



www.riazisara.ir **سایت ویژه ریاضیات**

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara>

(@riazisara)

ریاضی ، ریاضی ۱ ، متمم یک مجموعه ، مجموعه ، الگو، دنباله - ۱۳۹۵۱۱۰۸

۵۱- اگر $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ مجموعه‌ی مرجع، $A = \{1, 2, 4\}$ ، $B = \{1, 3\}$ و $C = \{1\}$ باشند، $A' \cup B'$ کدام است؟

- (۱) C' (۲) $A' \cap C'$ (۳) $(B - C)'$ (۴) $(A - C)'$

شما پاسخ نداده اید

۵۲- در یک کلاس ۳۰ نفره، ۱۴ نفر در آزمون درس فیزیک و ۹ نفر در آزمون درس ریاضی شرکت کرده‌اند. اگر ۵ نفر در هر دو آزمون شرکت کرده باشند، چند نفر حداکثر در یکی از این دو آزمون شرکت کرده‌اند؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۸ (۳) ۲۳ (۴) ۲۵

شما پاسخ نداده اید

۵۳- اگر مجموعه‌ی A ، $2m$ عضو و مجموعه‌ی B ، n عضو و $A \cap B$ ، $\frac{m+n}{2}$ عضو داشته باشد، مجموعه‌ی $[(A - B) \cup (B - A)]$ چند عضو خواهد داشت؟

- (۱) m (۲) n (۳) $m + n$ (۴) $m + 2n$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۱ ، دنباله های حسابی و هندسی ، مجموعه ، الگو، دنباله - ۱۳۹۵۱۱۰۸

۵۴- در دنباله‌ی هندسی $... 64, 32, \dots$ کدام جمله برابر 16^{-1} است؟

- (۱) نهم (۲) دهم (۳) یازدهم (۴) دوازدهم

شما پاسخ نداده اید

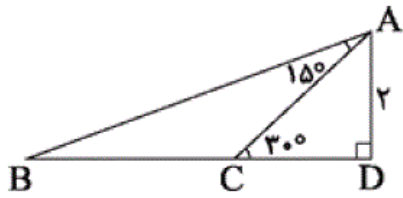
۵۵- در یک دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی عمومی t_n ، مجموع سه جمله‌ی اول ۱۲ و مجموع سه جمله‌ی بعدی ۳۰ است. t_7 کدام است؟

- (۱) ۱۷ (۲) ۱۶ (۳) ۱۸ (۴) ۱۴

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۱ ، نسبت های مثلثاتی ، مثلثات - ۱۳۹۵۱۱۰۸

۵۷- در شکل زیر، مساحت مثلث ABC کدام است؟



(۲) ۴

(۱) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

(۴) $4 \tan 15^\circ$

(۳) $4\sqrt{3}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضی ۱، دایره مثلثاتی، مثلثات - ۱۳۹۵۱۱۰۸

۵۸- اگر ضلع زاویه θ ، دایره‌ی مثلثاتی را در ربع سوم در نقطه‌ی P قطع کند و $\cos \theta = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ باشد،

مختصات نقطه‌ی P و $\cot \theta$ به ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟

(۲) $1, (-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2})$

(۱) $-1, (-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$

(۴) $1, (\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$

(۳) $-1, (-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2})$

شما پاسخ نداده اید

۵۹- خط l به معادله‌ی $(m-1)y + (2m-1)x = 1$ با جهت مثبت محور x ها زاویه‌ی 45° می‌سازد. این خط

محور y ها را در نقطه‌ای با کدام عرض قطع می‌کند؟

(۴) $\frac{1}{3}$

(۳) $\frac{2}{3}$

(۲) -۳

(۱) $-\frac{1}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۶۰- حدود x کدام می‌تواند باشد تا $\sin x \cdot \cos x < 0$ باشد؟

(۲) $270^\circ < x < 360^\circ$ یا $90^\circ < x < 180^\circ$

(۱) $180^\circ < x < 360^\circ$

(۴) $90^\circ < x < 270^\circ$

(۳) $0^\circ < x < 90^\circ$ یا $180^\circ < x < 270^\circ$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضی ۱، روابط بین نسبت های مثلثاتی، مثلثات - ۱۳۹۵۱۱۰۸

۶۱- حاصل عبارت زیر همواره برابر با کدام گزینه است؟

$1 - \sin \alpha \cdot \cos \alpha = ?$

(۲) $\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha$

(۱) $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$

(۴) $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2$

(۳) $(\sin \alpha - \cos \alpha)^2 + \sin \alpha \cos \alpha$

شما پاسخ نداده اید

۶۲- حاصل عبارت $A = \sqrt[5]{8} \times (\sqrt[4]{4} \times \sqrt[7]{8})^{\frac{2}{3}}$ به صورت توان گویا کدام است؟

- (۱) $\frac{13}{225}$ (۲) $\frac{128}{2105}$ (۳) $\frac{1}{27}$ (۴) $\frac{67}{221}$

شما پاسخ نداده اید

۶۳- چند مورد از مقایسه های زیر صحیح است؟

(الف) $-3\sqrt[4]{2} > -2\sqrt[4]{3}$

(ب) $\sqrt[1]{6} < \sqrt[5]{2} \sqrt[3]{2}$

(پ) $\sqrt[6]{4} > \sqrt[9]{8}$

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) هیچ کدام

شما پاسخ نداده اید

۶۴- حاصل عبارت $A = (x - \sqrt[3]{2})^2 (x^2 + \sqrt[3]{2}x + \sqrt[3]{4})^2$ به ازای $x = \sqrt[3]{\sqrt{2} + 2}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2} + 2$ (۲) ۴ (۳) $\sqrt{2} + 4$ (۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۶۵- اگر $\sqrt{x-2} + \sqrt{x+1} = 27$ ، مقدار $\sqrt{x+1} - \sqrt{x-2}$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۹ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{9}$

شما پاسخ نداده اید

۶۶- طول و عرض مستطیلی مضارب طبیعی و متوالی عدد ۶ هستند. اگر عدد مساحت این مستطیل دو برابر

عدد محیط آن باشد، طول این مستطیل کدام است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۱۲ (۳) ۲۴ (۴) ۳۰

شما پاسخ نداده اید

۶۷- اگر ضرایب عددی a ، b و c از معادله‌ی درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ به ترتیب جملات متوالی یک دنباله‌ی هندسی باشند، آن گاه این معادله:

- (۱) ریشه‌ی مضاعف دارد.
 (۲) ریشه‌ی حقیقی ندارد.
 (۳) دو ریشه‌ی متمایز مثبت دارد.
 (۴) دو ریشه‌ی متمایز منفی دارد.

