



[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir) **سایت ویژه ریاضیات**

**درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات**

**دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی**

**نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور**

**دانلود نرم افزارهای ریاضیات**

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara>

(@riazisara)

۸۱- در یک دنباله‌ی هندسی نامتناهی، مجموع سه جمله‌ی اول برابر ۱۴ و مجموع سه جمله‌ی دوم برابر  $\frac{7}{4}$  است. مجموع

همه‌ی جملات این دنباله کدام است؟

- ۲۰ (۱)      ۲۴ (۲)      ۳۲ (۳)      ۱۶ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۸۲- کدام یک از اعداد زیر، همواره یک ریشه‌ی معادله‌ی  $x^2 + (a-2)x - (a-1) = 0$  است؟

- ۲-a (۴)      a-2 (۳)      ۱-a (۲)      a-1 (۱)

شما پاسخ نداده اید

۸۳- چند عدد حقیقی وجود دارد که حاصل جمع آن عدد با جذرش برابر ۶ شود؟

- یک (۱)      دو (۲)      سه (۳)      هیچ عددی وجود ندارد. (۴)

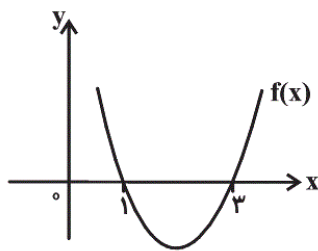
شما پاسخ نداده اید

۸۴- معادله‌ی  $\tan^{-1}(x) = |\log x|$  چند ریشه دارد؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      هیچ ریشه‌ای ندارد. (۴)

شما پاسخ نداده اید

۸۵- اگر نمودار تابع  $f(x)$  مطابق شکل مقابل باشد، دامنه‌ی تابع  $y = \frac{1}{\sqrt{(2-x)f(x)}}$  کدام است؟



- [۲,۳] (۱)  
(-∞, ۱] (۲)  
(-∞, ۱] ∪ [۲, ۳] (۳)  
(-∞, ۱) ∪ (۲, ۳) (۴)

شما پاسخ نداده اید

۸۶- اگر  $(fog)(a) = -1$  و  $f(x) = 4x^2 - 4x$  باشند،  $g(a)$  کدام است؟ ( $a \in D_g, a \in \mathbb{R}$ )

- ۱ (۱)      -۲ (۲)       $\frac{1}{2}$  (۳)      صفر (۴)

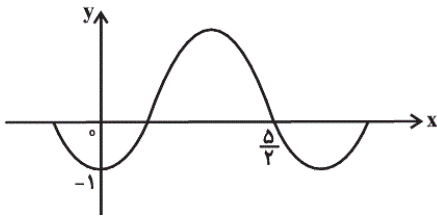
شما پاسخ نداده اید

۸۷- اگر دامنه‌ی تابع  $f(x) = |x-1| + |2x-1|$  برابر با مجموعه جواب معادله‌ی  $|\frac{x}{y} + \frac{y}{x}| = 1$  باشد، برد تابع  $f$  کدام است؟ (، [ ] علامت جزء صحیح است.)

- $[\frac{1}{y}, ۱]$  (۱)       $[\frac{1}{y}, ۲]$  (۲)      [۱, ۵] (۳)       $[\frac{1}{y}, ۵]$  (۴)

شما پاسخ نداده اید

۸۸- شکل مقابل، قسمتی از نمودار تابع  $y = 1 + a \cos(b\pi x)$  می‌باشد. حاصل  $a + b$  کدام است؟ ( $b > 0$ )



$\frac{2}{3}$  (۲)

$\frac{5}{3}$  (۱)

$-\frac{4}{3}$  (۴)

$-\frac{5}{3}$  (۳)

شما پاسخ نداده اید

۸۹- اگر  $1 - \tan^2 x = \frac{\sqrt{3}}{3 \cos^2 x}$  باشد، آن‌گاه  $\tan 2x$  کدام می‌تواند باشد؟

$\sqrt{6}$  (۴)

$\sqrt{2}$  (۳)

$\frac{\sqrt{6}}{3}$  (۲)

$\frac{\sqrt{3}}{6}$  (۱)

شما پاسخ نداده اید

۹۰- تعداد ریشه‌های معادله‌ی  $\frac{\sin^3 x - \sin x}{\sin x} = 2$  در بازه‌ی  $[-\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}]$  کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

شما پاسخ نداده اید

۹۱- حاصل  $\frac{\tan^{-1}(\tan \frac{4\pi}{3})}{\cos^{-1}(\cos \frac{5\pi}{4})}$  کدام است؟

$\frac{4}{9}$  (۴)

$\frac{4}{3}$  (۳)

$-\frac{2}{8}$  (۲)

$-\frac{4}{3}$  (۱)

شما پاسخ نداده اید

۹۲- اگر تابع  $f(x) = \begin{cases} \tan^{-1}(\sin ax) & ; x > 2 \\ \frac{3}{2} \cos^{-1}(\sin(\frac{x\pi}{6})) & ; x < 2 \end{cases}$  در نقطه‌ی  $x = 2$  حد داشته باشد، مقدار  $a$  کدام می‌تواند باشد؟

$-\frac{3\pi}{4}$  (۲)

$\frac{\pi}{2}$  (۱)

مقداری برای  $a$  وجود ندارد. (۴)

$\frac{3\pi}{4}$  (۳)

شما پاسخ نداده اید

۹۳- اگر  $f(x) = \begin{cases} [x] + [-x] & ; x \leq 0 \\ -[-x] - 1 & ; x > 0 \end{cases}$ ، آنگاه حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) - f(0)$  کدام است؟ ( $[ ]$ ، علامت جزء صحیح است.)

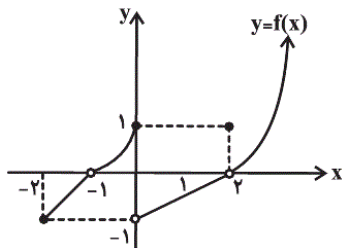
-۱ (۲)

صفر (۱)

تابع در نقطه‌ی صفر حد ندارد. (۴)

-۲ (۳)

شما پاسخ نداده اید



۹۴- نمودار تابع  $f(x)$  به صورت شکل زیر است. تابع  $y = |f(x)|$  در چند نقطه از دامنه‌اش حد ندارد؟

صفر (۱)

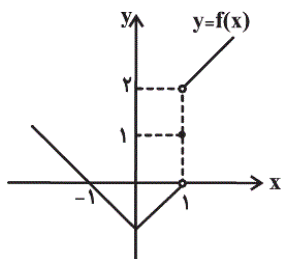
۱ (۲)

۲ (۳)

۳ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۹۵- اگر نمودار تابع  $y = f(x)$  به شکل مقابل باشد و بدانیم  $g(x) = \frac{f(x)+1}{|x|+af(x)}$  در  $x=1$  حد دارد، آن گاه مقدار  $a$  کدام است؟



(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) -۱

(۴) به ازای هیچ مقدار  $a$ ،  $g$  در  $x=1$  حد ندارد.

شما پاسخ نداده اید

۹۶- اگر  $f\left(\frac{-3x+4}{5}\right) = 2x+1$  باشد، آن گاه حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  کدام است؟

(۴)  $-\frac{1}{3}$

(۳)  $\frac{1}{3}$

(۲) -۳

(۱) ۳

شما پاسخ نداده اید

۹۷- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 2^-} ([\log_4^x] - [\log_x^2])$  کدام است؟ ( [ ] ، علامت جزء صحیح است.)

(۴) ۲

(۳) -۱

(۲) ۱

(۱) صفر

شما پاسخ نداده اید

۹۸- اعداد کدام گزینه‌ی زیر را از مجموعه جواب معادله‌ی  $|\frac{x-3}{y}| = 5$  حذف کنیم تا مجموعه جواب به شکل یک همسایگی محذوف متقارن گردد؟ ( [ ] ، علامت جزء صحیح است.)

(۲) ۱۳ و ۱۴

(۱) ۱۳

(۴) نیاز به حذف عددی نیست.

(۳) ۱۴ و ۱۵

شما پاسخ نداده اید

۹۹- اگر  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = A$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = B$  باشد، آن گاه  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x^2 - x^4)$  کدام است؟

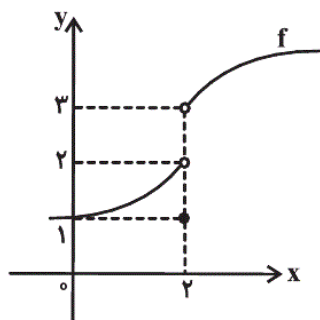
(۴)  $A+B$

(۳) حد ندارد

(۲)  $B$

(۱)  $A$

شما پاسخ نداده اید



۱۰۰- اگر شکل مقابل، نمودار تابع  $y = f(x)$  باشد، آن گاه حاصل حد  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} f(\tan x + \cot x)$  کدام است؟

$$x \rightarrow \frac{\pi}{4}$$

(۲) ۲

(۱) ۳

(۴) حد ندارد

(۳) ۱

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه‌ی ۲، - ۱۳۹۶۰۱۱۸

۱۲۱- خط  $\Delta$  در نقطه‌ی  $T$  بر دایره‌ای به قطر  $AB$  مماس است. اگر  $\Delta$  با  $AB$  موازی باشد، آن گاه  $\angle AT$  با  $\Delta$  چه

زاویه‌ای می‌سازد؟

(۲)  $60^\circ$

(۱)  $45^\circ$

(۴)  $90^\circ$

(۳)  $75^\circ$

شما پاسخ نداده اید

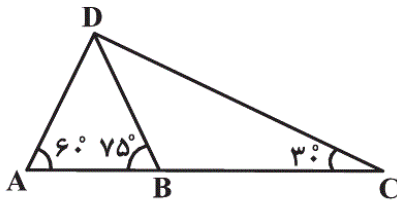
(۱) داخل آن مثلث قرار دارد.

(۲) رأس مشترک شش مثلث هم مساحت است که با رسم میانه‌های آن مثلث پدید می‌آیند.

(۳) مرکز تقارن آن مثلث است.

(۴) هر میانه‌ی آن مثلث را به نسبت یک و دو تقسیم می‌کند.

شما پاسخ نداده اید



۱۲۳- در شکل روبه‌رو نقطه‌ی B، پاره‌خط AC را به چه نسبتی تقسیم کرده است؟

(۱) ۱ و ۲

(۲) ۱ و  $\sqrt{2}$

(۴) ۱ و  $\sqrt{3}$

(۳) ۱ و  $1/5$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۴- اگر  $a < x < b$ ، آن‌گاه سه پاره‌خط به طول‌های ۱، x، ۵ می‌توانند ضلع‌های یک مثلث باشند. بیش‌ترین مقدار b، چند برابر کم‌ترین مقدار a است؟

(۲) ۲

(۱) ۶

(۴)  $1/5$

(۳) ۵

شما پاسخ نداده اید

۱۲۵- در مثلث متساوی‌الساقین ABC که  $\hat{A} = 30^\circ$  و  $AB = AC$ ، ارتفاع‌ها در نقطه‌ی O هم‌رسند. فاصله‌ی پای ارتفاع‌های وارد بر ساق‌ها، چند برابر

فاصله‌ی بین O و A است؟

(۲)  $\frac{1}{4}$

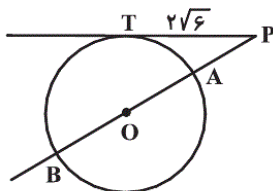
(۱)  $\frac{1}{2}$

(۴)  $\frac{3}{5}$

(۳)  $\frac{2}{5}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۶- در شکل زیر O مرکز دایره و طول AB دو واحد از طول PA بیش‌تر است. زاویه‌ی بین دو مماسی که از P بر دایره رسم می‌شوند، کدام است؟



(۲)  $2 \sin^{-1} \frac{5}{11}$

(۱)  $2 \sin^{-1} \frac{5}{16}$

(۴)  $\sin^{-1} \frac{10}{11}$

(۳)  $\sin^{-1} \frac{5}{8}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۷- دو دایره‌ی  $C(O, 4)$  و  $C'(O', 2)$  مماس برون‌اند. فاصله‌ی نقطه‌ی تماس دو دایره از نقطه‌ی تلاقی مماس‌های مشترک داخلی و خارجی دو دایره کدام

است؟

- (۱)  $\sqrt{2}$  (۲)  $2\sqrt{2}$   
 (۳)  $3\sqrt{2}$  (۴)  $4\sqrt{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۸- تحت تجانسی به مرکز  $(\alpha, \beta)$ ، نقطه‌ی  $A(2, 0)$  روی نقطه‌ی  $A'(8, 0)$  و نقطه‌ی  $B(1, 2)$  روی نقطه‌ی  $B'(5, 6)$  تصویر می‌شود.  $\alpha + \beta$  کدام

است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱  
 (۳) ۲ (۴) -۲

شما پاسخ نداده اید

۱۲۹- تبدیل‌یافته‌ی خط به معادله‌ی  $x + by = 10$ ، تحت تبدیل با ضابطه‌ی  $T(x, y) = (3x - 1, 2y)$  از نقطه‌ی  $(5, b)$  واقع در ربع چهارم می‌گذرد.  $b$

کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۲  
 (۳) -۳ (۴) -۴

شما پاسخ نداده اید

۱۳۰- روی ضلع‌های  $AB$  و  $BC$  از مثلث  $ABC$ ، به ترتیب مربع‌های  $AEDB$  و  $BLKC$  را در خارج مثلث  $ABC$  رسم می‌کنیم. زاویه‌ی بین  $DC$  و

$AL$  کدام است؟

- (۱)  $45^\circ$  (۲)  $60^\circ$   
 (۳)  $90^\circ$  (۴) مقدار ثابتی نیست.

