



www.riazisara.ir سایت ویژه ریاضیات

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

و...و

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

[@riazisara](https://telegram.me/riazisara)

ریاضی ۱، تعیین علامت، معادله ها و نامعادله ها - ۱۳۹۵/۱۲۲۰

۵۶- به ازای چه محدوده‌ای از m ، نمودار $y = x^2 + mx + 1$ همواره زیر محور x ها قرار می‌گیرد؟

- ۱) ϕ (۴) ۲) $-2 \leq m \leq 2$ (۲) ۳) $m \geq 2$ یا $m \leq -2$ (۲) ۴) $-2 \leq m \leq 2$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۵۷- اگر مجموعه جواب نامعادله‌های $A \leq -2x + 3 \leq B$ برابر باشند، $A + B$ کدام است؟

- ۱) -7 (۴) ۲) 7 (۳) ۳) -6 (۲) ۴) 6 (۱)

شما پاسخ نداده اید

۵۸- اگر مجموعه جواب نامعادله‌ی $|2x + b| > c$ به صورت زیر باشد، در این صورت حاصل $2c - b$ کدام است؟



- ۱) 8 (۲) ۲) -8 (۴) ۳) -6 (۳) ۴) 6 (۱)

شما پاسخ نداده اید

۵۹- عبارت $1 + p(x) = 3mx^2 - 2x + 2$ همواره مثبت است. حدود m کدام است؟

- ۱) $m < -\frac{1}{3}$ (۴) ۲) $m > \frac{1}{3}$ (۳) ۳) $m > -\frac{1}{3}$ (۲) ۴) $0 < m < \frac{1}{3}$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۶۰- مجموعه جواب نامعادله‌ی $\frac{(x+2)^2(x^2-3x+2)}{(-x^2+x)^3} \geq 0$ کدام است؟

- ۱) $(0, 2] \cup \{-2\}$ (۲) ۲) $(0, 2] \cup \{-2\}$ (۱) ۳) $[0, 2]$ (۳) ۴) $[-2, 0] \cup (1, 2]$ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۶۱- در چندجمله‌ای $p(x) = ax^2 + bx + c$ ، اگر $\frac{\Delta}{4a}$ منفی باشد، آن‌گاه کدام گزینه صحیح است؟

- ۱) معادله‌ی $p(x) = 0$ همواره ریشه‌ی حقیقی ندارد.
۲) چندجمله‌ای $p(x)$ همواره مثبت است.
۳) چندجمله‌ای $p(x)$ همواره منفی است.
۴) علامت $p(x)$ به علامت a وابسته است.

شما پاسخ نداده اید

۶۲- مجموعه جواب نامعادله‌ی $\frac{|3x-2|}{x^2+x+1} \leq \frac{5}{x^2+x+1}$ کدام است؟

[1, +∞) (۴)

(-∞, $\frac{7}{3}$] (۳)

[$-\frac{7}{3}$, 1] (۲)

[$-1, \frac{7}{3}$] (۱)

شما پاسخ نداده اید

۶۳- مجموعه جواب نامعادله‌ی $\frac{1-2x}{|x|+1} < 0$ کدام است؟

(-∞, $\frac{1}{2}$) ∪ (1, +∞) (۴)

(-∞, ۰) (۳)

(-2, +∞) (۲)

($\frac{1}{2}$, +∞) (۱)

شما پاسخ نداده اید

۶۴- اگر نامعادله‌ی $\frac{ax^2 - \frac{1}{2}ax - 3}{-x^2 - x - 1} \leq 3$ به‌ازای تمام مقادیر x برقرار باشد، a کدام است؟

۴) هیچ مقدار

۶ (۳)

-6 (۲)

۱) هر مقدار

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۱ ، مفهوم تابع و بازنمایی‌های آن ، تابع - ۱۳۹۵۱۲۲۰

۶۹- اگر رابطه‌ی $f = \{(1, 3), (m, 2), (1, m^2 - 2m), (-1, \frac{1}{m})\}$ یک تابع باشد، آن‌گاه معادله‌ی $x^3 - 6x^2 + mx^2 = 0$ چند جواب متمایز دارد؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۱) صفر

شما پاسخ نداده اید

۵۲- کدام رابطه‌ی زاماً یک تابع نیست؟

۱) رابطه‌ای که به ضلع مربع مساحت مربع را نسبت می‌دهد.

۲) رابطه‌ای که به هر نوزاد یک طول قد نسبت می‌دهد.

۳) رابطه‌ای که به هر دانش‌آموز در امتحان نمره‌ی آن درس نسبت داده می‌شود.

۴) رابطه‌ای که به تعداد گل‌های زده‌ی شخص در یک لیگ فوتبال نام گلزن نسبت داده شود.

شما پاسخ نداده اید

۵۳- تابع $f = \{(m^2 - m, m^2 - 3m), (2, n^2 - 2n + 5), (2, p)\}$ شامل یک زوج مرتب است. $m + n + p$ کدام است؟

-4 (۴)

4 (۳)

2 (۲)

-2 (۱)

شما پاسخ نداده اید

۵۴- تابع f به صورت $\{(1,2), (m,1), (1,m^2+m), (m^2-2, m+1)\}$ کدام زوج مرتب عضو مفروض است.

تابع f نیست؟

(۱) (-2, 2) (۴)

(-2, 1) (۳)

(1, 2) (۲)

(2, -1) (۱)

شما پاسخ نداده اید

۶۶- کدام تابع، قطعاً وجود ندارد؟

۱) تابعی که دامنه‌ی آن تک‌عضوی باشد.

۲) تابعی که فقط برد آن تک‌عضوی باشد.

۳) تابعی که تعداد اعضای دامنه‌ی آن بیشتر از تعداد اعضای برد آن است.

۴) تابعی که تعداد اعضای برد آن بیشتر از تعداد اعضای دامنه‌ی آن است.

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۱ ، دامنه و برد تابع ، تابع - ۱۳۹۵۱۲۲۰

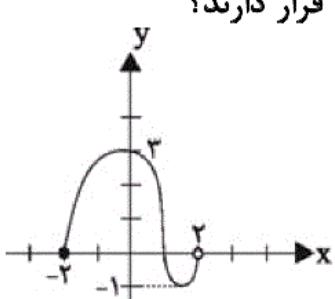
۶۷- نمودار تابع f به شکل زیر است. چند عدد صحیح هم در دامنه و هم در برد تابع قرار دارند؟

۱) ۲

۲) ۳

۳) ۴

۴) ۵



شما پاسخ نداده اید

۶۸- اگر دامنه‌ی تابع $f(x) = 2x - 1$ بازه‌ی $[3, +\infty)$ و دامنه‌ی تابع $g(x) = \frac{1}{3}x + 3$ بازه‌ی $(-\infty, 3)$ باشد،

اجتماع برد توابع f و g کدام است؟

$R - \{-4, 5\}$ (۴)

$R - \{5\}$ (۳)

R (۲)

Z (۱)

شما پاسخ نداده اید

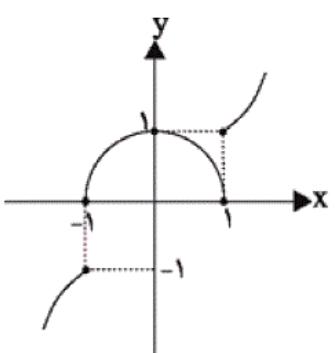
۵۵- نمودار زیر با حذف حداقل چند نقطه به یک تابع تبدیل می‌شود؟

۱) ۱

۲) ۲

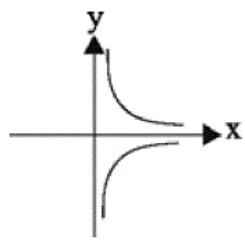
۳) ۳

۴) ۴

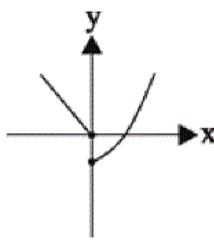


شما پاسخ نداده اید

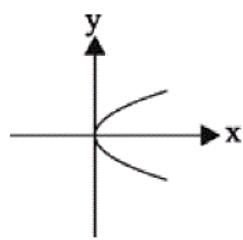
۵۱- کدامیک از نمودارهای زیر یک تابع را نمایش می‌دهند؟



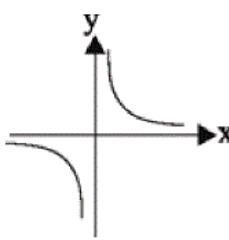
(۴)



(۳)

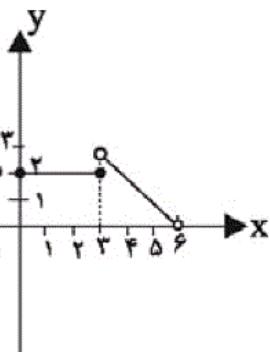


(۲)



(۱)

شما پاسخ نداده اید



۷- دامنهٔ تابع $y = f(x)$ کدام است؟

(۱) $[0, 3]$

(۲) $[-3, -1] \cup [0, 6]$

(۳) $[-3, -1] \cup [0, 3]$

(۴) $[-3, 6]$

شما پاسخ نداده اید

۶۵- اگر $xf(3) + 3f(x) = x + 6$ باشد، $f(x)$ کدام است؟

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۱ ، چندضلعی ها و ویژگی هایی از آن ها ، چندضلعی ها - ۱۳۹۵۱۲۲۰

۲۱۱- اگر $n+2$ ضلعی منتظم ۱۱ قطر بیشتر از n ضلعی منتظم داشته باشد، آن‌گاه اندازهٔ هر زاویهٔ درونی $n+2$ ضلعی منتظم چند درجه از اندازهٔ هر زاویهٔ درونی n ضلعی منتظم بیشتر است؟

