سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

و...

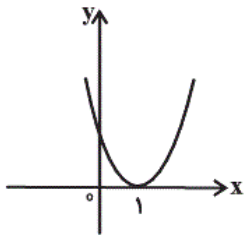
کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

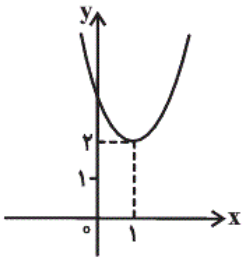
https://telegram.me/riazisara (@riazisara)

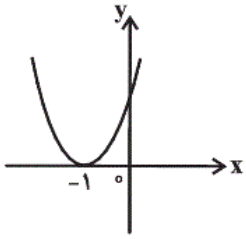
دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

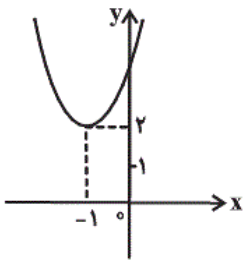
ریاضي ، حسابان ، - ۱۳۹۵۱۰۲۴

۷۱- نمودار تابع $f(x)=|(x-1)^3|+2$ کدام است؟

۱)


۲)


۳)


۴)


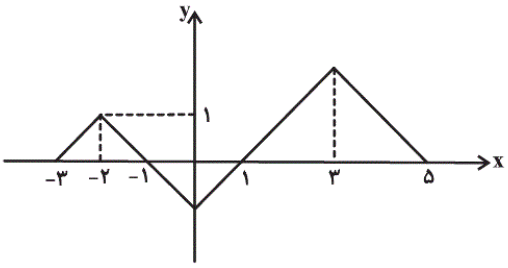
شما پاسخ نداده اید

۷۲- نمودار تابع $f(x)=|2x-3|+1$ را k واحد به سمت چپ و سه واحد به پایین انتقال داده‌ایم تا نمودار تابع g به‌دست آید. اگر محل برخورد دو تابع f و g روی محور yها باشد، k کدام است؟ $(k>0)$

۱) $\frac{5}{2}$
۲) $\frac{9}{2}$
۳) $\frac{3}{2}$
۴) $\frac{7}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۷۳- اگر شکل مقابل نمودار تابع $y=f(\frac{x}{2}+1)$ باشد، آنگاه برد تابع $y=\sqrt{|2f(x)-3|}$ کدام است؟



۱) $[0,\sqrt{2}]$
۲) $[0,\sqrt{3}]$
۳) $[0,\sqrt{5}]$
۴) $[\sqrt{3},\sqrt{5}]$

شما پاسخ نداده اید

۷۴- اگر $f=\{(2,1),(1,6),(4,6)\}$ و $g=\{(1,2),(2,4),(6,1)\}$، آن‌گاه تابع $\frac{2f+g}{fog}$ شامل چند زوج مرتب است؟

۱) صفر
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

۷۵- اگر $f(x)=(1+x)^{-\frac{1}{2}}$ و $g(x)=x(1+x)^{\frac{1}{2}}$ باشند، $D_{\frac{f}{g}}$ کدام است؟

۱) $(-1,+\infty)$ ۲) $[0,+\infty)$

۳) $[-1,+\infty)-\{0\}$ ۴) $(-1,+\infty)-\{0\}$

شما پاسخ نداده اید

۷۶- اگر $f(x)=\begin{cases}x^2+2x & , \quad x\le -1\\ 2x-3 & , \quad -1<x<4\\ -x^2+1 & , \quad x\ge 4\end{cases}$ و $g(x)=\begin{cases}2x+5 & , \quad x<-4\\ 3x^2+x-1 & , \quad x\ge -4\end{cases}$ باشند، آن‌گاه ضابطه‌ی تابع $f+g$ کدام است؟

۱) $f+g=\begin{cases}x^2+4x+5 & , \quad x\le -4\\ 3x^2+3x-4 & , \quad -4<x\le 4\\ 2x^2+x & , \quad x>4\end{cases}$ ۲) $f+g=\begin{cases}3x^2+3x-4 & , \quad x\le -4\\ 4x+2 & , \quad -4<x\le 4\\ 2x^2+x & , \quad x>4\end{cases}$

۳) $f+g=\begin{cases}x^2+4x+5 & , \quad x<-4\\ 4x^2+3x-1 & , \quad -4\le x\le -1\\ 3x^2+3x-4 & , \quad -1<x<4\\ 2x^2+x & , \quad x\ge 4\end{cases}$ ۴) $f+g=\begin{cases}x^2+4x+5 & , \quad x<-4\\ 4x^2+3x-1 & , \quad -4\le x\le -1\\ 2x^2+x & , \quad -1<x<4\\ 3x^2+3x-4 & , \quad x\ge 4\end{cases}$

شما پاسخ نداده اید

۷۷- اگر $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x^2+1} & ; \quad x>1\\ \cot(\frac{\pi}{4}x) & ; \quad x\le 1\end{cases}$ باشد، حاصل $fofof(\frac{2}{3})$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱

۳) $\sqrt{5}$ ۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۷۸- اگر $g(x)=\frac{x+1}{x-1}$ و دامنه‌ی تابع f به‌صورت $D_f=[3,+\infty)$ باشد، دامنه‌ی تابع $(fog)(x)$ کدام است؟

۱) $(1,3]$ ۲) $[3,+\infty)$

۳) $(1,2]$ ۴) $(1,2)$

شما پاسخ نداده اید

۷۹- اگر $f=\{(0,1),(1,-2),(a,-1),(4,0)\}$، $g=\{(-2,4),(-1,1),(b,1),(7,-3)\}$ و $D_{gof}=\{5,1,4\}$ باشد، حاصل $b-2a$ کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) -۱۰

۳) ۸ ۴) -۸

شما پاسخ نداده اید

۸۰- اگر $f(x)=2x+2a$، $g(x)=x^2+bx+c$ و $fog(x)=2x^2+x+1$ باشند، مقدار $a+b+c$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) -۱

۳) -۲ ۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۸۱- اگر دامنه‌ی $f(2x+1)$ بازه‌ی $[-1,3]$ و دامنه‌ی $g(x)$ بازه‌ی $(-2,5)$ باشد، دامنه‌ی تابع $y=f([x])-2g(|x+1|)$ کدام است؟ ([ ]، علامت جزء صحیح است.)

۱) $[-1,4)$ ۲) $(-6,8)$

۳) $(-2,4)$ ۴) $(-2,8)$

شما پاسخ نداده اید

۸۲- اگر تابع $f(x)=\begin{cases}2x+1 & , \quad x>1\\ g(x) & , \quad x<-1\end{cases}$ زوج باشد، ضابطه‌ی تابع $g(x)$ کدام است؟

۱) $g(x)=2x+1$ ۲) $g(x)=-2x+1$

۳) $g(x)=-2x-3$ ۴) $g(x)=-2x+3$

شما پاسخ نداده اید

۸۳- تابع $f(x)=x-[x]$ در کدام بازه صعودی است؟ ([ ]، علامت جزء صحیح است.)

