



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara>

(@riazisara)

۵۱- اگر N به عنوان مجموعه‌ی مرجع باشد، متمم مجموعه‌ی $A = \{x \in N \mid x^2 < 100\}$ کدام است؟

(۱) $[100, +\infty)$ (۲) $\{11, 12, 13, 14, \dots\}$

(۳) $\{x \in N \mid x > 11\}$ (۴) $\{x \in N \mid x > 9\}$

شما پاسخ نداده اید

۵۲- اگر $U = \{-2, -1, 1, 2, 4, 7\}$ مجموعه‌ی مرجع باشد و $A = \{-2, 1, 7\}$ و $B = \{-1, 1, 2, 4, 7\}$ و $C = \{-2, 1, 4\}$

باشد، حاصل $(A \cup B)' \cap C$ کدام است؟

(۱) $\{-2, 1, 4\}$ (۲) $\{\}$

(۳) $\{-2, -1, 1, 2, 4, 7\}$ (۴) $\{-2, 1, 0, 4\}$

شما پاسخ نداده اید

۵۳- کدام مجموعه متناهی است؟

(۱) مجموعه خطوطی که از نقطه‌ی $(0, 2)$ می‌گذرد. (۲) اعداد اول بین ۱۰۰ تا ۱۰۰۰۰۰۰

(۳) اعداد حقیقی در فاصله‌ی بین ۱ و ۲ (۴) $Z - W$

شما پاسخ نداده اید

۵۴- اشتراک بازه‌های $[-2, a]$ و $(b, 4]$ برابر $(-\frac{2}{3}, 1)$ است. اجتماع بازه‌های $(-2a - 1, b)$ و (b, a) کدام

است؟

(۱) $(-3, 1)$ (۲) $(-1, \frac{2}{3})$ (۳) $(1, 4)$ (۴) $(-3, 1) - \{-\frac{2}{3}\}$

شما پاسخ نداده اید

۵۵- اگر $n(A) = 20$ و $n(A \cap B) = n(B) = 10$ باشد، حاصل $n(A' \cap B)$ کدام است؟

(۱) ۸ (۲) ۱۲

(۳) ۵ (۴) ۳۰

شما پاسخ نداده اید

۵۶- اگر مجموعه‌ی A متناهی و مجموعه‌های B و C نامتناهی باشند، در مورد هریک از مجموعه‌های

$A \cap (B \cup C)$ و $B - (A \cap C)$ ، به ترتیب از راست به چپ، از نظر متناهی بودن یا نبودن چه می‌توان گفت؟

(۱) متناهی - متناهی (۲) نامتناهی - نامتناهی (۳) متناهی - نامتناهی (۴) نامتناهی - متناهی

شما پاسخ نداده اید

۵۷- حاصل $A = ([-6, 4] \cap (-\infty, 1]) - [0, 2]$ کدام است؟

- (۱) $[-6, 0]$ (۲) $[-6, 5]$
(۳) $[-6, 2]$ (۴) $[2, 4]$

شما پاسخ نداده اید

۵۸- اگر A و B زیرمجموعه‌هایی از مجموعه‌ی مرجع U ، $n(U) = 100$ ، $n(A) = 45$ ، $n(B) = 70$ و

$n(B - A) = 50$ باشند، آن‌گاه $n((A \cup B)')$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۱۰
(۳) ۱۵ (۴) ۲۰

شما پاسخ نداده اید

۵۹- $\frac{1}{3}$ از تعداد اعضای مجموعه‌ی A با مجموعه‌ی B و $\frac{2}{5}$ از تعداد اعضای B با A مشترک هستند. اگر

$n(A \cup B) = 45$ باشد، در این صورت $n(A \cap B)$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۱۰
(۳) ۱۵ (۴) ۲۰

شما پاسخ نداده اید

۶۰- اگر ۶۰٪ دانش‌آموزان کلاسی عضو تیم فوتبال، ۵۰٪ دانش‌آموزان کلاس عضو تیم والیبال باشند و ۵٪

آن‌ها عضو هیچ تیمی نباشند، در این صورت چند درصد دانش‌آموزان عضو هر دو تیم هستند؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۱۵
(۳) ۱۰ (۴) ۵

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۱ ، - ۱۳۹۵۰۷۲۳

۱۳۱- در کدام یک از اشکال زیر، همواره نقطه‌ی تقاطع عمودمنصف‌های اضلاع و نقطه‌ی تقاطع نیم‌سازهای

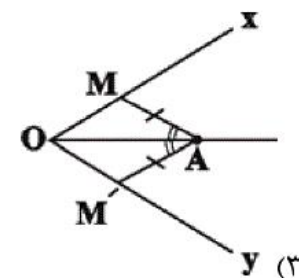
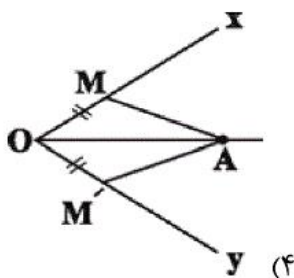
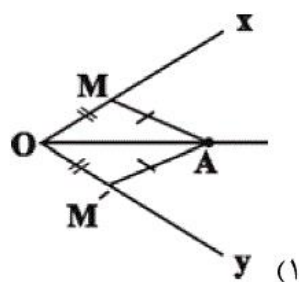
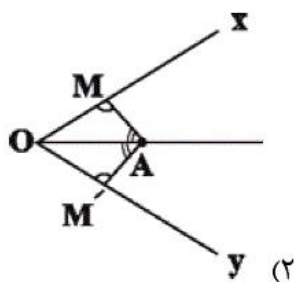
زاویه‌ها، برهم منطبق است؟

- (۱) مستطیل (۲) لوزی
(۳) مثلث (۴) شش‌ضلعی منتظم

شما پاسخ نداده اید

۱۳۲- باتوجه به فرض‌های هر گزینه، در کدام مورد نمی‌توان گفت نقطه‌ی A از دو ضلع زاویه‌ی xOy به یک

فاصله است؟



شما پاسخ نداده اید

۱۳۳- نیم‌سازهای دو زاویه‌ی مجاور، با یکدیگر زاویه‌ی ۷۰ درجه ساخته‌اند. اگر نسبت اندازه‌ی دو زاویه $\frac{3}{4}$ باشد،

زاویه‌ی کوچک‌تر کدام است؟

(۲) ۴۰°

(۱) ۳۰°

(۴) ۸۰°

(۳) ۶۰°

شما پاسخ نداده اید

۱۳۴- نقطه‌ی M درون مثلث ABC به‌گونه‌ای قرار دارد که از اضلاع AB و AC به یک فاصله است. نقطه‌ی

M لزوماً روی ... قرار دارد.