(۴) ۲۴

(۳) ۱۶

(۲) ۱۵

(۱) ۱۲

شما پاسخ نداده اید

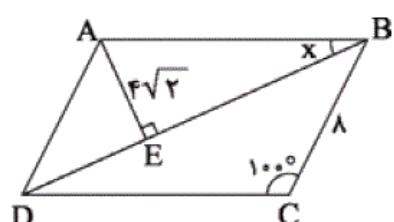
۲۱۲- در شکل زیر $ABCD$ متوازی‌الاضلاع است. زاویهٔ x چند درجه است؟

(۲) ۳۰

(۴) ۴۰

(۱) ۲۵

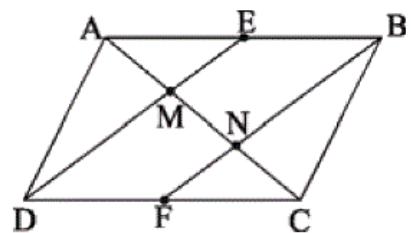
(۳) ۳۵



شما پاسخ نداده اید

- (۱) اگر در یک چهارضلعی با رسم هر قطر دو مثلث همنهشت ایجاد شود، آن چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است.
- (۲) اگر در یک چهارضلعی هر قطر عمودمنصف قطر دیگر باشد، چهارضلعی لوزی است.
- (۳) اگر در یک چهارضلعی یک قطر دو مثلث همنهشت بسازد و عمودمنصف قطر دیگر باشد، چهارضلعی لوزی است.
- (۴) اگر یک چهارضلعی، یک زاویه‌ی قائمه داشته باشد و قطرهای آن منصف یکدیگر باشند، آن چهارضلعی مستطیل است.
- شما پاسخ نداده اید

۲۱۴- در متوازی‌الاضلاع شکل زیر نقاط E و F به ترتیب وسط پاره‌خط‌های AB و CD می‌باشند. حاصل



۲ (۲)

۳ (۴)

$\frac{DM}{ME}$	کدام است؟
$\frac{3}{2}$	(۱)
$\frac{5}{2}$	(۳)
$\frac{5}{4}$	(۴)

شما پاسخ نداده اید

۲۱۵- در مثلث قائم‌الزاویه‌ی ABC داریم: $\hat{A} = 90^\circ$ و $\hat{C} = 15^\circ$. در این صورت طول BC کدام است؟

۴/۵

۵ (۳)

۶

۷/۵ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۲۱۶- در مثلث قائم‌الزاویه‌ای که یک زاویه‌ی حاده‌ی آن برابر $22/5^\circ$ و طول وتر آن برابر ۲ است، طول ارتفاع وارد بر وتر کدام است؟

$\frac{\sqrt{2}}{4}$ (۴)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳)

$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲)

$\frac{\sqrt{3}}{4}$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۲۲۰- طول‌های دو قطر چهارضلعی محض ABCD باهم مساوی‌اند. نقاط وسط اضلاع این چهارضلعی را متوالیاً بهم وصل می‌کنیم. چهارضلعی حاصل کدام است؟

۴) ذوزنقه‌ی متساوی‌الساقین

۳) مربع

۲) مستطیل

۱) لوزی

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۱ ، مساحت و کاربردهای آن ، چندضلعی‌ها - ۱۳۹۵۱۲۲۰

۲۲۱- اختلاف طول دو قاعده‌ی یک ذوزنقه‌ی متساوی‌الساقین، $\frac{1}{2}$ مجموع دو قاعده‌ی آن است. اگر اندازه‌ی یک

زاویه‌ی این ذوزنقه 45° و مساحت آن برابر ۱۲ باشد، طول قاعده‌ی بزرگ ذوزنقه کدام است؟

$7\sqrt{2}$ (۴)

$5\sqrt{2}$ (۳)

$8\sqrt{2}$ (۲)

$6\sqrt{2}$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۲۲۲-در مثلث قائم الزاویه‌ی $\hat{A} = 90^\circ$ ، $AH = 18$ و $BH = 2$ ارتفاع وارد بر وتر است. اگر $CH = 18$ باشد،

آن‌گاه مساحت مثلث ABC کدام است؟

۴۵) ۴

۳۰) ۳

۶۰) ۲

۸۰) ۱

شما پاسخ نداده اید

۲۲۳-در مثلث ABC ، پاره خط MN موازی ضلع BC است. اگر $\frac{PC}{PB} = \frac{1}{3}$ و $\frac{AM}{MB} = \frac{1}{2}$ مساحت مثلث

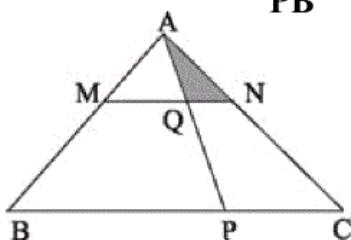
AQN برابر با ۳ واحد مربع باشد، مساحت مثلث ABC کدام است؟

۳۶) ۲

۲۷) ۱

۱۲۱) ۴

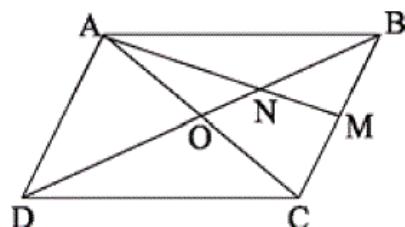
۱۰۸) ۳



شما پاسخ نداده اید

۲۲۴-در متوازی‌الاضلاع $ABCD$ ، M وسط BC است و پاره خط AM قطر BD را در نقطه‌ی N قطع کرده

است. نسبت مساحت مثلث BMN به مساحت مثلث ABD کدام است؟



۱/۸) ۲

۱/۶) ۱

۱/۱۲) ۴

۱/۹) ۳

شما پاسخ نداده اید

۲۲۵-اگر طول مستطیلی ۱۰ درصد افزایش یابد و عرض آن ۱۰ درصد کاهش یابد، در این صورت کدام گزینه در

مورد مساحت مستطیل درست می‌باشد؟

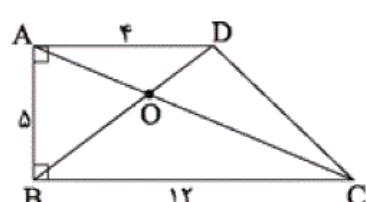
۱) مساحت آن ثابت می‌ماند.

۲) مساحت آن ۱ درصد افزایش می‌یابد.

۴) مساحت آن ۱۰ درصد افزایش می‌یابد.

۳) مساحت آن ۱ درصد کاهش می‌یابد.

شما پاسخ نداده اید



شما پاسخ نداده اید

۲۲۶-در ذوزنقه‌ی شکل زیر، مساحت مثلث OAB کدام است؟

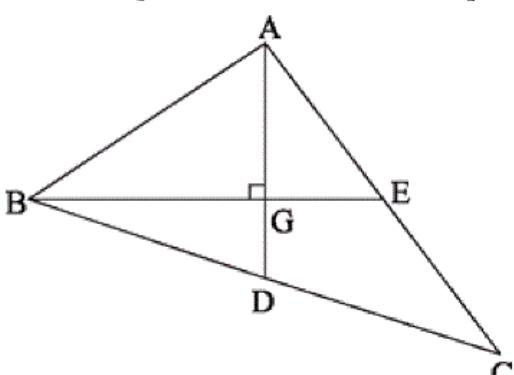
۱۲/۵) ۲

۵) ۱

۷/۵) ۴

۱۰) ۳

۲۲۷-در شکل زیر، G نقطه‌ی همرسی میانه‌های مثلث ABC است. اگر $EC = 5$ ، $AD \perp BE$ و $GD = 2$ باشد، طول BE کدام است؟



شما پاسخ نداده اید

۲۲۸-در مثلث متساوی‌الاضلاع ABC به ضلع $8\sqrt{3}$ اگر فاصله‌های نقطه‌ی M در داخل مثلث از اضلاع AB و AC به ترتیب ۵ و ۳ باشد، فاصله‌ی آن از ضلع BC کدام است؟

(۴) ۸

(۳) ۶

(۲) ۴

(۱) ۳

شما پاسخ نداده اید

۲۲۹-مثلث دلخواه ABC مفروض است. با وصل کردن کدامیک از نقاط زیر به سه رأس این مثلث، همواره سه مثلث هم‌مساحت ایجاد می‌شود؟

(۲) نقطه‌ی همرسی ارتفاع‌ها

(۱) نقطه‌ی همرسی نیمسازهای داخلی

(۴) نقطه‌ی همرسی عمودمنصف‌های اضلاع

(۳) نقطه‌ی همرسی میانه‌ها

شما پاسخ نداده اید

۲۳۰-مثلث ABC در رأس A متساوی‌الساقین است. طول میانه‌ی نظیر قاعده برابر ۱۲ و طول قاعده برابر ۱۰ می‌باشد. مجموع فواصل نقطه‌ی دلخواهی روی قاعده‌ی BC ، از دو ساق چه‌قدر است؟

(۴) $\frac{60}{13}$

(۳) $\frac{120}{13}$

(۲) ۱۰

(۱) ۸

شما پاسخ نداده اید

۲۱۷-در مثلث قائم‌الزاویه‌ای، یکی از زاویه‌ها برابر 30° است. نسبت مساحت‌های دو مثلث ایجاد شده توسط نیمساز زاویه‌ی قائم‌ه در این مثلث کدام است؟

(۴) $\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۱) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۲۱۸-مساحت یک مستطیل به طول a و عرض b با مساحت یک لوزی با قطر بزرگ d و قطر کوچک d' برابر است. اگر طول قطر بزرگ لوزی برابر طول قطر مستطیل و طول قطر کوچک لوزی برابر طول مستطیل

باشد، نسبت $\frac{a}{b}$ کدام است؟

(۴) $2\sqrt{3}$

(۳) ۳

(۲) $\sqrt{3}$

(۱) ۲

شما پاسخ نداده اید

۲۱۹-مستطیل $ABCD$ با محیط ۲۸ واحد مفروض است. از برخورد نیمسازهای زوایای داخلی این مستطیل، چهارضلعی‌ای ساخته شده است که اندازه‌ی هر قطر آن برابر ۶ واحد است. مساحت مستطیل $ABCD$ کدام است؟