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، جبر و احتمال، فضاهای نمونه ای، احتمال و پدیده‌های تصادفی - ۱۳۹۶۰۱۱۸

۱۴۶- پلاک اتومبیل‌ها در یک ناحیه، متشکل از یک عدد دو رقمی و یکی از ۱۵ حرف منتخب الفبا و یک عدد سه رقمی دیگر می‌باشد به شرط آن‌که، هیچ یک

از ارقام پلاک صفر نباشد (به‌عنوان مثال ۷۶۸ ب ۲۸). فضای نمونه‌ای پلاک اتومبیل‌ها در این ناحیه شامل چند عضو می‌باشد؟

- (۱)  $32 \times 10^5$  (۲)  $32 \times 9^5$  (۳)  $15 \times 10^5$  (۴)  $15 \times 9^5$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، جبر و احتمال ، اصل لانه کبوتری ، استدلال ریاضی - ۱۳۹۶۰۱۱۸

۱۴۱- برای ۲۵ مهره، حداکثر چند رنگ متفاوت در نظر بگیریم تا مطمئن باشیم حداقل ۳ مهره‌ی هم‌رنگ در میان آن‌ها وجود دارد؟

- ۱۱ (۱)                      ۱۲ (۲)                      ۱۳ (۳)                      ۸ (۴)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، جبر و احتمال ، تعداد زیرمجموعه‌ها و مجموعه‌ی توانی ، مجموعه ضرب دکارتی و رابطه - ۱۳۹۶۰۱۱۸

۱۴۲- فرض کنید  $P(B)$  مجموعه‌ی توانی  $B$  باشد. چه تعداد از روابط زیر همواره درست است؟

- |                     |                        |                    |
|---------------------|------------------------|--------------------|
| $\phi \in P(B)$ (ج) | $B \subseteq P(B)$ (ب) | $B \in P(B)$ (الف) |
| ۳ (۴)               | ۲ (۳)                  | ۱ (۲)              |
|                     |                        | ۱ صفر (۱)          |

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، جبر و احتمال ، جبر مجموعه‌ها و قوانین ترکیبی ، مجموعه ضرب دکارتی و رابطه - ۱۳۹۶۰۱۱۸

۱۴۳- فرض کنید  $A$  و  $B$  دو مجموعه‌ی ناتهی‌اند. حاصل  $(A' \Delta B') - (A' - B')$  همواره برابر کدام است؟

- ۱)  $A - B$                       ۲)  $B - A$                       ۳)  $A \cap B$                       ۴)  $\phi$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، جبر و احتمال ، حاصل ضرب دکارتی ، مجموعه ضرب دکارتی و رابطه - ۱۳۹۶۰۱۱۸

۱۴۴- اگر  $A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, |2 - x^2| \leq 6\}$  و  $B = \{x \mid x \in \mathbb{N}, |x - 3| \leq 4\}$  باشند، آنگاه مجموعه‌ی  $(A \times B) \cap (B \times A)$  چند عضو دارد؟

- ۱۶ (۱)                      ۹ (۲)                      ۴ (۳)                      ۱ (۴)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، جبر و احتمال ، افراز یک مجموعه ، مجموعه ضرب دکارتی و رابطه - ۱۳۹۶۰۱۱۸

۱۴۵- تعداد افرازهای مجموعه‌ی  $A = \{a, b, c, d, e\}$  که شامل حداقل دو مجموعه‌ی تک‌عضوی باشد، کدام است؟

- ۱۰ (۱)                      ۱۵ (۲)                      ۱۶ (۳)                      ۲۱ (۴)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، جبر و احتمال ، پیشامدهای تصادفی ، احتمال و پدیده‌های تصادفی - ۱۳۹۶۰۱۱۸

۱۴۷- یک تاس را پرتاب می‌کنیم. اگر زوج بیاید به تعداد عدد روشده سکه، و اگر فرد بیاید، دو تاس دیگر پرتاب می‌کنیم. فضای نمونه‌ای این آزمایش چند عضو

دارد؟

۱۶۴ (۴)

۱۸۴ (۳)

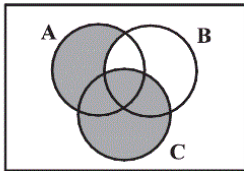
۱۰۸ (۲)

۱۹۲ (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، جبر و احتمال، عملیات روی پیشامدها و نمودار ون، احتمال و پدیده های تصادفی - ۱۳۹۶۰۱۱۸

۱۴۸- در نمودار ون زیر، قسمت هاشورخورده نشان‌دهنده کدام پیشامد است؟



(۱) A یا C اتفاق افتاده و B اتفاق نیفتاده است.

(۲) A یا C اتفاق افتاده است.

(۳) C اتفاق افتاده یا فقط A اتفاق افتاده است.

(۴) A و C اتفاق افتاده و B اتفاق نیفتاده است.

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، جبر و احتمال، احتمال هم شانس در فضاهای گسسته، احتمال: اندازه گیری شانس - ۱۳۹۶۰۱۱۸

۱۴۹- تمام ترکیبات دو رقمی بدون تکرار مجموعه‌ی اعداد  $\{1, 2, 3\}$  را روی کارت‌های مختلف نوشته (هر ترکیب روی یک کارت) و پس از مخلوط کردن

کارت‌ها، یک کارت را به‌طور تصادفی برمی‌داریم. احتمال آن‌که روی این کارت رقم ۲ وجود داشته باشد، کدام است؟

۱ (۴)

$\frac{2}{3}$  (۳)

$\frac{1}{3}$  (۲)

$\frac{1}{2}$  (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۵۰- در ساختمانی ۵ واحد وجود دارد که در هر کدام فقط یک زن و شوهر ساکن‌اند. با کدام احتمال در سه نفر انتخابی از ساکنین، هیچ کدام زن و شوهر

نیستند؟

$\frac{3}{5}$  (۴)

$\frac{2}{5}$  (۳)

$\frac{2}{3}$  (۲)

$\frac{1}{3}$  (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، حسابان-سوالات موازی، - ۱۳۹۶۰۱۱۸

۱۰۱- در یک دنباله‌ی هندسی نامتناهی، مجموع سه جمله‌ی اول برابر ۱۴ و مجموع سه جمله‌ی دوم برابر  $\frac{7}{4}$  است. مجموع

همه‌ی جملات این دنباله کدام است؟

۱۶ (۴)

۳۲ (۳)

۲۴ (۲)

۲۰ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲- حدود  $m$  کدام باشد تا نمودار تابع  $y = x^2 - 2mx + m + 2$  محور  $x$  ها را در دو نقطه‌ی متمایز با طول‌های منفی قطع می‌کند؟

$1 < m < 2$  (۴)

$0 < m < 1$  (۳)

$-1 < m < 0$  (۲)

$-2 < m < -1$  (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- مجموع جواب‌های معادله‌ی گنگ  $\frac{3}{\sqrt{x-1}+1} = 3 - \sqrt{x-1}$  کدام است؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

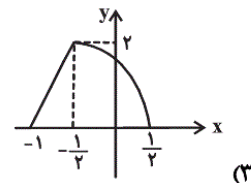
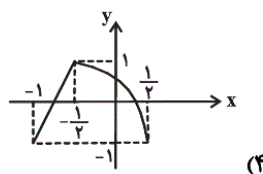
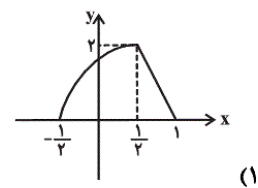
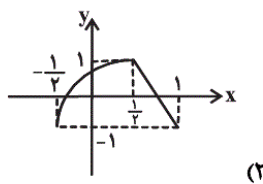
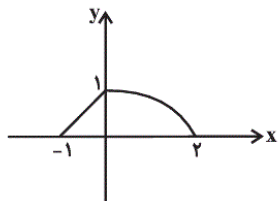
۱ (۱)

شما پاسخ نداده اید



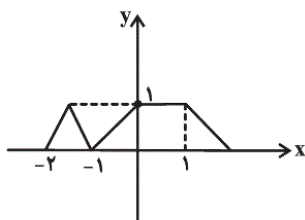
شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- اگر نمودار تابع  $f(x)$  مطابق شکل مقابل باشد، نمودار تابع  $y = 2f(1-2x) - 1$  کدام است؟



شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- اگر نمودار تابع  $y = f(x)$  به صورت مقابل باشد، برد تابع  $f \circ f(x)$  کدام است؟



(۱)  $[0, 1]$

(۲)  $[0, 1]$

(۳)  $(0, 1)$

(۴)  $\{1\}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- اگر  $x = -2$  باشد، حاصل  $\left[\frac{-4x+3}{y}\right]$  چند مقدار صحیح متفاوت می‌تواند اختیار کند؟ ( [ ]، علامت جزء صحیح است.)

(۴) ۴

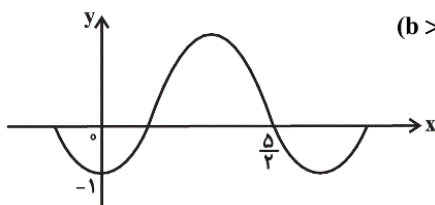
(۳) ۱

(۲) ۲

(۱) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- شکل مقابل، قسمتی از نمودار تابع  $y = 1 + a \cos(b\pi x)$  می‌باشد. حاصل  $a + b$  کدام است؟ ( $b > 0$ )



(۲)  $\frac{2}{3}$

(۱)  $\frac{5}{3}$

(۴)  $-\frac{4}{3}$

(۳)  $-\frac{5}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- اگر  $\frac{\sqrt{2}}{2} \leq \cos^3 x \cos 2x + \sin^3 x \sin 2x \leq 1$  باشد، آن‌گاه حدود تغییرات  $x$  کدام می‌تواند باشد؟

(۴)  $\pi \leq x \leq \frac{5\pi}{4}$

(۳)  $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{4}$

(۲)  $\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$

(۱)  $-\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{4}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- اگر  $\tan x + \cot x = 2$  باشد، حاصل عبارت  $\sin x + \cos x$  کدام است؟ ( $x$  در ربع اول است.)

(۴)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۳)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۲)  $\sqrt{3}$

(۱)  $\sqrt{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۱- اگر  $1 - \tan^2 x = \frac{\sqrt{3}}{3 \cos^2 x}$  باشد، آن‌گاه  $\tan 2x$  کدام می‌تواند باشد؟

(۴)  $\sqrt{6}$

(۳)  $\sqrt{2}$

(۲)  $\frac{\sqrt{6}}{3}$

(۱)  $\frac{\sqrt{3}}{6}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- تعداد ریشه‌های معادله  $\frac{\sin^3 x - \sin x}{\sin x} = 2$  در بازه  $[-\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}]$  کدام است؟

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- یکی از مجموعه جواب‌های معادله‌ی  $\cos \frac{x}{2} + \cos 2x = 0$  کدام است؟ ( $k \in \mathbb{Z}$ )

- (۱)  $2k\pi - \frac{\pi}{3}$  (۲)  $\frac{4k\pi}{5} - \frac{\pi}{5}$  (۳)  $\frac{4k\pi}{5} + \frac{2\pi}{5}$  (۴)  $2k\pi + \frac{\pi}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- حاصل  $\frac{\tan^{-1}(\tan \frac{4\pi}{3})}{\cos^{-1}(\cos \frac{5\pi}{4})}$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{4}{3}$  (۲)  $-\frac{3}{8}$  (۳)  $\frac{4}{3}$  (۴)  $\frac{4}{9}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- برد تابع  $g(x) = \tan^{-1}(2x - x^2)$  کدام است؟

- (۱)  $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$  (۲)  $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4})$  (۳)  $[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$  (۴)  $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$

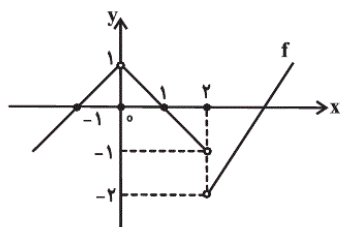
شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- اگر  $f(x) = [x] + [-x]$  باشد، آن‌گاه  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  کدام است؟ (، []، علامت جزء صحیح است.)

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) حد ندارد.

شما پاسخ نداده اید

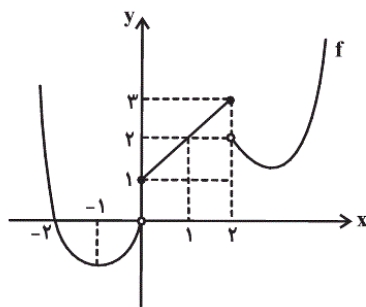
۱۱۷- اگر نمودار تابع  $f(x)$  به صورت مقابل باشد، آن‌گاه حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^+} |f(x)|$  کدام است؟



- (۱) -۱ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۱۸- تابع  $f$  به صورت شکل زیر است. حاصل عبارت  $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(|x|) - \lim_{x \rightarrow 1^+} f(f(x))$  کدام است؟



- (۱) -۱ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- نمودار تابع  $y = [\sin x]$  در بازه‌ی  $(-2\pi, 2\pi)$  در چند نقطه حد ندارد؟ (، []، علامت جزء صحیح است.)

- (۱) صفر (۲) ۵ (۳) ۳ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- کدام تابع در  $x=0$  حد دارد؟ (، []، علامت جزء صحیح است.)

- (۱)  $f(x) = x - [x]$  (۲)  $f(x) = 1 + \frac{x}{|x|}$  (۳)  $f(x) = \frac{1}{x}$  (۴)  $f(x) = x[x]$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۱- خط  $\Delta$  در نقطه‌ی T بر دایره‌ای به قطر AB مماس است. اگر  $\Delta$  با AB موازی باشد، آن‌گاه AT با  $\Delta$  چه زاویه‌ای می‌سازد؟

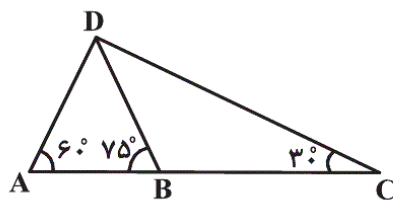
- (۱)  $45^\circ$  (۲)  $60^\circ$   
 (۳)  $75^\circ$  (۴)  $90^\circ$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۲- نقطه‌ی هم‌رسی میانه‌های یک مثلث، کدام ویژگی را ندارد؟

- (۱) داخل آن مثلث قرار دارد.  
 (۲) رأس مشترک شش مثلث هم مساحت است که با رسم میانه‌های آن مثلث پدید می‌آیند.  
 (۳) مرکز تقارن آن مثلث است.  
 (۴) هر میانه‌ی آن مثلث را به نسبت یک و دو تقسیم می‌کند.