(۱) محل تقاطع عمودمنصف‌های AB و AC

(۲) نیم‌ساز رأس A

(۳) محل تقاطع نیم‌ساز رأس‌های B و C

(۴) نیم‌ساز رأس B

شما پاسخ نداده اید

۱۳۵- عمودمنصف پاره‌خطی که از نقاط تقاطع عمودمنصف وتر AB با دایره به‌وجود می‌آید برابر است با ...

(۲) وتر موازی و هم‌اندازه با AB

(۱) قطری عمود بر AB

(۴) قطری موازی با وتر AB

(۳) خود وتر AB

شما پاسخ نداده اید

۱۳۶- مثلث ABC با داشتن مقادیر $b=10$ ، $c=17$ و $h_a=8$ رسم شده است. مساحت این مثلث کدام یک از

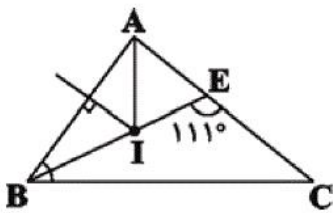
مقادیر زیر می‌تواند باشد؟

- | | |
|--------|--------|
| ۳۶ (۲) | ۳۲ (۱) |
| ۴۸ (۴) | ۶۰ (۳) |

شما پاسخ نداده اید

۱۳۷- در شکل زیر عمود منصف ضلع AB و نیمساز رأس A در نقطه‌ی I متقاطع هستند و امتداد BI، ضلع

AC را در نقطه‌ی E قطع می‌کند. اگر $\hat{BEC} = 111^\circ$ باشد، آن‌گاه اندازه‌ی زاویه‌ی A چند درجه است؟



- | | |
|--------|--------|
| ۴۵ (۲) | ۷۴ (۱) |
| ۹۰ (۴) | ۳۷ (۳) |

شما پاسخ نداده اید

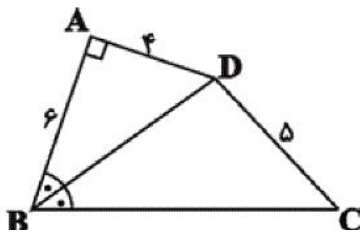
۱۳۸- نقاط A و B به فاصله‌ی ۴ سانتی‌متر از هم هستند. دو نقطه‌ی متمایز U و V فاصله‌شان از A برابر

۳ سانتی‌متر و از B برابر x سانتی‌متر است. x در کدام محدوده است؟

- | | |
|------------------|-----------------|
| $x < 1$ (۲) | $1 < x$ (۱) |
| $1 < x < 11$ (۴) | $1 < x < 7$ (۳) |

شما پاسخ نداده اید

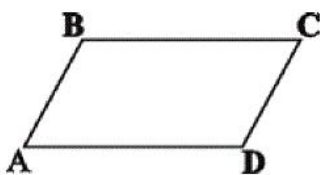
۱۳۹- در شکل مقابل، BD نیمساز زاویه‌ی ABC است. طول BC کدام است؟



- | | |
|--------|-------|
| ۸ (۲) | ۷ (۱) |
| ۱۰ (۴) | ۹ (۳) |

شما پاسخ نداده اید

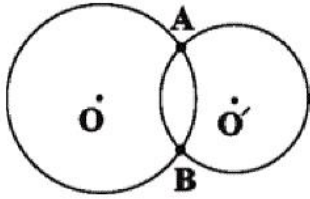
۱۴۰- از تقاطع عمود منصف‌های اضلاع متوازی‌الاضلاع زیر، لزوماً کدام شکل ایجاد می‌شود؟



- | | |
|--------------------|------------|
| مربع (۲) | مستطیل (۱) |
| متوازی‌الاضلاع (۴) | لوزی (۳) |

شما پاسخ نداده اید

۱۴۱- مطابق شکل، دو دایره به مراکز O و O' در نقاط A و B متقاطع می‌باشند. در این صورت لزوماً:



(۱) OO' از وسط AB می‌گذرد.

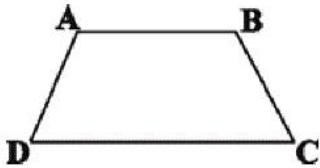
(۲) OO' بر AB عمود است.

(۳) $\widehat{OAO'} = \widehat{OBO'}$

(۴) هر سه گزینه صحیح است.

شما پاسخ نداده اید

۱۴۲- در یک دوزنقه، نقطه‌ای از دو سر قاعده‌ی CD به یک فاصله و همچنین از قاعده‌ی AD و BC به



یک فاصله است. این نقطه حاصل برخورد کدام است؟

(۱) نیم‌سازهای \widehat{C} و \widehat{D}

(۲) عمودمنصف‌های دو ساق

(۳) عمودمنصف CD و نیم‌ساز زاویه‌ی D

(۴) دو دایره با شعاع یکسان و به مرکز اوساط قاعده‌ها

شما پاسخ نداده اید

۱۴۳- دو خط d و d' موازی‌اند و خط m ، دو خط d و d' را به ترتیب در نقاط A و B قطع کرده است. اگر

O نقطه‌ی برخورد نیم‌ساز زاویه‌ی منفرجه‌ی A و زاویه‌ی حاده‌ی B باشد، کدام گزینه لزوماً درست

نیست؟

(۱) زاویه‌ی AOB قائمه است.

(۲) با تغییر زوایای A و B ، زاویه‌ی AOB تغییر نمی‌کند.

(۳) O روی عمودمنصف AB قرار دارد.

(۴) نقطه‌ی O از d و d' به یک فاصله است.