۱) $(-1,1)$ ۲) $[0,+\infty)$

۳) R ۴) $[-2,-1)$

شما پاسخ نداده اید

۸۴- اگر تابع $f(x)=ax-|x-1|$ یک‌به‌یک باشد، مجموعه مقادیر ممکن برای a کدام است؟

۱) فقط $a>1$ ۲) $a>1$ یا $a<-1$

۳) $a\geq 1$ یا $a\leq -1$ ۴) فقط $a<-1$

شما پاسخ نداده اید

۸۵- برای یافتن ضابطه‌ی وارون تابع $f(x)=x^2+3x-1$، دامنه‌ی آن‌را به‌صورت $[a,+\infty)$ محدود کرده‌ایم و به $f^{-1}(x)=\sqrt{x+b}+c$ رسیده‌ایم. حداقل مقدار $2a+b+c$ کدام است؟

۱) $-\frac{5}{4}$ ۲) $\frac{5}{4}$

۳) $\frac{22}{4}$ ۴) $-\frac{22}{4}$

شما پاسخ نداده اید

۸۶- اگر $f(x)=1+\sqrt{2-x}$، مساحت محدود بین نمودار $fof^{-1}(x)$ با محور x ها و خطوط $x=1$ و $x=2$ کدام است؟

۱) $\frac{3}{2}$ ۲) $\frac{1}{2}$

۳) $\frac{5}{2}$ ۴) $\frac{7}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۸۷- معادله‌ی $\frac{x}{3}-1=[4x]$ دارای چند جواب است؟ ([ ]، علامت جزء صحیح است.)

۱) صفر ۲) ۱

۳) ۲ ۴) بی‌شمار

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۸۸- اگر به‌ازای $0 \le x < 3$ مقدار f از رابطه‌ی $f(x) = \sqrt{3-x}$ به‌دست آید و به‌ازای هر x از دامنه‌ی f رابطه‌ی $f(x-1) = f(x+2)$ برقرار باشد، مقدار $f(17/75)$ کدام است؟

۱) ۰/۲۵ ۲) ۰/۵

۳) ۰/۷۵ ۴) ۱/۵

شما پاسخ نداده اید

۸۹- در تابع $f(x) = [x]$، مقدار $f(\frac{1}{1-\sqrt{2}})$ چقدر است؟ ([ ]، علامت جزء صحیح است.)

۱) صفر ۲) ۱-

۳) ۳- ۴) ۲-

شما پاسخ نداده اید

۹۰- اگر $f(x) = \frac{1}{[x]+[-x]}$ و $g(x) = \sqrt{[x]+[-x]}$ باشد، آن‌گاه دامنه‌ی تابع $f+g$ کدام است؟ ([ ]، علامت جزء صحیح است.)

۱) $x \in Z$ ۲) $x \notin Z$

۳) $x \in R$ ۴) ϕ

شما پاسخ نداده اید

ریاضي ، هندسه‌ی ۲ ، - ۱۳۹۵۱۰۲۴

۹۱- در یک چندضلعی محیطی لزوماً:

۱) تمام رأس‌ها روی محیط یک دایره واقع هستند.

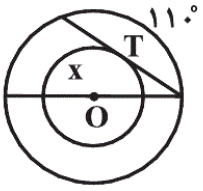
۲) نیمسازهای زاویه‌های داخلی همرسند.

۳) عمودمنصف‌های ضلع‌ها همرس هستند.

۴) تمام ضلع‌ها و رأس‌ها از یک نقطه به فاصله‌ی یکسان هستند.

شما پاسخ نداده اید

۹۲- در شکل زیر O مرکز هر دو دایره و T نقطه‌ی تماس وتر دایره بزرگ با دایره کوچک است. کمان x چند درجه است؟



۱) ۱۱۰ ۲) ۱۱۵

۳) ۱۲۰ ۴) ۱۲۵

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۳- چهار نقطه‌ی A,B,C,D روی محیط دایره‌ی $C(O,R)$ طوری قرار گرفته‌اند که $C\hat{O}D = ۱۲۰^\circ$ و فاصله‌ی مرکز دایره تا وسط وتر AB برابر $۰/۸R$ است. نسبت $\frac{AB}{CD}$ چند برابر $\sqrt{۳}$ است؟

۱) ۰/۴ ۲) ۰/۵

۳) ۰/۶ ۴) ۰/۷

شما پاسخ نداده اید

۹۴- از نقطه‌ی M واقع در خارج دایره‌ای به شعاع ۴ واحد، دو مماس MA و MB بر دایره رسم شده است. اگر فاصله‌ی نقطه‌ی M تا دورترین نقاط دایره $۴(\sqrt{۲}+۱)$ باشد، طول وتر AB کدام است؟

۱) $۴\sqrt{۲}$ ۲) ۴

۳) $۲\sqrt{۲}$ ۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

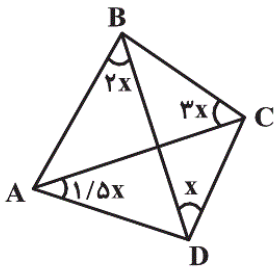
۹۵- در مثلث قائم‌الزاویه‌ای که طول بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین ضلع آن به‌ترتیب ۵ و ۳ است، دایره‌ی محاطی داخلی در نقاط A و B بر ضلع‌های قائم مماس است. طول AB کدام است؟

۱) $\sqrt{۲}$ ۲) ۲/۵

۳) ۲ ۴) $۱/۵\sqrt{۲}$

شما پاسخ نداده اید

۹۶- در شکل زیر چهارضلعی $ABCD$ محاطی است. نسبت اندازه‌ی زاویه‌ی A به اندازه‌ی زاویه‌ی B کدام است؟



۱) ۱ ۲) $\frac{۵}{۷}$

۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{۷}{۹}$

شما پاسخ نداده اید

۹۷- نقطه‌ی O از رأس‌های مثلث ABC که در آن $\hat{A} = ۱۰۰^\circ$ و $\hat{B} = ۱۰^\circ$ به یک فاصله است. زاویه‌ی ABO چند درجه است؟

۱) ۵ ۲) ۱۰

۳) ۱۵ ۴) ۲۰

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۸- در مثلث ABC میانه‌ی ضلع BC و عمودمنصف ضلع AB هم‌دیگر را در نقطه‌ی O قطع می‌کنند. اگر نقطه‌ی O مرکز دایره‌ی محیطی مثلث ABC باشد، نوع مثلث ABC لزوماً کدام است؟