شما پاسخ نداده اید



۱۳۳- در شکل روبه‌رو نقطه‌ی B، پاره‌خط AC را به چه نسبتی تقسیم کرده است؟

- (۱) ۱ و ۲ (۲)  $1$  و  $\sqrt{2}$   
 (۳)  $1$  و  $1/5$  (۴)  $1$  و  $\sqrt{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۴- از برخورد نیم‌سازهای زاویه‌های داخلی مستطیلی که زاویه‌ی بین قطرهای آن  $60^\circ$  است، یک چهارضلعی پدید می‌آید. نسبت طول قطر این چهارضلعی به طول قطر مستطیل کدام است؟

- (۱)  $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$  (۲)  $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$   
 (۳)  $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$  (۴)  $\sqrt{3}-1$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۵- اگر  $a < x < b$ ، آن‌گاه سه پاره‌خط به طول‌های ۱، x، ۵ می‌توانند ضلع‌های یک مثلث باشند. بیش‌ترین مقدار b، چند برابر کم‌ترین مقدار a است؟

- (۱) ۶ (۲) ۲  
 (۳) ۵ (۴)  $1/5$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۶- در مثلث متساوی الساقین ABC که  $\hat{A} = 30^\circ$  و  $AB = AC$ ، ارتفاع‌ها در نقطه‌ی O هم‌رسند. فاصله‌ی پای ارتفاع‌های وارد بر ساق‌ها، چند برابر

فاصله‌ی بین O و A است؟

$\frac{1}{2}$  (۱)       $\frac{1}{4}$  (۲)

$\frac{2}{5}$  (۳)       $\frac{3}{5}$  (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۳۷- سه نقطه‌ی A، B و C را روی محیط دایره‌ای به شعاع R، طوری در نظر می‌گیریم که  $\frac{AB}{\sqrt{2}} = \frac{BC}{\sqrt{3}} = R$  زاویه‌ی کوچک‌تر ABC چند درجه

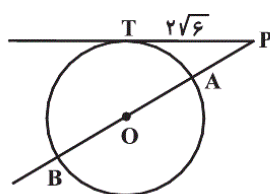
است؟

۶۰ (۱)      ۴۵ (۲)

۳۰ (۳)      ۱۵ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۳۸- در شکل زیر O مرکز دایره و طول AB دو واحد از طول PA بیش‌تر است. زاویه‌ی بین دو مماسی که از P بر دایره رسم می‌شوند، کدام است؟



$2 \sin^{-1} \frac{5}{11}$  (۲)

$2 \sin^{-1} \frac{5}{16}$  (۱)

$\sin^{-1} \frac{10}{11}$  (۴)

$\sin^{-1} \frac{5}{8}$  (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۳۹- دو دایره‌ی  $C(O, 4)$  و  $C'(O', 2)$  مماس برون‌اند. فاصله‌ی نقطه‌ی تماس دو دایره از نقطه‌ی تلاقی مماس‌های مشترک داخلی و خارجی دو دایره کدام

است؟

$\sqrt{2}$  (۱)       $2\sqrt{2}$  (۲)

$3\sqrt{2}$  (۳)       $4\sqrt{2}$  (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۴۰- ضابطه‌ی بازتاب نسبت به خط است. معادله‌ی محور این بازتاب کدام است؟

$y = -x + 1$  (۱)       $y = x + 1$  (۲)

$y = -x - 1$  (۳)       $y = x - 1$  (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۵۱- در اثبات نامساوی  $1 + 2 + 3 + \dots + n < \frac{1}{8}(2n+1)^2$ ;  $n \geq 1$  با کمک استقرای ریاضی، کدام رابطه‌ی بدیهی به کار می‌رود؟

(۲)  $k+1 < 2k+3$

(۱)  $k+1 < 2k$

(۴)  $4k^2 + 12k + 9 = (2k+3)^2$

(۳)  $4(k^2 + 3k + 2) < (2k+3)^2$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، جبر و احتمال - گواه، اصل لانه کبوتری، استدلال ریاضی - ۱۳۹۶۰۱۱۸

۱۵۲- در جعبه‌ای ۳ گوی قرمز، ۵ گوی سفید، ۷ گوی آبی و ۹ گوی زرد موجود است. حداقل چند گوی خارج کنیم تا مطمئن باشیم دست کم ۶ گوی خارج شده هم‌رنگ باشند؟

(۴) ۲۰

(۳) ۱۹

(۲) ۱۸

(۱) ۱۷

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، جبر و احتمال - گواه، جبر مجموعه‌ها و قوانین ترکیبی، مجموعه ضرب دکارتی و رابطه - ۱۳۹۶۰۱۱۸

۱۵۳- اگر  $n \in \mathbb{N}$  و  $A_n = \{m \in \mathbb{Z} : |m| \leq n, 2^m \leq 2n\}$  آنگاه مجموعه‌ی  $A_1 \cup (A_4 - A_6)$  چند عضو دارد؟

(۴) ۷

(۳) ۶

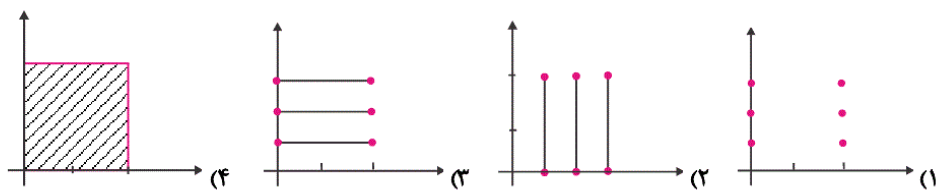
(۲) ۵

(۱) ۴

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، جبر و احتمال - گواه، حاصل ضرب دکارتی، مجموعه ضرب دکارتی و رابطه - ۱۳۹۶۰۱۱۸

۱۵۴- اگر  $A = [0, 2]$  و  $B = \{1, 2, 3\}$  باشد، نمودار  $A \times B$  کدام است؟



شما پاسخ نداده اید

ریاضی، جبر و احتمال - گواه، رابطه‌ی هم‌ارزی، مجموعه ضرب دکارتی و رابطه - ۱۳۹۶۰۱۱۸

۱۵۵- رابطه‌ی  $(a, b)R(c, d) \Leftrightarrow a^2 - c^2 = b^2 - d^2$  روی مجموعه‌ی  $\mathbb{R}^2$  تعریف شده است. در صورت هم‌ارزی بودن، کدام عضو در کلاس هم‌ارزی  $(3, 5)$  است؟

(۴) هم‌ارزی نیست.

(۳)  $(4, 0)$

(۲)  $(0, 4)$

(۱)  $(-5, 3)$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، جبر و احتمال - گواه، پیشامدهای تصادفی، احتمال و پدیده‌های تصادفی - ۱۳۹۶۰۱۱۸

۱۵۶- اگر  $S = \{\Delta, ج, ۴, ۲\}$  و  $A = \{ج, ۲\}$  حاصل آزمایش «ج» باشد، گوییم:

(۱) رخ داده است.  $A$  رخ داده است.

(۲)  $A'$  رخ داده است. {ج} پیشامد حتمی است.

(۳) {۲} پیشامد نشدنی است.

(۴) {ج} پیشامد حتمی است.

شما پاسخ نداده اید

۱۵۷- سکه‌ای را پرتاب می‌کنیم. اگر رو بیاید دو سکه‌ی دیگر را نیز پرتاب می‌کنیم. تعداد کل پیشامدهای ممکن کدام است؟

(۱) ۵ (۲) ۸ (۳) ۳۲ (۴) ۶۴

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، جبر و احتمال - گواه، عملیات روی پیشامدها و نمودار ون، احتمال و پدیده‌های تصادفی - ۱۳۹۶۰۱۱۸

۱۵۸- اگر  $S = \{۱, ۲, ۳, ۴\}$  فضای نمونه‌ای و  $A = \{۱, ۲, ۳\}$  و  $B = \{۳, ۴\}$  دو پیشامد از  $S$  باشند،  $(A \cap B)' \cup (A \cap B)$  کدام است؟

(۱)  $\{۱, ۲, ۳, ۴\}$  (۲)  $\{۱, ۲, ۴\}$  (۳)  $\{۳, ۴\}$  (۴)  $\{۳\}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، جبر و احتمال - گواه، احتمال هم‌شانس در فضاهای گسسته، احتمال: اندازه‌گیری شانس - ۱۳۹۶۰۱۱۸

۱۵۹- اعداد ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ بر روی ۶ مهره‌ی یکسان نوشته شده‌اند. اگر دو مهره را با هم بیرون آوریم، با کدام احتمال مجموع اعداد این دو مهره مضرب ۳ می‌باشد؟

(۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $\frac{1}{3}$  (۳)  $\frac{2}{5}$  (۴)  $\frac{3}{5}$

شما پاسخ نداده اید

۱۶۰- از هر چهار گروه آزمایشی به ترتیب ۳، ۳، ۲ و ۱ نفر داوطلب شرکت در آزمونی هستند. اگر به تصادف ۴ نفر از بین آنان معرفی شوند، با کدام احتمال از هر گروه یک نفر معرفی شده‌اند؟

(۱)  $\frac{1}{8}$  (۲)  $\frac{1}{7}$  (۳)  $\frac{2}{21}$  (۴)  $\frac{3}{14}$

شما پاسخ نداده اید

-۸۱

(معمدمصطفی ابراهیمی)

مجموع سه جمله‌ی اول ۱۴ است:

$$a_1 + a_2 + a_3 = 14$$

$$\Rightarrow a_1 + a_1q + a_1q^2 = 14 \Rightarrow a_1(1 + q + q^2) = 14 \quad (*)$$

 مجموع سه جمله‌ی دوم برابر  $\frac{7}{4}$  است:

$$a_4 + a_5 + a_6 = \frac{7}{4} \Rightarrow a_1q^3 + a_1q^4 + a_1q^5 = \frac{7}{4}$$

$$\Rightarrow a_1q^3(1 + q + q^2) = \frac{7}{4} \quad (**)$$

با تقسیم طرفین تساوی (\*) و (\*\*) بر هم داریم:

$$\frac{a_1q^3(1 + q + q^2)}{a_1(1 + q + q^2)} = \frac{\frac{7}{4}}{14} \Rightarrow q^3 = \frac{1}{8} \Rightarrow q = \frac{1}{2}$$

 با جایگذاری مقدار  $q$  در تساوی (\*) داریم:

$$a_1\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) = 14 \Rightarrow a_1\left(\frac{7}{4}\right) = 14 \Rightarrow a_1 = 8$$

 $|q| < 1$ ، در نتیجه مجموع همه‌ی جملات دنباله برابر است با:

$$S_\infty = \frac{a_1}{1 - q} = \frac{8}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{8}{\frac{1}{2}} = 16$$

(حسابان - مسابقات بیری، معادلات و نامعادلات - صفحه‌های ۲ تا ۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

-۸۲

(کیا مقدس‌نیاک)

مجموع ضرایب در معادله داده شده برابر صفر است و می‌دانیم در معادله‌ای که مجموع ضرایب آن برابر صفر گردد حتماً یک ریشه آن معادله عدد یک است. پس:

$$\alpha = 1 \Rightarrow P = \alpha \cdot \beta \Rightarrow \beta = \frac{c}{a} \Rightarrow \beta = \frac{-(a-1)}{1} = 1 - a$$

(حسابان - مسابقات بیری، معادلات و نامعادلات - صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$x + \sqrt{x} = 6 \xrightarrow{\sqrt{x}=t} t^2 + t - 6 = 0 \Rightarrow (t+3)(t-2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t+3=0 \Rightarrow t=-3 \Rightarrow \sqrt{x}=-3 & \text{غ ق ق} \\ t-2=0 \Rightarrow t=2 \Rightarrow \sqrt{x}=2 \Rightarrow x=4 & \text{ق ق} \end{cases}$$

پس تنها یک عدد وجود دارد.

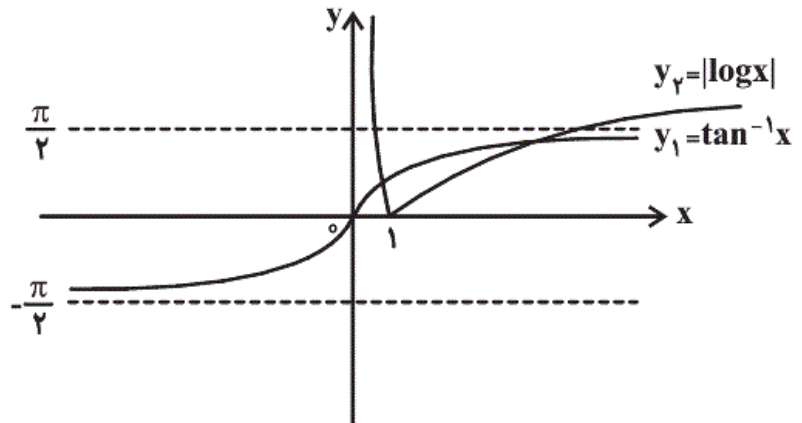
(مسابان - مسابقات فیزی، معادلات و نامعادلات - صفحه‌های ۲۸ تا ۳۱)

۴

۳

۲

۱



مشاهده می‌شود که محل برخورد دو تابع در ۲ نقطه می‌باشد، پس معادله دارای دو ریشه می‌باشد.

(مسابان - ترکیبی - صفحه‌های ۳۱ تا ۳۳، ۳۵ تا ۳۹ و ۱۲۴ تا ۱۳۰)

۴

۳

۲

۱

دامنه‌ی تابع داده شده همان مجموعه جواب نامعادله‌ی  $(2-x).f(x) > 0$  است. با توجه به جدول زیر داریم:

x		۱	۲	۳	
۲-x	+	+	۰	-	-
f(x)	+	۰	-	-	۰
(۲-x).f(x)	+	۰	-	۰	+

مجموعه جواب:  $(-\infty, 1) \cup (2, 3)$

لازم به ذکر است که چون  $\sqrt{(2-x).f(x)}$  در مخرج آمده نمی‌توان زیر رادیکال را مساوی صفر قرار داد.