شما پاسخ نداده اید

۱۴۴- در کدام یک از گزینه‌های زیر، پاسخ ترسیم منحصر به فرد نیست؟

(۱) رسم لوزی با داشتن طول دو قطر آن

(۲) رسم مربعی با داشتن قطر آن

(۳) متوازی‌الاضلاع با داشتن طول دو قطر آن

(۴) مثلث با داشتن اندازه‌ی سه ضلع

شما پاسخ نداده اید

۱۴۵- در چهارضلعی $ABCD$ ، $\widehat{A} = \widehat{C} = 90^\circ$ و قطر BD نیم‌ساز زاویه‌های B و D است. اگر $BD = 15$ ،

$AD = 2x - 1$ و $DC = x + 4$ باشد، محیط چهارضلعی $ABCD$ کدام است؟

(۴) ۴۲

(۳) ۳۶

(۲) ۳۰

(۱) ۲۴

شما پاسخ نداده اید

۱۴۶- در کدام یک از چهار ضلعی‌های زیر، همواره نقطه‌ای وجود دارد که فاصله‌ی یکسانی از هر چهار ضلع داشته باشد؟

- (۱) متوازی‌الاضلاع
(۲) مستطیل
(۳) دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین
(۴) لوزی

شما پاسخ نداده اید

۱۴۷- دو خط d و d' برهم عمودند. اگر خط L ، این دو خط را در نقاط متمایز A و B قطع کند، آنگاه حداکثر چند نقطه روی خط L می‌توان یافت که از d و d' به یک فاصله باشند؟

- (۱) هیچ
(۲) ۱
(۳) ۲
(۴) بی‌شمار

شما پاسخ نداده اید

۱۴۸- در مثلث ABC ، نقاط D و E را به ترتیب روی اضلاع AB و AC به گونه‌ای انتخاب می‌کنیم که $AD = AE$ باشد. از D عمودی بر AB و از E عمودی بر AC رسم می‌کنیم تا همدیگر را در نقطه‌ی M قطع کنند. نقطه‌ی M همواره بر کدام یک از خطوط زیر واقع است؟

- (۱) نیم‌ساز زاویه‌ی A
(۲) میانه‌ی نظیر رأس A
(۳) ارتفاع نظیر رأس A
(۴) عمود منصف ضلع BC

شما پاسخ نداده اید

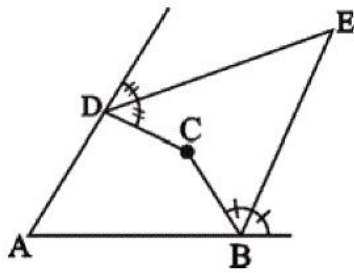
۱۴۹- در مثلث ABC ، دو رأس A و B ثابت هستند. با داشتن طول ارتفاع وارد بر AB ، رأس C همواره روی کدام گزینه قرار دارد؟

- (۱) نیم‌دایره‌ای به قطر AB
(۲) دایره‌ای به قطر AB
(۳) یک خط موازی AB
(۴) دو خط موازی AB

شما پاسخ نداده اید

۱۵۰- مطابق شکل در چهارضلعی ABCD، نیم‌سازهای خارجی زاویه‌های B و D یکدیگر را در نقطه‌ای مانند

E قطع کرده‌اند. اگر $\hat{A} = 84^\circ$ و $\hat{C} = 148^\circ$ باشد، آن‌گاه اندازه‌ی زاویه‌ی E کدام است؟



(۱) 32°

(۲) 36°

(۳) 30°

(۴) 27°

شما پاسخ نداده اید

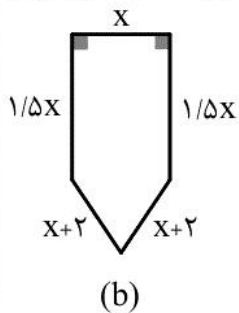
ریاضی، ریاضی ۱ - گواه، - ۱۳۹۵۰۷۲۳

۶۱- کدام گزینه‌ی زیر درست است؟

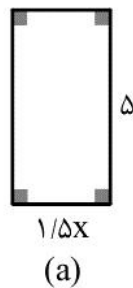
(۱) $Q \subset (R \cap Z)$ (۲) $(Z \cup Q) \subset W$ (۳) $(Q \cap W) \subset Z$ (۴) $(R \cap Q) \subset Q'$

شما پاسخ نداده اید

۶۲- مجموعه مقادیر x ، کدام بازه‌ی زیر باشد تا محیط شکل (a) از محیط شکل (b) بیشتر باشد؟ (کامل‌ترین



(b)



(a)

گزینه را انتخاب کنید)

(۱) $(-\infty, 2)$

(۲) $(2, 4)$

(۳) $(0, 2)$

(۴) $(0, 1)$

شما پاسخ نداده اید

۶۳- اگر $A = \{x \mid x \in \mathbb{R}, -2 \leq x < 2\}$ و $B = \{x \mid x \in \mathbb{R}, x > -1\}$ باشد، آن‌گاه مجموعه‌ی $A \cap B$ شامل چند

عدد صحیح می‌باشد؟

(۱) ۱

(۱) صفر

(۲) ۴

(۳) ۲

شما پاسخ نداده اید

۶۴- اگر $A = [-1, 2]$ و $B = (0, 3]$ ، آن‌گاه کدام مجموعه‌ی زیر، بازه‌ی $(2, 3]$ است؟

(۱) $B - A$

(۱) $A \cup B$

(۲) $A - B$

(۳) $B \cap A$

شما پاسخ نداده اید

۶۵- کدام مجموعه‌ی زیر متناهی نیست؟

- (۱) مجموعه‌ی اعداد اول زوج
(۲) مجموعه‌ی گره‌های کره‌ی زمین
(۳) مجموعه‌ی تمام خطوط گذرنده از مبدأ مختصات
(۴) مجموعه‌ی اعداد طبیعی سه رقمی مضرب ۴

شما پاسخ نداده اید

۶۶- کدام یک از مجموعه‌های زیر متناهی است؟ (N مجموعه‌ی اعداد طبیعی می‌باشد).