شما پاسخ نداده اید

۵۶- اگر اضلاع مثلث قائم‌الزاویه‌ای تشکیل دنباله‌ی حسابی دهند، وتر مثلث چند برابر کوچک‌ترین ضلع مثلث است؟

- (۱) $\frac{5}{4}$ (۲) $\frac{7}{5}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{5}{3}$

شما پاسخ نداده اید

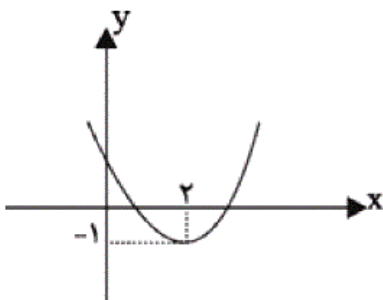
ریاضی، ریاضی ۱، سهمی، معادله‌ها و نامعادله‌ها - ۱۳۹۵۱۱۰۸

۶۸- نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ محور x را در دو نقطه با طول‌های ۳ و -۲ و محور y را در نقطه‌ای به عرض ۱۲- قطع می‌کند. معادله‌ی این سهمی کدام است؟

- (۱) $y = x^2 - x - 6$ (۲) $y = x^2 - 2x + 3$
 (۳) $y = 2x^2 - 2x - 12$ (۴) $y = 2x^2 - 4x + 6$

شما پاسخ نداده اید

۶۹- اگر شکل زیر، قسمتی از نمودار سهمی $y = x^2 + ax + b$ باشد، مقدار $a + b$ کدام است؟



- (۱) ۳
 (۲) -۴
 (۳) ۱
 (۴) -۱

شما پاسخ نداده اید

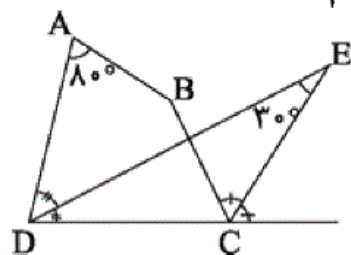
ریاضی، ریاضی ۱، تعیین علامت، معادله‌ها و نامعادله‌ها - ۱۳۹۵۱۱۰۸

۷۰- چند عدد صحیح منفی در نامعادله‌ی $-2 - \frac{x}{4} < \frac{1+x}{3}$ صدق می‌کند؟

- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) بی‌شمار

ریاضی ، هندسه ۱ ، ترسیم های هندسی ، ترسیم های هندسی و استدلال - ۱۳۹۵۱۱۰۸

۱۳۹- مطابق شکل در چهارضلعی محدب ABCD اندازه‌ی زاویه‌ی A برابر 80° و زاویه‌ی بین نیمساز داخلی زاویه‌ی D و نیمساز خارجی زاویه‌ی C برابر 30° است. اندازه‌ی زاویه‌ی B کدام است؟



(۱) 160°

(۲) 135°

(۳) 140°

(۴) 150°

شما پاسخ نداده اید

۱۴۴- نقاط A و B در صفحه ثابت هستند و نقطه‌ی C طوری در صفحه تغییر می‌کند که $\hat{ABC} = 2\hat{BAC}$. وقتی C تغییر می‌کند، مجموعه نقاطی که محل تلاقی نیمساز زاویه‌ی \hat{ABC} با پاره‌خط AC هستند، کدام است؟

(۱) یک نقطه (۲) یک دایره (۳) خطی موازی با AB (۴) عمودمنصف AB

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۱ ، استدلال ، ترسیم های هندسی و استدلال - ۱۳۹۵۱۱۰۸

۱۴۱- کدام یک از گزاره‌های زیر مثال نقض دارد؟

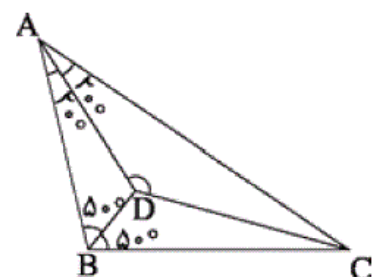
- (۱) هر چهارضلعی که زاویه‌های مجاور آن مکمل یکدیگرند، متوازی‌الاضلاع است.
- (۲) هر چهارضلعی که دو ضلع روبه‌روی آن باهم برابر و موازی‌اند، متوازی‌الاضلاع است.
- (۳) هرگاه در دو چندضلعی همه‌ی ضلع‌ها به یک نسبت تغییر کرده و اندازه‌ی زاویه‌ها تغییر نکرده باشد، آن دو چندضلعی متشابه‌اند.
- (۴) اگر قطرهای یک چهارضلعی باهم برابر باشند و یکدیگر را نصف کنند، آن چهارضلعی مربع است.

شما پاسخ نداده اید

۱۳۴- در شکل مقابل زاویه‌ی \hat{ADC} چند درجه است؟

(۱) 125° (۲) 130°

(۳) 135° (۴) 140°



شما پاسخ نداده اید

۱۳۵- چه تعداد از حکم‌های زیر همواره درست است؟

الف) چهارضلعی‌ای که دو قطر عمود برهم دارد، لوزی است.

ب) چهارضلعی‌ای که دو قطر مساوی یکدیگر دارد، مستطیل است.

پ) چهارضلعی‌ای که دو قطر عمود برهم و مساوی یکدیگر دارد، مربع است.

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه ۱، نسبت و تناسب در هندسه، قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن - ۱۳۹۵۱۱۰۸

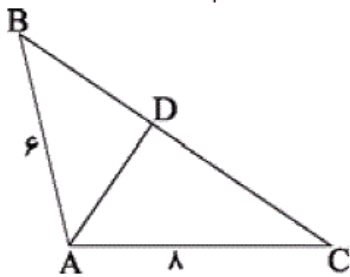
۱۳۶- هرگاه داشته باشیم $a = \frac{b}{2} = \frac{c}{3} = \frac{d}{4}$ ، آن‌گاه حاصل کسر $\frac{c}{a+b+c+d}$ کدام است؟ ($a \neq 0$)

(۱) ۰/۳ (۲) ۰/۳۵ (۳) ۰/۲۸ (۴) ۰/۳۶

شما پاسخ نداده اید

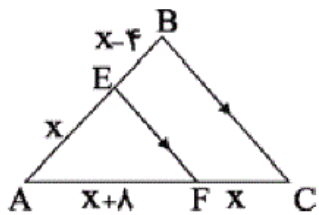
ریاضی، هندسه ۱، قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن - ۱۳۹۵۱۱۰۸

۱۴۲- در مثلث ABC شکل زیر، $\hat{A} = 120^\circ$ و AD نیمساز زاویه A است. طول AD کدام است؟



(۱) $\frac{26}{5}$ (۲) $\frac{23}{5}$ (۳) $\frac{30}{7}$ (۴) $\frac{24}{7}$

شما پاسخ نداده اید

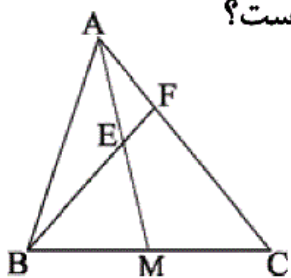


۱۳۲- باتوجه به شکل مقابل، مقدار x کدام است؟ ($EF \parallel BC$)

(۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

شما پاسخ نداده اید

۱۴۷- در شکل زیر، AM میانه‌ی مثلث ABC می‌باشد. اگر $\frac{AF}{AC} = \frac{1}{4}$ ، نسبت $\frac{EF}{BE}$ کدام است؟



(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{2}{5}$ (۴) $\frac{1}{5}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه ۱، تشابه مثلث‌ها، قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن - ۱۳۹۵۱۱۰۸

۱۳۸- ارتفاع وارد بر وتر مثلث قائم‌الزاویه‌ی ABC، آن را به دو مثلث تقسیم می‌کند که مساحت یکی، چهار برابر مساحت دیگری است. اگر طول این ارتفاع برابر ۳ باشد، مساحت مثلث ABC کدام است؟

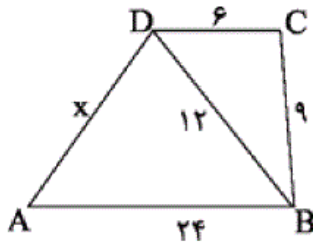
$12\sqrt{3}$ (۴)

$22/5$ (۳)

$6\sqrt{3}$ (۲)

$11/25$ (۱)

شما پاسخ نداده اید



۱۴۶- در دوزنقه‌ی ABCD، طول ضلع AD کدام است؟

۱۵ (۲)

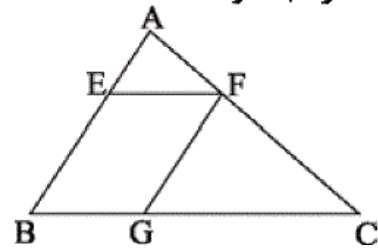
۱۲ (۱)