(مسابان - ترکیبی - صفحه‌های ۳۹ تا ۴۲ و ۴۴ تا ۴۷)

۴

۳

۲

۱



(عمید علیزاده)

$$\begin{cases} f(g(a)) = -1 \\ f(x) = 4x^2 - 4x \Rightarrow f(g(a)) = 4(g(a))^2 - 4(g(a)) \end{cases}$$

$$\Rightarrow 4(g(a))^2 - 4(g(a)) = -1$$

$$\Rightarrow 4g^2(a) - 4g(a) + 1 = 0 \Rightarrow (2g(a) - 1)^2 = 0$$

$$\Rightarrow g(a) = \frac{1}{2}$$

(مسائل - تابع - صفحه‌های ۶۹ تا ۷۶)

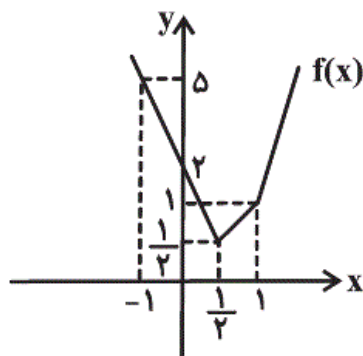
۴

۳ ✓

۲

۱

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} -3x + 2 & ; x < \frac{1}{2} \\ x & ; \frac{1}{2} \leq x \leq 1 \\ 3x - 2 & ; x > 1 \end{cases}$$



$$\left[\frac{x}{2} + \frac{3}{2}\right] = 1 \Rightarrow 1 \leq \frac{x}{2} + \frac{3}{2} < 2 \Rightarrow 2 \leq x + 3 < 4$$

$$\Rightarrow -1 \leq x < 1 \Rightarrow D_f = [-1, 1)$$

طبق شکل ۱  $\rightarrow \frac{1}{2} \leq f(x) \leq 5 \Rightarrow R_f = \left[\frac{1}{2}, 5\right]$

(مسائل - تابع - صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷، ۵۰، ۵۱ و ۹۹ تا ۱۰۲)

۴ ✓

۳

۲

۱

مقدار تابع در  $x = 0$  برابر  $-1$  است.

$$y(0) = -1 \Rightarrow 1 + a \cos(0) = 1 + a = -1 \Rightarrow a = -2$$

بنابراین ضابطه‌ی تابع به صورت  $y = 1 - 2 \cos(b\pi x)$  خواهد بود.

مقدار تابع در  $x = \frac{5}{2}$  برابر صفر است و این نقطه دومین جایی است که

تابع برابر صفر می‌شود. تابع  $y = 1 - 2 \cos x$  ابتدا در  $x = \frac{\pi}{3}$  و سپس

در  $x = \frac{5\pi}{3}$  برابر صفر می‌شود. پس اگر در عبارت  $(b\pi x)$  مقدار  $x$

را برابر  $\frac{5}{2}$  بگذاریم، باید برابر  $\frac{5\pi}{3}$  باشد:

$$b\pi\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{5\pi}{3} \Rightarrow b = \frac{2}{3}$$

$$a + b = -2 + \frac{2}{3} = -\frac{4}{3}$$

(مسابان- مثلثات- صفحه‌های ۱۰۴ و ۱۰۵)

۴

۳

۲

۱

با توجه به این که  $\frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$  داریم:

$$1 - \tan^2 x = \frac{\sqrt{3}}{3} (1 + \tan^2 x) \Rightarrow \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\Rightarrow \cos 2x = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad (1)$$

$$1 + \tan^2 2x = \frac{1}{\cos^2 2x} \xrightarrow{(1)} \tan^2 2x = \frac{1}{\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2} - 1$$

۴

۳

۲

۱

$$\frac{\sin 3x - \sin x}{\sin x} = 2 \Rightarrow \frac{2 \sin x \cos 2x}{\sin x} = 2 \quad (\sin x \neq 0)$$

$$\Rightarrow \cos 2x = 1 \Rightarrow 2x = 2k\pi \Rightarrow x = k\pi \quad \text{غ ق ق}$$

چون  $x = k\pi$  ریشه مخرج معادله می‌باشد، پس قابل قبول نیست، پس معادله در این بازه ریشه ندارد.

(مسابان- مثلثات- صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۲۳)

۴

۳

۲

۱

$$\frac{\tan^{-1}\left(\tan\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right)\right)}{\cos^{-1}\left(\cos\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right)\right)} = \frac{\tan^{-1}\left(\tan\frac{\pi}{3}\right)}{\cos^{-1}\left(-\cos\frac{\pi}{4}\right)}$$

$$= \frac{\tan^{-1}\left(\tan\frac{\pi}{3}\right)}{\pi - \cos^{-1}\left(\cos\frac{\pi}{4}\right)} = \frac{\frac{\pi}{3}}{\frac{3\pi}{4}} = \frac{4}{9}$$

(مسابان- مثلثات- صفحه‌های ۱۲۴ تا ۱۳۰)

۴ ✓

۳

۲

۱

(مهمربوار مفسنی)

ابتدا حد تابع را در نقطه  $x=2$  از سمت چپ به دست می‌آوریم و از ضابطه‌ی پایین استفاده می‌کنیم، داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \frac{3}{2} \cos^{-1}\left(\sin\frac{\pi}{3}\right) = \frac{3}{2} \cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{3}{2} \times \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{4}$$

می‌دانیم برای حد داشتن  $f(x)$  در  $x=2$  باید  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \tan^{-1}(\sin 2a) = \frac{\pi}{4} \quad \text{باشد، پس داریم:}$$

$$\Rightarrow \sin 2a = 1 \Rightarrow 2a = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow a = k\pi + \frac{\pi}{4}$$

که با قراردادن  $k = -1$ ،  $a = -\frac{3\pi}{4}$  می‌شود.

(مسابان- مثلثات- صفحه‌های ۱۲۴ تا ۱۳۰ و ۱۳۷ تا ۱۴۹)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} ([x] + [-x]) = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (-[-x] - 1) = -[0^-] - 1 = -(-1) - 1 = 0$$

با توجه به این که مقدار حد چپ تابع در نقطه‌ی صفر با مقدار حد راست آن برابر نیست پس تابع در نقطه‌ی  $x=0$  حد ندارد. پس حاصل عبارت

(مسابان- ترکیبی- صفحه‌های ۹۹ تا ۱۰۲ و ۱۳۷ تا ۱۴۹)

وجود ندارد.

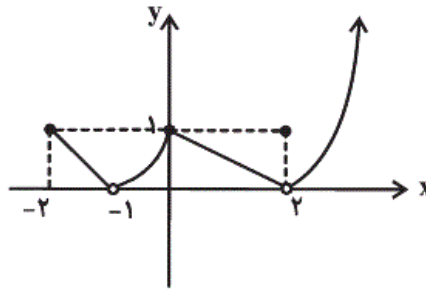
۴ ✓

۳

۲

۱

ابتدا تابع  $y = |f(x)|$  را به صورت زیر رسم می‌کنیم:



تابع در نقطه‌ی  $x = -2$  حد دارد زیرا در همسایگی راست آن تعریف شده است و حد آن برابر با حد راست در  $x = -2$  است. با توجه به شکل این تابع در نقاط  $x = 2$  و  $x = 0$  حد دارد. زیرا حدود چپ و راست در این نقاط با هم برابرند.

پس تابع موردنظر در تمام نقاط دامنه‌اش حد دارد.

(مسابان- هر و پیوستگی- صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۳۹)

۴

۳

۲

۱

با توجه به نمودار تابع  $y = f(x)$  می‌توان فهمید که حد راست  $f$  در  $x = 1$  برابر ۲ و حد چپ آن برابر صفر است.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) + 1}{|x| + af(x)} = \frac{2 + 1}{1 + 2a} = \frac{3}{1 + 2a}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) + 1}{|x| + af(x)} = \frac{0 + 1}{1 + a(0)} = 1$$

چون  $g$  در  $x = 1$  حد دارد، پس باید مقادیر حد چپ و راست برابر باشند:

$$\frac{3}{1 + 2a} = 1 \Rightarrow 3 = 1 + 2a \Rightarrow a = 1$$

(مسابان- هر و پیوستگی- صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۴۹)

۴

۳

۲

۱

باید  $\frac{-3x + 4}{5}$  را برابر ۱ قرار دهیم.

$$\frac{-3x + 4}{5} = 1 \Rightarrow -3x + 4 = 5 \Rightarrow -3x = 1 \Rightarrow x = -\frac{1}{3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\frac{1}{3}} f\left(\frac{-3x + 4}{5}\right) = \lim_{x \rightarrow -\frac{1}{3}} (2x + 1) = -\frac{2}{3} + 1 = \frac{1}{3}$$

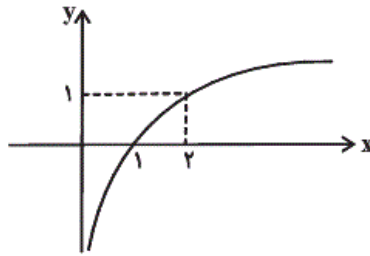
(مسابان- هر و پیوستگی- صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۴۹)

۴

۳

۲

۱



واضح است که وقتی  $x \rightarrow 2^-$  داریم:  $\log_2^x \rightarrow 1^-$   
بنابراین می‌توان نوشت:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} ([\log_2^x] - [\log_x^2]) = \lim_{x \rightarrow 2^-} ([\log_2^x] - [\frac{1}{\log_2^x}])$$

$$= [1^-] - [\frac{1}{1^-}] = 0 - 1 = -1$$

(حسابان - ترکیبی - صفحه‌های ۹۹ تا ۱۰۲ و ۱۳۲ تا ۱۴۹)

-----

۴                       ۳                       ۲                       ۱

-۹۸

(ممبر رضا توفه)

$$[\frac{x-3}{2}] = 5 \Rightarrow 5 \leq \frac{x-3}{2} < 6 \Rightarrow 10 \leq x-3 < 12$$

$$\Rightarrow 13 \leq x < 15$$

اگر اعداد ۱۳ و ۱۴ را از بازه‌ی بالا حذف کنیم، حاصل به صورت یک همسایگی محذوف متقارن خواهد بود.

$$[13, 15) - \{13, 14\} = (13, 14) \cup (14, 15)$$

(حسابان - ترکیبی - صفحه‌های ۹۹ تا ۱۰۲، ۱۴۰ و ۱۴۱)

-----

۴                       ۳                       ۲                       ۱

-۹۹

(امیرحسین افشار)

ابتدا  $x^2 - x^4$  را تعیین علامت می‌کنیم:

$$x^2 - x^4 = 0 \Rightarrow x^2(1 - x^2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$$

x	-1	0	1
$x^2 - x^4$	-	+	-

یعنی در هر دو حالت  $x \rightarrow 0^+$  و  $x \rightarrow 0^-$  داریم  $(x^2 - x^4) \rightarrow 0^+$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x^2 - x^4) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = A$$

بنابراین:

(حسابان - صر و پیوستگی - صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۴۹)

-----

۴                       ۳                       ۲                       ۱

(مهمرمصطفی ابراهیمی)

اگر  $x \rightarrow \frac{\pi}{4}$  میل کند،  $(\tan x + \cot x) \rightarrow 2$  میل می کند. فقط باید مشخص کنیم که  $\tan x + \cot x$  از مقادیر بیش تر به ۲ نزدیک می شود و یا از مقادیر کم تر.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} f(\tan x + \cot x) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} f\left(\frac{2}{\sin 2x}\right)$$

چون  $-1 \leq \sin 2x \leq 1$  است وقتی  $x \rightarrow \frac{\pi}{4}$  میل می کند، یعنی  $2x \rightarrow \frac{\pi}{2}$ ،

$$\frac{2}{1^-} \rightarrow 2^+ \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 3 \quad \text{پس } (\sin 2x) \rightarrow 1^- \text{ میل می کند.}$$

با توجه به نمودار مشخص است که  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 3$  می باشد.

(حسابان - ترکیبی - صفحه های ۱۱۰ تا ۱۱۷ و ۱۳۲ تا ۱۳۹)

۴

۳

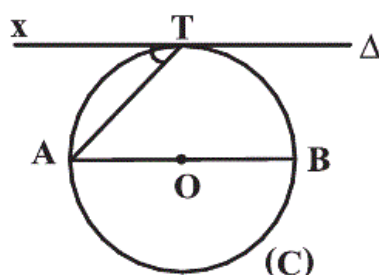
۲

۱ ✓

ریاضی، هندسه ۲، - ۱۳۹۶۰۱۱۸

-۱۲۱

(سیدوید زوالفقاری)



خط  $\Delta$  زمانی با قطر  $AB$  موازی است که  $T$  وسط کمان  $AB$  باشد، یعنی  $\widehat{AT} = \widehat{BT} = 90^\circ$  که در

$$\text{این صورت } \widehat{ATx} = \frac{\widehat{AT}}{2} = 45^\circ$$

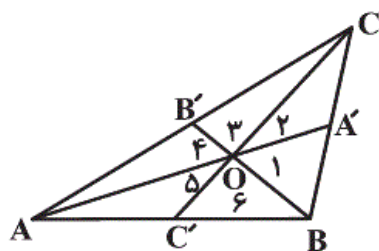
(هندسه ۲ - دایره - صفحه های ۹۰ و ۹۱)

۴

۳

۲

۱ ✓



گزینه ی «۱»: از آن جا که میانه ها همواره داخل مثلث قرار می گیرند، نقطه ی همرسی آنها نیز همواره داخل مثلث واقع است.

گزینه ی «۲»: هر مثلث به وسیله هر میانه به دو مثلث هم مساحت تقسیم می شود، از این قضیه می توان نتیجه گرفت که با رسم سه میانه، شش مثلث هم مساحت ایجاد می شود.

گزینه ی «۳»: هیچ مثلثی مرکز تقارن ندارد، حتی مثلث متساوی الاضلاع.

گزینه ی «۴»:

$$OA = \frac{2}{3}AA' \text{ و } OA' = \frac{1}{3}AA' \Rightarrow OA = 2OA'$$

(هندسه ۲ - استرلال در هندسه - صفحه ی ۳۶)

۴

۳ ✓

۲

۱

(مسین فابیلو)

در مثلث  $ACD$ ، مجموع زاویه های داخلی  $180^\circ$  است، پس  $\hat{ADC} = 90^\circ$ .