- (۱) $A_1 = \{x \mid x \in N, x^2 > 25\}$
(۲) $A_2 = \{x \mid x \text{ و عدد اول بزرگ‌تر از } 1000\}$
(۳) $A_3 = \{x \in N \mid x > 9, x < 100\}$
(۴) $A_4 = \{x \mid x \text{ و عدد حقیقی کوچک‌تر از } 100\}$

شما پاسخ نداده اید

۶۷- اگر A و B دو مجموعه‌ی دلخواه باشند، مجموعه‌ی $A' - B$ برابر کدام مجموعه‌ی زیر است؟

- (۱) $A - B'$ (۲) $A \cap B'$ (۳) $A' \cap B$ (۴) $B' - A$

شما پاسخ نداده اید

۶۸- اگر مجموعه‌ی مرجع، مجموعه‌ی اعداد صحیح باشد، $A' = \{5, 6, 7, 8\}$ و $B' = \{7, 8, 9, 10\}$ باشد، آنگاه مجموعه‌ی $(A \cup B)'$ چندعضوی است؟

- (۱) ۲ عضوی (۲) ۵ عضوی (۳) ۷ عضوی (۴) ۸ عضوی

شما پاسخ نداده اید

۶۹- در یک گروه ۴۰ نفره‌ی دانش‌آموزی، ۲۵ نفر زبان انگلیسی، ۳۲ نفر زبان عربی و ۶ نفر هیچ‌کدام از این دو زبان را نمی‌خوانند. چه تعداد از دانش‌آموزان هر دو زبان را می‌خوانند؟

- (۱) ۲۲ (۲) ۲۳ (۳) ۲۱ (۴) ۲۰

شما پاسخ نداده اید

۷۰- مجموعه‌ی A دارای ۳۶ عضو و مجموعه‌ی B دارای ۲۸ عضو است. اشتراک آنها ۱۵ عضو دارد. اگر ۱۶ عضو از مجموعه‌ی A حذف شود، از اشتراک آنها ۹ عضو حذف می‌شود، تعداد عضوهای اجتماع مجموعه‌ی جدید با مجموعه‌ی B ، کدام است؟

- (۱) ۴۰ (۲) ۴۱ (۳) ۴۲ (۴) ۴۵

شما پاسخ نداده اید

-۵۱

«مهمرب بیرایی»

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 < 100\} = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$$

$$\Rightarrow A' = \{10, 11, 12, \dots\} = \{x \in \mathbb{N} \mid x > 9\}$$

(صفه‌های ۲ تا ۹ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

-۵۲

«موردی ملارمضانی»

$$A \cup B = \{-2, -1, 1, 2, 4, 7\}$$

$$(A \cup B)' = \{ \}$$

$$(A \cup B)' \cap C = \{ \}$$

اشتراک هر مجموعه با مجموعه‌ی تهی، همان مجموعه‌ی تهی است.

(صفه‌های ۸ تا ۱۰ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

-۵۳

«سیمین کلانتریون»

گزینه‌ی «۱»: بیشمار خط وجود دارد که از نقطه‌ی $(0, 2)$ می‌گذرد،

پس این مجموعه نامتناهی است.

گزینه‌ی «۳»: بیشمار عدد حقیقی در فاصله‌ی بین ۱ و ۲ موجود

است، پس این مجموعه نامتناهی است.

گزینه‌ی «۴»: $Z - W = \{-1, -2, -3, \dots\}$ است که نامتناهی

است.

گزینه‌ی «۲»: اعضای این مجموعه قابل شمارش است، پس متناهی

است.

(صفه‌های ۵ تا ۷ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

با توجه به اطلاعات صورت سؤال داریم:

$$(b, 4] \cap [-2, a) = \left(-\frac{2}{3}, 1\right)$$

$$\Rightarrow b = -\frac{2}{3}, a = 1$$

$$(-2a - 1, b) \cup (b, a) = (-2 \times 1 - 1, -\frac{2}{3}) \cup \left(-\frac{2}{3}, 1\right)$$

$$= (-3, 1) - \left\{-\frac{2}{3}\right\}$$

(صفحه‌های ۳ تا ۵ کتاب درسی)

 ۴

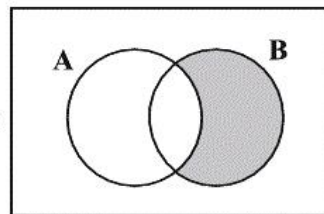
 ۳

 ۲

 ۱

«مهری ملارمضانی»

می‌توان نتیجه گرفت ،



با توجه به نمودار ون،

که $n(A' \cap B) = n(B) - n(A \cap B)$ است. بنابراین:

$$n(B) = 10$$

$$\forall n(A \cap B) = 10 \Rightarrow n(A \cap B) = 5$$

$$n(A' \cap B) = n(B) - n(A \cap B) = 10 - 5 = 5$$

(صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

چون مجموعه‌ی A متناهی است، پس تعداد اعضای اشتراک مجموعه‌ی A با هر مجموعه‌ای نمی‌تواند بیش‌تر از تعداد اعضای مجموعه‌ی A باشد، پس مجموعه‌ی $A \cap (B \cup C)$ متناهی است. چون مجموعه‌ی A متناهی است، پس اشتراک آن با C نیز متناهی است ولی اگر از مجموعه‌ی B که نامتناهی است، مجموعه متناهی کم شود، حاصل آن باز هم نامتناهی است، یعنی مجموعه‌ی $B - (A \cap C)$ نامتناهی است.

(صفحه‌های ۵ تا ۷ کتاب درسی)

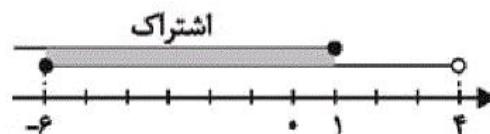
 ۴

 ۳

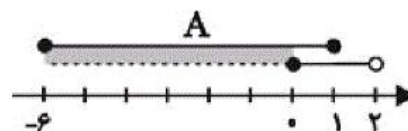
 ۲

 ۱

«مهمربه‌برایی»



$$[-6, 4) \cap (-\infty, 1] = [-6, 1]$$



$$\Rightarrow A = [-6, 1] - [0, 2) = [-6, 0)$$

(صفحه‌های ۳ تا ۵ و ۷ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

می‌دانیم:

$$n(B - A) = n(B) - n(B \cap A)$$

$$\Rightarrow 50 = 70 - n(B \cap A) \Rightarrow n(B \cap A) = 20$$

$$\Rightarrow n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 45 - 20 = 25$$