۱) قائم‌الزاویه
۲) متساوی‌الاضلاع
۳) متساوی‌الساقین
۴) قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین

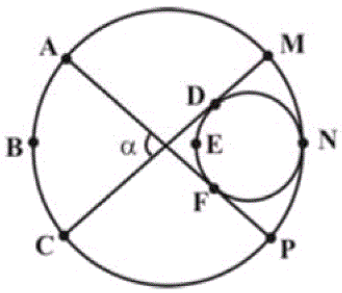
شما پاسخ نداده اید

۹۹- مثلث ABC با معلوم بودن ضلع $AC = ۴$ و زاویه‌ی $\hat{B} = ۳۰^\circ$ و ارتفاع BH قابل رسم است. بزرگ‌ترین مقدار صحیح قابل قبول برای طول ارتفاع BH کدام است؟

۱) ۶
۲) ۷
۳) ۸
۴) ۹

شما پاسخ نداده اید

۱۰۰- در شکل زیر، اگر $\overset{\frown}{MNP} = ۹۳^\circ$ و $\overset{\frown}{ABC} = \overset{\frown}{DEF}$، آن‌گاه اندازه‌ی زاویه‌ی α چند درجه است؟



۱) ۸۳
۲) ۸۷
۳) ۹۱
۴) ۹۴

شما پاسخ نداده اید

ریاضي ، جبر و احتمال ، - ۱۳۹۵۱۰۲۴

۱۰۱- با افزودن سه عضو جدید به مجموعه‌ی A، تعداد اعضای مجموعه‌ی توانی آن ۱۱۲ واحد افزایش می‌یابد. در این صورت تعداد زیرمجموعه‌های سه‌عضوی مجموعه‌ی A، چند واحد افزایش می‌یابد؟

۱) ۳۵
۲) ۳۱
۳) ۴۱
۴) ۲۳

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲- اگر $C_n = \{m \in Z \mid \frac{-n}{۱-n} \le m \le (\frac{n}{۳})^{n-۱}\}$ باشد، تعداد اعضای مجموعه‌ی توانی مجموعه‌ی $C_۴$ کدام است؟

۱) ۲
۲) ۴
۳) ۸
۴) ۱۶

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۳- مجموعه‌ی $A=\{a,b,c,d,e,f\}$، دارای چند زیرمجموعه‌ی شامل f و فاقد e است؟

۱) ۱۶
۲) ۲۴
۳) ۳۲
۴) ۴۸

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- اگر n عددی طبیعی و $A_n=(n-۳,۲n)$، آن‌گاه $\bigcup_{n=۱}^{۱۰} A_n$ شامل چند عدد صحیح است؟

۱) ۲۰
۲) ۲۱
۳) ۲۲
۴) ۲۳

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- اگر A مجموعه‌ی اعداد طبیعی فرد کوچک‌تر از ۱۰۰ و $B=\{\frac{n(n+۱)}{۲} \mid n\in N\}$، آن‌گاه مجموعه‌ی $A\cap B$ دارای چند عضو است؟

۱) ۵
۲) ۶
۳) ۷
۴) ۸

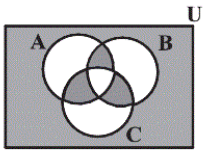
شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- اگر $A=\{a,b,c,\{a,b,c\}\}$ و $B=\{\{a,b,c\},\{a,b,c,a\}\}$، آن‌گاه کدام گزینه درست است؟

۱) $A\cup B$ مجموعه‌ای پنج‌عضوی است.
۲) $A-B$ مجموعه‌ی تهی است.
۳) $A\cap B$ مجموعه‌ای تک‌عضوی است.
۴) $B-A$ مجموعه‌ای تک‌عضوی است.

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- قسمت هاشورخورده در نمودار ون مقابل برابر کدام گزینه است؟



۱) $(A'\Delta B)\cap B$
۲) $(A\Delta B)\Delta C'$
۳) $(B\cap A')\Delta B'$
۴) $(B-C)\Delta A'$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- حاصل $[(A\cup B)-A]\cup[(A\cup B)-B]$ همواره برابر کدام‌یک از مجموعه‌های زیر است؟

۱) $A\cup B$
۲) $A\cap B$
۳) $A'\cup B'$
۴) $A\Delta B$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- اگر A و B دو مجموعه‌ی ناتهی باشند، آن‌گاه حاصل $(A'-B')-(A\cup B)$ برابر کدام است؟

۱) A'
۲) B'
۳) ϕ
۴) $B-A'$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- برای سه مجموعه‌ی A، B و C اگر $A\subseteq B$ و $C\subseteq B'$، حاصل $(A\cup B)-C$ کدام مجموعه است؟

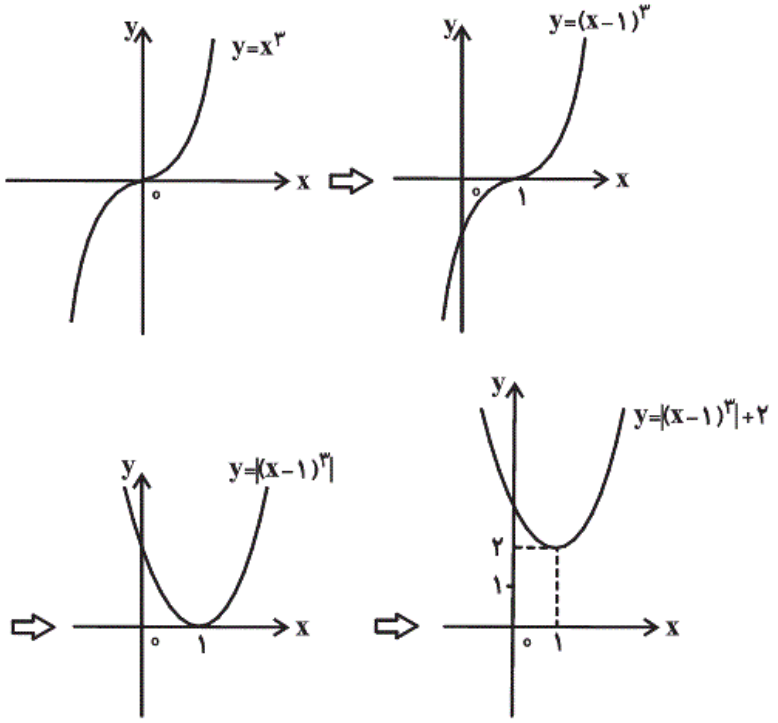
۱) C
۲) B'
۳) C'
۴) B

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

-۷۱ (بهاره صادقین)

با استفاده از انتقال نمودار تابع $y = x^3$ داریم:



(حسابان- صفحه‌های ۵۴ تا ۶۴)