در مثلث  $ABD$ ، مجموع زاویه های داخلی  $180^\circ$  است، پس  $\hat{ADB} = 45^\circ$ .

از طرفی  $\hat{BDC} = \hat{ADC} - \hat{ADB} = 45^\circ$ ، یعنی در مثلث قائم الزاویه ی  $ACD$ ،  $DB$  نیمساز زاویه ی داخلی  $D$  است، پس طبق قضیه ی نیمساز داخلی:

۴ ✓

۳

۲

۱

برای آن که  $a$ ،  $b$  و  $c$  بتوانند طول ضلع‌های یک مثلث باشند، لازم و کافی است که  $|a - c| < b < a + c$ .

$$1, x, 5 \Rightarrow |1 - 5| < x < |1 + 5| \Rightarrow 4 < x < 6$$

یعنی با توجه به فرض مسأله بیش‌ترین مقدار  $b$  برابر با ۶ و کم‌ترین مقدار

$a$  برابر با ۴ است، پس مقدار موردنظر مسأله برابر است با  $\frac{6}{4} = 1.5$ .

(هندسه ۲- استدلال در هندسه - صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

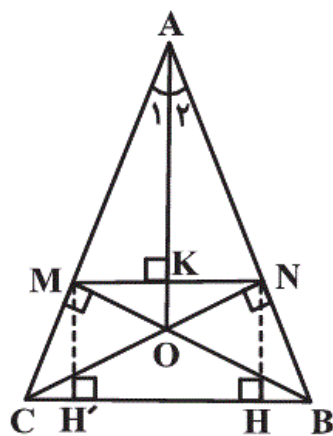
 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱





دو مثلث  $NCB$  و  $MCB$  به حالت وتر و یک زاویه‌ی حاده همنهشت هستند:

$$CB = CB \text{ و } \hat{N}BC = \hat{M}CB$$

در نتیجه  $NH = MH'$ . بنابراین پاره‌خط

$MN$  با  $CB$  موازی است و لذا بر  $AO$

عمود است (زیرا  $AO$  بر  $BC$  عمود است).

حال در مثلث  $AOM$ ،  $\hat{A}_1 = 15^\circ$  (ارتفاع، نیمساز است) و  $MK$

ارتفاع وارد بر وتر است. می‌دانیم که در مثلث قائم‌الزاویه با زاویه‌ی  $15^\circ$ ،

ارتفاع وارد بر وتر  $\frac{1}{4}$  وتر است.

$$MK = \frac{1}{4}OA \xrightarrow{\times 2} 2MK = \frac{1}{2}OA \Rightarrow MN = \frac{1}{2}OA$$

(هندسه ۲- استدلال در هندسه - صفحه‌ی ۳۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$PT^2 = PA \cdot PB \Rightarrow PA \cdot PB = 24 \Rightarrow PA(PA + AB) = 24$$

اگر  $PA = x$  باشد، طبق صورت سؤال  $AB = x + 2$  است:

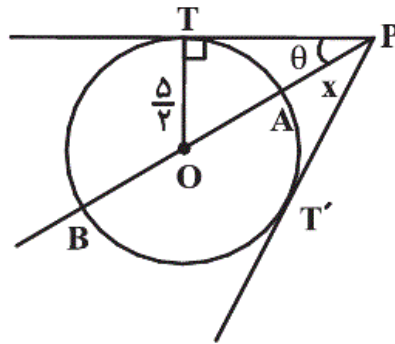
$$x(x + x + 2) = 24 \Rightarrow x(2x + 2) = 24 \Rightarrow x(x + 1) = 12$$

$$\Rightarrow x = 3$$

$$AB = x + 2 = 5$$

پس داریم:

در نتیجه:



$$\sin \theta = \frac{\frac{5}{2}}{\frac{5}{2} + 3} = \frac{5}{11}$$

$$\widehat{TP'T'} = 2\theta = 2 \sin^{-1} \frac{5}{11}$$

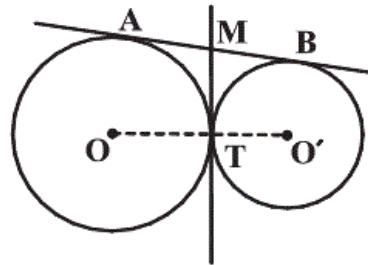
هندسه ۲- دایره- صفحه‌ی ۷۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



با توجه به شکل، داریم:

$$d = OO' = R + R' = 4 + 2 = 6$$

$$AB = \sqrt{d^2 - (R - R')^2} = \sqrt{36 - 4} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

مماس‌های رسم شده از یک نقطه خارج دایره بر آن با هم مساویند، پس:

$$\begin{cases} MA = MT \\ MB = MT \end{cases} \Rightarrow 2MT = MA + MB = AB$$

$$\Rightarrow MT = \frac{1}{2}AB = 2\sqrt{2}$$

(هندسه ۲- دایره- صفحه‌های ۸۰ تا ۸۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\left. \begin{aligned} A(2,0) \text{ و } A'(8,0) &\Rightarrow AA' \text{ معادله‌ی } y=0 \\ B(1,2) \text{ و } B'(5,6) &\Rightarrow BB' \text{ معادله‌ی } y=x+1 \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \text{مركز تجانس: } (-1,0) \Rightarrow \alpha + \beta = -1 + 0 = -1$$

(هندسه ۲- تبدیل‌ها- صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

فرض کنیم  $(X, Y)$  تصویر  $(x, y)$  تحت تبدیل  $T$  باشد، داریم:

$$(X, Y) = T(x, y) \Rightarrow (3x - 1, 2y) = (X, Y)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x - 1 = X \Rightarrow x = \frac{X+1}{3} \\ 2y = Y \Rightarrow y = \frac{Y}{2} \end{cases}$$

$$L : x + by = 10 \Rightarrow L' : \left(\frac{X+1}{3}\right) + b\left(\frac{Y}{2}\right) = 10$$

$$\frac{(\Delta, b) \in L'}{\rightarrow} \left(\frac{\Delta+1}{3}\right) + b\left(\frac{b}{2}\right) = 10$$

$$\Rightarrow \frac{b^2}{2} = 8 \Rightarrow b = \pm 4 \xrightarrow{\text{در ربع چهارم } (\Delta, b)} b = -4$$

(هندسه ۲- تبدیل‌ها- صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۲)

 ۴

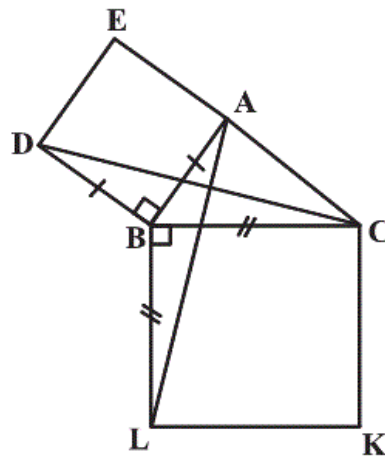
 ۳

 ۲

 ۱

(پوریا، مضمی)

-۱۳۰



دو مثلث  $ABL$  و  $DBC$  طبق

حالت (ض ز ض) هم‌نهشت‌اند.

بنابراین  $DC$  دوران‌یافته‌ی

$AL$  به مرکز  $B$  و به‌اندازه‌ی

$90^\circ$  است. پس زاویه‌ی بین دو

پاره‌خط  $90^\circ$  است.

(هندسه ۲- تبدیل‌ها- صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

۱۴۶-

(سیدوید زوالفقاری)

برای تعیین تعداد اعضای فضای نمونه ای کافی است از اصل ضرب استفاده نماییم. به این منظور داریم:

.....      .....      .....      .....      .....  
 عدد سه رقمی      یک حرف از حروف داده شده      عدد دو رقمی

$$9 \times 9 \times 15 \times 9 \times 9 \times 9 = 15 \times 9^5$$

(پیرواحتمال - احتمال و پدیده های تصادفی - صفحه های ۷۲ و ۷۳)

۴ ✓

۳

۲

۱

ریاضی ، جبر و احتمال ، اصل لانه کبوتری ، استدلال ریاضی - ۱۳۹۶۰۱۱۸

۱۴۱-

(هاثره کردستانی)

اگر هر رنگ را یک لانه در نظر بگیریم و  $n$  لانه داشته باشیم و در هر لانه ۲ کبوتر (مهره) قرار گیرد، در این صورت  $2n$  مهره داریم. برای آن که در یکی از لانه ها ۳ کبوتر قرار گیرد باید حداقل  $2n + 1$  مهره داشته باشیم؛ پس داریم:

$$2n + 1 \leq 25 \Rightarrow n \leq 12$$

پس حداکثر ۱۲ رنگ مختلف می توانیم در نظر بگیریم.

(پیرواحتمال - استدلال ریاضی - صفحه های ۲۸ تا ۳۰)

۴

۳

۲

۱

ریاضی ، جبر و احتمال ، تعداد زیرمجموعه ها و مجموعه ی توانی ، مجموعه ضرب دکارتی و رابطه - ۱۳۹۶۰۱۱۸

۱۴۲-

(سامان اسپهر)

رابطه ی (ب) نادرست است، زیرا مثلاً اگر  $B = \{1\}$  باشد، آن گاه  $P(B) = \{\emptyset, \{1\}\}$  است. در این حالت واضح است که  $B$  زیرمجموعه ی  $P(B)$  نیست.

(پیرواحتمال - مجموعه ها - صفحه های ۳۶ تا ۴۰)

۴

۳

۲

۱

ریاضی ، جبر و احتمال ، جبر مجموعه ها و قوانین ترکیبی ، مجموعه ضرب دکارتی و رابطه - ۱۳۹۶۰۱۱۸

(نویید مپیری)

$$A' \Delta B' = (A' - B') \cup (B' - A') = (A' \cap B) \cup (B' \cap A) \\ = (A \cap B') \cup (B \cap A') = (A - B) \cup (B - A)$$

$$A' - B' = A' \cap B = B \cap A' = B - A$$

با توجه به آن که  $(A - B)$  و  $(B - A)$ ، دو مجموعه‌ی جدا از هم هستند، داریم:

$$(A' \Delta B') - (A' - B') = [(A - B) \cup (B - A)] - (B - A) \\ = A - B$$

(ببروا احتمال - مجموعه‌ها - صفحه‌های ۴۴ تا ۵۶)

۴

۳

۲

۱ ✓

ریاضی، جبر و احتمال، حاصل ضرب دکارتی، مجموعه ضرب دکارتی و رابطه - ۱۳۹۶۰۱۱۸

(علیرضا شریف‌فطیمی)

ابتدا متذکر می‌شویم که:

$$|(A \times B) \cap (B \times A)| = |A \cap B|^2$$

حال اعضای دو مجموعه‌ی  $A$  و  $B$  را مشخص می‌کنیم:

$$A: |2 - x^2| \leq 6 \Rightarrow -6 \leq 2 - x^2 \leq 6$$

$$\Rightarrow -8 \leq -x^2 \leq 4 \Rightarrow -4 \leq x^2 \leq 8 \Rightarrow x^2 \leq 8$$

$$\Rightarrow x^2 \leq 8 \Rightarrow -2\sqrt{2} \leq x \leq 2\sqrt{2}$$

$$\xrightarrow{x \in \mathbb{Z}} A = \{-2, -1, 0, 1, 2\} \quad (I)$$

$$B: |x - 3| \leq 4 \Rightarrow -4 \leq x - 3 \leq 4 \Rightarrow -1 \leq x \leq 7$$

$$\xrightarrow{x \in \mathbb{N}} B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} \quad (II)$$

حال کافی است اعضای مجموعه‌ی  $A \cap B$  را مشخص کنیم، لذا داریم:

$$(I), (II) \Rightarrow A \cap B = \{1, 2\} \Rightarrow |A \cap B| = 2$$

$$|(A \times B) \cap (B \times A)| = |A \cap B|^2 = 2^2 = 4$$

بنابراین:

(ببروا احتمال - مجموعه‌ها - صفحه‌های ۵۶ تا ۶۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

ریاضی، جبر و احتمال، افراز یک مجموعه، مجموعه ضرب دکارتی و رابطه - ۱۳۹۶۰۱۱۸

(امیر حسین ابومصوب)

اگر دو مجموعه‌ی تک‌عضوی وجود داشته باشد، سه عضو دیگر در یک

$$\frac{\binom{5}{3}\binom{2}{1}\binom{1}{1}}{2!} = 10$$

مجموعه قرار می‌گیرند که تعداد حالت‌ها برابر ۱۰

است. اگر سه مجموعه‌ی تک‌عضوی وجود داشته باشد، دو عضو دیگر در

$$\frac{\binom{5}{2}\binom{3}{1}\binom{2}{1}\binom{1}{1}}{3!} = 10$$

یک مجموعه هستند که تعداد حالت‌ها برابر ۱۰

است و در تنها حالت باقی‌مانده، ۵ مجموعه‌ی تک‌عضوی داریم. تعداد

کل افزایها برابر است با:  $10 + 10 + 1 = 21$ 

(جبر و احتمال - مجموعه‌ها - صفحه‌های ۶۵ و ۶۶)

 ۴ ۳ ۲ ۱

ریاضی، جبر و احتمال، پیشامدهای تصادفی، احتمال و پدیده‌های تصادفی - ۱۳۹۶۰۱۱۸

(سعید زوارقی)

طبق گفته مسئله اگر تاس ۲، ۴ و ۶ بیاید به ترتیب ۲، ۴ و ۶ سکه می‌ریزیم، پس داریم:

$$\text{حالت } 2 \Rightarrow 2^2 = 4 \text{ سکه}$$

$$\text{حالت } 4 \Rightarrow 2^4 = 16 \text{ سکه}$$

$$\text{حالت } 6 \Rightarrow 2^6 = 64 \text{ سکه}$$

$$\Rightarrow 4 + 16 + 64 = 84 \text{ تعداد حالات وقتی تاس زوج بیاید}$$

اگر تاس ۱ و ۳ و ۵ بیاید، دو تاس دیگر می‌ریزیم که تعداد اعضای فضای نمونه‌ای در پرتاب ۲ تاس، ۳۶ است.