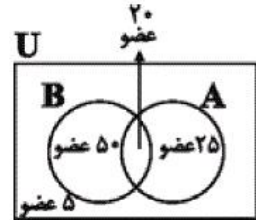
طبق اطلاعات داده شده نمودار زیر را می‌توان رسم کرد:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow n(A \cup B) = 45 + 70 - 20 = 95$$

$$\Rightarrow n(U - (A \cup B)) = 100 - 95 = 5$$

$$\Rightarrow n((A \cup B)') = 5$$



(صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

«عمید زرین‌کفش»

طبق صورت سؤال داریم:

$$n(A \cap B) = \frac{1}{3}n(A) = \frac{2}{5}n(B)$$

$$\Rightarrow n(A) = 3n(A \cap B) \quad (1), \quad n(B) = \frac{5}{2}n(A \cap B) \quad (2)$$

$$\Rightarrow n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\xrightarrow{(2), (1)} 45 = 3n(A \cap B) + \frac{5}{2}n(A \cap B) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow 45 = \frac{9}{2}n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 45 \times \frac{2}{9} = 10$$

(صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

«همید زرین کفش»

اگر تعداد کل دانش‌آموزان را x در نظر بگیریم و دانش‌آموزان عضو تیم فوتبال را با مجموعه‌ی A و دانش‌آموزان عضو تیم والیبال را با B نمایش دهیم، داریم:

$$n(A \cup B)' = \frac{5}{100}x, \quad n(A) = \frac{60}{100}x, \quad n(B) = \frac{50}{100}x$$

$$\Rightarrow n(A \cup B) = x - n((A \cup B)') = x - \frac{5}{100}x = \frac{95}{100}x$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow \frac{95}{100}x = \frac{60}{100}x + \frac{50}{100}x - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow n(A \cap B) = \frac{60}{100}x + \frac{50}{100}x - \frac{95}{100}x = \frac{15}{100}x$$

در نتیجه ۱۵٪ دانش‌آموزان عضو هر دو تیم هستند.

(صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

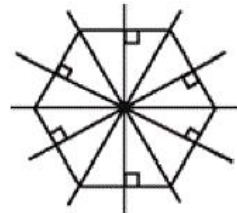
۱

ریاضی، هندسه ۱، - ۱۳۹۵۰۷۲۳

-۱۳۱

«هاری پلور»

باتوجه به شکل، نقطه‌ی تقاطع نیم‌سازهای زوایا و عمودمنصف‌های اضلاع یک شش‌ضلعی منتظم، برهم منطبق است.



(صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴ کتاب درسی)

۴ ✓

۳

۲

۱

اگر نقطه‌ی A از دو ضلع زاویه‌ی xOy به یک فاصله باشد، روی

نیم‌ساز آن زاویه قرار دارد، یعنی باید $x\hat{O}A = y\hat{O}A$.

در گزینه‌های «۱»، «۲» و «۳»، دو مثلث MOA و $M'OA$

هم‌نهشت هستند، پس $M\hat{O}A = M'\hat{O}A$ ولی در گزینه‌ی «۴»، دو

مثلث MOA و $M'OA$ لزوماً هم‌نهشت نیستند، پس نمی‌توان

نتیجه گرفت که دو زاویه‌ی موردنظر برابرند.

(صفحه‌های ۱۱ و ۱۲ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

اندازه‌ی دو زاویه را x و y در نظر می‌گیریم:

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 70^\circ \Rightarrow x + y = 140^\circ \quad (1)$$

$$\frac{x}{y} = \frac{3}{4} \Rightarrow x = \frac{3}{4}y \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \frac{3}{4}y + y = 140^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{7}{4}y = 140^\circ \Rightarrow y = \frac{140^\circ \times 4}{7} = 80^\circ$$

$$x + y = 140^\circ \xrightarrow{y=80^\circ} x = 60^\circ$$

(صفحه‌های ۱۱ و ۱۲ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

اگر نقطه‌ای به فاصله‌ی یکسان از دو ضلع یک زاویه باشد، آن نقطه روی نیمساز آن زاویه قرار دارد.

چون نقطه‌ی M از دو ضلع AB و AC که دو ضلع متقاطع در رأس A هستند به یک فاصله است، پس لزوماً روی نیمساز رأس A قرار دارد.

(صفحه‌های ۱۱ و ۱۲ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

نقاط تقاطع عمودمنصف هر وتر دلخواه با محیط دایره، دو سر یک قطر از دایره است. حال اگر عمودمنصف این قطر را رسم کنیم، بازهم قطری از دایره و عمود بر قطر قبلی به دست می‌آید و چون دو خط عمود بر یک خط باهم موازی هستند، بنابراین قطر جدید موازی با وتر AB است.

(صفحه‌های ۱۲ تا ۱۵ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

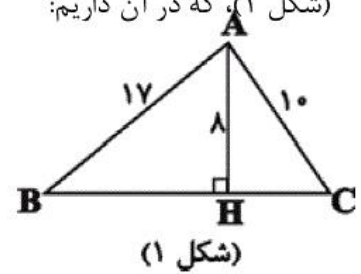
 ۱

دو مثلث با اطلاعات داده شده قابل رسم است. یک مثلث حاده‌الزاویه

(شکل ۱) که در آن داریم:

$$BH = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{225} = 15$$

$$CH = \sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{36} = 6$$

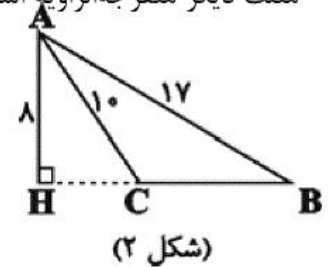


در این صورت $BC = 21$ و $S_{ABC} = \frac{1}{2} \times 8 \times 21 = 84$ است.

مثلث دیگر منفرجه‌الزاویه است (شکل ۲) که در آن داریم:

$$BH = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{225} = 15$$

$$CH = \sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{36} = 6$$



در این صورت $BC = 9$ و $S_{ABC} = \frac{1}{2} \times 8 \times 9 = 36$ است.