۱۸ (۴)

۲۴ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۴۹- در شکل زیر چهارضلعی EFGB متوازی‌الاضلاع است. اگر مساحت مثلث AEF را S_1 و مساحت مثلث FGC را S_2 بنامیم، مساحت متوازی‌الاضلاع EFGB کدام است؟



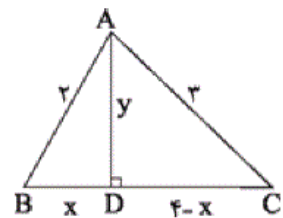
$(\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2})^2$ (۲)

$S_1 + S_2$ (۱)

$2\sqrt{S_1 S_2}$ (۴)

$\sqrt{S_1 S_2}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید



۱۵۰- در شکل مقابل، اختلاف طول پاره‌خط‌های CD و BD کدام است؟

$1/75$ (۲)

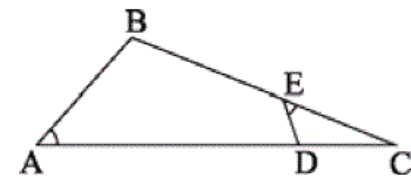
$1/5$ (۱)

۱ (۴)

$1/25$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۳۳- در شکل زیر، $\hat{A} = \hat{C}ED$ ، $BE = 7\text{cm}$ ، $AB = 6\text{cm}$ ، $AC = 15\text{cm}$ و $AD = 11\text{cm}$ است. طول DE چند سانتی‌متر است؟



$2/5$ (۲)

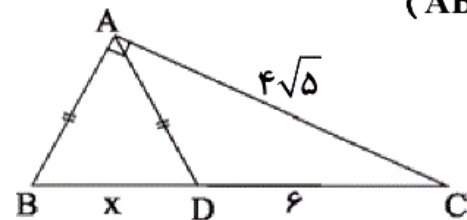
۲ (۱)

$1/5$ (۴)

۱ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۴۰- در مثلث قائم‌الزاویه‌ی ABC شکل زیر، طول BD کدام است؟ ($AB = AD$)



۴ (۲)

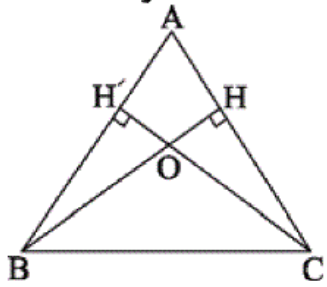
۶ (۱)

$4\sqrt{2}$ (۴)

۸ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۴۳- در شکل زیر ارتفاع‌های BH و CH' از مثلث ABC رسم شده است. اگر $AB=6$ ، $CO=4$ و $AH=2$



آن‌گاه اندازه‌ی OH کدام است؟

(۲) $\frac{5}{3}$
(۴) $\frac{6}{5}$

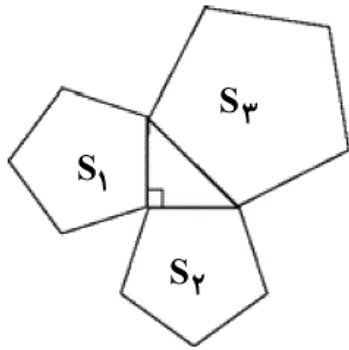
(۱) $\frac{4}{3}$
(۳) $\frac{5}{4}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه ۱، کاربردهایی از قضیه ی تالس و تشابه مثلث ها، قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن -

۱۳۹۵۱۱۰۸

۱۴۵- در شکل زیر سه پنج‌ضلعی منتظم با مساحت‌های S_1 ، S_2 و S_3 روی اضلاع یک مثلث قائم‌الزاویه رسم



کرده‌ایم. کدام رابطه بین مساحت‌ها برقرار است؟

(۱) $S_3^2 = S_1^2 + S_2^2$

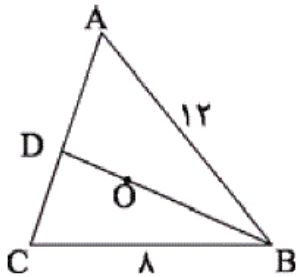
(۲) $S_3^2 = S_1 \times S_2$

(۳) $\sqrt{S_3} = \sqrt{S_1} + \sqrt{S_2}$

(۴) $S_3 = S_1 + S_2$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۸- در شکل زیر، $AC=10$ و O محل تلاقی نیمسازهای داخلی مثلث ABC می‌باشد. حاصل $\frac{OB}{OD}$ کدام



(۲) ۲

(۴) $\frac{1}{2}$

است؟

(۱) $\frac{3}{4}$

(۳) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۳۷- در مثلثی رابطه‌ی $\hat{A} = \hat{B} + \hat{C}$ بین زوایا برقرار می‌باشد. نیمساز زاویه‌ی بزرگ‌تر، روی ضلع روبه‌رو قطعاتی

به طول ۳ و ۴ به‌وجود آورده است. مساحت مثلث کدام است؟

(۴) $11/76$

(۳) $10/24$

(۲) $11/32$

(۱) $10/54$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۱- طول اضلاع یک مثلث ۲۰، ۲۴ و ۳۰ سانتی‌متر است و محیط مثلث متشابه با آن برابر $18/5$ سانتی‌متر

است. اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین ضلع مثلث دوم کدام است؟

(۴) $2/5$

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) $1/5$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۱ ، متمم یک مجموعه ، مجموعه ، الگو، دنباله - ۱۳۹۵۱۱۰۸

۵۱- «مهم پورا آمدی»

باتوجه به مجموعه‌های A ، B ، C و U داریم:

$$A' \cup B' = \{3, 5\} \cup \{2, 4, 5\} = \{3, 2, 4, 5\} = C'$$

(صفحه‌های ۱ و ۹ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۴

۳

۲

۱ ✓

۵۲- «حسن نصرتی ناهوک»

اگر مجموعه‌ی A شرکت‌کنندگان در آزمون فیزیک و مجموعه‌ی B

شرکت‌کنندگان در آزمون ریاضی باشند، داریم:

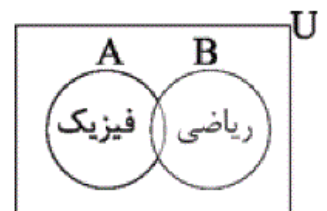
$$n(U) = 30, n(A) = 14, n(B) = 9, n(A \cap B) = 5$$

حداکثر در یکی از دو آزمون شرکت کرده باشند، یعنی حداقل در یکی از

دو آزمون شرکت نکرده باشند یعنی $A' \cup B'$.

$$n(A' \cup B') = n((A \cap B)') = n(U) - n(A \cap B)$$

$$= 30 - 5 = 25$$



(صفحه‌های ۱ تا ۱۳ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۴ ✓

۳

۲

۱

اطلاعات داده شده در صورت سؤال را می‌نویسیم:

$$n(A) = 2m, n(B) = n, n(A \cap B) = \frac{m+n}{2}$$

$$n[(A - B) \cup (B - A)]$$

$$= n(A - B) + n(B - A) - n[(A - B) \cap (B - A)]$$

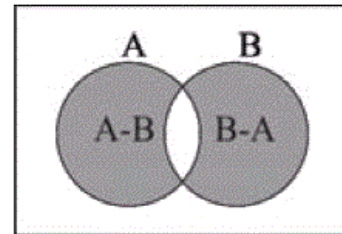
$(A - B)$ و $(B - A)$ دو مجموعه‌ی جدا از هم هستند و اشتراک

آن‌ها تهی است. پس اشتراک آن‌ها عضوی ندارد.