۱) ۲) ✓ ۳) ۴)

-۷۲ (هادی پلاور)

اگر نمودار تابع $f(x)=|۲x-۳|+۱$ را k واحد به سمت چپ و سه واحد به سمت پایین انتقال دهیم تا نمودار تابع g به‌دست آید، ضابطه‌ی تابع $g(x)$ به‌صورت زیر است:

$$g(x)=|۲(x+k)-۳|+۱-۳=|۲x+(۲k-۳)|-۲$$

اگر محل برخورد دو تابع f و g روی محور yها باشد، در محل برخورد $x=۰$ است. پس:

$$g(۰)=f(۰)\Rightarrow|۲k-۳|-۲=|-۳|+۱$$

$$\Rightarrow|۲k-۳|=۶\Rightarrow ۲k-۳=\pm۶\Rightarrow\begin{cases}k=\frac{۹}{۲}\\ k=-\frac{۳}{۲}\ \text{غ ق ق}\end{cases}$$

طبق صورت سؤال $k>۰$ است.

(حسابان- صفحه‌های ۵۴ تا ۶۴)

۱ ۲✓ ۳ ۴

-۷۳ (مهدی ملارمضانی)

برد توابع $f(\frac{x}{۲}+۱)$ و $f(x)$ یکسان هستند. با توجه به نمودار، برد تابع داده شده برابر $[-۱,۲]$ است، داریم:

$$-۱\le f(x)\le ۲\Rightarrow -۲\le ۲f(x)\le ۴\Rightarrow -۵\le ۲f(x)-۳\le ۱$$

$$\xrightarrow{\text{قدرمطلق می‌گیریم}}۰\le|۲f(x)-۳|\le ۵\xrightarrow{\text{رادیکال می‌گیریم}}$$

۱ ۲ ۳✓ ۴

-۷۴ (حبیب شفیعی)

$$۲f=\{(۲,۲),(۱,۱۲),(۴,۱۲)\}$$

$$۲f+g=\{(۲,۶),(۱,۱۴)\}\Rightarrow D_{۲f+g}=\{۱,۲\}$$

$$fog=\{(۱,۱),(۲,۶),(۶,۶)\}\Rightarrow D_{fog}=\{۱,۲,۶\}$$

$$\xrightarrow[fog]{D_{۲f+g}=\{۱,۲\}}\frac{۲f+g}{fog}=\{(۲,۱),(۱,۱۴)\}$$

(حسابان- صفحه‌های ۶۴ تا ۷۶)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۷۵- (ابراهیم نبفی)

$$f(x)=(1+x)^{-\frac{1}{2}}=\frac{1}{\sqrt{1+x}}$$

$$\Rightarrow D_f: 1+x>0 \Rightarrow x>-1 \Rightarrow x\in(-1,+\infty)$$

$$g(x)=x(1+x)^{\frac{1}{2}}=x\sqrt{1+x}$$

$$\Rightarrow D_g: 1+x\geq 0 \Rightarrow x\geq -1 \Rightarrow x\in[-1,+\infty)$$

$$D_{\frac{f}{g}}=(D_f\cap D_g)-\{x\mid g(x)=0\}$$

$$=((-1,+\infty)\cap[-1,+\infty))-\{x\sqrt{1+x}=0\}$$

$$=(-1,+\infty)-\{x=0,x=-1\}=(-1,+\infty)-\{0\}$$

(حسابان- صفحه‌های ۶۴ تا ۶۹)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۷۶- (محمدمصطفی ابراهیمی)

می‌بایست در دامنه‌ی مشترک دو تابع f و g، ضابطه‌های مرتبط با آن‌ها را با یک‌دیگر جمع کنیم. بنابراین:

$$f(x)+g(x)=\begin{cases}(x^2+2x)+(2x+5) & , \quad x<-4\\ (x^2+2x)+(3x^2+x-1) & , \quad -4\leq x\leq -1\\ (2x-3)+(3x^2+x-1) & , \quad -1<x<4\\ (-x^2+1)+(3x^2+x-1) & , \quad x\geq 4\end{cases}$$

$$\Rightarrow f+g=\begin{cases}x^2+4x+5 & , \quad x<-4\\ 4x^2+3x-1 & , \quad -4\leq x\leq -1\\ 3x^2+3x-4 & , \quad -1<x<4\\ 2x^2+x & , \quad x\geq 4\end{cases}$$

(حسابان- صفحه‌های ۶۴ تا ۶۹)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۷۷ *(ابراهیم نجفی)*

$$fofof(\frac{۲}{۳}) = f(f(f(\frac{۲}{۳})))$$

$$\frac{۲}{۳} < ۱ \Rightarrow f(\frac{۲}{۳}) = \cot(\frac{\pi}{۴} \times \frac{۲}{۳}) = \cot\frac{\pi}{۶} = \sqrt{۳} \Rightarrow f(\sqrt{۳}) = ?$$

$$\sqrt{۳} > ۱ \Rightarrow f(\sqrt{۳}) = \sqrt{(\sqrt{۳})^۲ + ۱} = ۲ \Rightarrow f(۲) = ?$$

$$۲ > ۱ \Rightarrow f(۲) = \sqrt{۲^۲ + ۱} = \sqrt{۵} \Rightarrow fofof(\frac{۲}{۳}) = \sqrt{۵}$$

(حسابان- صفحه‌های ۶۹ تا ۷۶)

۱ ۲ ۳✓ ۴

-۷۸ *(حبیب شفیعی)*

$$D_g : x \neq ۱ \qquad D_f : x \geq ۳$$

$$D_{fog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$$

$$\Rightarrow D_{fog} = \{x \neq ۱ \mid \frac{x+۱}{x-۱} \geq ۳\}$$

$$\frac{x+۱}{x-۱} - ۳ \geq ۰ \Rightarrow \frac{-۲x+۴}{x-۱} \geq ۰ \Rightarrow ۱ < x \leq ۲$$

$$\Rightarrow D_{fog} = (۱,۲]$$

(حسابان- صفحه‌های ۶۹ تا ۷۶)