$$= 36 \times 3 = 108 \text{ تعداد حالات وقتی تاس فرد بیاید}$$

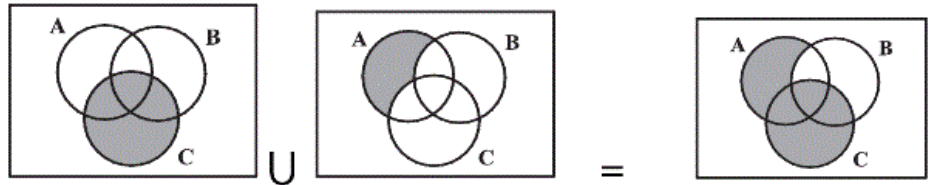
$$\Rightarrow 108 + 84 = 192 \text{ تعداد کل حالات}$$

(جبر و احتمال - احتمال و پدیده‌های تصادفی - صفحه‌های ۷۲ و ۷۳)

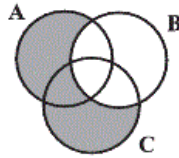
 ۴ ۳ ۲ ۱

ریاضی، جبر و احتمال، عملیات روی پیشامدها و نمودار ون، احتمال و پدیده‌های تصادفی - ۱۳۹۶۰۱۱۸

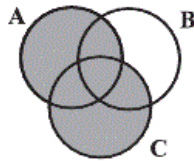
(سعید زوارقی)



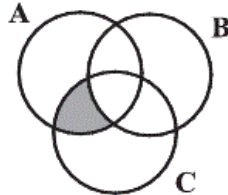
پیشامد  $C$  رخ داده فقط  $A$  رخ داده  $C$  رخ داده یا فقط  $A$  رخ داده  
 برای درک بهتر، نمودار سایر گزینه‌ها را رسم می‌کنیم:  
 گزینه‌ی «۱»:  $A$  یا  $C$  اتفاق افتاده و  $B$  نیفتاده  $(A \cup C) - B$



گزینه‌ی «۲»:  $A$  یا  $C$  رخ داده:  $A \cup C$



گزینه‌ی «۴»:  $A$  و  $C$  رخ داده و  $B$  رخ نداده:  $(A \cap C) - B$



(پیرواحتمال - احتمال و پدیده‌های تصادفی - صفحه‌های ۷۹ و ۸۰)

۴

۳

۲

۱

ریاضی، جبر و احتمال، احتمال هم‌شانس در فضاهای گسسته، احتمال: اندازه‌گیری شانس - ۱۳۹۶۰۱۱۸

(سیدوید زوالفقاری)

فضای نمونه‌ای آزمایش موردنظر عبارت است از:

$$S = \{12, 13, 21, 23, 31, 32\}$$

و پیشامد مطلوب ( $A$ ) زیرمجموعه‌ای از فضای نمونه‌ای ( $S$ ) است:

$$A = \{12, 21, 23, 32\}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

در نتیجه احتمال آن برابر است با:

(پیرواحتمال - احتمال: اندازه‌گیری شانس - صفحه‌های ۸۲ تا ۸۷)

۴

۳

۲

۱



(سروش موثینی)

$$n(S) = \binom{10}{3} = 120$$

$$n(A) = \binom{5}{3} \times \binom{2}{1} \times \binom{2}{1} \times \binom{2}{1} = 80$$

انتخاب انتخاب انتخاب انتخاب  
 ۱ نفر ۱ نفر ۱ نفر ۳ زوج  
 از زوج از زوج از زوج از زوج  
 سوم دوم اول زوج

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{80}{120} = \frac{2}{3}$$

(پيرو احتمال - احتمال: اندازه‌گیری شانس - صفحه‌های ۸۲ تا ۸۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

ریاضی، حسابان-سوال‌ت موازی، - ۱۳۹۶۰۱۱۸

-۱۰۱

(مهم‌مصطفی ابراهیمی)

مجموع سه جمله‌ی اول ۱۴ است:

$$a_1 + a_2 + a_3 = 14$$

$$\Rightarrow a_1 + a_1q + a_1q^2 = 14 \Rightarrow a_1(1 + q + q^2) = 14 \quad (*)$$

مجموع سه جمله‌ی دوم برابر  $\frac{7}{4}$  است:

$$a_4 + a_5 + a_6 = \frac{7}{4} \Rightarrow a_1q^3 + a_1q^4 + a_1q^5 = \frac{7}{4}$$

$$\Rightarrow a_1q^3(1 + q + q^2) = \frac{7}{4} \quad (**)$$

با تقسیم طرفین تساوی (\*) و (\*\*) بر هم داریم:

$$\frac{a_1q^3(1 + q + q^2)}{a_1(1 + q + q^2)} = \frac{\frac{7}{4}}{14} \Rightarrow q^3 = \frac{1}{8} \Rightarrow q = \frac{1}{2}$$

با جایگذاری مقدار  $q$  در تساوی (\*) داریم:

$$a_1 \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) = 14 \Rightarrow a_1 \left(\frac{7}{4}\right) = 14 \Rightarrow a_1 = 8$$

در نتیجه مجموع همه‌ی جملات دنباله برابر است با:

$$S_\infty = \frac{a_1}{1 - q} = \frac{8}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{8}{\frac{1}{2}} = 16$$

(حسابان - مساببات پیری، معادلات و نامعادلات - صفحه‌های ۲ تا ۶)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ \frac{c}{a} > 0 \\ -\frac{b}{a} < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m^2 - m - 2 > 0 \\ m + 2 > 0 \\ 2m < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m < -1 \text{ یا } m > 2 \\ m > -2 \\ m < 0 \end{cases}$$

اشتراک

$$\rightarrow -2 < m < -1$$

(مسابان- معاسبات جبری، معادلات و نامعادلات- صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

(کیا مقدس نیاک)

$$\frac{3}{\sqrt{x-1}+1} = 3 - \sqrt{x-1} \Rightarrow \sqrt{x-1} + \frac{3}{\sqrt{x-1}+1} = 3$$

$$\Rightarrow \sqrt{x-1} + 1 + \frac{3}{\sqrt{x-1}+1} = 4$$

$$\xrightarrow{\substack{\sqrt{x-1}+1=t \\ t \geq 1}} t + \frac{3}{t} = 4 \Rightarrow t^2 - 4t + 3 = 0$$

$$\Rightarrow (t-1)(t-3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t=1 \Rightarrow \sqrt{x-1}+1=1 \Rightarrow \sqrt{x-1}=0 \Rightarrow x=1 \\ t=3 \Rightarrow \sqrt{x-1}+1=3 \Rightarrow \sqrt{x-1}=2 \Rightarrow x=5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع جواب‌ها: } 1+5=6$$

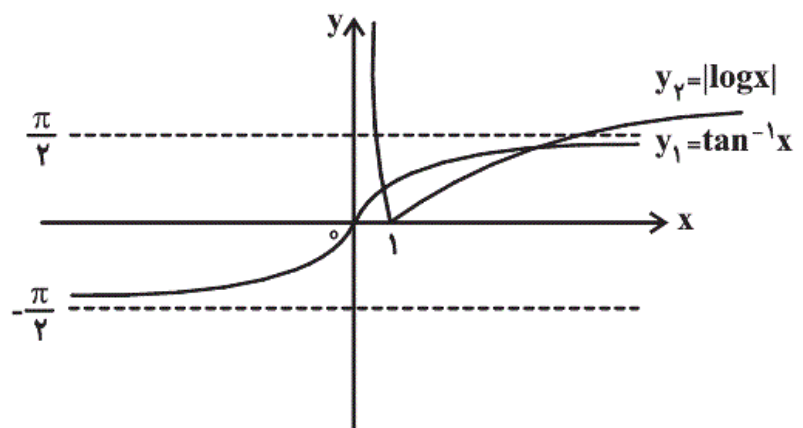
(مسابان- معاسبات جبری، معادلات و نامعادلات- صفحه‌های ۲۸ تا ۳۱)

۴

۳ ✓

۲

۱



مشاهده می‌شود که محل برخورد دو تابع در ۲ نقطه می‌باشد، پس معادله دارای دو ریشه می‌باشد.

(مسابان- ترکیبی- صفحه‌های ۳۱ تا ۳۳، ۳۵ تا ۳۹ و ۱۲۴ تا ۱۳۰)

۴

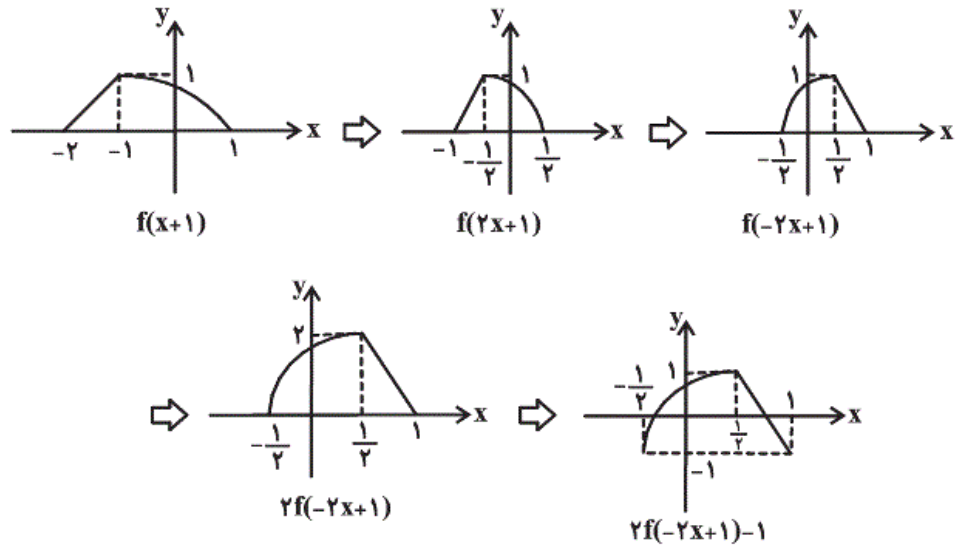
۳

۲ ✓

۱

(کیا مقرر نیاک)

ابتدا نمودار تابع  $f$  را یک واحد به چپ منتقل می‌کنیم تا نمودار  $f(x+1)$  به دست آید. سپس نمودار را در راستای محور طول‌ها با ضریب  $\frac{1}{2}$  منقبض می‌کنیم تا نمودار تابع  $f(2x+1)$  به دست آید. سپس نمودار را نسبت به محور  $y$  ها قرینه می‌کنیم تا نمودار تابع  $f(1-2x)$  به دست آید. سپس نمودار را با ضریب ۲ در راستای محور  $y$  ها منبسط می‌کنیم تا نمودار تابع  $2f(1-2x)$  به دست آید و در انتها نمودار را یک واحد به سمت پایین منتقل می‌کنیم تا نمودار تابع  $y = 2f(1-2x) - 1$  حاصل شود.



(مسئله‌ها - تابع - صفحه‌های ۵۴ تا ۶۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

(میلاد منصوری)

دقت فرمایید که  $0 \leq f(x) \leq 1$  است. پس  $f(x)$  مقادیر  $[0, 1]$  را اختیار می‌کند. پس  $f(f(x))$  از روی نمودار مقادیری را می‌پذیرد که تابع  $f$  در بازه  $[0, 1]$  پذیرفته است که فقط عدد ۱ است. یعنی برد تابع  $f \circ f(x)$  برابر با  $\{1\}$  است.

(مسئله‌ها - تابع - صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷ و ۶۹ تا ۷۶)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$\Rightarrow \frac{7}{2} < \frac{-4x+3}{2} \leq \frac{11}{2} \Rightarrow \left[ \frac{-4x+3}{2} \right] = \begin{cases} 3 \\ 4 \\ 5 \end{cases} \Rightarrow \text{سه مقدار صحیح}$$

(مسئله‌ها - تابع - صفحه‌های ۹۹ تا ۱۰۲)

۴

۳

۲

۱ ✓

مقدار تابع در  $x=0$  برابر  $-1$  است.

$$y(0) = -1 \Rightarrow 1 + a \cos(0) = 1 + a = -1 \Rightarrow a = -2$$

بنابراین ضابطه‌ی تابع به صورت  $y = 1 - 2 \cos(b\pi x)$  خواهد بود.

مقدار تابع در  $x = \frac{5}{2}$  برابر صفر است و این نقطه دومین جایی است که

تابع برابر صفر می‌شود. تابع  $y = 1 - 2 \cos x$  ابتدا در  $x = \frac{\pi}{3}$  و سپس

در  $x = \frac{5\pi}{3}$  برابر صفر می‌شود. پس اگر در عبارت  $(b\pi x)$  مقدار  $x$

را برابر  $\frac{5}{2}$  بگذاریم، باید برابر  $\frac{5\pi}{3}$  باشد:

$$b\pi\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{5\pi}{3} \Rightarrow b = \frac{2}{3}$$

$$a + b = -2 + \frac{2}{3} = -\frac{4}{3}$$

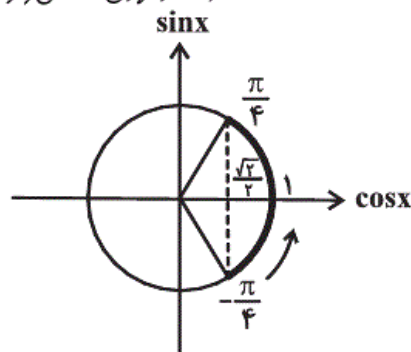
(مسابان- مثلثات- صفحه‌های ۱۰۴ و ۱۰۵)

۴ ✓

۳

۲

۱



$$\frac{\sqrt{2}}{2} \leq \cos(3x - 2x) \leq 1$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} \leq \cos x \leq 1$$

بهترین روش استفاده از نمودار دایره مثلثاتی است که بتوان حدود  $x$  را به دست آورد.

$$\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

نکته:

(مسابان- مثلثات- صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۲۳)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$\tan x + \cot x = 2 \Rightarrow \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin x \cos x} = 2$$

$$\Rightarrow \sin^2 x + \cos^2 x - 2 \sin x \cos x = 0 \Rightarrow (\sin x - \cos x)^2 = 0$$

$$\Rightarrow \sin x - \cos x = 0 \Rightarrow \sin x = \cos x \xrightarrow{\text{در ربع اول}} x = \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow \sin x + \cos x = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

(مسابان- مثلثات- صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۲۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(امیرھوشنگ فمسه)

-۱۱۱

با توجه به این که  $\frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$  داریم:

$$1 - \tan^2 x = \frac{\sqrt{3}}{3} (1 + \tan^2 x) \Rightarrow \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\Rightarrow \cos 2x = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad (1)$$

$$1 + \tan^2 2x = \frac{1}{\cos^2 2x} \xrightarrow{(1)} \tan^2 2x = \frac{1}{\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2} - 1$$

$$\Rightarrow \tan^2 2x = 2 \Rightarrow \tan 2x = \pm\sqrt{2}$$

که تنها مقدار  $\sqrt{2} +$  در گزینه‌ها هست.

