(\text{تحصیلات یا گلدوزی}) = P(\text{تحصیلات}) + P(\text{گلدوزی}) - P(\text{تحصیلات}) \times P(\text{گلدوزی})$$

$$= \frac{۱}{۲} + \frac{۴}{۱۰} - \frac{۱}{۲} \times \frac{۴}{۱۰} = \frac{۱}{۲} + \frac{۴}{۱۰} - \frac{۲}{۱۰} = \frac{۱}{۲} + \frac{۲}{۱۰} = ۰/۷$$



$$P = ۰/۷ \times \frac{۲۷}{۶۴} + ۰/۳ \times \frac{۲۷}{۶۴} = \frac{۲۷}{۶۴} \times ۱ = \frac{۲۷}{۶۴}$$

(احتمال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۹)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۳۹- *(قاسم کتابچی)*

$x = \alpha \Rightarrow \alpha^۲ - ۴\alpha - ۲ = ۰ \Rightarrow \alpha^۲ - ۴\alpha = ۲$ (۱) در معادله صدق می‌کند

$$\alpha + \beta = \frac{-b}{a} = ۴ \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۲),(۱)} A = \alpha^۲ - ۴\alpha - \alpha - \beta = ۲ - \alpha - \beta = ۲ - ۴ = -۲$$

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

$$\Rightarrow \begin{cases} ۱)\ x - ۱ < ۱ - x^۲ \Rightarrow x^۲ + x - ۲ < ۰ \\ ۲)\ ۱ - x^۲ < ۱ - x \Rightarrow x^۲ - x > ۰ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (x-۱)(x+۲) < ۰ \Rightarrow -۲ < x < ۱ \\ x(x-۱) > ۰ \Rightarrow x > ۱ \text{ یا } x < ۰ \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} -۲ < x < ۰$$

$$\Rightarrow [x] = -۲ \text{ یا } -۱$$

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۷ تا ۳۲)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۴۱ *(آرش رحیمی)*

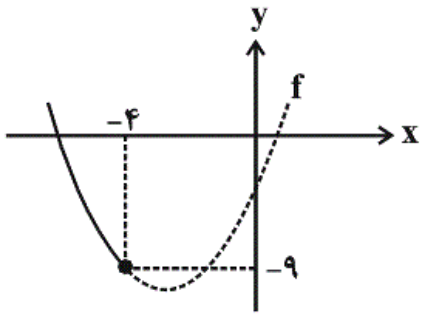
$$y = x^{۲} + ۶x - ۱ \xrightarrow{+۱۰} y + ۱۰ = (x+۳)^{۲} \xrightarrow{x \le -۴}$$

$$\Rightarrow x + ۳ = -\sqrt{y+۱۰} \Rightarrow x = -۳ - \sqrt{y+۱۰}$$

$$\Rightarrow f^{-۱}(x) = -۳ - \sqrt{x+۱۰}$$

از طرفی برد تابع f به ازای $x \le -۴$ فاصلهٔ $[-۹, +\infty)$ است. چون:

$$f(x) = x^{۲} + ۶x - ۱ = (x+۳)^{۲} - ۱۰ \; ; (x \le -۴) \Rightarrow f(x) \ge -۹$$



پس دامنهٔ $f^{-۱}$ برابر $x \ge -۹$ است.

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۳۵ تا ۳۹)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

-۱۴۲ *(حمید علیزاده)*

$$\lim_{n \to +\infty} (-۱)^{n} \sqrt{n} = \begin{cases} +\infty \; ; \; n \text{ زوج} \\ -\infty \; ; \; n \text{ فرد} \end{cases} \Rightarrow$$ دنباله کران بالا و پایین ندارد.

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

۱ ۲ ۳ ۴ ✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۴۳ (سینا محمدپور)

$$\cos ۲x = \sin ۲x + ۱$$

$$\Rightarrow ۱ - ۲\sin^۲ x = ۲\sin x \cos x + ۱$$

$$\Rightarrow -۲\sin^۲ x = ۲\sin x \cos x \Rightarrow -\sin^۲ x = \sin x \cos x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = ۰ \Rightarrow x = ۰, \pi, ۲\pi \\ -\sin x = \cos x \Rightarrow x = \frac{۳\pi}{۴}, x = ۲\pi - \frac{\pi}{۴} \end{cases}$$

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۴)

۱ ۲ ۳ ۴✓

-۱۴۴ (مهدی ملارمضانی)