۱ ۲ ۳✓ ۴

-۷۹ *(سعید مدیرخراسانی)*

$$D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$$

با توجه به این‌که $۵ \in D_{gof}$ است و $-۱ \in D_g$ در نتیجه a باید برابر ۵ باشد و با توجه به این‌که $۴ \in D_f$، $۴ \in D_{gof}$ و $f(۴) = ۰$، پس باید $۰ \in D_g$ باشد و این امکان فقط وقتی وجود دارد که $b = ۰$ باشد. در نتیجه:

$$b - ۲a = ۰ - ۲ \times (۵) = -۱۰$$

(حسابان- صفحه‌های ۶۹ تا ۷۶)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۸۰ *(ابراهیم نجفی)*

$$fog(x) = ۲x^۲ + x + ۱ \Rightarrow f(g(x)) = ۲x^۲ + x + ۱$$

از طرفی : $f(x) = ۲x + ۲a \Rightarrow f(g(x)) = ۲g(x) + ۲a$

$$\Rightarrow ۲x^۲ + x + ۱ = ۲g(x) + ۲a \Rightarrow ۲g(x) = ۲x^۲ + x + ۱ - ۲a$$

$$\Rightarrow g(x) = x^۲ + \frac{x}{۲} + \frac{۱ - ۲a}{۲}$$

از طرفی: $g(x) = x^۲ + bx + c$

$$\Rightarrow b = \frac{۱}{۲}, c = \frac{۱}{۲} - a$$

$$\Rightarrow a + b + c = a + \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۲} - a = ۱$$

(حسابان- صفحه‌های ۶۹ تا ۷۶)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

-۸۱ *(محمدمصطفی ابراهیمی)*

دامنه‌ی تابع $f(۲x+۱)$ برابر با بازه‌ی $[-۱,۳]$ است. پس:

$$-۱ \le x \le ۳ \Rightarrow -۲ \le ۲x \le ۶ \Rightarrow -۱ \le ۲x + ۱ \le ۷$$

برای تابع $f([x])$ داریم:

$$-۱ \le [x] \le ۷ \Rightarrow -۱ \le x < ۸$$

دامنه‌ی تابع $g(x)$ برابر با بازه‌ی $(-۲,۵)$ است. دامنه‌ی $g(|x+۱|)$ را پیدا می‌کنیم:

$$-۲ < |x+۱| < ۵ \Rightarrow |x+۱| < ۵ \Rightarrow -۵ < x+۱ < ۵$$

$$\Rightarrow -۶ < x < ۴$$

حالا برای به‌دست آوردن دامنه‌ی $y = f([x]) - ۲g(|x+۱|)$ باید بین دامنه‌های به‌دست آمده اشتراک بگیریم:

$$[-۱,۸) \cap (-۶,۴) = [-۱,۴)$$

(حسابان- صفحه‌های ۵۴ تا ۶۹)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۸۲- (محمدمهدی محسن‌زاده طبری)

$$f(-x)=\begin{cases}-2x+1 & -x>1\\ g(-x) & -x<-1\end{cases}=\begin{cases}g(-x) & x>1\\ -2x+1 & x<-1\end{cases}$$

چون f زوج است لذا $f(-x)=f(x)$، پس $g(x)=-2x+1$.

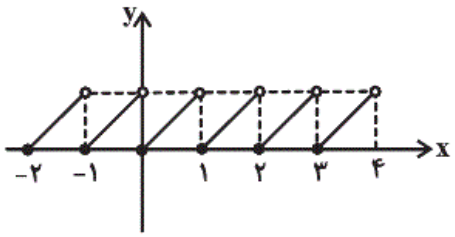
(حسابان- صفحه‌های ۷۶ تا ۷۹)

۱) ۲) ✓ ۳) ۴)

۸۳- (مهدی ملارمضانی)

با رسم نمودار تابع $f(x)$ داریم:

$$0\le x<1\Rightarrow f(x)=x$$
$$1\le x<2\Rightarrow f(x)=x-1$$
$$2\le x<3\Rightarrow f(x)=x-2$$



همان‌طور که از نمودار تابع $f(x)$ مشخص است، تابع در بازه‌ی $[-2,-1)$ صعودی است.

(حسابان- صفحه‌های ۸۰ تا ۸۵ و ۹۹ تا ۱۰۲)

۱) ۲) ۳) ✓ ۴)

هر دو ضابطه یک خط راست هستند (با شیب مثبت یا منفی) که هر دوی آن‌ها به‌ازای $x=1$ (مرز ضابطه‌ها) برابر $y=a$ می‌شوند، پس برای یک به‌یک بودن تابع f، باید شیب دو خط هم‌علامت باشد، یعنی:

$$(a-1)(a+1)>0\Rightarrow (a^2-1)>0\Rightarrow a^2>1$$
$$\Rightarrow a<-1 \text{ یا } a>1$$

(حسابان- صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸)

۱) ۲) ✓ ۳) ۴)

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۸۵- (امیرهوشنگ خمسه)

$$f(x)=x^{۲}+۳x+\frac{۹}{۴}-\frac{۹}{۴}-۱=(x+\frac{۳}{۲})^{۲}-\frac{۱۳}{۴}\xrightarrow{x\in[-\frac{۳}{۲},+\infty)}$$

$$y=(x+\frac{۳}{۲})^{۲}-\frac{۱۳}{۴}\Rightarrow y+\frac{۱۳}{۴}=(x+\frac{۳}{۲})^{۲}$$

$$\Rightarrow\sqrt{y+\frac{۱۳}{۴}}=x+\frac{۳}{۲}$$

$$f^{-۱}(y)=\sqrt{y+\frac{۱۳}{۴}}-\frac{۳}{۲}\Rightarrow f^{-۱}(x)=\sqrt{x+\frac{۱۳}{۴}}-\frac{۳}{۲}$$

دامنه‌ی تابع را به بازه‌ی $[a,+\infty)$ محدود کرده‌ایم، برای آن‌که عبارت $۲a+b+c$ حداقل باشد، باید مقدار a برابر با حداقل مقدار ممکن یعنی $-\frac{۳}{۲}$ باشد. در نتیجه:

$$۲a+b+c=۲(-\frac{۳}{۲})+\frac{۱۳}{۴}-\frac{۳}{۲}=-\frac{۵}{۴}$$

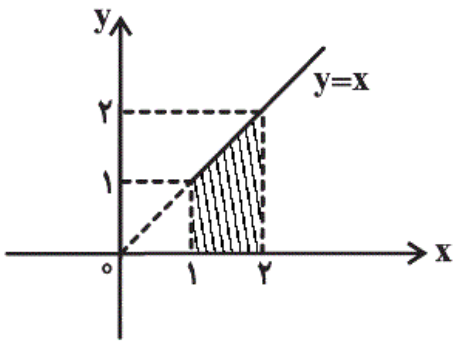
توجه: برای این‌که تابع درجه دوم $f(x)=ax^{۲}+bx+c$ وارون‌پذیر باشد، باید x زیرمجموعه‌ای از $[-\frac{b}{۲a},+\infty)$ یا $(-\infty,-\frac{b}{۲a}]$ باشد.