(مسابان- مثلثات- صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(علی یوسفی)

-۱۱۲

$$\frac{\sin 3x - \sin x}{\sin x} = 2 \Rightarrow \frac{2 \sin x \cos 2x}{\sin x} = 2 \quad (\sin x \neq 0)$$

$$\Rightarrow \cos 2x = 1 \Rightarrow 2x = 2k\pi \Rightarrow x = k\pi \quad \text{غ ق ق}$$

چون  $x = k\pi$  ریشه مخرج معادله می‌باشد، پس قابل قبول نیست، پس معادله در این بازه ریشه ندارد.

(مسابان- مثلثات- صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۲۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(موردی ملا، مضامنی)

$$\cos 2x = -\cos \frac{x}{2} \Rightarrow \cos 2x = \cos\left(\pi + \frac{x}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \pi + \frac{x}{2} \Rightarrow \frac{3x}{2} = 2k\pi + \pi \Rightarrow x = \frac{4k\pi}{3} + \frac{2\pi}{3} \\ 2x = 2k\pi - \pi - \frac{x}{2} \Rightarrow \frac{5x}{2} = 2k\pi - \pi \Rightarrow x = \frac{4k\pi}{5} - \frac{2\pi}{5} \\ = \frac{4k'\pi}{5} + \frac{4\pi}{5} - \frac{2\pi}{5} = \frac{4k'\pi}{5} + \frac{2\pi}{5} \end{cases}$$

(مسابان- مثلثات- صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۳)

۴

۳✓

۲

۱

(امیر هوشنگ فمسه)

$$\frac{\tan^{-1}\left(\tan\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right)\right)}{\cos^{-1}\left(\cos\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right)\right)} = \frac{\tan^{-1}\left(\tan \frac{\pi}{3}\right)}{\cos^{-1}\left(-\cos \frac{\pi}{4}\right)}$$

$$= \frac{\tan^{-1}\left(\tan \frac{\pi}{3}\right)}{\pi - \cos^{-1}\left(\cos \frac{\pi}{4}\right)} = \frac{\frac{\pi}{3}}{\frac{3\pi}{4}} = \frac{4}{9}$$

(مسابان- مثلثات- صفحه‌های ۱۲۴ تا ۱۳۰)

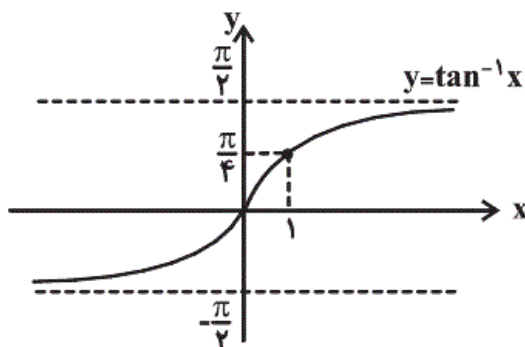
۴✓

۳

۲

۱

مطابق شکل زیر، تابع  $y = \tan^{-1} x$  با دریافت تمامی اعضای  $(-\infty, 1]$  تمام اعضای بازه‌ی  $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4}\right]$  را ایجاد می‌کند:



(مسابان- ترکیبی- صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷ و ۱۲۴ تا ۱۳۰)

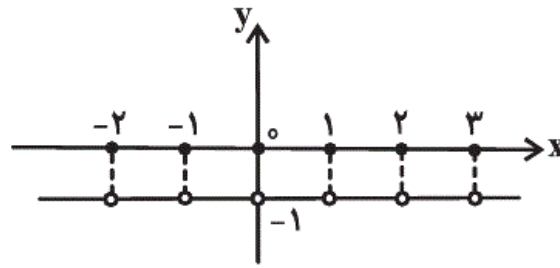
۴

۳

۲✓

۱

می‌دانیم:  $f(x) = [x] + [-x] = \begin{cases} 0 & x \in \mathbb{Z} \\ -1 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$ . بنابراین نمودار آن به شکل زیر است:



با توجه به نمودار مشخص است که مقدار تابع در نقاط صحیح برابر با صفر و در سایر نقاط برابر با -۱ است. در نتیجه حد این تابع در تمام نقاط (صحیح و غیرصحیح) برابر با -۱ است. پس حد تابع در  $x=0$  برابر -۱ است.

(حسابان - هر و پیوستگی - صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۳۹)

۴

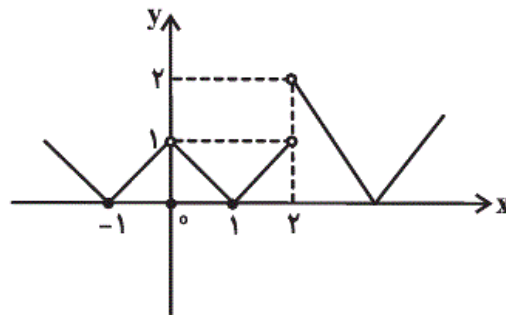
۳ ✓

۲

۱

(سیدوید زوالفقاری)

با توجه به شکل مشخص است که  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$ . برای محاسبه  $\lim_{x \rightarrow 2^+} |f(x)|$  ابتدا نمودار  $|f(x)|$  را رسم می‌کنیم.



با توجه به نمودار  $\lim_{x \rightarrow 2^+} |f(x)| = 2$  است. پس جواب سؤال برابر

$$1 + 2 = 3 \text{ است.}$$

(حسابان - هر و پیوستگی - صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۳۹)

۴ ✓

۳

۲

۱

(عزیزاله علی‌اصغری)

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(|x|) - \lim_{x \rightarrow 1^+} f(f(x)) &= f(|(-2)^+|) - f(2^+) \\ &= f(2^-) - f(2^+) = 3 - 2 = 1 \end{aligned}$$

(حسابان - هر و پیوستگی - صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۳۹)

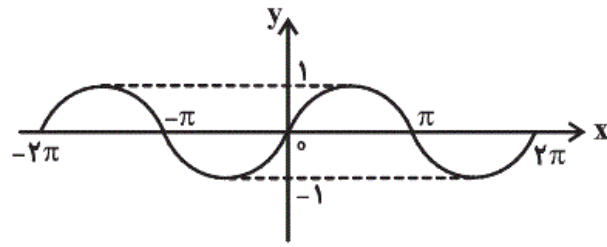
۴

۳ ✓

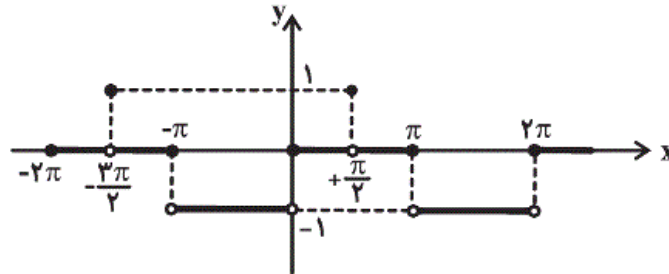
۲

۱

نمودار تابع  $y = \sin x$  به شکل زیر است:



حال نمودار  $y = [\sin x]$  را رسم می‌کنیم:



با توجه به شکل، تابع  $f$  در بازه  $(-2\pi, 2\pi)$  در نقاط  $-\pi$ ،  $0$  و  $\pi$  حد ندارد.

(مسئله - ۵۸ و پیوستگی - صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۳۹)

 ۴

 ۳

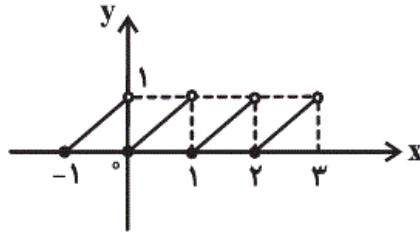
 ۲

 ۱

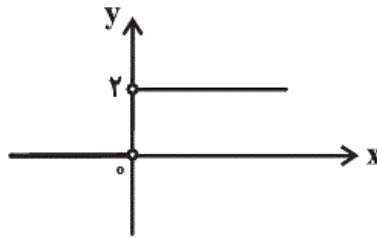


(مسئله هفتم)

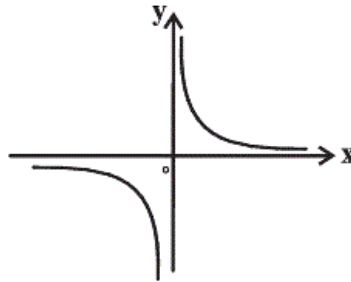
۱) نمودار تابع  $f(x) = x - [x]$  به صورت زیر است که در  $x = 0$  حد ندارد:



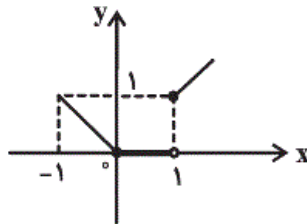
۲) نمودار تابع  $f(x) = 1 + \frac{x}{|x|} = \begin{cases} 2 & ; x > 0 \\ 0 & ; x < 0 \end{cases}$  به صورت زیر است و در  $x = 0$  حد ندارد.



۳) نمودار تابع  $f(x) = \frac{1}{x}$  به صورت زیر است که در  $x = 0$  حد ندارد.



۴) نمودار تابع  $f(x) = x[x]$  در اطراف  $x = 0$  به صورت زیر است و حاصل حد آن در  $x = 0$  برابر صفر می‌باشد.



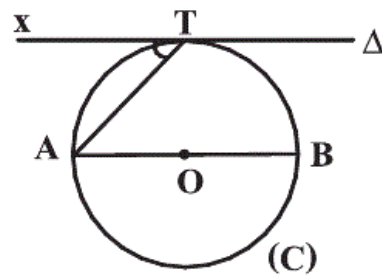
(مسئله بان - هر و پیوستگی - صفحه‌های ۱۱۳۲ تا ۱۱۳۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



خط  $\Delta$  زمانی با قطر  $AB$  موازی است که  $T$  وسط کمان  $AB$  باشد، یعنی  $\widehat{AT} = \widehat{BT} = 90^\circ$  که در

این صورت  $\widehat{ATX} = \frac{\widehat{AT}}{2} = 45^\circ$ .

(هندسه ۲- دایره- صفحه‌های ۶۰ و ۶۱)

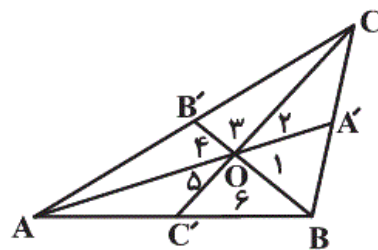
۴

۳

۲

۱

(ممد ابراهیم کیتی زاده)



گزینه‌ی «۱»: از آن‌جا که میانه‌ها همواره داخل مثلث قرار می‌گیرند، نقطه‌ی هم‌رسی آن‌ها نیز همواره داخل مثلث واقع است.

گزینه‌ی «۲»: هر مثلث به وسیله هر میانه به دو مثلث هم‌مساحت تقسیم می‌شود، از این قضیه می‌توان نتیجه گرفت که با رسم سه میانه، شش مثلث هم‌مساحت ایجاد می‌شود.

گزینه‌ی «۳»: هیچ مثلثی مرکز تقارن ندارد، حتی مثلث متساوی‌الاضلاع.

گزینه‌ی «۴»:

$$OA = \frac{2}{3}AA' \text{ و } OA' = \frac{1}{3}AA' \Rightarrow OA = 2OA'$$

(هندسه ۲- استرلال در هندسه- صفحه‌ی ۳۶)

۴

۳

۲

۱

در مثلث  $ACD$ ، مجموع زاویه‌های داخلی  $180^\circ$  است، پس  
 $\hat{ADC} = 90^\circ$ .

در مثلث  $ABD$ ، مجموع زاویه‌های داخلی  $180^\circ$  است، پس  
 $\hat{ADB} = 45^\circ$ .

از طرفی  $\hat{BDC} = \hat{ADC} - \hat{ADB} = 45^\circ$ ، یعنی در مثلث قائم‌الزاویه‌ی  
 $ACD$ ،  $DB$  نیمساز زاویه‌ی داخلی  $D$  است، پس طبق قضیه‌ی نیمساز  
 داخلی:

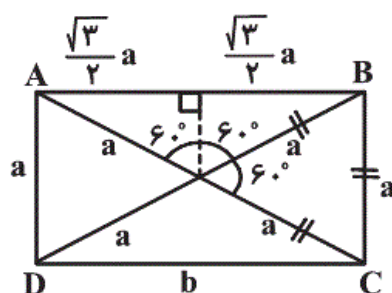
 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱

بنا به فرض، زاویه‌ی بین قطرهای مستطیل  $60^\circ$  است، پس با توجه به  
 شکل، اندازه‌ی اضلاع مستطیل به صورت  $a$  و  $b = a\sqrt{3}$  است. از  
 برخورد نیم‌سازهای زاویه‌های داخلی هر مستطیل به اضلاع  $a$  و  $b$  یک  
 مربع پدید می‌آید که طول قطر آن برابر است با  $|b - a|$ ، در نتیجه:



$$\frac{\text{قطر مربع ایجاد شده}}{\text{قطر مستطیل}} = \frac{a\sqrt{3} - a}{2a} = \frac{\sqrt{3} - 1}{2}$$

(هندسه ۲- استدلال در هندسه - مسأله‌ی ۱۱ - صفحه‌ی ۲۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

برای آن که  $a$ ،  $b$  و  $c$  بتوانند طول ضلع‌های یک مثلث باشند، لازم و

کافی است که  $|a - c| < b < a + c$ .

$$1, x, 5 \Rightarrow |1 - 5| < x < |1 + 5| \Rightarrow 4 < x < 6$$

یعنی با توجه به فرض مسأله بیش‌ترین مقدار  $b$  برابر با ۶ و کم‌ترین مقدار

$a$  برابر با ۴ است، پس مقدار موردنظر مسأله برابر است با  $\frac{6}{4} = 1.5$ .