(۴) ۴۸

(۳) ۴۰

(۲) ۳۶

(۱) ۳۲

شما پاسخ نداده اید

$$A = \frac{x^4 - 27x}{x^2 + x + 1} - 88$$

(-3, 0) (4)

(1, 2) (3)

(3, 4) (2)

(-4, 3) (1)

شما پاسخ نداده اید

$$-89 - \text{اگر مجموعه جواب نامعادله} |n - m| \leq \frac{6 - 4x}{5} \leq 2 \text{ را به صورت} 5 \leq mx - n \leq 3 \text{ نشان دهیم، کدام است؟}$$

23 (4)

21 (3)

5 (2)

7 (1)

شما پاسخ نداده اید

$$-90 - \text{تعداد اعداد طبیعی که در نامعادله} \frac{x^2 + 2x - 4}{x^2 - 2x - 1} < 0 \text{ صدق می‌کنند، کدام است؟}$$

4) صفر

3 (3)

2 (2)

1 (1)

شما پاسخ نداده اید

$$-76 - \text{به ازای چه محدوده‌ای از } m, \text{ نمودار } y = x^2 + mx + 1 \text{ همواره زیر محور } x \text{ ها قرار می‌گیرد؟}$$

\emptyset (4)

$-2 \leq m$ (3)

$m \geq 2$ یا $m \leq -2$ (2)

$-2 \leq m \leq 2$ (1)

شما پاسخ نداده اید

$$-77 - \text{اگر مجموعه جواب نامعادله‌های} A \leq -2x + 3 \leq B \text{ برابر باشند، } A + B \text{ کدام است؟}$$

-7 (4)

7 (3)

-6 (2)

6 (1)

شما پاسخ نداده اید

$$-78 - \text{اگر مجموعه جواب نامعادله} |2x + b| > c \text{ به صورت زیر باشد، در این صورت حاصل } 2c - b \text{ کدام است؟}$$



8 (2)

6 (1)

-8 (4)

-6 (3)

شما پاسخ نداده اید

$$-79 - \text{عبارت } p(x) = 3mx^2 - 2x + 1 \text{ همواره مثبت است. حدود } m \text{ کدام است؟}$$

$m < -\frac{1}{3}$ (4)

$m > \frac{1}{3}$ (3)

$m > -\frac{1}{3}$ (2)

$0 < m < \frac{1}{3}$ (1)

شما پاسخ نداده اید

۸۰- مجموعه جواب نامعادلهی $\frac{(x+2)^2(x^2-3x+2)}{(-x^2+x)^3} \geq 0$ کدام است؟

(۰,۱] \cup (۱,۲] \cup {-۲} (۲)

(۰,۲] \cup {-۲} (۱)

[-۲,۰] \cup (۱,۲] (۴)

(۰,۲] (۳)

شما پاسخ نداده اید

۸۱- در چندجمله‌ای $p(x) = ax^4 + bx + c$ ، اگر $\frac{\Delta}{4a}$ منفی باشد، آن‌گاه کدام گزینه صحیح است؟

(۱) معادله‌ی $p(x) = 0$ همواره ریشه‌ی حقیقی ندارد.

(۲) چندجمله‌ای $p(x)$ همواره مثبت است.

(۳) چندجمله‌ای $p(x)$ همواره منفی است.

(۴) علامت $p(x)$ به علامت a وابسته است.

شما پاسخ نداده اید

۸۲- مجموعه جواب نامعادلهی $\frac{|3x-2|}{x^2+x+1} \leq \frac{5}{x^2+x+1}$ کدام است؟

[۱, +\infty) (۴)

(-\infty, \frac{7}{3}] (۳)

[-\frac{7}{3}, 1] (۲)

[-1, \frac{7}{3}] (۱)

شما پاسخ نداده اید

۸۳- مجموعه جواب نامعادلهی $\frac{1-2x}{|x|+1} < 0$ کدام است؟

(-\infty, \frac{1}{2}) \cup (1, +\infty) (۴)

(-\infty, 0) (۳)

(-2, +\infty) (۲)

(\frac{1}{2}, +\infty) (۱)

شما پاسخ نداده اید

۸۴- اگر نامعادلهی $\frac{ax^2 - \frac{1}{2}ax - 3}{-x^2 - x - 1} \leq 3$ به‌ازای تمام مقادیر x برقرار باشد، a کدام است؟

۴) هیچ مقدار

۶ (۳)

-۶ (۲)

۱) هر مقدار

شما پاسخ نداده اید

۸۵- مجموعه جواب نامعادلهی $\frac{x^6 - x^3}{x + \frac{1}{x} + 1} \leq 0$ کدام است؟

(-\infty, 1] (۴)

(-\infty, 1) (۳)

(-\infty, 1) - {0} (۲)

(-\infty, 1] - {0} (۱)

شما پاسخ نداده اید

۸۶- حدود a کدام باشد تا اشتراک دو نامعادلهای $|x-4| > a$ ، $|x-3| < 2$ تهی باشد؟ (۰)

$$a \geq 3 \quad (۲)$$

$$a > 1 \quad (۱)$$

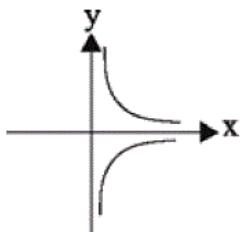
$$0 < a < 2 \quad (۴)$$

$$0 < a < 1 \quad (۳)$$

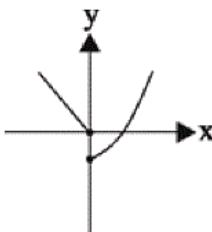
شما پاسخ نداده اید

ریاضی ۱ - سوالات موازی ، مفهوم تابع و بازنمایی های آن ، تابع - ۱۳۹۵/۱۲۳۰

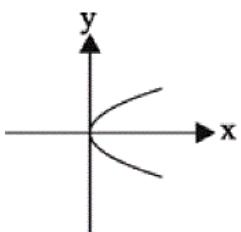
۷۱- کدام یک از نمودارهای زیر یک تابع را نمایش می دهند؟



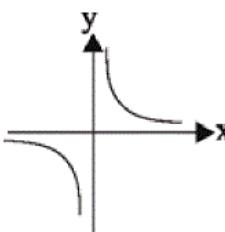
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

شما پاسخ نداده اید

۷۲- کدام رابطه الزاماً یک تابع نیست؟

۱) رابطه ای که به ضلع مربع مساحت مربع را نسبت می دهد.

۲) رابطه ای که به هر نوزاد یک طول قد نسبت می دهد.

۳) رابطه ای که به هر دانش آموز در امتحان نمره ای آن درس نسبت داده می شود.

۴) رابطه ای که به تعداد گل های زدهی شخص در یک لیگ فوتبال نام گلزن نسبت داده شود.

شما پاسخ نداده اید

۷۳- تابع $f = \{(m^2 - m, m^2 - 3m), (2, n^2 - 2n + 5), (2, p)\}$ کدام $m+n+p$ است؟

$$-4 \quad (۴)$$

$$4 \quad (۳)$$

$$2 \quad (۲)$$

$$-2 \quad (۱)$$

شما پاسخ نداده اید

۷۴- تابع f به صورت $\{(1, 2), (m, 1), (1, m^2 + m), (m^2 - 2, m + 1)\}$ مفروض است. کدام زوج مرتب عضو تابع f نیست؟

$$(1, -2) \quad (۴)$$

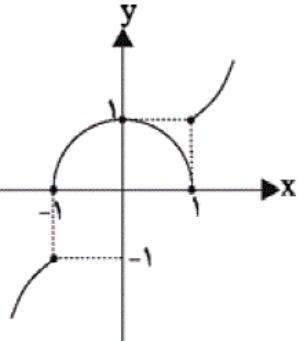
$$(-2, 1) \quad (۳)$$

$$(1, 2) \quad (۲)$$

$$(2, -1) \quad (۱)$$

شما پاسخ نداده اید

۷۵- نمودار زیر با حذف حداقل چند نقطه به یک تابع تبدیل می‌شود؟



- ۱) ۱
- ۲) ۲
- ۳) ۳
- ۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۱ - سوالات موازی ، دامنه و برد تابع ، تابع - ۱۳۹۵/۱۲۲۰

۸۷- مجموعه‌ی $R = \{(1, a^2 + 1), (3, b - 1), (1, 5), (a, 3), (2, 1), (3, 1)\}$ کدام است؟

- ۱) ۴
- ۲) ۳
- ۳) ۲
- ۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ۱ ، تعیین علامت ، معادله ها و نامعادله ها - ۱۳۹۵/۱۲۰

«مبینا عبیری»

-۵۶

شرط قرارگیری نمودار تابع درجه دوم $y = ax^2 + bx + c$ زیر محور X ها، $a < 0$ و $\Delta > 0$ است، در همین نگاه اول معلوم است که $a = 1 > 0$. بنابراین به ازای هیچ مقداری از m ، این نمودار زیر محور X ها قرار نمی‌گیرد.