$$\Rightarrow n[(A - B) \cup (B - A)] = n(A - B) + n(B - A)$$

$$= n(A) - n(A \cap B) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$= n(A) + n(B) - 2n(A \cap B) \quad \cup$$



$$\Rightarrow n[(A - B) \cup (B - A)] = 2m + n - 2\left(\frac{m+n}{2}\right)$$

$$= 2m + n - m - n = m$$

(صفحه‌های ۸ تا ۱۳ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی، ریاضی ۱، دنباله‌های حسابی و هندسی، مجموعه، الگو، دنباله - ۱۳۹۵۱۱۰۸

اطلاعات داده شده در صورت سؤال را می‌نویسیم:

$$a_n = a_1 r^{n-1} \quad \text{قدرنسبت دنباله‌ی هندسی} = r = \frac{32}{64} = \frac{1}{2}, \quad a_1 = 64$$

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$\Rightarrow 16^{-1} = 64 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$\Rightarrow 2^{-4} = 2^6 \times 2^{1-n} \Rightarrow 2^{-4} = 2^{6+1-n}$$

$$\Rightarrow 2^{-4} = 2^{7-n} \Rightarrow -4 = 7-n \Rightarrow n = 11$$

(صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۴

۳✓

۲

۱

باتوجه به اطلاعات صورت سؤال داریم:

$$\begin{cases} t_1 + t_2 + t_3 = 12 \\ t_4 + t_5 + t_6 = 30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 + t_1 + d + t_1 + 2d = 12 \\ t_1 + 3d + t_1 + 4d + t_1 + 5d = 30 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3t_1 + 3d = 12 \\ 3t_1 + 12d = 30 \end{cases} \Rightarrow 12d - 3d = 30 - 12$$

$$\Rightarrow 9d = 18 \Rightarrow d = 2$$

$$3t_1 + 3d = 12 \xrightarrow{d=2} 3t_1 + 6 = 12 \Rightarrow t_1 = 2$$

$$\xrightarrow{t_n = t_1 + (n-1)d} t_7 = t_1 + 6d = 2 + 6 \times 2 = 14$$

(صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی) (مجموعه، الگو و دنباله)

۴✓

۳

۲

۱

در مثلث قائم‌الزاویه‌ی ADC داریم:

$$\sin 30^\circ = \frac{AD}{AC} \Rightarrow AC = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4$$

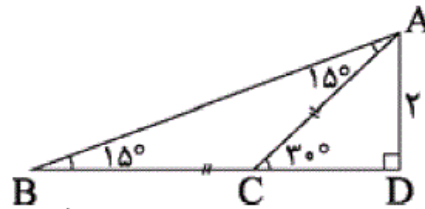
$$\Delta ADC: \hat{CAD} = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

$$\Delta ABD: \hat{B} = 90^\circ - \hat{A} = 90^\circ - (60^\circ + 15^\circ) = 15^\circ$$

بنابراین مثلث ABC متساوی‌الساقین است:

$$BC = AC = 4$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} BC \times AD = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$$



(صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵ کتاب درسی) (مثلثات)

 ۴

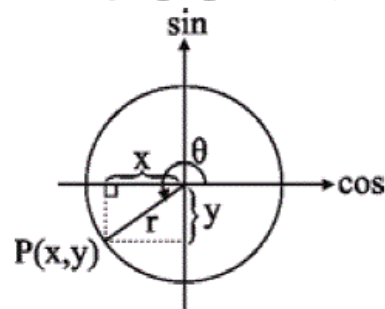
 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی ، ریاضی ۱ ، دایره مثلثاتی ، مثلثات - ۱۳۹۵۱۱۰۸

باتوجه به شکل زیر و دایره‌ی مثلثاتی می‌توان نوشت:



$$x = \cos \theta = -\frac{\sqrt{2}}{2}, r = 1$$

با استفاده از رابطه‌ی فیثاغورس داریم:

$$x^2 + y^2 = r^2 \Rightarrow \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + y^2 = 1$$

$$\Rightarrow y^2 = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

در ناحیه‌ی سوم است $\rightarrow y = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow P(x, y) = \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$$\cot \theta = \frac{x}{y} = \frac{-\frac{\sqrt{2}}{2}}{-\frac{\sqrt{2}}{2}} = 1$$

(صفحه‌های ۳۶ تا ۴۱ کتاب درسی) (مثلثات)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\text{شیب خط} = \frac{-2m + 1}{m - 1} = 1 \Rightarrow -2m + 1 = m - 1$$

$$\Rightarrow -3m = -2 \Rightarrow m = \frac{2}{3}$$

محل برخورد خط با محور y ها $x = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{m - 1}$

$$\xrightarrow{m = \frac{2}{3}} y = \frac{1}{\frac{2}{3} - 1} = \frac{1}{-\frac{1}{3}} = -3$$

(صفحه‌های ۴۰ و ۴۱ کتاب درسی) (مثلثات)

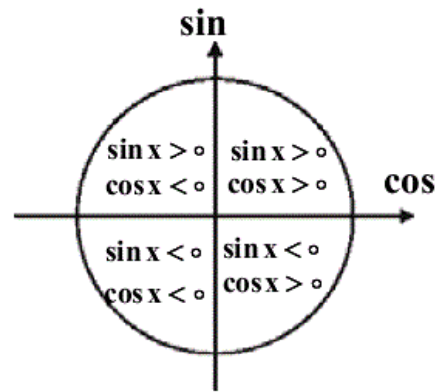
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

با استفاده از دایره‌ی مثلثاتی داریم:



در ربع‌های دوم و چهارم دایره‌ی مثلثاتی، $\sin x$ و $\cos x$ مختلف‌العلامت هستند و حاصل ضرب آن‌ها منفی است
 $(\sin x \cdot \cos x < 0)$ ، بنابراین گزینه‌ی «۲» صحیح است.

(صفحه‌های ۳۶ تا ۴۱ کتاب درسی) (مثلثات)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی، ریاضی ۱، روابط بین نسبت‌های مثلثاتی، مثلثات - ۱۳۹۵۱۱۰۸

با استفاده از اتحاد $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ داریم:

$$1 - \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - \sin \alpha \cos \alpha$$

$$= \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - 2 \sin \alpha \cos \alpha + \sin \alpha \cos \alpha$$

با استفاده از اتحاد مربع تفاضل دو جمله‌ای داریم:

$$= (\sin \alpha - \cos \alpha)^2 + \sin \alpha \cos \alpha$$

(صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶ کتاب درسی) (مثلثات)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی، ریاضی ۱، توان‌های گویا، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری - ۱۳۹۵۱۱۰۸

«مهمرد بهیرایی»

$$\sqrt[5]{8} = \sqrt[5]{2^3} = 2^{\frac{3}{5}}$$

$$\begin{aligned} (\sqrt[4]{4} \times \sqrt[7]{8})^{\frac{2}{3}} &= (\sqrt[4]{2^2} \times \sqrt[7]{2^3})^{\frac{2}{3}} \\ &= (2^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{3}{7}})^{\frac{2}{3}} = (2^{\frac{1}{2} + \frac{3}{7}})^{\frac{2}{3}} = (2^{\frac{7+6}{14}})^{\frac{2}{3}} \\ &= 2^{\frac{13}{14} \times \frac{2}{3}} = 2^{\frac{13}{21}} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow A = 2^{\frac{3}{5}} \times 2^{\frac{13}{21}} = 2^{\frac{63+65}{105}} = 2^{\frac{128}{105}}$$

(صفحه‌های ۴۸ تا ۶۲ کتاب درسی) (توان‌های گویا و عبارت‌های جبری)