(حسابان- صفحه‌های ۸۶ تا ۹۵)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۸۶- (امیرهوشنگ خمسه)

چون $\sqrt{۲-x}+۱\geq ۱$ است، پس $R_f=[۱,+\infty)$ است و می‌دانیم $R_f=D_{f^{-۱}}$. لذا شکل $fof^{-۱}(x)=x$ را کشیده و مساحت را محاسبه می‌کنیم.



$$S=\frac{(۱+۲)\times ۱}{۲}=\frac{۳}{۲}$$

(حسابان- صفحه‌های ۶۹ تا ۷۶ و ۸۶ تا ۹۵)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۸۷- (محمدمصطفی ابراهیمی)

خروجی جزء صحیح همواره عددی صحیح است، بنابراین:

$$\frac{x}{3}-1\in Z$$

$$\xrightarrow{+1}\frac{x}{3}\in Z$$

$$\xrightarrow{\times 3}x\in Z$$

$$\xrightarrow{\times 4}4x\in Z$$

حال با توجه به معادله داریم:

$$4x=\frac{x}{3}-1\Rightarrow 4x-\frac{x}{3}=-1$$

$$\Rightarrow \frac{11x}{3}=-1\Rightarrow x=\frac{-3}{11}\notin Z \quad \text{غ ق ق}$$

(حسابان- صفحه‌های ۹۹ تا ۱۰۲)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۸۸- (حبیب شفیعی)

$$f(x-1)=f(x+2)\Rightarrow f(x)=f(x+3)$$

یعنی تابع f تابعی متناوب با دوره‌ی تناوب ۳ است و هر ۳ واحد ۳ واحد تکرار می‌شود.

$$f(17/75)=f(17/75+3k)$$

حال $17/75$ را منهای مضربی از ۳ می‌کنیم به‌طوری‌که حاصل در بازه‌ی $[0,3)$ قرار گیرد.

$$f(17/75)=f(17/75-15)=f(2/75)$$

$$=\sqrt{3-2/75}=\sqrt{0/25}=\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}=0/5$$

(حسابان- صفحه‌های ۹۶ تا ۹۹)

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

۸۹- (حسین حاجیلو)

به‌جای x، $\frac{1}{1-\sqrt{2}}$ می‌گذاریم:

$$f\left(\frac{1}{1-\sqrt{2}}\right)=\left[\frac{1}{1-\sqrt{2}}\times\frac{1+\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}\right]=\left[\frac{1+\sqrt{2}}{1-2}\right]=[-1-\sqrt{2}]$$

$$=[-1-1/4]=[-2/4]\Rightarrow[-2/4]=-3$$

(حسابان- صفحه‌های ۹۹ تا ۱۰۲)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۰- (امیرحسین افشار)

می‌دانیم $[x]+[-x]=\begin{cases}0 & , \ x\in Z\\ -1 & , \ x\notin Z\end{cases}$. بنابراین:

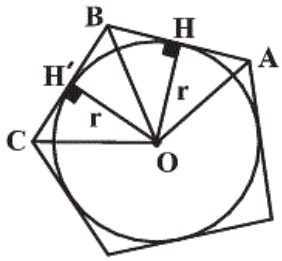
$$\left.\begin{matrix}D_f : x\notin Z\\ D_g : x\in Z\end{matrix}\right\}\Rightarrow D_{f+g}=D_f\cap D_g=\phi$$

(حسابان- صفحه‌های ۶۴ تا ۶۹ و ۹۹ تا ۱۰۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

ریاضي ، هندسه‌ی ۲ ، - ۱۳۹۵۱۰۲۴

۹۱- (محمدابراهیم گیتی‌زاده)



اگر همه‌ی اضلاع یک چندضلعی بر یک دایره معلوم مماس باشند، چندضلعی را محیطی و آن دایره را دایره محاطی چندضلعی می‌نامند. در چنین چندضلعی‌هایی تمام نیمسازهای داخلی زاویه‌های چندضلعی در یک نقطه، مانند O همرس‌اند، مثل نیمسازهای OA، OB و OC در شکل بالا. نقطه‌ی O مرکز دایره محاطی و به یک فاصله از تمام اضلاع چندضلعی است. این فاصله شعاع دایره‌ی محاطی است.

(هندسه ۲- صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

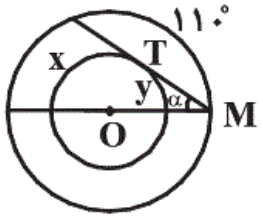
۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۲- (محسن محمدکریمی)

زاویه‌ی محاطی در دایره‌ی بزرگ‌تر : $\alpha = \frac{۱۸۰^\circ - ۱۱۰^\circ}{۲} = ۳۵^\circ$

زاویه‌ی بین مماس و امتداد وتر در دایره‌ی کوچک‌تر : $\alpha = \frac{x-y}{۲}$



$$\Rightarrow x - y = ۷۰^\circ$$

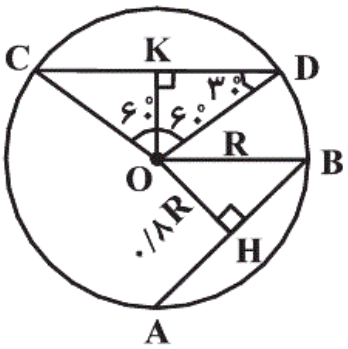
$$\xrightarrow{x+y=۱۸۰^\circ} x = ۱۲۵^\circ$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۵۸ و ۷۰)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۹۳- (سامان اسپهرم)

مطابق شکل از O به CD عمود می‌کنیم. داریم:



$$\overset{\Delta}{OKD} : KD = \frac{\sqrt{۳}}{۲}R$$

$$CD = ۲ \times \frac{\sqrt{۳}}{۲}R = \sqrt{۳}R$$

با استفاده از قضیه‌ی فیثاغورس در مثلث OHB:

$$BH^۲ = R^۲ - (۰/۸R)^۲ = ۰/۳۶R^۲ \Rightarrow BH = ۰/۶R$$

$$\Rightarrow AB = ۲ \times ۰/۶R = ۱/۲R$$

پس:

$$\frac{AB}{CD} = \frac{۱/۲R}{\sqrt{۳}R} = \frac{۱/۲\sqrt{۳}}{۳} = ۰/۴\sqrt{۳}$$

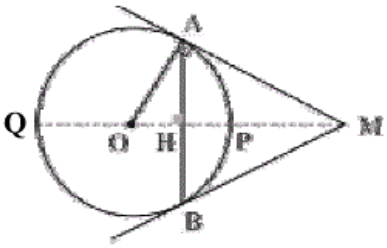
(هندسه ۲- صفحه‌های ۴۶ تا ۵۲)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۴- (حسین حاجیلو)