(صفحه های ۷۱ تا ۹۳ کتاب درسی) (معادله ها و نامعادله ها)

۴

۳

۲

۱

«محمد پور احمدی»

-۵۷

$$\left| \frac{x-1}{2} - 1 \right| \leq 3 \Rightarrow -3 \leq \frac{x-1}{2} - 1 \leq 3$$

$$\Rightarrow -2 \leq \frac{x-1}{2} \leq 4 \Rightarrow -4 \leq x-1 \leq 8 \Rightarrow -3 \leq x \leq 9$$

$$\Rightarrow 6 \geq -2x \geq -18 \Rightarrow 9 \geq -2x + 3 \geq -15$$

$$\Rightarrow -15 \leq -2x + 3 \leq 9$$

$$A = -15, B = 9, A + B = -6$$

(صفحه های ۸۴ تا ۹۳ کتاب درسی) (معادله ها و نامعادله ها)

۴

۳

۲

۱

با توجه به محور، جواب نامعادله به صورت $x > 5 / 6$ یا $x < -5 / 6$

است. حال نامعادله‌ی صورت سؤال را حل می‌کنیم:

$$|2x + b| > c$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x + b > c \\ \text{یا} \\ 2x + b < -c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x > c - b \\ \text{یا} \\ 2x < -b - c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > \frac{c - b}{2} \\ \text{یا} \\ x < \frac{-b - c}{2} \end{cases}$$

از مقایسه با جواب سؤال داریم:

$$\begin{cases} \frac{c - b}{2} = 5 / 6 \\ \frac{-b - c}{2} = -6 / 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c - b = 1 \\ b + c = 12 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2c = 14 \Rightarrow c = 7, b = 6$$

$$\Rightarrow 2c - b = 2 \times 7 - 6 = 8$$

(صفحه‌های ۱۴ تا ۹۳ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

۱

۲

۳✓

۴

اگر عبارت درجه دوم $p = ax^2 + bx + c$ همواره مثبت باشد، آن‌گاه:

$$\begin{cases} \Delta = b^2 - 4ac < 0 \\ a > 0 \end{cases}$$

برای عبارت درجه دوم $p(x) = 3mx^2 - 2x + 1$ داریم:

$$\Delta < 0 \Rightarrow (-2)^2 - 4 \times (3m)(1) < 0 \Rightarrow 4 - 12m < 0$$

$$\Rightarrow -12m < -4 \Rightarrow m > \frac{1}{3} \quad (1)$$

$$a > 0 \Rightarrow 3m > 0 \Rightarrow m > 0 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} m > \frac{1}{3}$$

(صفحه‌های ۷۱ تا ۹۳ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

۱

۲✓

۳

۴

$$p(x) = \frac{(x+2)^2(x^2 - 3x + 2)}{(-x^2 + x)^3} \geq 0$$

$$x+2=0 \Rightarrow x=-2$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow (x-1)(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases}$$

$$-x^2 + x = 0 \Rightarrow x(-x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \end{cases}$$

x	-2	0	1	2
$(x+2)^2$	+	+	+	+
$x^2 - 3x + 2$	+	+	+	+
$(-x^2 + x)^3$	-	-	+	-
p(x)	-	-	+	-

ت. ن ت. ن

(۰,۱] ∪ (۱,۲] ∪ {-۲} : مجموعه جواب

(صفحه‌های ۸۴ تا ۹۳ کتاب درسی) (معارفه‌ها و نامعارفه‌ها)

۴

۳

۲✓

۱

«رهیم مشتاق نظم»

اگر $\frac{\Delta}{4a}$ منفی باشد دو حالت زیر را داریم:

$$1) a > 0 \Rightarrow \Delta < 0$$

چون Δ منفی و a مثبت است چندجمله‌ای همواره مثبت است.

$$2) a < 0 \Rightarrow \Delta > 0$$

در این حالت $p(x)$ دو ریشه دارد. بنابراین $p(x)$ تغییر علامت می‌دهد.

بنابراین علامت $p(x)$ به علامت a بستگی دارد.

(صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳ کتاب درسی) (معارفه‌ها و نامuarفه‌ها)

۴✓

۳

۲

۱

عبارت $x^2 + x + 1 < 0$ به ازای هر x همواره مثبت است ($\Delta < 0$) و
جهت نامعادله عوض نمی‌شود. یعنی:
 $|3x - 2| \leq 5 \Rightarrow -5 \leq 3x - 2 \leq 5$

$$\Rightarrow -5 + 2 \leq 3x \leq 5 + 2 \Rightarrow -3 \leq 3x \leq 7 \Rightarrow -1 \leq x \leq \frac{7}{3}$$

$$\Rightarrow x \in [-1, \frac{7}{3}]$$

(صفحه‌های ۷۱ تا ۹۳ کتاب درسی) (معارفه‌ها و نامعارفه‌ها)

 ۴ ۳ ۲ ۱ ✓

با توجه به اینکه $|x+1| < 0$ به ازای همهٔ مقادیر x همواره مثبت است،
داریم:

$$1 - 2x < 0 \Rightarrow -2x < -1 \Rightarrow x > \frac{1}{2} \Rightarrow x \in (\frac{1}{2}, +\infty)$$

(صفحه‌های ۸۳ تا ۹۳ کتاب درسی) (معارفه‌ها و نامuarفه‌ها)

 ۴ ۳ ۲ ۱ ✓

چون $x^2 - x - 1$ همواره منفی است ($\Delta < 0, a < 0$) پس می‌توان

نامعادله را طرفین وسطین کنیم و جهت نامعادله را تغییر دهیم:

$$ax^2 - \frac{1}{2}ax - 3 \geq -3x^2 - 3x - 3$$

$$\Rightarrow (a + 3)x^2 + (3 - \frac{1}{2}a)x \geq 0 \quad (1)$$

برای آن‌که نامعادله‌ی (1) همواره برقرار باشد، باید $a \leq 0$ و ضریب x^2 مثبت باشد.

$$a \leq 0 \Rightarrow (3 - \frac{1}{2}a)^2 - 4(a + 3)(0) \leq 0$$

$$\Rightarrow (3 - \frac{1}{2}a)^2 \leq 0 \xrightarrow{\text{حالت تساوی}} 3 - \frac{1}{2}a = 0 \Rightarrow a = 6 \quad (2)$$

$$(x^2 \text{ ضریب } > 0 \Rightarrow a + 3 > 0 \Rightarrow a > -3) \quad (3)$$

$$\xrightarrow{\text{اشتراع (2) و (3)}} a = 6$$

(صفحه‌های ۸۱۳ تا ۹۳۳ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

۴

۳ ✓

۲

۱

«علی سلمانی»

برای این که رابطه‌ی داده شده یک تابع باشد، باید:

$$(1, 3) = (1, m^2 - 2m) \Rightarrow m^2 - 2m = 3$$

$$\Rightarrow m^2 - 2m - 3 = 0$$

$$\Rightarrow (m - 3)(m + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m = -1 \end{cases}$$

پس برای m دو جواب متفاوت $m = 3$ و $m = -1$ به دست می‌آید

که $m = -1$ غیرقابل قبول است چون در این صورت

$$\frac{1}{m} = (-1, -1), (m, 2) = (-1, 2)$$

پس $m = 3$ تنها جواب قابل قبول است.

$$x^3 - 6x^2 + m^2 x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 6x + m^2) = 0$$

$$\xrightarrow{m=3} x(x^2 - 6x + 9) = 0$$

$$\Rightarrow x(x - 3)^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$$

(صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰ کتاب درسی) (تابع)

۴

۳

۲

۱

-۵۲

«محمد بهیرابی»

رابطه‌ای تابع است که در آن با هر عضو از مجموعه‌ی **A** دقیقاً یک عضو از مجموعه‌ی **B** نسبت داده شود. در رابطه‌ی بین تعداد گل‌های زده و نام گل‌زن ممکن است تعداد کسانی که به طور مثال ۱۰ گل زده‌اند بیش از یک نفر باشد. پس این رابطه تابع نیست.

(صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰ کتاب درسی) (تابع)

۴

۳

۲

۱

چون این تابع شامل یک زوج مرتب است، پس تمامی مؤلفه‌های اول باهم و مؤلفه‌های دوم نیز باهم برابرند: مؤلفه‌های اول:

$$m^2 - m = 2 \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (m+1)(m-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases}$$

مؤلفه‌های دوم:

$$m^2 - 3m = n^2 - 2n + 5 = p$$

اگر: $m = -1 \Rightarrow m^2 - 3m = 4 = n^2 - 2n + 5 = p$

$$\Rightarrow n^2 - 2n + 1 = 0 \Rightarrow n = 1, p = 4$$

اگر: $m = 2 \Rightarrow m^2 - 3m = -2 = n^2 - 2n + 5 = p$

$$\Rightarrow n^2 - 2n + 7 = 0 \Rightarrow \Delta < 0 \Rightarrow m = 2 \text{ معادله جواب ندارد}$$

$$\Rightarrow m + n + p = -1 + 1 + 4 = 4$$

(صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰ اکتاب درسی) (تابع)

۴

۳✓

۲

۱

برای آن‌که رابطه‌ای تابع باشد، هیچ دو زوج مرتب متمایزی نباید مؤلفه‌های اول برابر داشته باشند. در صورت برابر بودن مؤلفه‌های اول باید مؤلفه‌های دوم آن‌ها نیز برابر باشد.

$$\begin{cases} (1, 2) \in f \\ (1, m^2 + m) \in f \end{cases} \Rightarrow$$

$$m^2 + m = 2 \Rightarrow m^2 + m - 2 = 0 \Rightarrow (m+2)(m-1) = 0$$

$$\Rightarrow m = -2 \quad \text{یا} \quad m = 1$$

اگر: $m = 1 \Rightarrow f = \{(1, 2), (1, 1), (-1, 2)\}$ تابع نیست

اگر: $m = -2 \Rightarrow f = \{(1, 2), (-2, 1), (2, -1)\}$

$$\Rightarrow (1, -2) \notin f$$

(صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰ اکتاب درسی) (تابع)

۴✓

۳

۲

۱

«دواود بوالحسنی»

برای گزینه‌ی «۱» می‌توان تابع $f = \{(1, 2), (2, 2)\}$ را مثال زد و برای گزینه‌های «۲» و «۳» می‌توان تابع $f = \{(1, 2), (2, 2)\}$ را مثال زد اما تابعی مطابق گزینه‌ی «۴» نمی‌توان یافت؛ زیرا در تابع هیچ دو زوج مرتب متمایزی که دارای مؤلفه‌ی اول یکسان باشند نمی‌تواند وجود داشته باشد؛ یعنی تعداد اعضای برد تابع نمی‌تواند بیشتر از تعداد اعضای دامنه‌ی آن باشد.

(صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰ کتاب درسی) (تابع)

 ۴✓ ۳ ۲ ۱

«دواود بوالحسنی»

$$f = [-2, 2] \quad \text{دامنه}$$

$$f = [-1, 3] \quad \text{برد}$$

$\xrightarrow{\text{اعداد صحیح}} f = [-1, 2] \rightarrow \{-1, 0, 1\}$ اشتراک دامنه و برد

(صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۱۰ کتاب درسی) (تابع)

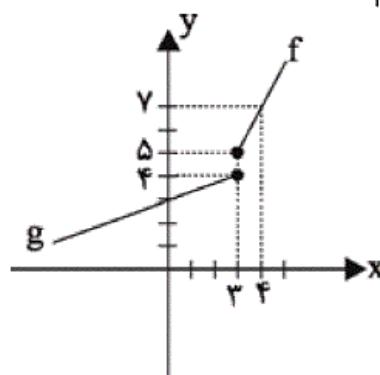
 ۴ ۳ ۲✓ ۱

«دواود بوالحسنی»

نمودار توابع f و g را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم:

$$f(x) = 2x - 1, \quad D_f = [3, +\infty) \quad \begin{array}{c|cc} x & 3 & 4 \\ \hline f & 5 & 7 \end{array}$$

$$g(x) = \frac{1}{3}x + 3, \quad D_g = (-\infty, 3] \quad \begin{array}{c|cc} x & 0 & 3 \\ \hline g & 3 & 4 \end{array}$$

 ۴✓ ۳ ۲ ۱

«عباس اسدی امیرآبادی»

باید حداقل دو نقطه از نمودار حذف گردد تا به یک تابع تبدیل شود، زیرا در نقاطی به طول‌های ۱ و ۱، دو مقدار برای تابع تعریف شده است.

(صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰ و ۱۰۵) کتاب درسی (تابع)

۴

۳

۲✓

۱

-۵۱

در نمودار گزینه‌های «۳، ۲ و ۴» خطی موازی محور عرض‌ها می‌توان رسم کرد که در بیشتر از یک نقطه نمودار را قطع می‌کند. بنابراین تابع نیستند. شرط آن‌که یک نمودار مربوط به یک تابع باشد، آن است که هر خط موازی محور عرض‌ها نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع کند.

(صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰ و ۱۰۵) کتاب درسی (تابع)

۴

۳

۲

۱✓

-۷۰

«محمد بهیرایی»

در نمودار رسم شده‌ی تابع اگر هر نقطه از تابع را روی محور x ها تصویر کنیم قسمتی از محور x ها که سایه زده می‌شود دامنه‌ی تابع است. بنابراین:

$$D_f = [-3, -1] \cup [0, 6]$$

(صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸) کتاب درسی (تابع)

۴

۳

۲✓

۱

-۶۵

«عباس اسدی امیرآبادی»

ابتدا باید $f(3)$ را بیابیم، پس مقدار x را در رابطه برابر با ۳ قرار می‌دهیم:

$$3f(3) + 3f(3) = 3 + 6 = 9 \Rightarrow 6f(3) = 9$$

$$\Rightarrow f(3) = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

حال مقدار $f(3)$ را در رابطه اصلی قرار می‌دهیم تا $f(x)$ به دست آید:

$$x \times \left(\frac{3}{2}\right) + 3f(x) = x + 6$$

$$\Rightarrow 3f(x) = -\frac{3}{2}x + x + 6 = -\frac{1}{2}x + 6 \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{6}x + 2$$

$$\Rightarrow f(6) = -\frac{1}{6}(6) + 2 = 1$$

(صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۸) کتاب درسی (تابع)

۴

۳

۲✓

۱

«رضای پورحسینی»

-۲۱۱

$$\frac{(n+2)(n+2-3)}{2} = \frac{n(n-3)}{2} + 11 \Rightarrow n = 6$$

$$\left. \begin{aligned} \text{هر زاویهٔ درونی هشتضلعی منتظم} &= \frac{180^\circ(8-2)}{8} = 135^\circ \\ \text{هر زاویهٔ درونی ششضلعی منتظم} &= \frac{180^\circ(6-2)}{6} = 120^\circ \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow 135^\circ - 120^\circ = 15^\circ$$

(صفحه‌های ۵۵ و ۵۶ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

«رضای عباسی اصل»

-۲۱۲

$$\Delta ADE : AD^2 = AE^2 + DE^2 \Rightarrow 8^2 = (4\sqrt{2})^2 + DE^2$$

$$\Rightarrow DE = 4\sqrt{2}$$

يعنى مثلث \hat{ADE} متساوى الساقين است، پس 45° طرفی داریم:

$$AB \parallel DC \quad BD \Rightarrow \hat{DBC} = \hat{ADE} \Rightarrow \hat{DBC} = 45^\circ$$

زاویه‌های مجاور یک متوازی الاضلاع مکمل یکدیگرند، پس:

$$\hat{C} + \hat{ABC} = 180^\circ \Rightarrow 100^\circ + (x + 45^\circ) = 180^\circ$$

$$\Rightarrow x = 35^\circ$$

(صفحه‌های ۵۶ و ۵۷ کتاب درسی)

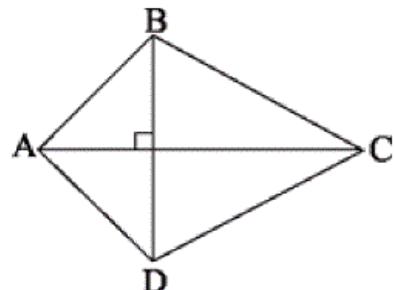
۴

۳

۲

۱

با توجه به شکل زیر در این چهارضلعی یک قطر دو مثلث همنهشت ساخته و عمودمنصف قطر دیگر است، اما لوزی نیست (کایت چنین خاصیتی دارد).



$$\mathbf{AB = AD}, \mathbf{BC = DC}$$

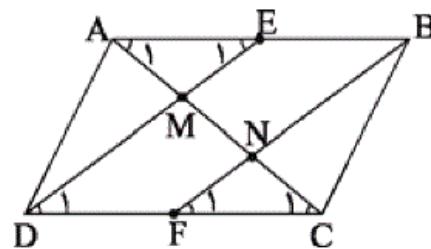
(صفحه‌های ۵۶ تا ۶۱ کتاب درسی)

۴

۳✓

۲

۱



$$DE \parallel BF, AM = MN = NC$$

$$AB \parallel DC \text{ مورب و } AC \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C}_1$$

$$\left. \begin{array}{l} BF \parallel DE \text{ مورب و } DC \Rightarrow \hat{F}_1 = \hat{D}_1 \\ AB \parallel DC \text{ مورب و } DE \Rightarrow \hat{E}_1 = \hat{D}_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{F}_1 = \hat{E}_1$$

$$FC = \frac{DC}{2}, AE = \frac{AB}{2} \xrightarrow{AB=CD} FC = AE$$

از روابط فوق نتیجه می‌شود که دو مثلث AEM و NFC به حالت (ز) همنهشت هستند. پس:

$$NF = ME \Rightarrow \frac{DM}{ME} = \frac{DM}{NF}$$

$$\Delta MDC : NF \parallel DM \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{FC}{DC} = \frac{NF}{DM}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{NF}{DM} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{DM}{NF} = 2 \xrightarrow{NF=ME} \frac{DM}{ME} = 2$$

(صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹ کتاب درسی)

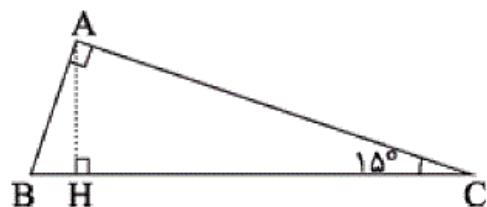
۴

۳

۲✓

۱

در مثلث ABC ارتفاع AH را رسم می‌کنیم:



$$2S_{\Delta ABC} = AH \cdot BC = AB \cdot AC \Rightarrow AH \cdot BC = 9$$

همچنین طبق تمرین ۶ صفحه‌ی ۶۴ در مثلث قائم‌الزاویه‌ای که زاویه‌ی

15° دارد، طول ارتفاع وارد بر وتر $\frac{1}{4}$ طول وتر است، بنابراین

$$AH = \frac{1}{4}BC \quad \text{و داریم:}$$

$$AH \cdot BC = 9 \Rightarrow \frac{1}{4}BC \cdot BC = 9 \Rightarrow BC^2 = 36 \Rightarrow BC = 6$$

(صفحه‌ی ۶۴ کتاب (رسی))

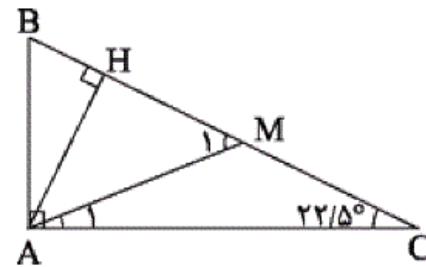
۴

۳

۲✓

۱

در این مثلث قائم‌الزاویه، میانه و ارتفاع وارد بر وتر را رسم می‌کنیم:



می‌دانیم طول میانه‌ی وارد بر وتر نصف طول وتر است، پس داریم:

$$AM = CM = \frac{1}{2}BC \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C} = 22/5^\circ$$

$$\Delta AMC : \hat{M}_1 \Rightarrow \hat{M}_1 = \hat{A}_1 + \hat{C} = 45^\circ$$

در مثلث قائم‌الزاویه، طول ضلع رویه‌رو به زاویه‌ی 45° ، $\frac{\sqrt{2}}{2}$ طول وتر

است، پس داریم:

$$\Delta AMH : \hat{M}_1 = 45^\circ$$

$$\Rightarrow AH = \frac{\sqrt{2}}{2} AM = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2} BC = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

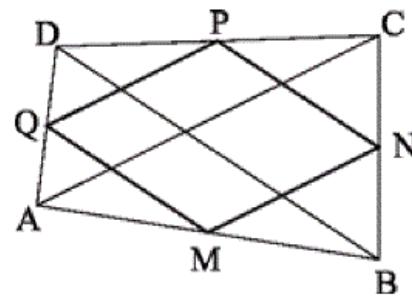
(صفحه‌ی ۶۱۴ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱



چهارضلعی $MNPQ$ متوازیالاضلاع است و در آن $MN = \frac{AC}{2}$ و

$NP = \frac{BD}{2}$ است. با توجه به برابری قطرها داریم:

$$AC = BD \Rightarrow \frac{AC}{2} = \frac{BD}{2} \Rightarrow MN = NP$$

متوازیالاضلاعی که دو ضلع مجاور آن برابر باشند، یک لوزی است، پس

چهارضلعی $MNPQ$ لوزی میباشد.

(صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱ و ۶۴ کتاب (رسی))

۴

۳

۲

۱ ✓

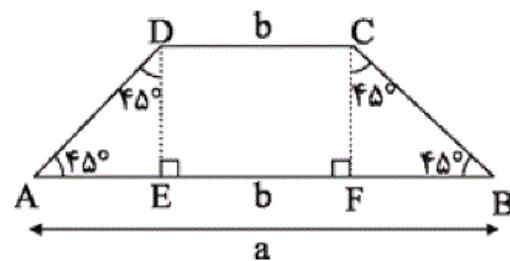
ریاضی ، هندسه ۱ ، مساحت و کاربردهای آن ، چندضلعی ها - ۱۳۹۵۱۲۲۰

مطابق شکل داریم $\mathbf{AE} = \mathbf{BF} = \frac{\mathbf{a} - \mathbf{b}}{2}$. مثلثهای کناری قائم‌الزاویه

و متساوی‌الساقین هستند پس $\mathbf{DE} = \mathbf{CF} = \frac{\mathbf{a} - \mathbf{b}}{2}$. در نتیجه داریم:

$$S_{ذوزنقه} = \frac{1}{2} \times DE \times (CD + AB)$$

$$\Rightarrow ۱۲ = \frac{1}{2} \times \frac{a - b}{2} \times (a + b)$$



اما بنا به فرض $a - b = \frac{1}{\sqrt{2}}(a + b)$ در نتیجه:

$$12 \times \sqrt{2} = (a - b) \times \sqrt{2} \times (a - b) \Rightarrow (a - b)^2 = \frac{12 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 12$$

$$\Rightarrow a - b = 2\sqrt{2} \Rightarrow a + b = 12\sqrt{2}$$

$$\begin{cases} a + b = 12\sqrt{2} \\ a - b = 2\sqrt{2} \end{cases} \xrightarrow{+} 2a = 14\sqrt{2} \Rightarrow a = 7\sqrt{2}$$

(صفحه ۶۵ کتاب درسی)

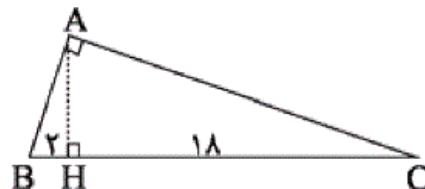
۴ ✓

۳

۲

۱

در مثلث قائم‌الزاویه، ارتفاع وارد بر وتر واسطه‌ی هندسی پاره خط‌هایی است که روی وتر پدید می‌آورد. پس داریم:



$$AH^2 = BH \times CH = 2 \times 18 = 36 \Rightarrow AH = 6$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \times AH \times BC = \frac{1}{2} \times 6 \times 20 = 60$$

(صفحه‌های ۶۵ و ۶۶ کتاب درسی)

۴

۳

۲✓

۱

$$\Delta ABC : MN \parallel BC \Rightarrow \begin{cases} \frac{AN}{AC} = \frac{AM}{AB} = \frac{1}{3} \\ \Delta AQN \sim \Delta APC \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\Delta AQN}}{S_{\Delta APC}} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9} \Rightarrow S_{\Delta APC} = 9S_{\Delta AQN} \quad (۱)$$

$$S_{\Delta APC} = 9(۳) = ۲۷$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} S_{\Delta ABC} = 4(27) = 108$$

(صفحه‌های ۶۵ و ۶۶ کتاب درسی)

۴

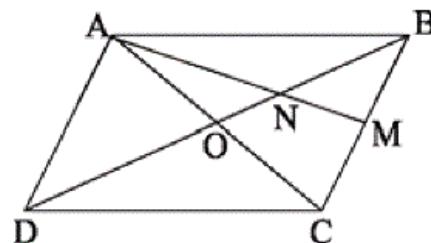
۳✓

۲

۱

با رسم هر قطر متوازی الاضلاع، متوازی الاضلاع به دو مثلث هم مساحت

تقسیم می شود. بنابراین:



$$S_{ABD} = \frac{1}{2} S_{ABCD}$$

باتوجه به این که در هر متوازی الاضلاع قطرها منصف یکدیگر هستند پس در هر مثلث ABC میانه OB میانهی مثلث ABC است. در هر مثلث با رسم سه میانهی مثلث به ۶ مثلث هم مساحت تقسیم می شود، بنابراین:

$$S_{BMN} = \frac{1}{6} S_{ABC} = \frac{1}{12} S_{ABCD}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{BMN}}{S_{ABD}} = \frac{\frac{1}{12} S_{ABCD}}{\frac{1}{2} S_{ABCD}} = \frac{1}{6}$$

(صفحه ۶۶ کتاب (رسی))

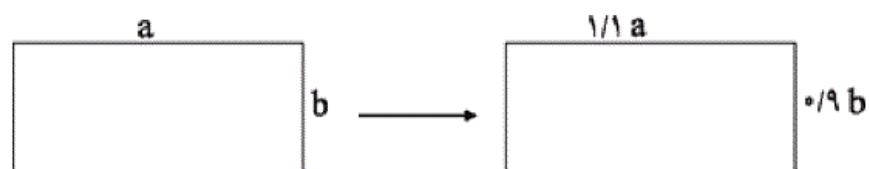
۴

۳

۲

۱ ✓

«علی فتح آبادی»



$$S_o = ab$$

$$S_1 = 1/9a \times 1/9b$$

$$\Rightarrow 1/9ab = 1/99S_o$$

پس مساحت ۱ درصد کاهش پیدا می کند.

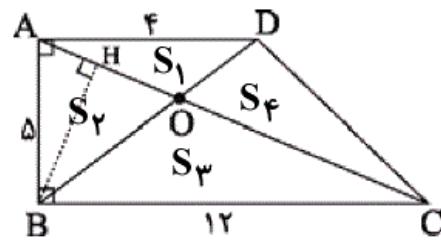
(صفحه ۶۵ کتاب (رسی))

۴

۳ ✓

۲

۱



$$S_2 = S_4$$

$$\begin{cases} \hat{D}AO = \hat{O}CB \\ \hat{A}DO = \hat{O}BC \end{cases} \Rightarrow \Delta OAD \sim \Delta OBC$$

$$\Rightarrow \frac{S_1}{S_3} = \left(\frac{4}{12}\right)^2 = \frac{1}{9} \Rightarrow S_3 = 9S_1$$

$$\text{مساحت ذوزنقه} = \frac{\Delta \times (12+4)}{2} = 40.$$

$$\Rightarrow S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = 40.$$

$$\Rightarrow 2S_2 + 1 \cdot S_1 = 40 \quad (1)$$

$$S_1 + S_2 = \frac{4 \times 5}{2} = 10 \xrightarrow{(1)} S_1 = 2/5, S_2 = 1/5$$

(صفحه‌های ۵۷ و ۵۸ کتاب درسی)

۴ ✓

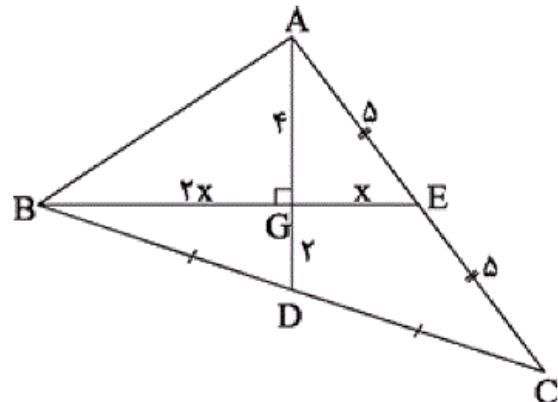
۳

۲

۱

با توجه به این‌که میانه‌های هر مثلث هم‌دیگر را به نسبت $2:1$ قطع

می‌کنند، داریم:



$$AG = GD = 4$$

$$BG = GE = 2x$$

حال:

$$\Delta AGE : x^2 = 25 - 16 \Rightarrow x = 3$$

$$BE = 3x = 9$$

و در نتیجه:

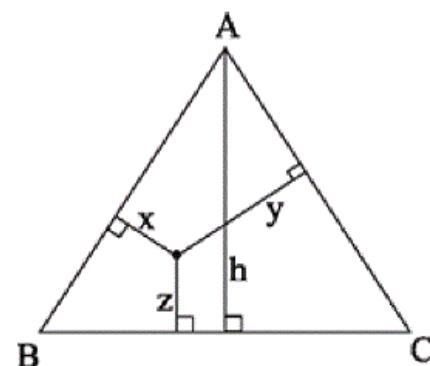
(صفحه‌ی ۶۷ کتاب درسی)

۱

۲

۳

۴ ✓



$$x + y + z = h = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 8\sqrt{3} = 12$$

$$5 + 3 + z = 12 \Rightarrow z = 4$$

(صفحه‌ی ۶۸ کتاب درسی)

۱

۲

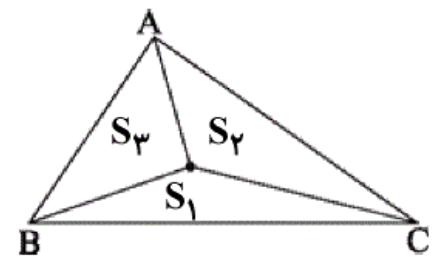
۳ ✓

۴

می‌دانیم با رسم سه میانه‌ی هر مثلث، ۶ مثلث هم‌مساحت ایجاد می‌شود، لذا اگر مرکز ثقل مثلث را به سه رأس وصل کنیم، سه مثلث هم‌مساحت ایجاد می‌شود.