پیوستگی:

$$\lim_{x \to ۱^+} f(x) = \lim_{x \to ۱^+} \text{Ln}\frac{e^۲}{x} = \text{Ln}e^۲ = ۲$$

$$\lim_{x \to ۱^-} f(x) = \lim_{x \to ۱^-} (x^۲ + ax + b) = ۱ + a + b = f(۱)$$

$$\Rightarrow ۱ + a + b = ۲ \Rightarrow a + b = ۱ \quad (*)$$

برابری $f'_-(۱) = f'_+(۱)$:

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{\frac{-e^۲}{x^۲}}{\frac{e^۲}{x}}, x > ۱ \Rightarrow f'_+(۱) = -۱ \\ ۲x + a \ , \ x \le ۱ \Rightarrow f'_-(۱) = ۲ + a \end{cases}$$

$$\Rightarrow ۲ + a = -۱ \Rightarrow a = -۳$$

$$\xrightarrow{(*)} b = ۴$$

(مشتق توابع) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۶۹ تا ۷۹)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۴۵ *(سپهر حقیقت‌افشار)*

شیب خط $۲y+۲x+۱=۰$، ۱- می‌باشد؛ پس شیب خطوط مماس برابر ۱ است.

$$y'=۶x^۲-۵=۱\Rightarrow ۶x^۲=۶\Rightarrow x=\pm ۱$$

برای یافتن عرض نقاط تماس، $x=\pm ۱$ را در تابع جایگذاری می‌نمائیم:

$$\text{مختصات نقاط تماس}\begin{cases}(۱,-۲)\xrightarrow{\text{معادلهٔ خط مماس}}y=x-۳\\(-۱,۴)\xrightarrow{\text{معادلهٔ خط مماس}}y=x+۵\end{cases}$$

برای یافتن فاصله دو خط موازی از رابطهٔ $\frac{|c-c'|}{\sqrt{a^۲+b^۲}}$ استفاده می‌کنیم:

$$\text{فاصلهٔ دو خط موازی}=\frac{۸}{\sqrt{۲}}=۴\sqrt{۲}$$

(مشتق توابع) (ریاضی ۳، صفحه ۱۳۸)

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۶۵، ۶۶، ۱۱۲ و ۱۱۳)

۱ ۲✓ ۳ ۴

-۱۴۶ *(میثم حمزه‌لویی)*

$$f(x)=\frac{۳}{x^۲+۳}\Rightarrow f'(x)=\frac{-۶x}{(x^۲+۳)^۲}=۰\Rightarrow x=۰$$

پس جدول تعیین علامت به صورت زیر است:

x		۰	
f'	$+$	۰	$-$
f	↗	max	↘

ازطرفی:

$$f''(x)=\frac{-۶(x^۲+۳)^۲-۲(۲x)(x^۲+۳)(-۶x)}{(x^۲+۳)^۴}$$

۱ ۲✓ ۳ ۴

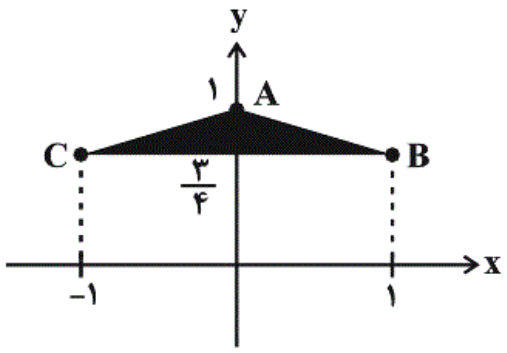
www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

$$= \frac{-۶(x^۲+۳)(x^۲+۳-۴x^۲)}{(x^۲+۳)^۴} = \frac{-۶(-۳x^۲+۳)}{(x^۲+۳)^۳} = ۰ \Rightarrow x = \pm ۱$$

هردو نقطه عطف هستند. پس:

نقطهٔ ماکسیمم : $x = ۰ \Rightarrow f(۰) = ۱ \Rightarrow A(۰,۱)$

نقاط عطف : $\begin{cases} x = ۱ \Rightarrow f(۱) = \frac{۳}{۴} \Rightarrow B(۱,\frac{۳}{۴}) \\ x = -۱ \Rightarrow f(-۱) = \frac{۳}{۴} \Rightarrow C(-۱,\frac{۳}{۴}) \end{cases}$

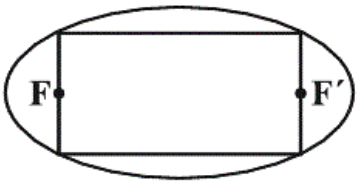


$$S_{\text{مثلث}} = \frac{۲ \times (\frac{۱}{۴})}{۲} = \frac{۱}{۴}$$

(کاربردهای مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۸۵ تا ۹۲)