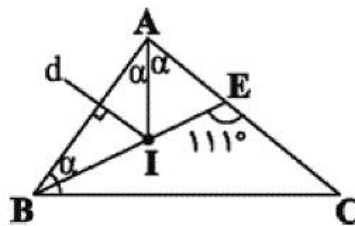
(صفحه‌های ۱۰ و ۱۱ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



نیم‌ساز $AI \Rightarrow \widehat{BAI} = \widehat{IAE} = \alpha$

AB روی عمود منصف $I \rightarrow IA = IB \Rightarrow \widehat{ABI} = \widehat{BAI} = \alpha$

AEB زاویه‌ی خارجی برای مثلث $\widehat{BEC} = 2\alpha + \alpha \Rightarrow 3\alpha = 111^\circ$

$\Rightarrow \alpha = 37^\circ \Rightarrow \widehat{A} = 74^\circ$

(صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳ کتاب درسی)

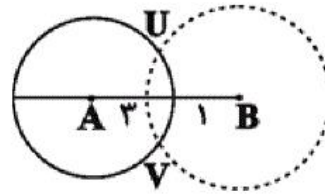
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

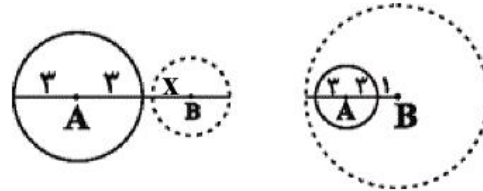
دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۳ سانتی‌متر رسم می‌کنیم:



دایره‌ای به مرکز B و شعاع x رسم می‌کنیم. اگر این دو دایره متقاطع

باشند، مسأله دو جواب U و V دارد. اگر $x < ۱$ یا $x > ۷$ باشد، دو

دایره همدیگر را قطع نمی‌کنند. در نتیجه $۱ < x < ۷$ است.



حالت $x < ۱$

حالت $x > ۷$

(صفحه‌های ۱۰ و ۱۱ کتاب درسی)

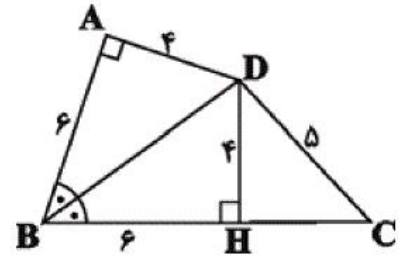
۴

۳

۲

۱

از D بر BC عمود می‌کنیم. چون D روی نیم‌ساز زاویه‌ی $\hat{A}BC$ واقع است، پس:



$$BH = AB = 6$$

$$DH = AD = 4$$

در مثلث قائم‌الزاویه‌ی DHC بنابر قضیه‌ی فیثاغورس داریم:

$$HC = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$$

$$\Rightarrow BC = BH + HC = 6 + 3 = 9$$

(صفحه‌های ۱۱ و ۱۲ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

«مجموعه آکبری صحت»

چون اضلاع متوازی‌الاضلاع دوجه‌دو باهم موازی‌اند و عمودمنصف‌های وارد بر دو ضلع موازی نیز باهم موازی هستند، پس چهارضلعی تشکیل شده متوازی‌الاضلاع است.

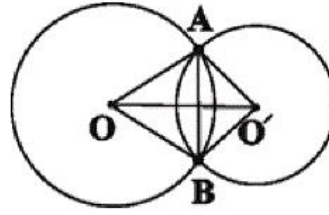
(صفحه‌های ۱۳ و ۱۴ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱



$$\begin{cases} OA = OB = R \Rightarrow AB \text{ روی عمودمنصف } O \\ O'A = O'B = R' \Rightarrow AB \text{ روی عمودمنصف } O' \end{cases}$$

$$\Rightarrow AB \text{ عمود منصف } OO'$$

$$\begin{cases} OA = OB = R \\ O'A = O'B = R' \\ OO' \text{ مشترک} \end{cases} \xrightarrow{\text{(ض ض ض)}} \Delta OAO' \cong \Delta OBO'$$

$$\Rightarrow \hat{OAO'} = \hat{OBO'}$$

(صفحه‌های ۱۳ و ۱۴ کتاب درسی)

۴

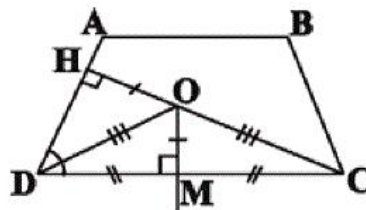
۳

۲

۱

در دوزنقه‌ی $ABCD$ مطابق شکل، O نقطه‌ی برخورد عمودمنصف

قاعده‌ی CD و نیم‌ساز زاویه‌ی D است.



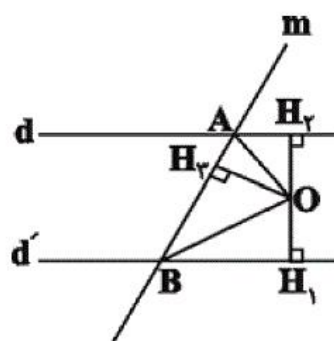
(صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱



$$\left. \begin{array}{l} \hat{B} \text{ روی نیمساز } O \rightarrow OH_1 = OH_3 \\ \hat{A} \text{ روی نیمساز } O \rightarrow OH_2 = OH_4 \end{array} \right\} \Rightarrow OH_1 = OH_2$$

از طرفی $\hat{A} + \hat{B} = 180^\circ$ است. پس زاویه‌ی حاصل از برخورد دو

نیمساز \hat{A} و \hat{B} یعنی $\hat{A}OB$ ، زاویه‌ی قائمه است. نقطه‌ی O در

صورتی روی عمودمنصف AB قرار دارد که خط m ، دو خط d و d'

را با زاویه‌ی 90° قطع کند. بنابراین گزینه‌ی «۳» لزوماً درست نیست.

(صفحه‌های ۱۱ و ۱۲ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

گزینه‌ی «۱»: چون قطرهای لوزی عمودمنصف یکدیگرند، با داشتن طول دو قطر یک لوزی تنها یک پاسخ داریم.

گزینه‌ی «۲»: در رسم مربع به کمک قطر آن فقط یک حالت امکان پذیر است.