$$S_1 = S_2 = S_3 = \frac{S_{ABC}}{3}$$

(صفحه‌ی ۶۷ کتاب درسی)



۴

۳✓

۲

۱

در هر مثلث متساوی‌الساقین، ارتفاع، میانه، نیمساز و عمودمنصف وارد بر قاعده برهمنطبق‌اند. پس:



$$BH = HC = \frac{10}{2} = 5$$

$$\Delta ABH : AB^2 = AH^2 + BH^2 \quad \text{قائم الزاویه}$$

$$\Rightarrow AB^2 = 12^2 + 5^2 = 169 \Rightarrow AB = 13$$

می‌دانیم مجموع طول دو عمود رسم شده از یک نقطه‌ی واقع بر قاعده‌ی مثلث متساوی‌الساقین بر دو ساق آن، برابر طول ارتفاع وارد بر ساق است، پس داریم:

$$\frac{1}{2} BM \times AC = \frac{1}{2} \times AH \times BC$$

$$BM \times AC = AH \times BC \Rightarrow BM \times 13 = 12 \times 10$$

$$\Rightarrow BM = \frac{120}{13}$$

(صفحه‌ی ۶۸ کتاب درسی)

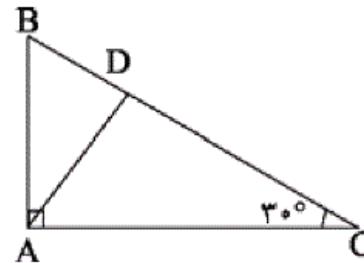
۴

۳✓

۲

۱

فرض کنیم در مثلث قائم‌الزاویه $\hat{A} = 90^\circ$ ، AD نیمساز داخلی زاویه A و $\hat{C} = 30^\circ$ باشد.



می‌دانیم طول ضلع روبرو به زاویه 30° در مثلث قائم‌الزاویه، نصف طول وتر است. پس با فرض $AB = x$ ، $BC = 2x$ است و داریم:

$$AC^2 = BC^2 - AB^2 = 4x^2 - x^2 = 3x^2 \Rightarrow AC = \sqrt{3}x$$

در دو مثلث ACD و ABD ، ارتفاع رسم شده از رأس A مشترک است، بنابراین نسبت مساحت‌های این دو مثلث، برابر نسبت قاعده‌های است.

$$\frac{S_{ABD}}{S_{ACD}} = \frac{BD}{DC} \xrightarrow{\text{طبق قضیی نیمسازها}}$$

$$\frac{S_{ABD}}{S_{ACD}} = \frac{AB}{AC} = \frac{x}{\sqrt{3}x} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

(صفحه‌های ۶۴ و ۶۵ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$\text{طول قطر مستطیل} = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\text{مساحت لوگی} = a.b \Rightarrow a.b = \frac{1}{2}d.d'$$

$$\frac{d = \sqrt{a^2 + b^2}, d' = a}{a.b = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2} \times a}$$

$$\Rightarrow 2b = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\Rightarrow 4b^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow a^2 = 3b^2 \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} = 3 \Rightarrow \frac{a}{b} = \sqrt{3}$$

(صفحه‌های ۶۱ تا ۶۵ و ۶۷ کتاب درسی)

از برخورد نیمسازهای زوایای داخلی مستطیلی به طول a و عرض b .

مربعی به طول ضلع $\frac{a-b}{\sqrt{2}}$ و در نتیجه طول قطر $a-b$ پدید می‌آید.

داریم:

$$\begin{cases} a-b=6 \\ 2(a+b)=28 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=10 \\ b=4 \end{cases}$$

$$S_{ABCD} = 10 \times 4 = 40.$$

(صفحه‌های ۵۹ و ۶۳ تا ۶۵ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

ریاضی ، ریاضی ۱ - سوالات موازی ، تعیین علامت ، معادله ها و نامعادله ها - ۱۳۹۵/۱۲۰

$$\begin{aligned} p(x) &= \frac{x^4 - 27x}{x^2 + x + 1} = \frac{x(x^3 - 27)}{x^2 + x + 1} \\ &= \frac{x(x-3)(x^2 + 3x + 9)}{(x^2 + x + 1)} \end{aligned}$$

$$x=0 \quad \text{یا} \quad x-3=0 \Rightarrow x=3$$

معادله ریشه ندارد. $x^2 + x + 1 = 0 \Rightarrow \Delta = 1 - 4 = -3 < 0$

معادله ریشه ندارد. $x^2 + 3x + 9 = 0 \Rightarrow \Delta = 9 - 36 = -27 < 0$

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
x	-	+		+
$x-3$	-	-	+	+
$x^2 + 3x + 9$	+	+		+
$x^2 + x + 1$	+	+		+
$p(x)$	+	-	+	+

$$p(x) < 0 \Rightarrow x \in (0, 3)$$

گزینه‌ی «۳» زیرمجموعه‌ای از جواب نامعادله است.

(صفحه‌های ۸۳ تا ۹۳ کتاب درسی) (معادله ها و نامعادله ها)

۴

۳

۲

۱

$$\Rightarrow \left| x + \frac{13}{8} \right| \leq \frac{5}{8} \xrightarrow{x \geq 0} 8 \left| x + \frac{13}{8} \right| \leq 5 \Rightarrow |8x + 13| \leq 5$$

$$\xrightarrow{|mx - n| \leq 5}$$

$$m = 8, n = -13$$

$$\Rightarrow |n - m| = |-13 - 8| = 21$$

(صفحه‌های ۱۳ تا ۹۳ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

۴

۳

۲

۱

«محمدجواد محسنی»

-۹۰

$$p(x) = \frac{x^2 + 2x - 4}{x^2 - 2x - 1}$$

$$\Rightarrow A = x^2 + 2x - 4, B = x^2 - 2x - 1$$

ریشه‌های معادله‌های $A = 0$ و $B = 0$ را می‌یابیم و جدول تعیین علامت رسم می‌کنیم:

$$A : x = \frac{-2 \pm \sqrt{20}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -1 + \sqrt{5} \\ x_2 = -1 - \sqrt{5} \end{cases}$$

$$B : x = \frac{2 \pm \sqrt{8}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 + \sqrt{2} \\ x_2 = 1 - \sqrt{2} \end{cases}$$

x	$-1 - \sqrt{5}$	$1 - \sqrt{2}$	۰	$-1 + \sqrt{5}$	$1 + \sqrt{2}$
A	+	-	-	-	+
B	+	+	-	-	+
p(x)	+	-	+	+	-

$$(-1 - \sqrt{5}, 1 - \sqrt{2}) \cup (-1 + \sqrt{5}, 1 + \sqrt{2}) = \text{جواب}$$

مجموعه جواب نامعادله تنها شامل عدد طبیعی ۲ است.

(صفحه‌های ۱۳ تا ۹۳ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

۴

۳

۲

۱

شرط قرارگیری نمودار تابع درجه دوم $y = ax^2 + bx + c$ زیر محور x ها، $\Delta < 0$ و $a > 0$ است، در همین نگاه اول معلوم است که $a = 1 > 0$. بنابراین به ازای هیچ مقداری از m ، این نمودار زیر محور x ها قرار نمی‌گیرد.

(صفحه‌های ۷۱ تا ۹۳ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

۴✓

۳

۲

۱

$$\left| \frac{x-1}{2} - 1 \right| \leq 3 \Rightarrow -3 \leq \frac{x-1}{2} - 1 \leq 3$$

$$\Rightarrow -2 \leq \frac{x-1}{2} \leq 4 \Rightarrow -4 \leq x-1 \leq 8 \Rightarrow -3 \leq x \leq 9$$

$$\Rightarrow 6 \geq -2x \geq -18 \Rightarrow 9 \geq -2x + 3 \geq -15$$

$$\Rightarrow -15 \leq -2x + 3 \leq 9$$

$$A = -15, B = 9, A + B = -6$$

(صفحه‌های ۸۴ تا ۹۳ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

۴

۳

۲✓

۱

با توجه به محور، جواب نامعادله به صورت $x < -6/5$ یا $x > 0/5$ یا

است. حال نامعادله‌ی صورت سؤال را حل می‌کنیم:

$$|2x + b| > c$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x + b > c \\ \text{یا} \\ 2x + b < -c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x > c - b \\ \text{یا} \\ 2x < -b - c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > \frac{c - b}{2} \\ \text{یا} \\ x < \frac{-b - c}{2} \end{cases}$$

از مقایسه با جواب سؤال داریم:

$$\begin{cases} \frac{c - b}{2} = 0/5 \\ \frac{-b - c}{2} = -6/5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c - b = 0 \\ b + c = 12 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2c = 12 \Rightarrow c = 6, b = -6$$

$$\Rightarrow 2c - b = 2 \times 6 - (-6) = 12$$

(صفحه‌های ۱۴ تا ۹۳ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

اگر عبارت درجه دوم $p = ax^2 + bx + c$ همواره مثبت باشد، آن‌گاه:

$$\begin{cases} \Delta = b^2 - 4ac < 0 \\ a > 0 \end{cases}$$

برای عبارت درجه دوم $p(x) = 3mx^2 - 2x + 1$ داریم:

$$\Delta < 0 \Rightarrow (-2)^2 - 4 \times (3m)(1) < 0 \Rightarrow 4 - 12m < 0$$

$$\Rightarrow -12m < -4 \Rightarrow m > \frac{1}{3} \quad (1)$$

$$a > 0 \Rightarrow 3m > 0 \Rightarrow m > 0 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} m > \frac{1}{3}$$

(صفحه‌های ۷۸ تا ۹۳ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

$$p(x) = \frac{(x+2)^2(x^2 - 3x + 2)}{(-x^2 + x)^3} \geq 0$$

$$x+2=0 \Rightarrow x=-2$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow (x-1)(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases}$$

$$-x^2 + x = 0 \Rightarrow x(-x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \end{cases}$$

x	-2	0	1	2
$(x+2)^2$	+	+	+	+
$x^2 - 3x + 2$	+	+	+	+
$(-x^2 + x)^3$	-	-	+	-
p(x)	-	-	+	-

ت. ن ت. ن

$\cup \{-2\} \cup (0, 2] \cup (1, 2]$: مجموعه جواب

(صفحه‌های ۸۴ تا ۹۳ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

۴

۳

۲✓

۱

«رییم مشتق نظم»

۱) $a > 0 \Rightarrow \Delta < 0$ اگر $\frac{\Delta}{4a}$ منفی باشد دو حالت زیر را داریم:

چون Δ منفی و a مثبت است چندجمله‌ای همواره مثبت است.