۴

۳

۲✓

۱

«داوود بوالحسنی»

$$\text{الف) } \begin{cases} -3\sqrt[4]{2} = -\sqrt[4]{162} \\ -2\sqrt[4]{3} = -\sqrt[4]{48} \end{cases} \Rightarrow 162 > 48 \Rightarrow \sqrt[4]{162} > \sqrt[4]{48}$$

$$\Rightarrow -\sqrt[4]{162} < -\sqrt[4]{48} \Rightarrow -3\sqrt[4]{2} < -2\sqrt[4]{3}$$

$$\text{ب) } \begin{cases} \sqrt[5]{2} \sqrt[3]{2} = \sqrt[5]{3\sqrt[16]{16}} = 1\sqrt[5]{16} = 3\sqrt[3]{162} = 3\sqrt[3]{256} \\ 1\sqrt[6]{6} = 3\sqrt[6]{6^3} = 3\sqrt[3]{216} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{256 > 216} \sqrt[5]{2} \sqrt[3]{2} > 1\sqrt[6]{6}$$

$$\text{پ) } \begin{cases} \sqrt[6]{4} = \sqrt[6]{2^2} = \sqrt[3]{2} \\ \sqrt[9]{8} = \sqrt[9]{2^3} = \sqrt[3]{2} \end{cases} \Rightarrow \sqrt[6]{4} = \sqrt[9]{8}$$

فقط مقایسه‌ی ب صحیح است.

(صفحه‌های ۴۸ تا ۶۲ کتاب درسی) (توان‌های گویا و عبارت‌های جبری)

۴

۳

۲

۱✓

ریاضی، ریاضی ۱، عبارت‌های جبری، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری - ۱۳۹۵۱۱۰۸

«مهمرد بهیرایی»

$$A = [(x - \sqrt[3]{2})(x^2 + \sqrt[3]{2}x + \sqrt[3]{4})]^2 = (x^3 - 2)^2$$

$$\xrightarrow{x = \sqrt[3]{\sqrt{2}+2}} A = (\sqrt{2} + 2 - 2)^2 = 2$$

(صفحه‌های ۶۳ تا ۶۸ کتاب درسی) (توان‌های گویا و عبارت‌های جبری)

۴✓

۳

۲

۱

باتوجه به این که حاصل $\sqrt{x-2} + \sqrt{x+1}$ تعریف شده است، عبارات زیر رادیکال‌ها مثبت هستند، یعنی $x-2 > 0$ و $x+1 > 0$ است. از طرفی با استفاده از اتحاد مزدوج داریم:

$$\begin{aligned} & (\sqrt{x-2} + \sqrt{x+1})(\sqrt{x-2} - \sqrt{x+1}) \\ &= (\sqrt{x-2})^2 - (\sqrt{x+1})^2 = |x-2| - |x+1| \\ & \xrightarrow[\substack{x-2 > 0 \\ x+1 > 0}]{\substack{x-2 > 0 \\ x+1 > 0}} (x-2) - (x+1) = -3 \\ & \xrightarrow{\sqrt{x-2} + \sqrt{x+1} = 27} 27 \times (\sqrt{x-2} - \sqrt{x+1}) = -3 \\ & \Rightarrow \sqrt{x-2} - \sqrt{x+1} = -\frac{3}{27} = -\frac{1}{9} \\ & \Rightarrow \sqrt{x+1} - \sqrt{x-2} = \frac{1}{9} \end{aligned}$$

(صفحه‌های ۶۳ تا ۶۸ کتاب درسی) (توان‌های گویا و عبارت‌های جبری)

 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی، ریاضی ۱، معادله درجه دوم و روش‌های مختلف حل آن، معادله‌ها و نامعادله‌ها - ۱۳۹۵۱۱۰۸

اگر طول مستطیل را برابر با x و عرض آن را برابر با y در نظر بگیریم، چون x و y مضارب طبیعی و متوالی عدد ۶ هستند، داریم:

$$x = y + 6 \quad (1)$$

$$xy = 2(2x + 2y) \xrightarrow{(1)} \text{مساحت} = 2$$

$$y(y+6) = 2(2y+12+2y)$$

$$\Rightarrow y^2 + 6y = 8y + 24 \Rightarrow y^2 - 2y - 24 = 0$$

 ۴

 ۳

 ۲ ✓

 ۱

اگر a ، b و c سه جمله‌ی متوالی از یک دنباله‌ی هندسی با قدرنسبت q باشند، آن‌گاه $b = aq$ و $c = aq^2$. بنابراین:

$$ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow ax^2 + aqx + aq^2 = 0$$

$$\xrightarrow{a \neq 0} x^2 + qx + q^2 = 0 \Rightarrow \Delta = q^2 - 4q^2 = -3q^2 < 0$$

پس معادله ریشه‌ی حقیقی ندارد.

(صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷ و ۷۰ تا ۷۷ کتاب درسی) (ترکیبی)

 ۴

 ۳

 ۲ ✓

 ۱

در مثلث قائم‌الزاویه، وتر بزرگ‌ترین ضلع است. اگر اضلاع مثلث را به ترتیب از کوچک به بزرگ a ، b و c در نظر بگیریم، c وتر است و داریم:

$d =$ قدرنسبت دنباله و c ، b و a : دنباله‌ی حسابی

$$\Rightarrow a = b - d, c = b + d \quad (*)$$

از طرفی در مثلث قائم‌الزاویه با وتر c داریم:

$$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow (b + d)^2 = (b - d)^2 + b^2$$

$$\Rightarrow b^2 + d^2 + 2bd = b^2 + d^2 - 2bd + b^2$$

$$\Rightarrow b^2 = 4bd \xrightarrow{b \neq 0} b = 4d$$

$$\xrightarrow{(*)} a = 3d, c = 5d$$

c وتر مثلث و a کوچک‌ترین ضلع است، داریم:

$$\frac{c}{a} = \frac{5d}{3d} = \frac{5}{3}$$

(صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ و ۷۰ تا ۷۷ کتاب درسی) (ترکیبی)

۴

۳

۲

۱

ریاضی، ریاضی ۱، سهمی، معادله‌ها و نامعادله‌ها - ۱۳۹۵۱۱۰۸

-۶۸

«عزیزالله علی اصغری»

چون سهمی محور طول‌ها را در نقاطی به طول‌های -۲ و ۳ قطع کرده است، پس معادله‌ی آن به صورت زیر است:

$$y = k(x + 2)(x - 3) = k(x^2 - x - 6)$$

همچنین سهمی از نقطه‌ی $(۰, -۱۲)$ عبور می‌کند، پس مختصات این نقطه در ضابطه‌ی آن صدق می‌کند:

$$-۱۲ = k(0)^2 - k(0) - 6k \Rightarrow k = 2$$

$$y = 2x^2 - 2x - 12$$

پس:

(صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

۴

۳

۲

۱

«مهری ملارمفانی»

همان‌طور که از شکل مشخص است، محور تقارن سهمی، خط $x = 2$ است. از طرفی در سهمی به معادله‌ی $y = a'x^2 + b'x + c'$ معادله‌ی محور تقارن از رابطه‌ی $x = -\frac{b'}{2a'}$ به دست می‌آید. بنابراین:

$$x = \frac{-a}{2} = 2 \Rightarrow a = -4$$

از طرفی نقطه‌ی $(2, -1)$ بر روی سهمی قرار دارد. بنابراین مختصات نقطه‌ی مورد نظر در ضابطه‌ی آن صدق می‌کند:

$$y = x^2 - 4x + b \xrightarrow{(2, -1)} -1 = 4 - 8 + b \Rightarrow b = 3$$

$$\Rightarrow a + b = -4 + 3 = -1$$

(صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی ، ریاضی ۱ ، تعیین علامت ، معادله ها و نامعادله ها - ۱۳۹۵۱۱۰۸

«هاری پلور»

$$-2 - \frac{x}{4} < \frac{1+x}{3} \Rightarrow \frac{1+x}{3} + \frac{x}{4} > -2$$

$$\Rightarrow \frac{4 + 4x + 3x}{12} > -2 \Rightarrow 7x + 4 > -24$$

$$\Rightarrow 7x > -28 \Rightarrow x > -4 \xrightarrow[\text{منفی}]{x \text{ عدد صحیح}} x \in \{-1, -2, -3\}$$

سه عدد صحیح منفی در نامعادله صدق می‌کند.

(صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

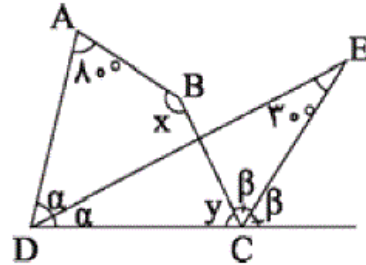
ریاضی ، هندسه ۱ ، ترسیم های هندسی ، ترسیم های هندسی و استدلال - ۱۳۹۵۱۱۰۸

«مهمر ظاهر شعاعی»

در چهارضلعی محدب ABCD مجموع اندازه‌ی زوایا برابر ۳۶۰° است. پس می‌توان نوشت:

$$x + y + 2\alpha + 80^\circ = 360^\circ \Rightarrow x + 180^\circ - 2\beta + 2\alpha = 280^\circ$$

$$x + 2\alpha - 2\beta = 100^\circ \Rightarrow x = 100^\circ + 2(\beta - \alpha) \quad (1)$$



از طرفی در مثلث DEC داریم:

$$\alpha + 30^\circ + y + \beta = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \alpha + 30^\circ + 180^\circ - 2\beta + \beta = 180^\circ \Rightarrow \beta - \alpha = 30^\circ \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} x = 100^\circ + 60^\circ = 160^\circ$$

(صفحه‌های ۱۱ و ۱۲ کتاب درسی) (ترسیم‌های هندسی و استدلال)

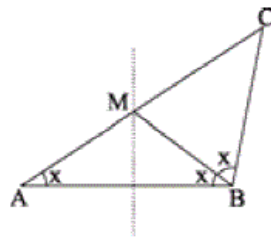
۴

۳

۲

۱

«مهمر فنران»



اگر $\hat{BAC} = x$ باشد، آن‌گاه $\hat{ABC} = 2x$ است. طبق شکل اگر نیمساز \hat{ABC} را رسم کنیم تا AC را در نقطه‌ی M قطع کند، آن‌گاه همواره مثلث ABM متساوی‌الساقین خواهد بود. پس $MA = MB$ و M روی عمودمنصف AB قرار دارد.

(صفحه‌های ۱۰ و ۱۱ کتاب درسی) (ترسیم‌های هندسی و استدلال)

۴

۳

۲

۱

ریاضی، هندسه ۱، استدلال، ترسیم‌های هندسی و استدلال - ۱۳۹۵۱۱۰۸

«داریوش عابد»

به‌طور کلی نمی‌توان گفت که اگر قطرهای یک چهارضلعی باهم برابر باشند و یکدیگر را نصف کنند آن چهارضلعی مربع است، زیرا در مستطیل هم قطرها باهم برابر و یکدیگر را نصف می‌کنند و مستطیل مثال نقض این عبارت است.

(صفحه‌های ۲۶ و ۲۷ کتاب درسی) (ترسیم‌های هندسی و استدلال)

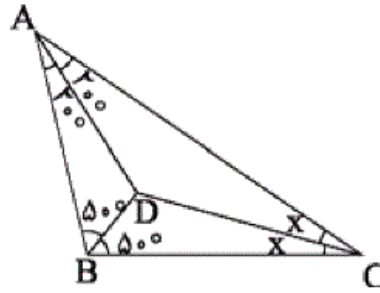
۴

۳

۲

۱

D نقطه‌ی تلاقی نیمسازهای زوایای داخلی A و B از مثلث ABC است. پس نیمساز زاویه‌ی C نیز از D می‌گذرد، یعنی CD نیمساز زاویه‌ی \hat{ACB} است.



$$\hat{ACD} = \hat{BCD} = x$$

$$\Delta ABC : 2(20^\circ + 50^\circ + x) = 180^\circ \Rightarrow x = 20^\circ$$

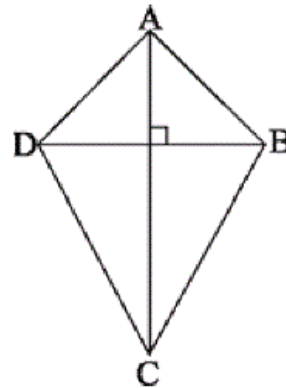
۴ ✓

۳

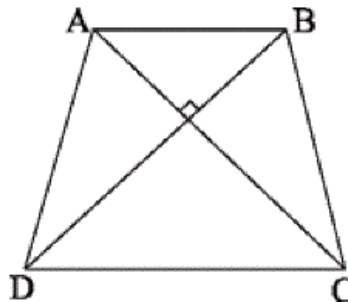
۲

۱

برای رد حکم (الف) می‌توان یک کایت را در نظر گرفت که قطرهای عمود برهم دارد ولی لوزی نیست.



برای رد حکم‌های (ب) و (پ) می‌توان یک دوزنقه‌ی متمسای الساقین را در نظر گرفت که قطرهایش برهم عمود باشند. این دوزنقه دو قطر مساوی هم دارد ولی مستطیل نیست و همچنین دو قطر مساوی و عمود برهم دارد ولی مربع نیست.



(صفحه‌های ۱۱، ۲۳ و ۲۸ کتاب درسی) (ترسیم‌های هندسی و استدلال)

۴

۳

۲

۱ ✓

«علی فتح‌آباری»

راه‌حل اول:

$$\frac{a}{1} = \frac{b}{2} = \frac{c}{3} = \frac{d}{4} \Rightarrow \frac{a+b+c+d}{1+2+3+4} = \frac{c}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{10} = \frac{c}{a+b+c+d}$$

راه‌حل دوم:

با عددگذاری مسأله را حل می‌کنیم:

$$\frac{a}{1} = \frac{b}{2} = \frac{c}{3} = \frac{d}{4} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2 \\ c=3 \\ d=4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{c}{a+b+c+d} = \frac{3}{1+2+3+4} = \frac{3}{10}$$

(صفحه‌های ۳۲ و ۳۳ کتاب درسی) (قضیه‌ی تالس، تشابه و کاربردهای آن)

۴

۳

۲

۱

«دریوش عابر»

مانند شکل، CA را امتداد می‌دهیم و از B خطی موازی AD رسم می‌کنیم تا امتداد CA را در نقطه‌ای مانند E قطع کند، چون $\hat{A}_1 = \hat{A}_7 = 60^\circ$ و $\hat{BAC} = 120^\circ$ و AD نیمساز \hat{A} است پس $\hat{BAE} = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ و بنابر قضیه‌ی خطوط موازی $\hat{EBA} = \hat{A}_7 = 60^\circ$. پس مثلث EBA متساوی‌الاضلاع است.