گزینه‌ی «۳»: برای رسم یک متوازی‌الاضلاع منحصره‌فرد، علاوه بر داشتن طول قطرها، زاویه‌ی بین دو قطر نیز باید مشخص باشد. در غیر این صورت بی‌شمار متوازی‌الاضلاع قابل رسم است.

گزینه‌ی «۴»: مثلث با داشتن اندازه‌ی سه ضلع، منحصره‌فرد است.

(صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴ کتاب درسی)

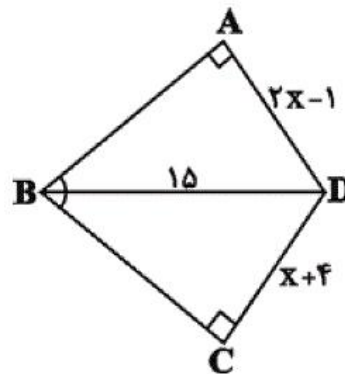
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

باتوجه به شکل زیر و خواص نیمساز یک زاویه داریم:



$$AD = DC \Rightarrow 2x - 1 = x + 4 \Rightarrow x = 5$$

$$\Rightarrow AD = DC = 9$$

$$\triangle ABD : BD^2 = AD^2 + AB^2 \Rightarrow 225 = 81 + AB^2$$

$$\Rightarrow AB = 12 \Rightarrow BC = 12$$

$$ABCD \text{ محیط} = 9 + 9 + 12 + 12 = 42$$

(صفحه‌های ۱۱ و ۱۲ کتاب درسی)

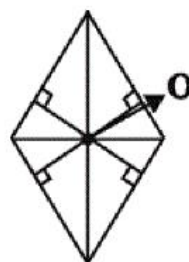
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

نقطه‌ای که از تمامی اضلاع یک چهارضلعی به یک فاصله باشد، در واقع نقطه‌ی همرسی نیم‌سازهای زوایای آن چهارضلعی است. در بین چهارضلعی‌های داده شده، تنها در لوزی نیم‌سازها که در واقع همان قطرهای لوزی هستند، همرس می‌باشند.



(صفحه‌های ۱۱ و ۱۲ کتاب درسی)

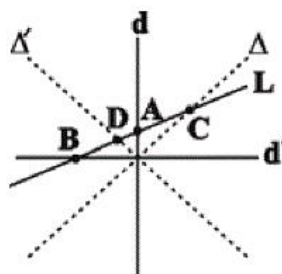
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

مجموعه‌ی نقاطی از صفحه که از دو خط d و d' به یک فاصله باشند، دو خط Δ و Δ' (نیم‌سازهای زوایای بین دو خط d و d') هستند که محل تلاقی آن‌ها با خط L یعنی نقاط C و D جواب مورد نظر می‌باشد. واضح است که اگر L موازی یکی از دو خط Δ و Δ' باشد، مسأله تنها یک جواب دارد. بنابراین مسأله حداکثر دو جواب دارد.



(صفحه‌های ۱۱ و ۱۲ کتاب درسی)

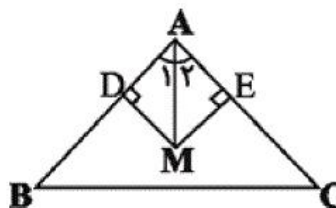
۴

۳

۲

۱

مطابق شکل در دو مثلث AMD و AME داریم:



$$\left. \begin{array}{l} AM = AM \\ AD = AE \\ \hat{D} = \hat{E} = 90^\circ \\ \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{(وتر و یک ضلع قائمه)} \\ \rightarrow \Delta AMD \cong \Delta AME \end{array}$$

بنابراین نقطه‌ی M روی نیم‌ساز زاویه‌ی A قرار دارد.

(صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

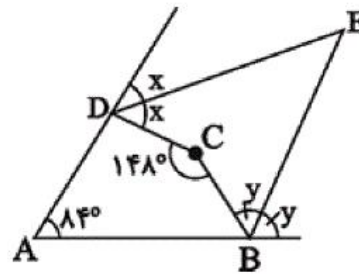
با داشتن اندازه‌ی ارتفاع، تمام نقاط روی دو خط موازی با پاره‌خط AB که به اندازه‌ی ارتفاع از آن فاصله دارند، می‌توانند رأس سوم مثلث باشند.

(صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱


چهارضلعی محدب $ABCD$: $\hat{A} + \hat{C} + \hat{ADC} + \hat{ABC} = 360^\circ$

$$\Rightarrow 84^\circ + 148^\circ + \hat{ADC} + \hat{ABC} = 360^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{ADC} + \hat{ABC} = 128^\circ \quad (1)$$

$$\Rightarrow (180^\circ - 2x) + (180^\circ - 2y) = 128^\circ$$

$$\Rightarrow 2x + 2y = 232^\circ \Rightarrow x + y = 116^\circ \quad (2)$$

چهارضلعی محدب $ABED$: $\hat{A} + \hat{ADE} + \hat{E} + \hat{ABE} = 360^\circ$

$$\Rightarrow 84^\circ + (\hat{ADC} + x) + \hat{E} + (\hat{ABC} + y) = 360^\circ$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} 84^\circ + 128^\circ + 116^\circ + \hat{E} = 360^\circ \Rightarrow \hat{E} = 32^\circ$$

(صفحه‌های ۱۱ و ۱۲ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

گزینه‌ی (۱):

$$R \cap Z = Z$$

$Q \not\subset Z$ ، پس گزینه‌ی (۱) نادرست است.

گزینه‌ی (۲):

$$Z \subset Q \Rightarrow Z \cup Q = Q$$

$Q \not\subset W$ ، پس گزینه‌ی (۲) نادرست است.

گزینه‌ی (۳):

$$W \subset Q \Rightarrow Q \cap W = W$$

که $W \subset Z$ ، پس رابطه درست است.

گزینه‌ی (۴):

$$Q \subset R \Rightarrow R \cap Q = Q$$

اما Q و Q' اشتراکی ندارند، پس $Q \not\subset Q'$.