۲) $a < 0 \Rightarrow \Delta > 0$

در این حالت $p(x)$ دو ریشه دارد. بنابراین $p(x)$ تغییر علامت می‌دهد.

بنابراین علامت $p(x)$ به علامت a بستگی دارد.

(صفحه‌های ۷۸ تا ۹۳ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

۴✓

۳

۲

۱

عبارت $x^2 + x + 1$ به ازای هر x همواره مثبت است ($\Delta < 0$) و
پس در حل نامعادله می‌توانیم مخرج کسرها را ساده کنیم و
جهت نامعادله عوض نمی‌شود. یعنی:

$$|3x - 2| \leq 5 \Rightarrow -5 \leq 3x - 2 \leq 5$$

$$\Rightarrow -5 + 2 \leq 3x \leq 5 + 2 \Rightarrow -3 \leq 3x \leq 7 \Rightarrow -1 \leq x \leq \frac{7}{3}$$

$$\Rightarrow x \in [-1, \frac{7}{3}]$$

(صفحه‌های ۷۱ تا ۹۳ کتاب (رسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها))

 ۴ ۳ ۲ ۱ ✓

با توجه به اینکه $|x+1|$ به ازای همهٔ مقادیر x همواره مثبت است،

$$1 - 2x < 0 \Rightarrow -2x < -1 \Rightarrow x > \frac{1}{2} \Rightarrow x \in (\frac{1}{2}, +\infty)$$

(صفحه‌های ۸۳ تا ۹۳ کتاب (رسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها))

 ۴ ۳ ۲ ۱ ✓

چون $1 - x - x^2$ همواره منفی است ($\Delta < 0, a < 0$) پس می‌توان نامعادله را طرفین وسطین کنیم و جهت نامعادله را تغییر دهیم:

$$ax^2 - \frac{1}{2}ax - 3 \geq -3x^2 - 3x - 3$$

$$\Rightarrow (a+3)x^2 + (\frac{1}{2}a)x + 3 \geq 0 \quad (1)$$

برای آن‌که نامعادلهٔ (1) همواره برقرار باشد، باید $a \leq 0$ و ضریب x^2 مثبت باشد.

$$a \leq 0 \Rightarrow (\frac{1}{2}a)^2 - 4(a+3)(0) \leq 0$$

$$\Rightarrow (\frac{1}{2}a)^2 \leq 0 \xrightarrow{\text{حالت تساوی}} \frac{1}{2}a = 0 \Rightarrow a = 0 \quad (2)$$

$$(x^2) > 0 \Rightarrow a+3 > 0 \Rightarrow a > -3 \quad (3)$$

$$\xrightarrow{\text{اشتراک (2) و (3)}} a = 0$$

(صفحه‌های ۸۳ تا ۹۳ کتاب (رسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها))

 ۴ ۳ ✓ ۲ ۱

$$\frac{\frac{x^3(x^3 - 1)}{x^2 + x + 1}}{x} = \frac{x^3(x-1)(x^2 + x + 1)}{x^2 + x + 1} \underset{x \neq 0}{=} x^4(x-1) \leq 0$$

$$\frac{x^4 > 0}{x-1 \leq 0} \Rightarrow x \leq 1 \underset{x \neq 0}{\rightarrow} (-\infty, 1] - \{0\}$$

(صفحه های ۸۳ تا ۹۴ کتاب درسی) (معارله ها و نامعارله ها)

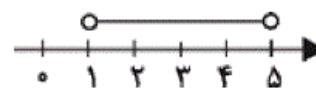
۴

۳

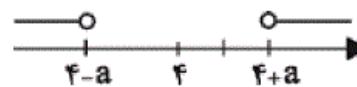
۲

۱ ✓

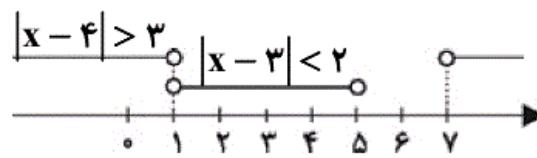
مجموعه جواب نامعادله $|x-3| < 2$ شامل اعدادی است که فاصله‌ی آنها از عدد ۳ کمتر از ۲ است که نمایش آنها مطابق محور زیر است.



همچنین مجموعه جواب نامعادله $|x-4| > a$ شامل اعدادی است که فاصله‌ی آنها از عدد ۴ بیشتر از a است که نمایش آنها به صورت زیر است:



مطابق محورهای رسم شده، برای آنکه اشتراک جوابهای دو نامعادله تهی باشد باید $a \geq 3$ باشد، برای مثال در حالت $a = 3$ داریم:



(صفحه های ۸۳ تا ۹۴ کتاب درسی) (معارله ها و نامعارله ها)

۴

۳

۲ ✓

۱

در نمودار گزینه های «۲، ۳ و ۴» خطی موازی محور عرضها می توان رسم کرد که در بیشتر از یک نقطه نمودار را قطع می کند. بنابراین تابع نیستند. شرط آنکه یک نمودار مربوط به یک تابع باشد، آن است که هر خط موازی محور عرضها نمودار را حداقل در یک نقطه قطع کند.

(صفحه های ۹۵ تا ۱۰۰ کتاب درسی) (تابع)

۴

۳

۲

۱ ✓

«محمد بهیرایی»

رابطه‌ای تابع است که در آن به هر عضو از مجموعه‌ی **A** دقیقاً یک عضو از مجموعه‌ی **B** نسبت داده شود. در رابطه‌ی بین تعداد گل‌های زده و نام گل‌زن ممکن است تعداد کسانی که به طور مثال ۱۰ گل زده‌اند بیش از یک نفر باشد. پس این رابطه تابع نیست.

(صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰ کتاب درسی) (تابع)

 ۴ ۳ ۲ ۱

«محمد فخران»

چون این تابع شامل یک زوج مرتب است، پس تمامی مؤلفه‌های اول باهم و مؤلفه‌های دوم نیز باهم برابرند: مؤلفه‌های اول:

$$m^2 - m = 2 \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (m+1)(m-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases}$$

مؤلفه‌های دوم:

$$m^2 - 3m = n^2 - 2n + 5 = p$$

$$\text{اگر: } m = -1 \Rightarrow m^2 - 3m = 4 = n^2 - 2n + 5 = p$$

$$\Rightarrow n^2 - 2n + 1 = 0 \Rightarrow n = 1, p = 4$$

$$\text{اگر: } m = 2 \Rightarrow m^2 - 3m = -2 = n^2 - 2n + 5 = p$$

$$\Rightarrow n^2 - 2n + 7 = 0 \Rightarrow \Delta < 0 \Rightarrow m = 2 \text{ معادله جواب ندارد}$$

$$\Rightarrow m + n + p = -1 + 1 + 4 = 4$$

(صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰ کتاب درسی) (تابع)

 ۴ ۳ ۲ ۱

برای آن که رابطه‌ای قابع باشد، هیچ دو زوج مرتب متمایزی نباید مؤلفه‌های اول برابر داشته باشند. در صورت برابر بودن مؤلفه‌های اول باید مؤلفه‌های دوم آن‌ها نیز برابر باشد.

$$\begin{cases} (1, 2) \in f \\ (1, m^2 + m) \in f \end{cases} \Rightarrow$$

$$m^2 + m = 2 \Rightarrow m^2 + m - 2 = 0 \Rightarrow (m+2)(m-1) = 0 \\ \Rightarrow m = -2 \quad \text{یا} \quad m = 1$$

تابع نیست
اگر $m = 1 \Rightarrow f = \{(1, 2), (1, 1), (-1, 2)\}$

اگر $m = -2 \Rightarrow f = \{(1, 2), (-2, 1), (2, -1)\}$

$$\Rightarrow (1, -2) \notin f$$

(صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰ کتاب درسی) (تابع)

۴ ✓

۳

۲

۱

باید حداقل دو نقطه از نمودار حذف گردد تا به یک تابع تبدیل شود، زیرا در نقاطی به طول‌های ۱ و -۱، دو مقدار برای تابع تعریف شده است.

(صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰ کتاب درسی) (تابع)

۴

۳

۲ ✓

۱

ریاضی ، ریاضی ۱ - سوالات موازی ، دامنه و برد تابع ، تابع - ۱۳۹۵۱۲۲۰

$$\begin{cases} (1, a^2 + 1) \in R \\ (1, 5) \in R \end{cases} \Rightarrow a^2 + 1 = 5 \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow a = \pm 2$$

$$a = 2 \Rightarrow \begin{cases} (2, 1) \in R \\ (2, 3) \in R \end{cases} \Rightarrow R \text{ تابع نیست}$$

پس تنها $a = -2$ قابل قبول است.

$$\begin{cases} (3, 1) \in R \\ (3, b-1) \in R \end{cases} \Rightarrow b-1 = 1 \Rightarrow b = 2$$

$$a + b = -2 + 2 = 0$$

(صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰ کتاب درسی) (تابع)

۴ ✓

۳

۲

۱