با توجه به شکل، Q دورترین نقطه‌ی دایـره به M است، پس:



$$MQ = ۴(\sqrt{۲}+۱)$$

و در نتیجه: $$OM = MQ - OQ = (۴\sqrt{۲}+۴) - ۴ = ۴\sqrt{۲}$$

با توجه به رابطه‌ی $AB.OM = ۲R.MA$ ، داریم:

$$AB = \frac{۲R.MA}{OM} = \frac{۲R\sqrt{OM^۲ - R^۲}}{OM}$$

$$= \frac{۲\times ۴\times \sqrt{۳۲-۱۶}}{۴\sqrt{۲}} = ۴\sqrt{۲}$$

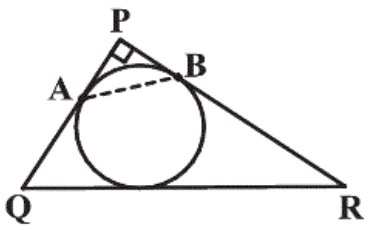
(هندسه ۲- تمرین ۳- قسمت ب- صفحه‌ی ۵۲)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۵- (حسین حاجیلو)

نکته: طول مماسی که از هر رأس یک مثلث بر دایره‌ی محاطی داخلی آن رسم می‌شود، برابر است با نصف محیط منهای طول ضلع روبه‌روی آن رأس.



$$PR = \sqrt{۵^۲ - ۳^۲} = ۴$$

با توجه به این نکته در شکل بالا داریم:

$$PA = PB = \frac{۳ + ۴ + ۵}{۲} - ۵ = ۱$$

حال در مثلث قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین PAB، داریم:

$$AB = \sqrt{۲}PA = \sqrt{۲}$$

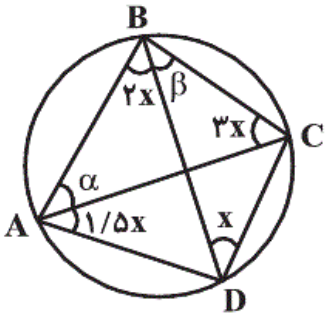
(هندسه ۲- صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۶- (رضا پورحسینی)

چون چهارضلعی محاطی است پس دایره‌ای از چهار رأس آن می‌گذرد.



با توجه به شکل داریم:

$$\begin{cases} \overset{\frown}{BC} = 2B\hat{D}C = 2x \Rightarrow \alpha = \dfrac{\overset{\frown}{BC}}{2} = x \\ \overset{\frown}{CD} = 2C\hat{A}D = 2 \times 1/5x = 3x \\ \Rightarrow \beta = \dfrac{\overset{\frown}{CD}}{2} = 1/5x \end{cases}$$

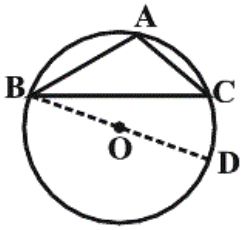
$$\Rightarrow \frac{\hat{A}}{\hat{B}} = \frac{\alpha + 1/5x}{\beta + 2x} = \frac{x + 1/5x}{1/5x + 2x} = \frac{2/5}{3/5} = \frac{5}{7}$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۹۷- (حسین حاجیلو)

نقطه‌ای که از هر سه رأس مثلث به یک فاصله است، مرکز دایره‌ی محیطی آن است. مطابق شکل دایره‌ی محیطی مثلث ABC و قطر گذرنده از B را در آن رسم می‌کنیم، داریم:



$$A\hat{B}D = \frac{\overset{\frown}{ACD}}{2} = \frac{180^\circ - \overset{\frown}{AB}}{2} = \frac{180^\circ - 2\hat{C}}{2} = 90^\circ - \hat{C}$$

$$= 90^\circ - (180^\circ - \hat{A} - \hat{B}) = 20^\circ$$

(هندسه ۲ - دایره: صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۹۸

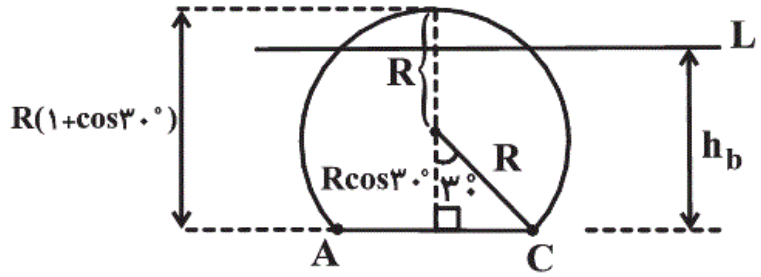
O نقطه‌ی همرسی عمودمنصف‌های مثلث ABC است، یعنی میانه‌ی ضلع BC عمودمنصف این ضلع نیز هست، بنابراین مثلث ABC، متساوی‌الساقین است.

(هندسه ۲- صفحه‌های ۵۸ و ۵۹)

۱ ۲ ۳✓ ۴

$$R + R\cos ۳۰^\circ = R(۱ + \cos ۳۰^\circ) = \frac{AC}{۲\sin ۳۰^\circ}(۱ + \cos ۳۰^\circ)$$

$$= \frac{۴}{۲(\frac{۱}{۲})}(۱ + \frac{\sqrt{۳}}{۲}) = ۴ + ۲\sqrt{۳}$$



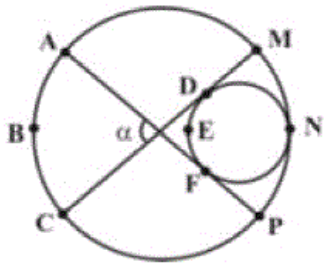
پس بیش‌ترین مقدار قابل‌قبول برای BH تقریباً $۴ + ۲(۱/۷) = ۷/۴$ است و بنابراین بزرگ‌ترین مقدار صحیح قابل قبول برای آن عدد ۷ است.

(هندسه ۲- صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶)

۱ ۲✓ ۳ ۴

-۱۰۰ (رضا بخشنده)

با توجه به این‌که $\overset{\frown}{MNP}=۹۳^\circ$ و با فرض $\overset{\frown}{ABC}=\overset{\frown}{DEF}=x$، مطابق شکل داریم:



$$\alpha=\frac{\overset{\frown}{ABC}+\overset{\frown}{MNP}}{۲}\Rightarrow ۲\alpha=x+۹۳^\circ \quad (۱)$$

$$\alpha=\frac{\overset{\frown}{DNF}-\overset{\frown}{DEF}}{۲}\Rightarrow \alpha=\frac{(۳۶۰^\circ-x)-x}{۲}$$

$$\Rightarrow \alpha=۱۸۰^\circ-x \quad (۲)$$

با جمع طرفین تساوی‌های (۱) و (۲) خواهیم داشت:

$$(۲\alpha)+(\alpha)=(x+۹۳^\circ)+(۱۸۰^\circ-x)\Rightarrow ۳\alpha=۲۷۳^\circ\Rightarrow \alpha=۹۱^\circ$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۱ ۲ ۳✓ ۴