(صفحه‌های ۲، ۳، ۸ و ۹ کتاب درسی)

۴

۳✓

۲

۱

(a) محیط مستطیل شکل $= 2(1/5x + 5) = 10 + 3x$

(b) محیط ۵ ضلعی، شکل $= x + 2(1/5x) + 2(x + 2) = 6x + 4$

$$\Rightarrow 10 + 3x > 6x + 4 \Rightarrow 3x < 6 \Rightarrow x < 2$$

از طرفی x باید مثبت باشد زیرا طول ضلع نمی‌تواند صفر یا منفی باشد،

$$\text{لذا } 0 < x < 2.$$

(صفحه‌های ۳ و ۴ کتاب درسی)

۴

۳✓

۲

۱

$$A \cap B = [-2, 2) \cap (-1, +\infty) = (-1, 2)$$

اشتراک دو مجموعه، شامل دو عدد صحیح صفر و ۱ است.

(صفحه‌های ۳ تا ۵ کتاب درسی)

۴

۳✓

۲

۱

«کتاب آبی»

$$A \cup B = [-1, 2] \cup (0, 3] = [-1, 3]$$

$$B - A = (0, 3] - [-1, 2] = (2, 3]$$

$$B \cap A = (0, 3] \cap [-1, 2] = (0, 2]$$

$$A - B = [-1, 2] - (0, 3] = [-1, 0]$$

(صفحه‌های ۳ تا ۵ کتاب درسی)

۴

۳

۲✓

۱

«کتاب آبی»

گزینه‌ی (۱): مجموعه‌ی اعداد اول و زوج برابر $\{2\}$ است؛ پس متناهی است.

گزینه‌ی (۲): تعداد محدود است چون قابل شمارش می‌باشد، پس متناهی است.

گزینه‌ی (۳): نامتناهی است؛ زیرا بی‌شمار خط وجود دارد که از مبدأ عبور می‌کند.

گزینه‌ی (۴): تعداد قابل محاسبه است، پس متناهی است.

(صفحه‌های ۵ تا ۷ کتاب درسی)

۴

۳✓

۲

۱

«کتاب آبی»

$$A_3 = \{x \in \mathbb{N} \mid x > 9, x < 100\} = \{10, 11, 12, \dots, 99\}$$

بنابراین مجموعه‌ی داده شده در گزینه‌ی «۳»، متناهی است.

(صفحه‌های ۵ تا ۷ کتاب درسی)

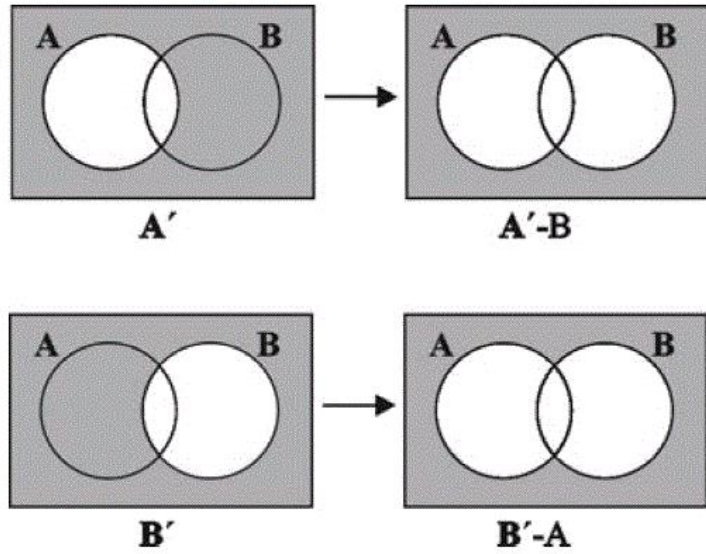
۴

۳✓

۲

۱

نمودارهای ون زیر را در نظر بگیرید:



در نتیجه $A' - B = B' - A$ است. همواره داریم:

$$A' - B = A' \cap B'$$

$$= B' \cap A' = B' - A$$

درستی رابطه‌ی به‌دست آمده را با نمودار ون بررسی کنید.

(صفحه‌های ۱ و ۹ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

«کتاب آبی»

مطابق تمرین ۶ کار در کلاس صفحه‌ی ۹ کتاب درسی، داریم:

$$(A \cup B)' = A' \cap B'$$

$$= \{۵, ۶, ۷, ۸\} \cap \{۷, ۸, ۹, ۱۰\} = \{۷, ۸\}$$

(صفحه‌های ۱ تا ۱۳ کتاب درسی)

۴

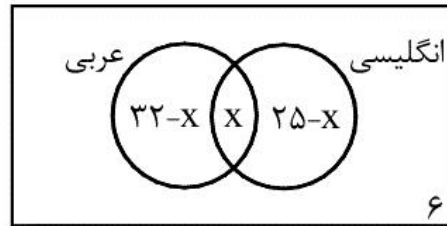
۳

۲

۱

«کتاب آبی»

اگر x را دانش‌آموزانی بگیریم که هم انگلیسی و هم عربی می‌خوانند، آن‌گاه با توجه به نمودار، داریم:



$$۶ + (۳۲ - x) + x + (۲۵ - x) = ۴۰ \Rightarrow x = ۲۳$$

(صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳ کتاب درسی)

۴

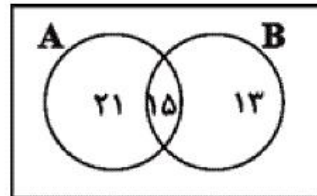
۳

۲ ✓

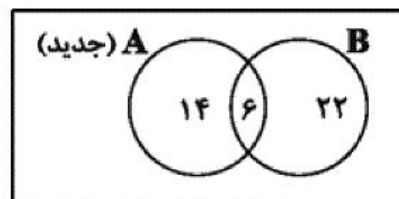
۱

«کتاب آبی»

-۷۰



اگر ۱۶ عضو از A کم کنیم، ۹ عضو از اشتراک کم می‌شود (طبق صورت سؤال) و $۱۶ - ۹ = ۷$ عضو از $(A - B)$ کم می‌شود و نمودار به صورت زیر درمی‌آید.



در حالت جدید داریم:

$$n(A \cup B) = ۱۴ + ۶ + ۲۲ = ۴۲$$

دقت کنید که چون B دارای ۲۸ عضو است وقتی تعداد اعضای اشتراک برابر ۶ باشد، در نتیجه، تعداد اعضای $(B - A)$ هم $۲۸ - ۶ = ۲۲$ است.

(صفحه‌های ۸ تا ۱۳ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