۱ ۲✓ ۳ ۴

$$\Rightarrow \begin{cases} a^۲ = ۴ \Rightarrow a = ۲ \\ b^۲ = ۱ \Rightarrow b = ۱ \end{cases} \Rightarrow a^۲ = b^۲ + c^۲ \Rightarrow c^۲ = ۳ \Rightarrow c = \sqrt{۳}$$



با رسم شکل متوجه می‌شوید که چون طول مستطیل $۲c$ و مستطیل محاط در بیضی است، عرض مستطیل برابر با وتر کانونی بیضی یعنی برابر $\frac{۲b^۲}{a}$ است.

$$\frac{۲b^۲}{a} = ۱ \Rightarrow \text{مساحت مستطیل} = ۲c \times \frac{۲b^۲}{a} = ۲\sqrt{۳}$$

(هندسه مختصاتی و منحنی‌های درجه دوم) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۳۵ تا ۱۳۹)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۴۹- *(امیرحسین ابومحبوب)*

مرکز این دایره، نقطهٔ $(-\frac{a}{۲},-\frac{b}{۲})$ است. چون هر خط قائم بر دایـره از مرکـز آن عبور می‌کند، بنابراین:

$$-\frac{b}{۲}=-\frac{a}{۲}-۲\Rightarrow b=a+۴\ (*)$$

شعاع این دایره برابر ۲ است، پس داریم:

$$۲=\frac{۱}{۲}\sqrt{a^۲+b^۲-۴(-۲)}\Rightarrow a^۲+b^۲+۸=۱۶$$

$$\xrightarrow{(*)}a^۲+(a+۴)^۲=۸\Rightarrow ۲a^۲+۸a+۸=۰$$

$$\Rightarrow a^۲+۴a+۴=۰\Rightarrow (a+۲)^۲=۰$$

$$\Rightarrow a=-۲,b=۲$$

$$\Rightarrow a+b=۰$$

(هندسه مختصاتی و منحنی‌های درجه دوم) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۲۵)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۵۰- *(ندا درودیان)*

$$\int\frac{(۱+x^۲)(۱-x^۲+x^۴)}{۱+x^۲}dx=\int(۱-x^۲+x^۴)dx$$

$$=x-\frac{x^۳}{۳}+\frac{x^۵}{۵}+C=x(۱-\frac{x^۲}{۳}+\frac{x^۴}{۵})+C$$

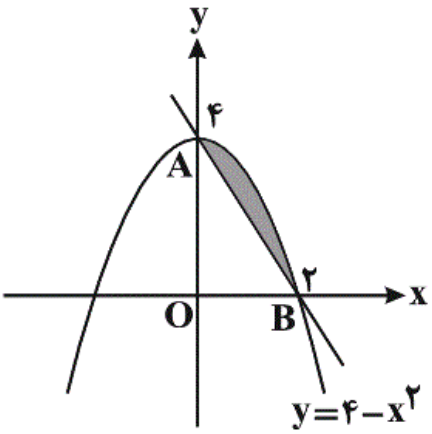
$$\Rightarrow f(x)=۱-\frac{x^۲}{۳}+\frac{x^۴}{۵}\xrightarrow{x=۱}f(۱)=۱-\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۵}=\frac{۱۳}{۱۵}$$

(انتگرال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۶۷ تا ۱۷۲)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

مساحت ناحیهٔ هاشورخورده برابر است با:



$$S=\left(\int_{۰}^{۲}(۴-x^۲)dx\right)-S_{OAB}^{\Delta}$$

$$\begin{cases}\int_{۰}^{۲}(۴-x^۲)dx=۴x-\frac{۱}{۳}x^۳\Big]_{۰}^{۲}=۸-\frac{۸}{۳}=\frac{۱۶}{۳}\\ S_{OAB}^{\Delta}=\frac{۱}{۲}OA\times OB=\frac{۱}{۲}\times۲\times۴=۴\end{cases}\Rightarrow S=\frac{۱۶}{۳}-۴=\frac{۴}{۳}$$

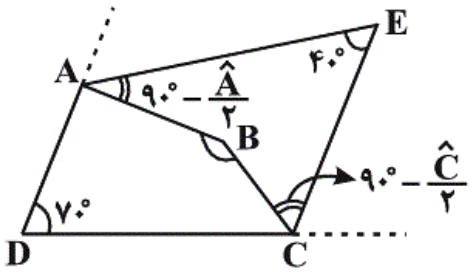
(انتگرال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۵۱ تا ۱۵۹، ۱۷۱ و ۱۷۲)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۵۲ (مهرداد ملوندی)