(هندسه ۲- استرلا در هندسه - صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۴

۳

۲

۱

دو مثلث  $NCB$  و  $MCB$  به حالت وتر و

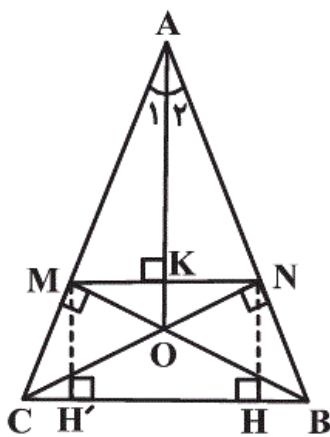
یک زاویه‌ی حاده همنهشت هستند:

$$CB = CB \text{ و } \hat{N}BC = \hat{M}CB$$

در نتیجه  $NH = MH'$ . بنابراین پاره‌خط

$MN$  با  $CB$  موازی است و لذا بر  $AO$

عمود است (زیرا  $AO$  بر  $BC$  عمود است).



حال در مثلث  $\triangle AOM$ ،  $\hat{A}_1 = 15^\circ$  (ارتفاع، نیمساز است) و  $MK$

ارتفاع وارد بر وتر است. می‌دانیم که در مثلث قائم‌الزاویه با زاویه‌ی  $15^\circ$ ،

ارتفاع وارد بر وتر  $\frac{1}{4}$  وتر است.

$$MK = \frac{1}{4}OA \xrightarrow{\times 2} 2MK = \frac{1}{2}OA \Rightarrow MN = \frac{1}{2}OA$$

(هندسه ۲- استرلال در هندسه- صفحه‌ی ۳۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

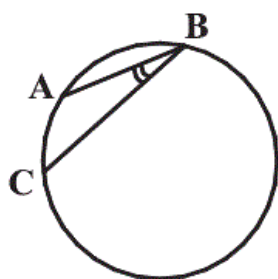
نکته: در دایره‌ی  $C(O, R)$ :

(۱) کمان کوچک‌تر جدا شده توسط وتری به طول  $R$ ،  $۶۰^\circ$  است.

(۲) کمان کوچک‌تر جدا شده توسط وتری به طول  $R\sqrt{2}$ ،  $۹۰^\circ$  است.

(۳) کمان کوچک‌تر جدا شده توسط وتری به طول  $R\sqrt{3}$ ،  $۱۲۰^\circ$  است.

با توجه به نکته‌ی بالا و شکل زیر:

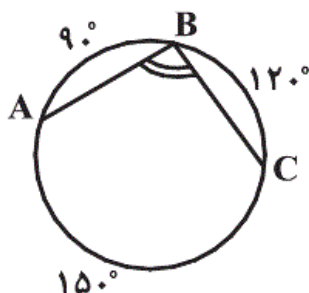


$$BC = R\sqrt{3} \Rightarrow \widehat{BC} = 120^\circ$$

$$AB = R\sqrt{2} \Rightarrow \widehat{AB} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{AC} = \widehat{BC} - \widehat{AB} = 30^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{ABC} = \frac{\widehat{AB}}{2} = 15^\circ$$



البته با در نظر گرفتن شکل زیر،

زاویه‌ی  $ABC$  برابر با  $۷۵^\circ$  خواهد

بود که در گزینه‌ها موجود نیست.

(هنر سه ۲- دایره- صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸)

۴

۳

۲

۱

(سروش موثینی)

$$PT^2 = PA \cdot PB \Rightarrow PA \cdot PB = 24 \Rightarrow PA(PA + AB) = 24$$

اگر  $PA = x$  باشد، طبق صورت سؤال  $AB = x + 2$  است:

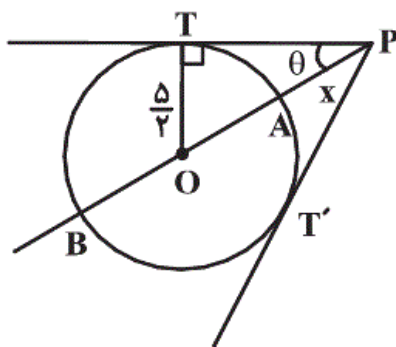
$$x(x + x + 2) = 24 \Rightarrow x(2x + 2) = 24 \Rightarrow x(x + 1) = 12$$

$$\Rightarrow x = 3$$

$$AB = x + 2 = 5$$

پس داریم:

در نتیجه:



$$\sin \theta = \frac{\frac{5}{2}}{\frac{5}{2} + 3} = \frac{5}{11}$$

$$\widehat{TP'T'} = 2\theta = 2 \sin^{-1} \frac{5}{11}$$

هندسه ۲- دایره- صفحه‌ی ۷۷)

۴

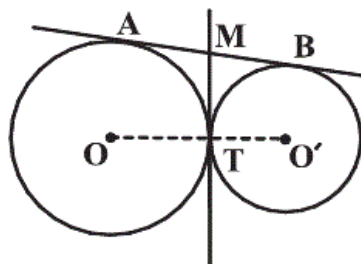
۳

۲ ✓

۱

(رضا عباسی اصل)

-۱۳۹



با توجه به شکل، داریم:

$$d = OO' = R + R' = 4 + 2 = 6$$

$$AB = \sqrt{d^2 - (R - R')^2} = \sqrt{36 - 4} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

مماس‌های رسم شده از یک نقطه خارج دایره بر آن با هم مساویند، پس:

$$\begin{cases} MA = MT \\ MB = MT \end{cases} \Rightarrow 2MT = MA + MB = AB$$

$$\Rightarrow MT = \frac{1}{2} AB = 2\sqrt{2}$$

هندسه ۲- دایره- صفحه‌های ۸۰ تا ۸۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

محور یک بازتاب، مکان هندسی نقاطی است که تصویرشان تحت آن بازتاب، بر خودشان منطبق است. پس:

$$T(x, y) = (x, y) \Rightarrow (y + 1, x - 1) = (x, y)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y + 1 = x \\ x - 1 = y \end{cases} \Rightarrow y = x - 1$$

پس محور بازتاب، خط به معادله  $y = x - 1$  است.

(هندسه ۲- تبدیل‌ها- صفحه‌های ۹۷ تا ۱۰۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی، جبر و احتمال - گواه، استقرار ریاضی، استدلال ریاضی - ۱۳۹۶۰۱۱۸

(سراسری ریاضی - ۹۰)

-۱۵۱

فرض:  $1 + 2 + 3 + \dots + k < \frac{1}{8}(2k + 1)^2$

حکم:  $1 + 2 + 3 + \dots + k + (k + 1) < \frac{1}{8}(2k + 3)^2$

اثبات:  $1 + 2 + 3 + \dots + k + (k + 1) < \frac{1}{8}(2k + 1)^2 + (k + 1)$

فرض

$$= \frac{1}{8}[4k^2 + 4k + 1 + 8k + 8] = \frac{1}{8}[4k^2 + 12k + 9] = \frac{1}{8}(2k + 3)^2$$

رابطه‌ی بدیهی،  $4k^2 + 12k + 9 = (2k + 3)^2$  است.

(جبر و احتمال - استدلال ریاضی - صفحه‌های ۹ تا ۱۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی، جبر و احتمال - گواه، اصل لانه کبوتری، استدلال ریاضی - ۱۳۹۶۰۱۱۸



-۱۵۲

(سراسری خارج از کشور ریاضی - ۹۰)

برای آن که دست کم ۶ مهره‌ی هم‌رنگ داشته باشیم، ابتدا ۳ مهره‌ی قرمز و ۵ مهره‌ی سفید و ۵ مهره‌ی آبی و ۵ مهره‌ی زرد برمی‌داریم و در آخر یک مهره‌ی دیگر بیرون می‌آوریم که تعداد مهره‌های آبی یا زرد ۶ تا می‌شود. بنابراین حداقل ۱۹ مهره باید برداریم:

$$(3 + 5 + 5 + 5) + 1 = 18 + 1 = 19$$

(ببر و احتمال - استرلال ریاضی - صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

۴

۳

۲

۱

ریاضی، جبر و احتمال - گواه، جبر مجموعه‌ها و قوانین ترکیبی، مجموعه ضرب دکارتی و رابطه - ۱۳۹۶۰۱۱۸

-۱۵۳

(سراسری ریاضی - ۹۴)

$$A_n = \{m \in \mathbb{Z} : |m| \leq n, 2^m \leq 2n\} \text{ و } n \in \mathbb{N}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A_1 = \{-1, 0, 1\} \\ A_4 = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\} \\ A_6 = \{-6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\} \end{cases}$$

$$\Rightarrow (A_6 - A_4) \cup A_1 = \{-6, -5\} \cup \{-1, 0, 1\} \\ = \{-6, -5, -1, 0, 1\}$$

(ببر و احتمال - مجموعه‌ها - صفحه‌های ۴۴ تا ۵۲)

۴

۳

۲

۱

ریاضی، جبر و احتمال - گواه، حاصل ضرب دکارتی، مجموعه ضرب دکارتی و رابطه - ۱۳۹۶۰۱۱۸

-۱۵۴

(کتاب آبی ببر و احتمال - صفحه‌ی ۲۸ - سؤال ۱۸۸)

$A \times B$  شامل زوج مرتب‌هایی مانند  $(x, y)$  است که  $x \in [0, 2]$  و

(ببر و احتمال - مجموعه‌ها - صفحه‌های ۵۶ تا ۶۰)

$$y \in \{1, 2, 3\}$$

۴

۳

۲

۱

ریاضی، جبر و احتمال - گواه، رابطه‌ی هم‌ارزی، مجموعه ضرب دکارتی و رابطه - ۱۳۹۶۰۱۱۸

$$(a, b)R(c, d) \Leftrightarrow a^2 - c^2 = b^2 - d^2$$

$$\Leftrightarrow a^2 - b^2 = c^2 - d^2$$

به راحتی اثبات می شود که این رابطه، هم ارزی است.

طبق این رابطه، زوج های مرتبی با (۳, ۵) در یک کلاس هم ارزی قرار می گیرند که تفاضل مربع مؤلفه های اول از مربع مؤلفه های دوم با

$$-۱۶ = ۳^۲ - ۵^۲$$

ارزی [(۳, ۵)] تعلق دارد. (ببرواقتمال - مجموعه ها - صفحه های ۶۵ تا ۶۸)

۴

۳

۲✓

۱

ریاضی، جبر و احتمال - گواه، پیشامدهای تصادفی، احتمال و پدیده های تصادفی - ۱۳۹۶۰۱۱۸

-۱۵۶

(آزاد ریاضی - ۷۷)

وقتی عضوی از یک پیشامد، به عنوان نتیجه ی آزمایش مشاهده می شود، می گوئیم آن پیشامد، رخ داده است. در این جا، «ج» عضوی از پیشامد A است که مشاهده شده است. بنابراین پیشامد A رخ داده است.

(ببرواقتمال - احتمال و پدیده های تصادفی - صفحه های ۷۰ تا ۷۹)

۴

۳

۲

۱✓

-۱۵۷

(کتاب آبی جبر و احتمال - صفحه ی ۵۰ - سؤال ۳۲۸)

در حالتی که سکه «رو» باشد، ۲ سکه ی دیگر را پرتاب می کنیم. پس  $۲^۲ = ۴$  حالت وجود دارد و یک حالت نیز سکه «پشت» می آید، پس  $n(S) = ۴ + ۱ = ۵$ .

چون تعداد پیشامدها برابر تعداد زیرمجموعه های فضای نمونه ای است،

$$\text{پس: } ۲^۵ = ۳۲ = \text{تعداد کل پیشامدها}$$

(ببرواقتمال - احتمال و پدیده های تصادفی - صفحه های ۷۴ تا ۷۹)

۴

۳✓

۲

۱

ریاضی، جبر و احتمال - گواه، عملیات روی پیشامدها و نمودار ون، احتمال و پدیده های تصادفی - ۱۳۹۶۰۱۱۸

-۱۵۸

(کتاب آبی جبر و احتمال - صفحه ی ۵۰ - سؤال ۳۳۱)

هر پیشامد وقتی با متمم خود، اجتماع می شود، مجموعه ی مرجع حاصل می شود، یعنی:

$$X \cup X' = S \Rightarrow (A \cap B')' \cup (A \cap B) = S = \{1, 2, 3, 4\}$$

(ببرواقتمال - احتمال و پدیده های تصادفی - صفحه های ۷۹ و ۸۰)

۴

۳

۲

۱✓

۱۵۹-

(سراسری فارغ از کشور ریاضی - ۸۸)

پیشامد مورد نظر  $A = \{(1,2), (1,5), (2,4), (3,6), (4,5)\}$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{|A|}{|S|} = \frac{5}{\binom{6}{2}} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

(ببر و احتمال - احتمال: اندازه گیری شانس - صفحه های ۸۲ تا ۸۷)

۴

۳

۲

۱

۱۶۰-

(سراسری ریاضی - ۸۸)

چون قرار است ۴ نفر معرفی شوند و از هر گروه فقط یک نفر انتخاب شود، لذا:

$$n(A) = \binom{1}{1} \binom{2}{1} \binom{3}{1} \binom{3}{1} = 1 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$n(S) = \binom{9}{4} = \frac{9!}{4! \times 5!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5!}{4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 5!}$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1 \times 2 \times 3 \times 3}{9 \times 2 \times 7} \Rightarrow P(A) = \frac{1}{7}$$

(ببر و احتمال - احتمال: اندازه گیری شانس - صفحه های ۸۲ تا ۸۷)

۴

۳

۲

۱

www.kanoon.ir