$$AD \parallel BE \Rightarrow \frac{CD}{CB} = \frac{CA}{CE} = \frac{AD}{BE} \Rightarrow AD \cdot CE = CA \cdot BE$$

$$\frac{BE=AB}{CE=AC+AE} \rightarrow AD \cdot (AC + AE) = AC \cdot AB$$

$$\Rightarrow \frac{1}{AD} = \frac{AC + AE}{AC \cdot AB}$$

$$\frac{AE=AB}{\rightarrow} \frac{1}{AD} = \frac{1}{AB} + \frac{1}{AC}$$

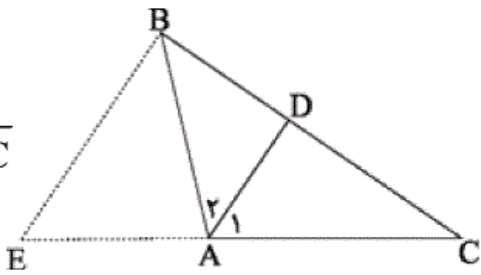
$$\Rightarrow \frac{1}{AD} = \frac{1}{6} + \frac{1}{8} \Rightarrow AD = \frac{24}{7}$$

(صفحه‌های ۳۴ تا ۳۶ کتاب درسی) (قضیه‌ی تالس، تشابه و کاربردهای آن)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱


«معمومه گرای»

-۱۳۲

$$EF \parallel BC \Rightarrow \frac{x}{x-4} = \frac{x+8}{x} \Rightarrow x^2 = x^2 + 4x - 32$$

$$\Rightarrow 4x = 32 \Rightarrow x = 8$$

(صفحه‌های ۳۴ تا ۳۶ کتاب درسی) (قضیه‌ی تالس، تشابه و کاربردهای آن)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

«مهمرضا وکیل‌الرعایا»

-۱۴۷

ابتدا از نقطه‌ی F خطی موازی AM رسم می‌کنیم تا BC را در N قطع کند. طبق قضیه‌ی تالس خواهیم داشت:

$$\left\{ \begin{array}{l} FN \parallel AM \Rightarrow \frac{AF}{AC} = \frac{MN}{MC} \\ MB = MC \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{AF}{AC} = \frac{MN}{BM}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} EM \parallel FN \Rightarrow \frac{EF}{BE} = \frac{MN}{BM} \end{array} \right.$$

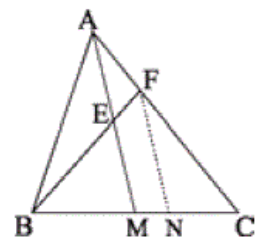
$$\Rightarrow \frac{EF}{BE} = \frac{AF}{AC} = \frac{1}{4}$$

(صفحه‌های ۳۴ تا ۳۶ کتاب درسی) (قضیه‌ی تالس، تشابه و کاربردهای آن)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱


-۱۳۸

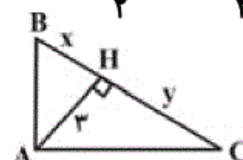
«تفسیر معنی نژاد»

$$S_{\Delta AHC} = 4S_{\Delta AHB} \Rightarrow \frac{1}{2} \times 3 \times y = 4 \times \frac{1}{2} \times 3 \times x \Rightarrow y = 4x$$

$$3^2 = x \times y \Rightarrow 9 = x \times 4x \Rightarrow x^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow y = 4x = 6 \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \times 3 \times (x+y) = \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{15}{2}$$

$$\Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{45}{4} = 11 \frac{1}{4}$$



(صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲، ۴۱ و ۴۲) (قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن)

۴

۳

۲

۱ ✓

-۱۴۶

«رضا عباسی اصل»

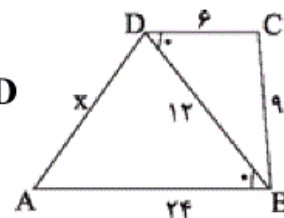
بنابر قضیه خطوط موازی داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} AB \parallel CD \\ \text{مورب } BD \end{array} \right. \Rightarrow \hat{A}BD = \hat{B}DC$$

از طرفی اضلاع دو زاویه فوق متناسباند، پس مثلث‌های ABD و BCD متشابه‌اند:

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{A}BD = \hat{B}DC \\ \frac{AB}{DB} = \frac{DB}{DC} = 2 \end{array} \right. \Rightarrow \Delta ABD \sim \Delta BCD$$

$$\frac{x}{9} = 2 \Rightarrow x = 18$$



پس:

(صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱ کتاب درسی) (قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن)

۴ ✓

۳

۲

۱

مساحت مثلث ABC را با S نمایش می‌دهیم.

مثلث AEF متشابه مثلث ABC است، لذا داریم:

$$\frac{S_1}{S} = \left(\frac{EF}{BC}\right)^2 \Rightarrow \frac{\sqrt{S_1}}{\sqrt{S}} = \frac{EF}{BC}$$

مثلث FGC متشابه مثلث ABC است، لذا داریم:

$$\frac{S_2}{S} = \left(\frac{GC}{BC}\right)^2 \Rightarrow \frac{\sqrt{S_2}}{\sqrt{S}} = \frac{GC}{BC}$$

از جمع دو رابطه‌ی اخیر خواهیم داشت:

$$\frac{\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2}}{\sqrt{S}} = \frac{EF + GC}{BC} \quad \frac{EF = BG}{BC} \quad \frac{BG + GC}{BC}$$

$$= \frac{BC}{BC} = 1 \quad \Rightarrow \sqrt{S} = \sqrt{S_1} + \sqrt{S_2}$$

$$\Rightarrow S = (\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2})^2 = S_1 + S_2 + 2\sqrt{S_1 S_2}$$

$$\Rightarrow S - (S_1 + S_2) = 2\sqrt{S_1 S_2}$$

$$\Rightarrow EFGC = 2\sqrt{S_1 S_2} = \text{مساحت متوازی‌الاضلاع } EFGC$$

(صفحه‌های ۴۷ و ۴۸ کتاب درسی) (قضیه‌ی تالس، تشابه و کاربردهای آن)

۴ ✓

۳

۲

۱

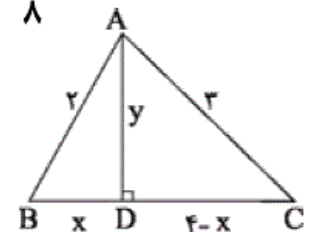
بنابر قضیه‌ی فیثاغورس در مثلث‌های ADB و ADC داریم:

$$\begin{cases} y^2 + x^2 = 2^2 \\ y^2 + (4-x)^2 = 3^2 \end{cases} \xrightarrow{\text{تفاضل}} (4-x)^2 - x^2 = 9 - 4$$

$$16 + x^2 - 8x - x^2 = 5 \Rightarrow 8x = 11 \Rightarrow x = \frac{11}{8}$$

$$CD - BD = 4 - x - x = 4 - 2x = 4 - \frac{11}{4}$$

$$= \frac{16 - 11}{4} = \frac{5}{4} = 1/25$$



(صفحه‌های ۴۱ و ۴۲ کتاب درسی) (قضیه‌ی تالس، تشابه و کاربردهای آن)

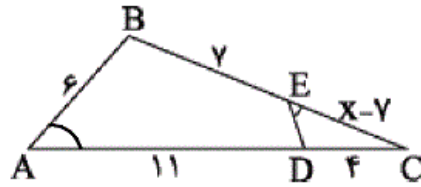
۴

۳ ✓

۲

۱

فرض می‌کنیم $BC = x$ باشد:



$$\left. \begin{matrix} \hat{A} = \hat{C} \hat{E} \hat{D} \\ \hat{C} = \hat{C} \end{matrix} \right\} \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta EDC \Rightarrow \frac{AC}{CE} = \frac{BC}{CD} = \frac{AB}{DE}$$

$$\frac{AC}{CE} = \frac{BC}{CD} \Rightarrow \frac{15}{x-7} = \frac{x}{4} \Rightarrow x^2 - 7x = 60$$

$$\Rightarrow x^2 - 7x - 60 = 0 \Rightarrow (x-12)(x+5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -5 \text{ غ ق} \\ x = 12 \end{cases}$$

$$\frac{AC}{CE} = \frac{AB}{DE} \Rightarrow \frac{15}{5} = \frac{6}{DE} \Rightarrow DE = \frac{6 \times 5}{15} \Rightarrow DE = 2 \text{ cm}$$

(صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱ کتاب درسی) (قضیه‌ی تالس، تشابه و کاربردهای آن)

۴

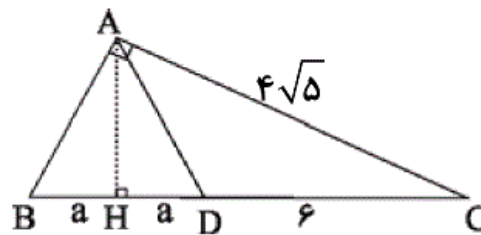
۳

۲

۱ ✓

«رضا عباسی اصل»

-۱۴۰



در مثل متساوی‌الساقین ABD ، ارتفاع AH منصف قاعده‌ی BD است. فرض کنیم $BH = HD = a$ ، بنا بر روابط طولی در مثل قائم‌الزاویه‌ی ABC داریم:

$$AC^2 = CH.CB \Rightarrow 80 = (6+a)(6+2a)$$

$$\Rightarrow a^2 + 9a - 22 = 0 \Rightarrow (a+11)(a-2) = 0 \Rightarrow a = 2$$

$$\Rightarrow BD = 2a = 4$$

(صفحه‌های ۴۱ و ۴۲ کتاب درسی) (قضیه‌ی تالس، تشابه و کاربردهای آن)

۴

۳

۲ ✓

۱

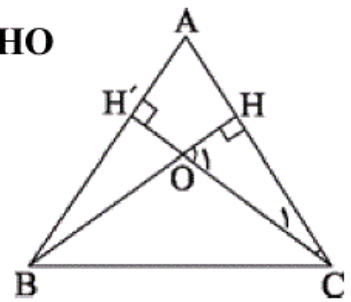
$$\left. \begin{aligned} \Delta OHC : \hat{C}_1 + \hat{O}_1 &= 90^\circ \\ \Delta AH'C : \hat{C}_1 + \hat{A} &= 90^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{A}$$

$$\left. \begin{aligned} \hat{O}_1 &= \hat{A} \\ \hat{H} &= \hat{H} = 90^\circ \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{زز}} \Delta AHB \sim \Delta CHO$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{OC} = \frac{AH}{OH}$$

$$\Rightarrow \frac{6}{4} = \frac{2}{OH} \Rightarrow OH = \frac{4}{3}$$

(صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱ کتاب درسی) (قضیه‌ی تالس، تشابه و کاربردهای آن)



۴

۳

۲

۱ ✓

ریاضی، هندسه ۱، کاربردهایی از قضیه‌ی تالس و تشابه مثلث‌ها، قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن -

۱۳۹۵۱۱۰۸

می‌دانیم هر دو n ضلعی منتظم، همواره باهم متشابه‌اند و هرگاه دو چندضلعی با نسبت تشابه k متشابه باشند، نسبت مساحت‌های آن‌ها k^2 است. اگر وتر مثلث قائم‌الزاویه را c و اضلاع قائمه را b و a فرض کنیم، داریم:

$$\text{فیثاغورس: } c^2 = a^2 + b^2$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{S_3}{S_1} &= \left(\frac{c}{a}\right)^2 \\ \frac{S_3}{S_2} &= \left(\frac{c}{b}\right)^2 \end{aligned} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} S_1 &= S_3 \frac{a^2}{c^2} \\ S_2 &= S_3 \frac{b^2}{c^2} \end{aligned} \right.$$

$$\Rightarrow S_1 + S_2 = S_3 \left(\frac{a^2 + b^2}{c^2} \right) = S_3$$

(صفحه‌ی ۴۸ کتاب درسی) (قضیه‌ی تالس، تشابه و کاربردهای آن)

۴ ✓

۳

۲

۱

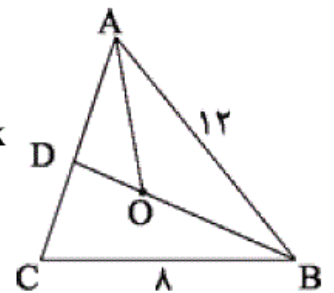
در شکل زیر BD نیمساز است.

بنابر قضیه‌ی نیمسازها، نیمساز هر زاویه‌ی داخلی، ضلع مقابل آن را به نسبت اضلاع آن زاویه قطع می‌کند. پس CD و AD به ترتیب متناسباند با AB و BC ، یعنی به زبان ریاضی می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} CD = k \times BC \\ AD = k \times AB \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} CD = 8k \\ AD = 12k \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{جمع}} \underbrace{CD + AD}_{AC} = 20k \Rightarrow 10 = 20k$$

$$\Rightarrow k = \frac{1}{2} \Rightarrow AD = 12 \times \frac{1}{2} = 6$$



در مثلث ABD ، AO نیمساز زاویه‌ی A را دارد. پس:

$$\frac{OB}{OD} = \frac{AB}{AD} \Rightarrow \frac{OB}{OD} = \frac{12}{6} = 2$$

(صفحه‌های ۴۵ و ۴۶ کتاب درسی) (قضیه‌ی تالس، تشابه و کاربردهای آن)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$\hat{A} = \hat{B} + \hat{C} \xrightarrow{+\hat{A}} 2\hat{A} = \hat{A} + \hat{B} + \hat{C}$$

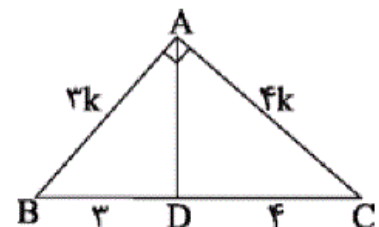
$$\Rightarrow 2\hat{A} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} = 90^\circ$$

$$\text{نیمساز } AD \Rightarrow \frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{3}{4} \Rightarrow \begin{cases} AB = 3k \\ AC = 4k \end{cases}$$

$$\Delta ABC: (3k)^2 + (4k)^2 = 7^2 \Rightarrow 25k^2 = 49$$

$$\Rightarrow k^2 = \frac{49}{25} \Rightarrow k = \frac{7}{5}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} AB = 3\left(\frac{7}{5}\right) = \frac{21}{5} \\ AC = 4\left(\frac{7}{5}\right) = \frac{28}{5} \end{cases}$$



$$S_{ABC} = \frac{\frac{21}{5} \times \frac{28}{5}}{2} = \frac{294}{25} = 11 \frac{14}{25}$$

(صفحه‌های ۴۵ و ۴۶ کتاب درسی) (قضیه‌ی تالس، تشابه و کاربردهای آن)

۴ ✓

۳

۲

۱

«محمد طاهر شعاعی»

نسبت محیط‌های دو مثلث متشابه برابر نسبت تشابه دو مثلث می‌باشد. بنابراین فرض، اضلاع مثلث اول ۲۰، ۲۴ و ۳۰ است، پس محیط آن ۷۴ است، چون محیط مثلث دوم ۱۸/۵ است، پس نسبت تشابه دو مثلث برابر

$$\frac{۱۸/۵}{۷۴} = \frac{۱}{۴}$$

است و اضلاع مثلث دوم برابر $\frac{۲۰}{۴}$ ، $\frac{۲۴}{۴}$ ، $\frac{۳۰}{۴}$ یا ۵، ۶ و ۷/۵

می‌شود و اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین آن‌ها $۷/۵ - ۵ = ۲/۵$ است.

(صفحه‌های ۴۶ و ۴۷ کتاب درسی) (قضیه‌ی تالس، تشابه و کاربردهای آن)

۴

۳

۲

۱

www.kanoon.ir