در چهارضلعی **AECD** داریم:



$$(\hat{A}+۹۰^\circ-\frac{\hat{A}}{۲})+۴۰^\circ+(\hat{C}+۹۰^\circ-\frac{\hat{C}}{۲})+۷۰^\circ=۳۶۰^\circ$$

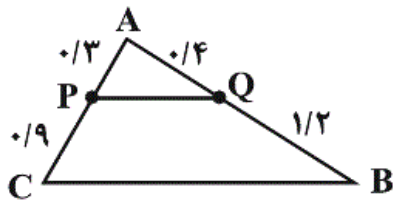
$$\Rightarrow \frac{\hat{A}+\hat{C}}{۲}=۷۰^\circ \Rightarrow \hat{A}+\hat{C}=۱۴۰^\circ$$

با جمع زوایای داخلی چهارضلعی **ABCD**، زاویهٔ مجهول **B** پیدا می‌شود:

$$\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}+\hat{D}=۳۶۰^\circ \xrightarrow[\hat{D}=۷۰^\circ]{\hat{A}+\hat{C}=۱۴۰^\circ} \hat{B}=۱۵۰^\circ$$

(هندسه و استدلال) (هندسه ۱، صفحه‌های ۸ تا ۱۴ و ۲۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴



$$S(PQBC)=S(\overset{\Delta}{ABC})-S(\overset{\Delta}{APQ})=S(\overset{\Delta}{ABC})-(\frac{۱}{۴})^۲S(\overset{\Delta}{ABC})$$

$$=\frac{۱۵}{۱۶}S(\overset{\Delta}{ABC})=\frac{۱۵}{۱۶}\times ۰/۹۶=۰/۹$$

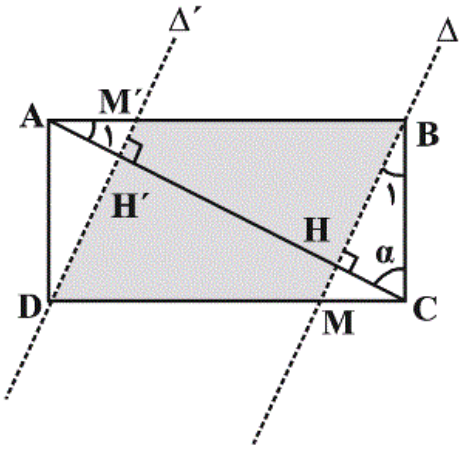
(تشابه) (هندسه ۱، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۳، ۱۰۰ و ۱۰۱)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۵۴- (حسین حاجیلو)

مطابق شکل دو مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC و BCM، یک زاویهٔ حادهٔ مساوی دارند:



$$\hat{A}_1 = \hat{B}_1 = 90^\circ - \alpha$$

پس با هم متشابهند، بنابراین:

$$\frac{CM}{BC} = \frac{BC}{AB} \Rightarrow \frac{CM}{2} = \frac{2}{5} \Rightarrow CM = \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow DM = CD - CM = 5 - \frac{4}{5} = \frac{21}{5}$$

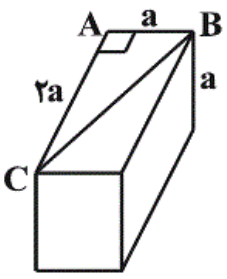
$$\Rightarrow S(BMDM') = BC \times DM = 2 \times \frac{21}{5} = \frac{42}{5} = 8/4$$

(تشابه) (هندسه ۱، صفحه‌های ۸۳ تا ۱۰۰)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۵۵- (حسین حاجیلو)

منظور از بیش‌ترین فاصلهٔ بین نقاط واقع بر بزرگ‌ترین وجه، همان طول قطر بزرگ‌ترین وجه مکعب مستطیل است که با توجه به شکل، با به‌کار بردن قضیهٔ فیثاغورس در مثلث ABC، داریم:



$$BC = \sqrt{a^2 + 4a^2} = \sqrt{5}a$$

$$\xrightarrow{\text{طبق فرض}} \sqrt{5}a = 2/5 \Rightarrow a = \frac{2/5}{\sqrt{5}} \quad (*)$$

وجه‌های این مکعب مستطیل عبارتند از چهار مستطیل به ابعاد a و $2a$ و دو مربع به ابعاد a و a، پس مساحت کل آن برابر است با:

$$S = 4(a \times 2a) + 2(a \times a) = 10a^2 \xrightarrow{(*)} S = 10\left(\frac{2/5}{\sqrt{5}}\right)^2 = 12/5$$

(شکل‌های فضایی) (هندسه ۱، صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۵)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir www.kanoon.ir دانلود از سایت ریاضی سرا