ریاضي ، جبر و احتمال ، - ۱۳۹۵۱۰۲۴

-۱۰۱ (عزیزاله علی‌اصغری)

$$۲^{n+۳}-۲^n=۱۱۲\Rightarrow ۲^n(۸-۱)=۱۱۲\Rightarrow ۲^n=۱۶\Rightarrow n=۴$$

$$\binom{۴+۳}{۳}-\binom{۴}{۳}=\binom{۷}{۳}-۴=۳۵-۴=۳۱$$

(جبرواحتمال- صفحه‌های ۳۶ تا ۴۰)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۰۲ (عزیزاله علی‌اصغری)

مجموعه‌ی $C_۴$ را به دست می‌آوریم:

$$C_۴ = \{m \in Z \mid \frac{۴}{۳} \le m \le \frac{۶۴}{۲۷}\} = \{۲\}$$

$$\Rightarrow P(C_۴) = \{\phi, \{۲\}\}$$

بنابراین مجموعه‌ی توانی مجموعه‌ی $C_۴$، دارای ۲ عضو است.

(جبرواحتمال - صفحه‌های ۳۹ و ۴۰)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

-۱۰۳ (محمودرضا اسلامی)

بدون در نظر گرفتن e و f، تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه‌ی $\{a,b,c,d\}$، برابر $۲^۴ = ۱۶$ است. کافی است به هر کدام از این ۱۶ زیرمجموعه، عضو f را اضافه کنیم تا زیرمجموعه‌های شامل f به دست آید. واضح است که تمامی این زیرمجموعه‌ها فاقد e هستند.

(جبرواحتمال - صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

-۱۰۴ (سامان اسپهرم)

طبق تعریف مجموعه‌ی A_n داریم:

$$A_۱ = (-۲,۲), A_۲ = (-۱,۴), \ldots, A_{۱۰} = (۷,۲۰)$$

بنابراین اجتماع مجموعه‌های $A_۱$ تا $A_{۱۰}$، برابر است با $(-۲,۲۰)$ که شامل اعداد صحیح مجموعه‌ی $\{-۱,۰,۱,\ldots,۱۹\}$ است که تعداد آن‌ها برابر ۲۱ می‌باشد.

(جبرواحتمال - صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

-۱۰۵ (امیرحسین ابومحبوب)

عددی به‌صورت $\frac{n(n+۱)}{۲}$، به‌ازای $n = ۴k+۱$ و $n = ۴k+۲$ $(k \in Z)$، عددی فرد و در غیر این حالت‌ها، عددی زوج است. از طرفی حداکثر مقدار n، برای این‌که $\frac{n(n+۱)}{۲}$، عددی دورقمی باشد، برابر $n = ۱۳$ است. پس داریم:

$$A \cap B = \{۱,۳,۱۵,۲۱,۴۵,۵۵,۹۱\}$$

یعنی مجموعه‌ی $A \cap B$، دارای ۷ عضو است.

(جبرواحتمال - صفحه‌های ۴۷ تا ۵۰)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۶- *(نوید مجیدی)*

چون تکرار اعضا و یا جابه‌جایی ترکیب آن‌ها، مجموعه را تغییر نمی‌دهد، پس B مجموعه‌ای تک‌عضوی $\{\{a,b,c\}\}$ است. در نتیجه داریم:

گزینه‌ی «۱»: A چهار عضوی است و $B \subseteq A \Rightarrow A \cup B = A$

گزینه‌ی «۲»: $A - B = \{a,b,c\} \neq \phi$

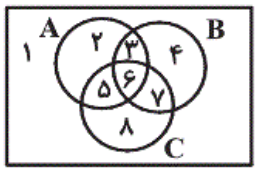
گزینه‌ی «۳»: B تک‌عضوی است و $A \cap B = \{\{a,b,c\}\} = B$

گزینه‌ی «۴»: ϕ مجموعه‌ای با هیچ عضو است و $B \subseteq A \Rightarrow B - A = \phi$

(جبرواحتمال - صفحه‌های ۴۴ تا ۵۴)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۰۷- *(محمدجواد محسنی)*



مطابق شکل در نمودار ون، ناحیه‌ها را شماره‌گذاری می‌کنیم و حاصل هر یک از عبارت‌ها را بر حسب ناحیه‌های مشخص‌شده به دست می‌آوریم.

۱) $[\{۱,۴,۷,۸\}\Delta\{۳,۴,۶,۷\}] \cap \{۳,۴,۶,۷\} = \{۳,۶\}$

۲) $[\{۲,۳,۵,۶\}\Delta\{۳,۴,۶,۷\}]\Delta\{۱,۲,۳,۴\} = \{۱,۳,۵,۷\}$

۳) $[\{۳,۴,۶,۷\} \cap \{۱,۴,۷,۸\}]\Delta\{۱,۲,۵,۸\} = \{۱,۲,۴,۵,۷,۸\}$

۴) $[\{۳,۴,۶,۷\} - \{۵,۶,۷,۸\}]\Delta\{۱,۴,۷,۸\} = \{۱,۳,۷,۸\}$

واضح است که عبارت گزینه‌ی «۲»، دقیقاً معادل ناحیه‌ی هاشورخورده در نمودار ون است.

(جبرواحتمال - صفحه‌های ۴۱ تا ۵۶)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۰۸- *(امیرحسین ابومحبوب)*

طبق روابط جبر مجموعه‌ها داریم:

$$[(A \cup B) - A] \cup [(A \cup B) - B]$$
$$= [(A \cup B) \cap A'] \cup [(A \cup B) \cap B']$$
$$= [(\underbrace{A \cap A'}_{\phi}) \cup (B \cap A')] \cup [(A \cap B') \cup (\underbrace{B \cap B'}_{\phi})]$$
$$= (B - A) \cup (A - B) = A \Delta B$$

(جبرواحتمال - صفحه‌های ۴۴ تا ۵۶)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۹- *(نوید مجیدی)*

با توجه به قوانین جبر مجموعه‌ها داریم:

$$(A' - B') - (A \cup B) = (A' \cap (B')') \cap (A \cup B)'$$
$$= (A' \cap B) \cap (A' \cap B') = A' \cap (\underbrace{B \cap B'}_{\phi}) = \phi$$

(جبرواحتمال - صفحه‌های ۴۴ تا ۵۴)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۱۰- *(سیدمحسن فاطمی)*

$$A \subseteq B \Rightarrow A \cup B = B$$
$$C \subseteq B' \Rightarrow B \subseteq C' \Rightarrow B \cap C' = B$$
$$(A \cup B) - C = B - C = B \cap C' = B$$

(جبرواحتمال - صفحه‌های ۴۴ تا ۵۴)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.kanoon.ir

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا