



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara>

(@riazisara)

ریاضی ، دیفرانسیل و انتگرال ، - ۱۳۹۵۰۷۲۳

۸۱- مجموعه‌ی متناهی و ناتهی A ، نسبت به اعمال ضرب و تقسیم بسته است. کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد

مجموعه‌ی A الزاماً صحیح نیست؟

(۱) قرینه‌ی هر عضو A در این مجموعه وجود دارد.

(۲) وارون هر عضو در این مجموعه وجود دارد.

(۳) A دارای عضو همانی ضرب است.

(۴) A عضو همانی جمع ندارد.

شما پاسخ نداده اید

۸۲- حاصل $(\frac{0}{83})^2$ کدام است؟

(۲) $\frac{0}{64}$

(۱) $\frac{0}{694}$

(۴) $\frac{0}{694}$

(۳) $\frac{0}{649}$

شما پاسخ نداده اید

۸۳- اگر $\alpha + \beta$ عددی گنگ و $\alpha - \beta$ عددی گویا باشد، کدام عدد ممکن است گنگ نباشد؟

(۲) $\frac{1}{\beta}$

(۱) $\frac{1}{\alpha}$

(۴) $\alpha\beta$

(۳) $\sqrt{\alpha + \beta}$

شما پاسخ نداده اید

۸۴- مجموعه‌ی $\{x : |2 + 4x| - 2|x + 3| < 0\}$ یک بازه‌ی باز متقارن به مرکز a و شعاع r است. $a + r$ کدام است؟

(۲) ۲

(۱) ۳

(۴) صفر

(۳) ۱

شما پاسخ نداده اید

۸۵- در یک پنج ضلعی منتظم، اندازه‌ی قطر کدام گزینه می‌تواند باشد، تا محیط پنج ضلعی عددی گویا شود؟

$$\sqrt{20} - 1 \quad (1) \quad \sqrt{20} + 1 \quad (2)$$

$$\sqrt{20} - 2 \quad (3) \quad \sqrt{20} + 2 \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۸۶- مجموعه‌ی $A = \{3k + 1 \mid k \in \mathbb{Z}\} \dots$

(۱) فقط نسبت به عمل ضرب بسته است. (۲) فقط نسبت به عمل جمع بسته است.

(۳) نسبت به اعمال جمع و ضرب بسته است. (۴) نسبت به اعمال جمع و ضرب بسته نیست.

شما پاسخ نداده اید

۸۷- اگر $\frac{a}{33}$ کسر مولد $1/\sqrt{2}b$ باشد، با فرض $b < 6$ ، $a - b$ کدام می‌تواند باشد؟ ($a \in \mathbb{Z}$)

$$35 \quad (1) \quad 36 \quad (2)$$

$$38 \quad (3) \quad 39 \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۸۸- نامعادله‌ی $|4x - 1| < x$ با کدام نامعادله‌ی زیر معادل است؟

$$|x - \frac{1}{3}| < \frac{4}{15} \quad (1) \quad |x - \frac{4}{15}| < \frac{1}{15} \quad (2)$$

$$|x - \frac{4}{15}| < \frac{1}{3} \quad (3) \quad |x - \frac{1}{3}| < \frac{1}{15} \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۸۹- اگر $a > 2b + a^2$ و $b < 2a + b^2$ باشد، آن‌گاه کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟ ($b > 0$)

$$a - b < 0 \quad (1) \quad a - b > 1 \quad (2)$$

$$a + b < 3 \quad (3) \quad a + b > 1 \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۹۰- اگر برای هر x نامساوی $|x-1| + |x-3| \geq mx+1$ برقرار باشد، آن گاه حداکثر مقدار m کدام است؟

(۱) ۱

(۲) $\frac{1}{3}$

(۳) $\frac{1}{2}$

(۴) $\frac{2}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۹۱- یک همسایگی متقارن به مرکز $\frac{5}{4}$ دقیقاً شامل ۳ عدد صحیح است. بیشترین شعاع این همسایگی کدام است؟

(۱) $\frac{7}{4}$

(۲) $\frac{3}{4}$

(۳) $\frac{5}{4}$

(۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۹۲- بازه I یک بازه‌ی متقارن به مرکز $\frac{1}{4}$ و شعاع δ است. اگر I زیر مجموعه‌ی $\{x : x^4 - 4x^2 < 0\}$ باشد، حداکثر

مقدار δ کدام است؟

(۱) ۱

(۲) $\frac{5}{2}$

(۳) $\frac{3}{2}$

(۴) $\frac{1}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۹۳- کمترین مقدار عبارت $y = 2|x-1| + |3x+6| + |\frac{1}{2}x-1|$ کدام است؟

(۱) ۸

(۲) ۱۴

(۳) $\frac{19}{2}$

(۴) کمترین مقدار ندارد.

شما پاسخ نداده اید

۹۴- مجموعه‌ی جواب معادله‌ی $\text{Max}\{x-1, [x]\} = 2$ در $R-Z$ یک بازه‌ی متقارن است. نقطه‌ی میانی این بازه، کدام

است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

(۱) ۱

(۲) $\frac{3}{2}$

(۳) $\frac{5}{2}$

(۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۹۵- اگر $3 - \frac{b}{y} < a < \sqrt[3]{2}$ و $1 + c < 2d < -1$ باشد، کدام گزینه همواره برقرار است؟

(۱) $ad > bc$

(۲) $ad < bc$

(۳) $ac > bd$

(۴) $ac < bd$

شما پاسخ نداده اید

۹۶- چند عدد صحیح در نامعادله‌ی $3 < |x+2| - |3x-1|$ صدق نمی‌کند؟

(۱) ۳

(۲) ۴

(۳) ۵

(۴) ۶

شما پاسخ نداده اید

۹۷- نمودار دو تابع $f(x) = \sqrt[3]{0.6x + 0.1}$ و $g(x) = \sqrt[3]{0.3x^2}$ یکدیگر را در نقاطی به طول a ، b که $|a| < |b|$

می‌باشد، قطع می‌کنند. حاصل $\frac{a}{b}$ برابر است با:

(۱) $\sqrt[3]{0.2}$

(۲) $-\sqrt[3]{0.3}$

(۳) $\sqrt[3]{0.4}$

(۴) $-\sqrt[3]{0.6}$

شما پاسخ نداده اید

۹۸- چند مقدار صحیح می‌تواند داشته باشد تا مجموعه جواب نامعادله $8 < |3x - 6| < 8$ یک بازه‌ی باز

متقارن باشد؟

(۲) ۲

(۱) ۷

(۴) ۵

(۳) ۶

شما پاسخ نداده اید

۹۹- به ازای کدام مقدار k ، جواب‌های مثبت نامساوی $\sqrt{x^2 - 9} < k$ در بازه‌ی $(\frac{1}{10}, 3 + \frac{1}{10})$ قرار می‌گیرد؟

(۲) ۰/۹

(۱) ۱

(۴) ۰/۷

(۳) ۰/۸

شما پاسخ نداده اید

۱۰۰- اگر مجموعه‌ی جواب نامعادله $b < |2x - 1| - \frac{1}{4} < a$ یک همسایگی متقارن محذوف به مرکز a باشد. نقطه‌ی میانی

$(a, b + \frac{1}{4})$ کدام است؟

(۲) $\frac{3}{4}$

(۱) $\frac{3}{2}$

(۴) ۱

(۳) $\frac{1}{2}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه‌ی تحلیلی، - ۱۳۹۵۰۷۲۳

۱۱۱- نقاط $A = (a - 3, 2b, c)$ و $B = (2a, b, c)$ نسبت به محور z ها قرینه‌ی یکدیگر هستند. اگر مجموع فواصل

نقطه‌ی A از صفحات مختصات برابر ۵ باشد مقدار نامنفی c کدام است؟

- (۱) صفر
(۲) ۱
(۳) ۲
(۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- به ازای چند مقدار m ، فاصله‌ی نقطه‌ی $A = (\sqrt{m^2 + 1}, m - 2, \sqrt{m^2 + 2m})$ از محور z ها برابر فاصله‌ی این

نقطه از صفحه‌ی xy است؟

- (۱) ۲
(۲) ۱
(۳) هیچ
(۴) بی‌شمار

شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- اگر بردار $\frac{a}{3}$ بردار جهت بردار $a = (2, y, z)$ باشد و اندازه‌ی تصویر بردار a بر روی صفحه‌ی xy برابر $\sqrt{5}$ باشد.

مجموع مؤلفه‌های بردار a کدام نمی‌تواند باشد؟

- (۱) ۱
(۲) ۳
(۳) ۴
(۴) ۵

شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- اگر $a = (2, \sqrt{3}, 3)$ و $b = 4i$ باشند؛ آن‌گاه زاویه‌ی بین دو بردار a و $e_a + e_b$ چقدر است؟

- (۱) 30°
(۲) 15°
(۳) 60°
(۴) 75°

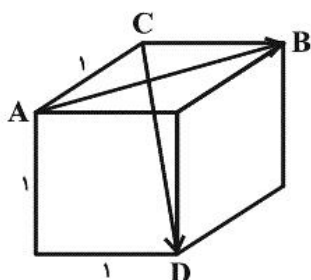
شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- نقاط A, B, C و مبدأ مختصات (O) چهار رأس یک چهار ضلعی در فضا می‌باشند عبارت

$\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BO} \cdot \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CO} \cdot \overrightarrow{AB}$ چند مقدار مختلف می‌تواند داشته باشد؟

- (۱) ۱
(۲) ۴
(۳) ۳
(۴) بی‌شمار

شما پاسخ نداده اید



۱۱۶- با توجه به مکعب شکل مقابل، حاصل $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{3}$
(۲) ۲
(۳) $\sqrt{2}$
(۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- اگر α ، β و γ به ترتیب زوایای بردار $a = (m, 3, 1)$ با محورهای x ، y و z باشند، آن گاه به ازای کدام مقدار m ، رابطه‌ی $\cos \alpha + 1 = 2 \cos \beta$ برقرار است؟

- | | |
|--------------------|--------------------|
| $\frac{11}{6}$ (۲) | $\frac{3}{2}$ (۱) |
| $\frac{5}{2}$ (۴) | $\frac{13}{6}$ (۳) |

شما پاسخ نداده اید

۱۱۸- اگر $x^2 + 9y^2 + z^2 = 25$ باشد، بیشترین مقدار $4x + 6y + 4z$ کدام است؟ ($x, y, z \in \mathbb{R}$)

- | | |
|--------|--------|
| ۳۰ (۲) | ۱۵ (۱) |
| ۶۰ (۴) | ۴۵ (۳) |

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- اگر $|a| = 2$ ، $|b| = \sqrt{5}$ و $|2a + 3b| = \sqrt{85}$ ، طول تصویر قائم بردار a بر راستای بردار b کدام است؟

- | | |
|---------------------------|--------------------------|
| $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ (۲) | $\frac{\sqrt{5}}{5}$ (۱) |
| $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) | $\sqrt{2}$ (۳) |

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- قرینه‌ی بردار $a = j + 3k$ نسبت به راستای بردار b ، بردار $a'' = -3i - j$ است. بردار b کدام می‌تواند باشد؟

- | | | | |
|-------------|-------------|--------------|--------------|
| $i - j$ (۴) | $i + j$ (۳) | $-i - k$ (۲) | $-i + k$ (۱) |
|-------------|-------------|--------------|--------------|

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضیات گسسته، - ۱۳۹۵۰۷۲۳

۱۲۱- مجموعه‌ی $A = \{1, 2, 3, \dots, 8\}$ ، چند زیر مجموعه‌ی ۳ عضوی دارد که شامل عدد ۱ و فاقد عدد ۶ باشد؟

- | | |
|--------------------|--------------------|
| $\binom{7}{2}$ (۲) | $\binom{5}{2}$ (۱) |
| $\binom{6}{4}$ (۴) | $\binom{8}{3}$ (۳) |

شما پاسخ نداده اید

۱۲۲- یک خودکار، یک پاک کن و یک دفتر را به چند طریق می‌توان بین ۵ دانش‌آموز توزیع کرد؟

- | | |
|--------|--------------------|
| ۳۵ (۲) | ۵ ^۳ (۱) |
|--------|--------------------|

- | | |
|--------------------|------------------|
| $\binom{5}{3}$ (۴) | 3×5 (۳) |
|--------------------|------------------|

شما پاسخ نداده اید

۱۲۳- در چند زیر مجموعه از مجموعه $\{1, 2, \dots, 10\}$ ، کوچکترین عضو برابر ۴ است؟

- | | |
|--------|---------|
| ۱۶ (۱) | ۳۲ (۲) |
| ۶۴ (۳) | ۱۲۸ (۴) |

شما پاسخ نداده اید

۱۲۴- با اعداد ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، چند عدد ۴ رقمی می‌توان نوشت طوری که در آن‌ها حداقل دو رقم مانند هم باشند؟

- | | |
|---------|---------|
| ۶۲۵ (۱) | ۵۰۵ (۲) |
| ۱۲۰ (۳) | ۶۰۵ (۴) |

شما پاسخ نداده اید

۱۲۵- از هر یک از ۳ کلاس پایه‌ی چهارم یک دبیرستان، ۲ دانش‌آموز انتخاب شده‌اند تا به همراه مدیر و مشاور پایه در جلسه‌ای شرکت کنند. اگر آنها دور یک میز گرد بنشینند، در چند حالت مختلف ممکن است دو دانش‌آموز هر کلاس، کنار یکدیگر باشند؟

- | | |
|---------|---------|
| ۱۲۰ (۱) | ۱۴۴ (۲) |
| ۱۸۰ (۳) | ۱۹۲ (۴) |

شما پاسخ نداده اید

۱۲۶- اگر تمامی جایگشت‌های ۵ رقم ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ را به ترتیب صعودی مرتب کنیم، آن‌گاه عدد ۴۲۱۳۵، چندمین عدد خواهد بود؟ (تکرار ارقام مجاز نیست)

- | | |
|--------|--------|
| ۷۳ (۱) | ۷۹ (۲) |
| ۸۱ (۳) | ۸۵ (۴) |

شما پاسخ نداده اید

۱۲۷- با ارقام ۱، ۳، ۷ و ۸ چند عدد کوچکتر از ۱۰۰۰ می‌توان ساخت؟ (تکرار ارقام مجاز است)

- | | |
|--------|--------|
| ۶۴ (۱) | ۷۴ (۲) |
| ۷۶ (۳) | ۸۴ (۴) |

شما پاسخ نداده اید

۱۲۸- چند عدد سه رقمی می‌توان ساخت که در آن‌ها، یکان بزرگتر از دهگان و دهگان بزرگتر از صدگان باشد؟

- | | |
|---------|---------|
| ۱۲۰ (۱) | ۸۴ (۲) |
| ۳۶ (۳) | ۱۰۸ (۴) |

شما پاسخ نداده اید

۱۲۹- چند زیر مجموعه‌ی ۳ عضوی از اعداد طبیعی یک رقمی وجود دارد که حداقل یکی از اعضای آن عدد اول باشد؟

- | | |
|--------|--------|
| ۱۰ (۱) | ۷۴ (۲) |
| ۷۸ (۳) | ۸۴ (۴) |

شما پاسخ نداده اید

۱۳۰- ۳ توپ آبی متمایز و ۶ توپ قرمز یکسان را به چند طریق می‌توان در یک ردیف قرار داد به طوری که هیچ دو توپ آبی

کنار هم نباشند؟

- | | |
|---------|---------|
| ۷۲۰ (۱) | ۹! (۲) |
| ۲۱۰ (۳) | ۱۲۰ (۴) |

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه ، - ۱۳۹۵۰۷۲۳

۱۰۱- در دنباله‌ی تقریبات اعشاری عدد $\frac{5}{11}$ ، مجموع ارقام اعشار جمله‌ی یازدهم کدام است؟

- | | |
|--------|--------|
| ۴۵ (۱) | ۵۰ (۲) |
| ۴۹ (۳) | ۵۴ (۴) |

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲- در یک دنباله‌ی هندسی نزولی، مجموع جملات پنجم و ششم برابر ۲ و تفاضل جمله‌ی هفتم از پنجم برابر ۱ است.

جمله‌ی هفتم آن کدام است؟

- | | |
|-------------------|-------------------|
| $\frac{1}{2}$ (۱) | $\frac{1}{3}$ (۲) |
| $\frac{1}{4}$ (۳) | $\frac{2}{3}$ (۴) |

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- اگر جملات اول و سوم و هفتم یک دنباله‌ی حسابی غیر ثابت، به ترتیب سه جمله‌ی متوالی از یک دنباله‌ی هندسی باشند،

قدر نسبت دنباله‌ی حسابی چند برابر جمله‌ی اول آن است؟

- | | |
|----------------|-------------------|
| $\sqrt{2}$ (۱) | $\frac{1}{2}$ (۲) |
|----------------|-------------------|

$\sqrt{3}$ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- در یک دنباله‌ی هندسی غیرصفر، حد مجموع جملات دنباله و حد مجموع مربعات جملات دنباله، با هم برابر است. در

این صورت جمله‌ی اول در کدام بازه قرار می‌گیرد؟

(۲) $(-1, 1)$

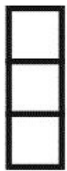
(۱) $(0, 2)$

(۴) $(2, 4)$

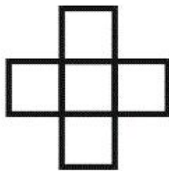
(۳) $(-2, 0)$

شما پاسخ نداده اید

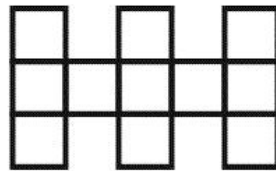
۱۰۵- با توجه به شکل‌های زیر، تعداد چوب کبریت‌ها در مرحله‌ی یازدهم کدام است؟



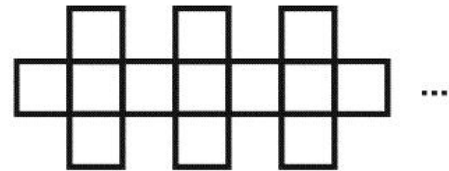
(۱)



(۲)



(۳)



(۴)

(۲) ۱۳۰

(۱) ۱۲۶

(۴) ۸۲

(۳) ۱۰۶

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- در یک دنباله‌ی حسابی دارای ۲۴ جمله، مجموع ۹ جمله‌ی اول و ۹ جمله‌ی آخر، چند برابر مجموع بقیه‌ی جملات است؟

(۲) ۳

(۱) ۲

(۴) $\frac{3}{2}$

(۳) $\frac{2}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- بین دو عدد ۸ و ۶۳، تعدادی عدد طوری قرار می‌دهیم که همه‌ی اعداد حاصل تشکیل دنباله‌ی حسابی دهند. اگر

تفاضل کوچکترین و بزرگترین عددهای قرار داده شده برابر با ۳۳ باشد، جمله‌ی پنجم دنباله‌ی تشکیل

شده $(a_1 = 8)$ کدام است؟

۵۳ (۴)

۵۲ (۳)

۵۱ (۲)

۵۰ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- زاویه‌های داخلی یک ۵ ضلعی محدب، تشکیل دنباله‌ی حسابی می‌دهند. اگر اندازه‌ی کوچکترین زاویه برابر 92° باشد،

اندازه‌ی بزرگترین زاویه کدام است؟

122° (۲)

124° (۱)

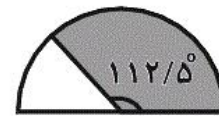
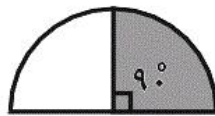
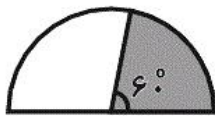
118° (۴)

120° (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- یک نیم دایره را به ترتیب زیر از چپ به راست رنگ آمیزی می‌کنیم. اگر این روند را برای رنگ کردن سطح نیم دایره ادامه

دهیم، در بی‌نهایت چه کسری از سطح نیم دایره رنگ می‌شود؟



$\frac{2}{3}$ (۲)

$\frac{1}{3}$ (۱)

$\frac{4}{5}$ (۴)

$\frac{3}{4}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- اگر S_n مجموع n جمله‌ی ابتدایی یک دنباله‌ی هندسی با قدرنسبت q ($q \neq 0$) باشد و $S_8 = \frac{2S_{12} + 3S_4}{5}$ ،

آن‌گاه q^2 کدام می‌تواند باشد؟

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{6}}{2} \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{3} \quad (4)$$

$$\frac{3}{2} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۱ ، - ۱۳۹۵۰۷۲۳۳

۱۳۱- چه تعداد از گزاره‌های زیر همیشه درست است؟

الف) هر خم بسته، یک خم ساده است.

ب) هر خم ساده، یک خم بسته است.

پ) اجتماع دو ناحیه محدب، الزاماً ناحیه‌ی محدب است.

$$1 \quad (2)$$

$$\text{صفر} \quad (1)$$

$$3 \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۲- از هر رأس چند ضلعی محدبی که تعداد قطرهای آن سه برابر تعداد ضلع‌های آن است، حداکثر چند قطر می‌توان رسم

کرد؟

$$7 \quad (2)$$

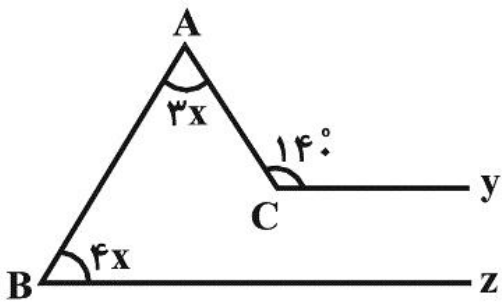
$$6 \quad (1)$$

$$9 \quad (4)$$

$$8 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۳- در شکل زیر $Bz \parallel Cy$ است. x چند درجه است؟



۱۴° (۱)

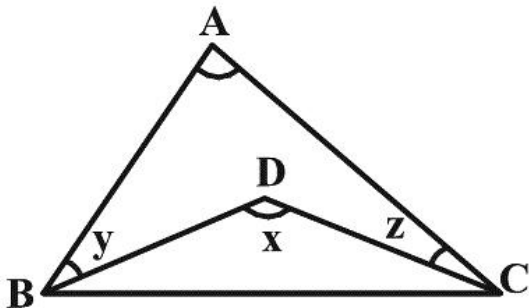
۱۵° (۲)

۲۰° (۳)

۲۱° (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۳۴- در شکل زیر، اندازه‌ی زاویه‌ی A همواره برابر کدام است؟



$x - y - z$ (۱)

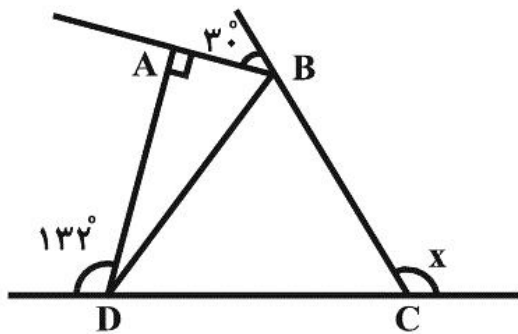
$x - 2y - 2z$ (۲)

$180^\circ - x + y + z$ (۳)

$x + y + z - 180^\circ$ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۳۵- با توجه به شکل زیر، اندازه‌ی زاویه‌ی x چقدر است؟



۱۰۰° (۱)

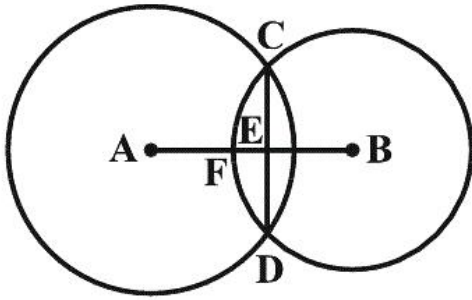
۱۰۸° (۲)

۹۲° (۳)

۱۱۴° (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۳۶- در شکل زیر $BE = ED$ است و A و B مراکز دایره‌ها هستند. زاویه \widehat{CFA} چند درجه است؟



(۱) $92/5$

(۲) $102/5$

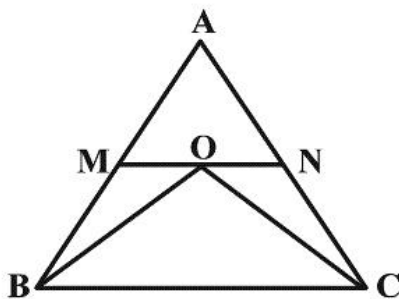
(۳) $112/5$

(۴) $122/5$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۷- در شکل زیر، $AB = AC = 12$ و $BC = 16$ و نقطه O محل تلاقی نیمسازهای داخلی زوایای B و C است.

اگر پاره‌خط MN موازی قاعده BC باشد، آن‌گاه محیط مثلث AMN چقدر است؟



(۱) ۲۸

(۲) ۲۴

(۳) ۲۰

(۴) ۱۶

شما پاسخ نداده اید

۱۳۸- در متوازی‌الاضلاع ABCD، AH و AH' ارتفاع‌های نظیر رأس A هستند. زاویه $\widehat{H'AH}$ همواره برابر کدام

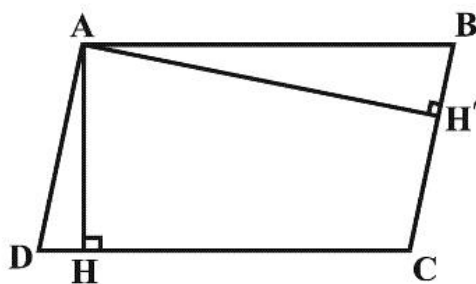
است؟

(۱) $90^\circ - \widehat{B}$

(۲) $90^\circ - \frac{\widehat{BAD}}{2}$

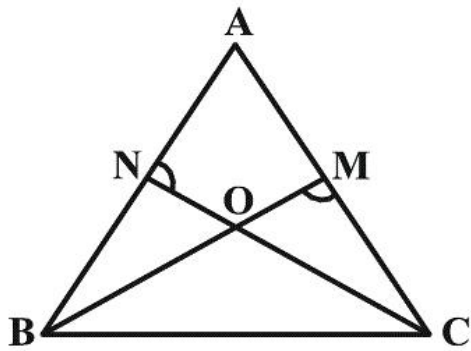
(۳) $\frac{\widehat{BAD}}{2}$

(۴) \widehat{B}



شما پاسخ نداده اید

۱۳۹- در شکل زیر BM و CN ، نیمسازهای داخلی زوایای B و C در مثلث ABC هستند. مقدار زاویه A چقدر باشد تا زوایای ANC و BMC برابر یکدیگر باشند؟



(۱) 30°

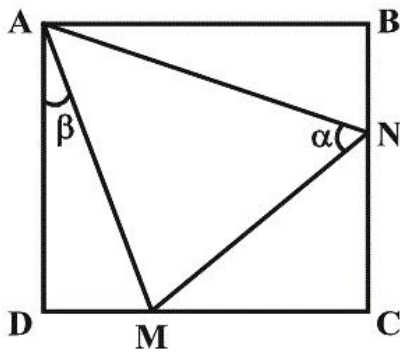
(۲) 45°

(۳) 60°

(۴) 75°

شما پاسخ نداده اید

۱۴۰- در مربع $ABCD$ ، اگر $BN = DM$ باشد، کدام رابطه همواره بین α و β برقرار است؟



(۱) $\alpha + \beta = 90^\circ$

(۲) $\alpha - \beta = 45^\circ$

(۳) $\alpha + 2\beta = 90^\circ$

(۴) $\alpha = 2\beta$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، دیفرانسیل و انتگرال ، - ۱۳۹۵۰۷۲۳

-۸۱

(سعید زوارقی)

از بین مجموعه‌های متناهی و ناتهی، تنها مجموعه‌هایی که نسبت به اعمال ضرب و تقسیم بسته‌اند عبارتند از $\{-1, 1\}$ و $\{1\}$ بنابراین مجموعه‌ی A با یکی از مجموعه‌های ذکر شده برابر است و حال بررسی گزینه‌ها:

۱) اگر مجموعه‌ی A برابر $\{1\}$ باشد قرینه‌ی آن در این مجموعه وجود ندارد.

۲) هر یک از مجموعه‌های $\{-1, 1\}$ و $\{1\}$ این شرط را دارند.

۳) عضو همانی ضرب یعنی ۱ در هر دو مجموعه وجود دارد.

۴) عضو همانی جمع یعنی صفر در مجموعه‌ی A نیست.

(دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه‌های ۴ تا ۷)

۴

۳

۲

۱

-۸۲

(ایمان نستین)

$$\begin{aligned} (. / 83)^2 &= \left(\frac{83-8}{90}\right)^2 = \left(\frac{75}{90}\right)^2 = \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{25}{36} = \frac{25 \times 25}{36 \times 25} \\ &= \frac{625}{900} = \frac{694-69}{900} = . / 694 \end{aligned}$$

(دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه‌های ۷ و ۸)

۴

۳

۲

۱

-۸۳

(کاظم اجلالی)

می‌دانیم مجموع یک عدد گنگ و یک عدد گویا، عددی گنگ است. پس عدد

$(\alpha + \beta) + (\alpha - \beta)$ گنگ است. یعنی α گنگ است. به همین ترتیب β

نیز گنگ است. بنابراین اعداد $\frac{1}{\alpha}$ و $\frac{1}{\beta}$ و $\sqrt[3]{\alpha + \beta}$ قطعاً گنگ هستند. ولی

$\alpha\beta$ می‌تواند گویا باشد.

(دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه‌ی ۸)

۴

۳

۲

۱

$$|4x+2| < 2|x+3| \xrightarrow{\times \frac{1}{2}} |2x+1| < |x+3|$$

به توان ۲

$$\rightarrow 4x^2 + 4x + 1 < x^2 + 6x + 9 \Rightarrow 3x^2 - 2x - 8 < 0$$

$$(3x+4)(x-2) < 0$$

$$\Rightarrow -\frac{4}{3} < x < 2 \Rightarrow x \in \left(-\frac{4}{3}, 2\right)$$

$$\Rightarrow a = \frac{1}{3}, r = \frac{2 - \left(-\frac{4}{3}\right)}{2} = \frac{5}{3} \Rightarrow a+r=2$$

(دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱۲ تا ۱۵)

$$\text{محیط پنج ضلعی} = \Delta a = \frac{\Delta d}{2}(\sqrt{5}-1)$$

برای این که این عبارت گویا شود، d باید ضربی از مزدوج $(\sqrt{5}-1)$ باشد.
در گزینه‌ی «۴» داریم:

$$\sqrt{20} + 2 = 2(\sqrt{5} + 1)$$

$$\Rightarrow p = \frac{5}{2}(2(\sqrt{5} + 1))(\sqrt{5} - 1) = 20$$

(دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه‌ی ۱۷)

(کاظم سالار)

فرض می‌کنیم $3k_1 + 1$ و $3k_2 + 1$ عضو مجموعه‌ی A باشند:

$$(3k_1 + 1) + (3k_2 + 1) = 3k_1 + 3k_2 + 2 = 3(k_1 + k_2) + 2$$

$$= 3k + 2 \notin A$$

 A نسبت به عمل جمع بسته نیست.

$$(3k_1 + 1)(3k_2 + 1) = 9k_1k_2 + 3k_1 + 3k_2 + 1$$

$$= 3(3k_1k_2 + k_1 + k_2) + 1 = 3k + 1 \in A$$

پس A نسبت به عمل ضرب، بسته است.

(دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه‌های ۴ تا ۸)

(ممید علیزاده)

$$1/\sqrt{2b} = \frac{a}{33} \Rightarrow \frac{\sqrt{12b-1}}{99} = \frac{a}{33} \Rightarrow 100 + 20 + b - 1 = 3a$$

$$b = 3a - 119 \Rightarrow \begin{cases} a = 41, b = 4 \Rightarrow a - b = 37 \\ a = 40, b = 1 \Rightarrow a - b = 39 \end{cases}$$

(دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه‌های ۷ و ۸)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(ممید علیزاده)

$$|4x-1| < x \Rightarrow -x < 4x-1 < x \Rightarrow \begin{cases} 4x-1 < x \Rightarrow x < \frac{1}{3} \\ -x < 4x-1 \Rightarrow x > \frac{1}{5} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{5} < x < \frac{1}{3}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{مرکز: } a = \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{5}}{2} = \frac{4}{15} \\ \text{شعاع: } r = \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{5}}{2} = \frac{1}{15} \end{array} \right\} \Rightarrow \left| x - \frac{4}{15} \right| < \frac{1}{15}$$

(دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱۲ تا ۱۶)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(نظم ابلالی)

نابرابری‌ها را به شکل (I) $a - 2b > a^2$ و (II) $2a - b > -b^2$

می‌نویسیم. چون $a^2 \geq 0$ و $b^2 \geq 0$ بنابراین:

$$a - 2b > a^2 \geq 0 \Rightarrow a > 2b \xrightarrow{b > 0} a > b \Rightarrow a - b > 0$$

از جمع کردن طرفین نامساوی‌های (I) و (II) داریم:

$$3a - 3b > a^2 - b^2 \Rightarrow 3(a-b) > (a-b)(a+b)$$

چون $a - b > 0$ است، داریم:

$$3 > a + b$$

(دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱۲ تا ۱۵)

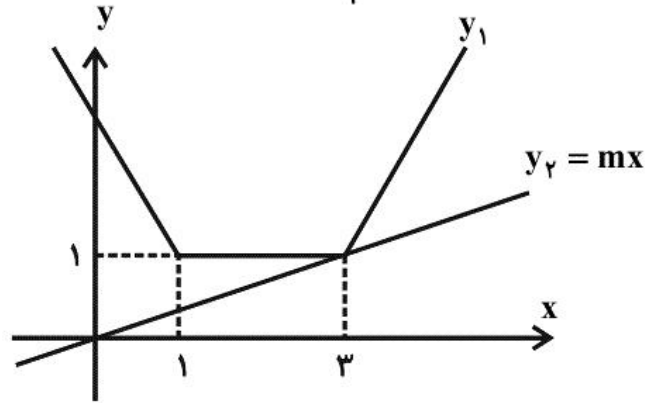
 ۴ ۳ ۲ ۱

(ایمان نستین)

$$|x-1| + |x-3| - 1 \geq mx$$

نمودار $y_1 = |x-1| + |x-3| - 1$ را رسم می‌کنیم (نمودار گلدانی را یک واحد به پایین منتقل می‌کنیم). خط $y_2 = mx$ از مبدأ می‌گذرد. بیش‌ترین مقدار m برای اینکه $y_1 \geq y_2$ باشد، زمانی است که $y_2 = mx$ از نقطه‌ی

$(3,1)$ بگذرد. $y = mx \xrightarrow{(3,1)} 1 = m(3) \Rightarrow m = \frac{1}{3}$



(دیفرانسیل - مفاهیم پایه؛ صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

۴

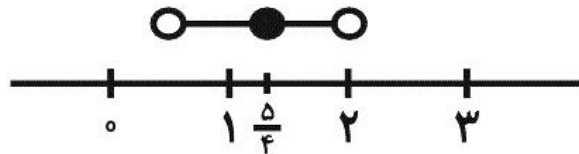
۳

۲

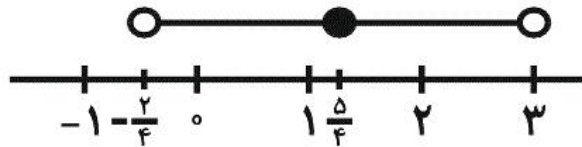
۱

(ایمان نستین)

همسایگی متقارن به مرکز $\frac{5}{4}$ و شعاع a به صورت زیر است.



با افزایش a ، اولین عدد صحیح که در این بازه قرار می‌گیرد، ۱ است و به همین ترتیب اعداد ۲ و ۳ در این همسایگی قرار می‌گیرند. شعاع همسایگی می‌تواند آنقدر بزرگ شود که انتهای بازه بر روی عدد ۳ قرار گیرد.



۴

۳

۲

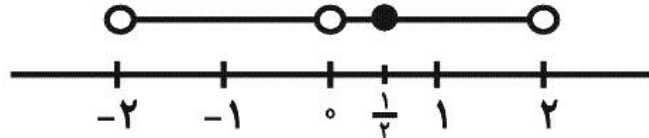
۱

(صیب شفیع)

$$x^2 - 4x^2 < 0 \Rightarrow x^2(x^2 - 4) < 0 \Rightarrow x \in (-2, 0) \cup (0, 2)$$

| | | | |
|----------------|------|-----|-----|
| x | -2 | 0 | 2 |
| $x^2(x^2 - 4)$ | $+$ | $-$ | $+$ |

با توجه به نمودار حداکثر مقدار δ برابر $\frac{1}{2}$ است.



(دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱۲ تا ۱۵)

۴

۳

۲

۱

(کیا مقدس‌نیاک)

نکته: همواره در جمع چند قدر مطلق از درجه اول، کمترین مقدار عبارت در ریشه‌ی یکی از قدر مطلق‌ها رخ می‌دهد.

$$\text{ریشه‌ی قدر مطلق‌ها: } \left\{ \begin{array}{l} x-1=0 \Rightarrow x=1 \Rightarrow y(1)=\frac{19}{2} \\ x+2=0 \Rightarrow x=-2 \Rightarrow y(-2)=8 \\ x-2=0 \Rightarrow x=2 \Rightarrow y(2)=14 \end{array} \right\} \Rightarrow y_{\min} = 8$$

(دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

۴

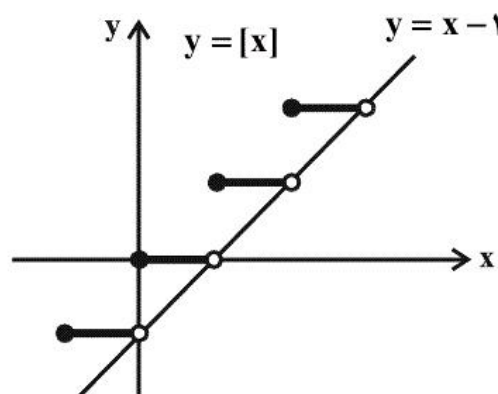
۳

۲

۱

(ایمان نخستین)

با توجه به نمودار داریم:



$$\max\{x-1, [x]\} = [x]$$

$$\Rightarrow [x] = 2$$

$$\xrightarrow{x \in \mathbb{R} - \mathbb{Z}} 2 < x < 3$$

$$x \in (2, 3) \xrightarrow{\text{نقطه‌ی میانی}} \frac{2+3}{2} = \frac{5}{2}$$

(دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱۲ تا ۱۷)

۴

۳

۲

۱

a و b مثبت و c و d منفی‌اند و می‌توان نتیجه گرفت:

$$\begin{cases} a < \frac{b}{2} - 3 \Rightarrow a < b \Rightarrow 0 < a < b \\ 1 + c < 2d \Rightarrow c < d \xrightarrow{\times (-1)} 0 < -d < -c \end{cases}$$

$$0 < -ad < -bc \xrightarrow{\times (-1)} ad > bc \quad \text{طرفین را ضرب می‌کنیم:}$$

(دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه‌ی ۱۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

نامساوی $|3x-1| - |x+2| \leq 3$ را حل می‌کنیم.

$$x < -2: -3x+1+x+2 \leq 3 \Rightarrow -2x \leq 0 \Rightarrow x \geq 0$$

$$-2 \leq x \leq \frac{1}{3}: -3x+1-x-2 \leq 3 \Rightarrow -4x \leq 4 \Rightarrow x \geq -1$$

$$\xrightarrow{-2 \leq x \leq \frac{1}{3}} -1 \leq x \leq \frac{1}{3} \quad (1)$$

$$x > \frac{1}{3}: 3x-1-x-2 \leq 3 \Rightarrow 2x \leq 6 \Rightarrow x \leq 3$$

$$\xrightarrow{x > \frac{1}{3}} \frac{1}{3} < x \leq 3 \quad (2)$$

اجتماع (۱) و (۲) بازه‌ی $[-1, 3]$ است که در نامساوی داده شده در صورت

سؤال صدق نمی‌کند. یعنی پنج عدد صحیح $3, 2, 1, 0, -1$ در نامعادله صدق

نمی‌کند.

(دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(ابراهیم بت‌کن)

محل تلاقی از مساوی هم قرار دادن دو تابع به دست می‌آید، یعنی:

$$./\bar{.3}x^2 = ./\bar{.6}x + ./\bar{.1} \Rightarrow ./\bar{.3}x^2 - ./\bar{.6}x - ./\bar{.1} = 0$$

اعداد اعشاری را به صورت کسری می‌نویسیم:

$$./\bar{.3} = \frac{1}{30}, \quad ./\bar{.6} = \frac{1}{15}$$

بنابراین:

$$\frac{1}{30}x^2 - \frac{1}{15}x - \frac{1}{10} = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow (x-3)(x+1) = 0$$

$$\Rightarrow x = -1, 3 \Rightarrow \frac{a}{b} = -\frac{1}{3} = -./\bar{.3}$$

(دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه‌های ۷ و ۸)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(عبیب شفیعی)

اگر مقدار $a^2 - 2a - 8$ مثبت یا صفر باشد، مجموعه جواب نامعادله به صورتدو بازه می‌شود و تنها در شرایطی یک بازه است که مقدار $a^2 - 2a - 8$ منفی

باشد. بنابراین:

$$(a+2)(a-4) < 0 \Rightarrow -2 < a < 4 \Rightarrow a \in \{-1, 0, 1, 2, 3\}$$

۵ مقدار صحیح برای a موجود است.

(دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱۲ تا ۱۶)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(هاری پلاور)

$$\sqrt{x^2 - 9} < k \Rightarrow 0 \leq x^2 - 9 < k^2 \Rightarrow 9 \leq x^2 < k^2 + 9 \quad (1)$$

$$2/9 < x < 3/1 \Rightarrow 8/41 < x^2 < 9/61 \quad (2)$$

با توجه به نامساوی‌های بالا باید $9 < k^2 + 9 \leq 9/61$ باشد.

$$9 < k^2 + 9 \leq 9/61 \Rightarrow 0 < k^2 \leq 0/61 \Rightarrow 0 < k \leq \sqrt{\frac{61}{100}} \quad k > 0$$

$$\Rightarrow 0 < k \leq \frac{\sqrt{61}}{10} \Rightarrow 0 < k \leq \frac{7/8}{10} \Rightarrow 0 < k \leq 0/78$$

(دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه‌ی ۱۷)

۴ ✓

۳

۲

۱

(الظم سالار)

-۱۰۰

$$-b < |2x - 1| - \frac{1}{2} < b \Rightarrow \frac{1}{2} - b < |2x - 1| < \frac{1}{2} + b$$

همسایگی متقارن محذوف به فرم $0 < |x - a| < \delta$ می‌باشد. پس:

$$\frac{1}{2} - b = 0 \Rightarrow b = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 0 < |2x - 1| < 1 \xrightarrow{\text{تقسیم بر ۲}} 0 < |x - \frac{1}{2}| < \frac{1}{2}$$

مرکز همسایگی برابر $\frac{1}{2}$ است پس $a = \frac{1}{2}$.

$$(a, b + \frac{1}{2}) = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2} + \frac{1}{2}) = (\frac{1}{2}, 1) \xrightarrow{\text{نقطه‌ی میانی}} \frac{\frac{1}{2} + 1}{2} = \frac{3}{4}$$

(دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱۲ تا ۱۶)

۴

۳

۲ ✓

۱

(رضا عباسی اصل)

می‌دانیم قرینه‌ی $A = (x, y, z)$ نسبت به محور Z ها عبارت است از:

$$A' = (-x, -y, z) \text{، داریم:}$$

$$\begin{cases} 2a = -(a-3) \Rightarrow a=1 \\ b = -(2b) \Rightarrow b=0 \end{cases} \Rightarrow A = (-2, 0, c)$$

از طرفی مجموع فواصل نقطه (x, y, z) از صفحات مختصات از رابطه

$$|x| + |y| + |z| \text{ محاسبه می‌شود. داریم:}$$

$$|-2| + 0 + |c| = 5 \Rightarrow |c| = 3 \Rightarrow c = \pm 3 \xrightarrow{c \geq 0} c = 3$$

(هندسه تحلیلی - بردارها؛ صفحه‌های ۴ تا ۶)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(امیر حسین ابومصوب)

فاصله‌ی نقطه‌ی $A = (x, y, z)$ از محور Z ها برابر $\sqrt{x^2 + y^2}$ و ازصفحه‌ی XY برابر $|z|$ است. داریم:

$$\sqrt{x^2 + y^2} = |z| \Rightarrow x^2 + y^2 = z^2$$

$$\Rightarrow m^2 + 1 + m^2 - 4m + 4 = m^2 + 2m$$

$$\Rightarrow m^2 - 6m + 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 5 \end{cases}$$

به ازای $m = 1$ ، نقطه‌ی $A = (\sqrt{2}, -1, \sqrt{3})$ و به ازای $m = 5$ ، نقطه‌ی

$$A = (\sqrt{26}, 3, \sqrt{35}) \text{ حاصل می‌شود که هر دو دارای ویژگی یاد شده هستند.}$$

(هندسه تحلیلی - بردارها؛ صفحه‌های ۶ و ۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(هومن نورایی)

$$e_a = \frac{\mathbf{a}}{|\mathbf{a}|} = \frac{\mathbf{a}}{3} \Rightarrow |\mathbf{a}| = 3 \Rightarrow \sqrt{4 + y^2 + z^2} = 3$$

$$\Rightarrow y^2 + z^2 = 5 \quad (1)$$

از طرفی می‌دانیم اندازه‌ی تصویر بردار \mathbf{a} بر روی صفحه‌ی XY برابر است با:

$$\sqrt{x^2 + y^2}$$

در نتیجه داریم:

$$\sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{4 + y^2} = \sqrt{5} \Rightarrow 4 + y^2 = 5 \Rightarrow y^2 = 1 \quad (2)$$

۴

۳✓

۲

۱

(شمیر کروس)

بردار $e_a + e_b$ ، نیمساز زاویه‌ی بین بردارهای \mathbf{a} و \mathbf{b} است.اگر زاویه‌ی بین \mathbf{a} و \mathbf{b} را θ فرض کنیم، آن‌گاه زاویه‌ی بین \mathbf{a} و $e_a + e_b$ ،برابر $\frac{1}{2}\theta$ است. داریم:

$$\cos \theta = \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{|\mathbf{a}| |\mathbf{b}|} = \frac{4}{4 \times 4} = \frac{1}{4} \Rightarrow \theta = 60^\circ \Rightarrow \frac{1}{2}\theta = 30^\circ$$

(هندسه تحلیلی - بردارها: صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

۴

۳

۲

۱✓

با در نظر گرفتن نقطه‌ی O به عنوان مبدأ بردارها داریم:

$$\begin{aligned} & \overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BO} \cdot \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CO} \cdot \overrightarrow{AB} \\ &= -\overrightarrow{OA} \cdot (\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OB}) - \overrightarrow{OB} \cdot (\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OC}) - \overrightarrow{OC} \cdot (\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}) \\ &= -\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OA} \\ & \quad + \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{OA} = 0 \end{aligned}$$

بنابراین حاصل عبارت همواره برابر صفر است.

(هندسه تحلیلی - بردارها: صفحه‌های ۷ تا ۱۶)

۴

۳

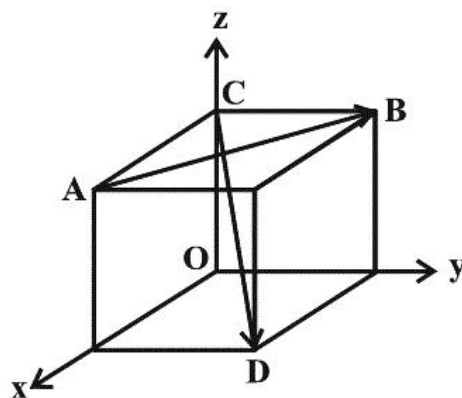
۲

۱

(علی ساوچی)

فرض کنید که مکعب واحد را روی محورهای مختصات در نظر گرفته‌ایم. در

این صورت داریم:



$$A \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, B \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = (-1, 1, 0)$$

$$C \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, D \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OC} = (1, 1, -1)$$

در نتیجه داریم:

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = (-1, 1, 0) \cdot (1, 1, -1) = -1 + 1 + 0 = 0$$

(هندسه تحلیلی - بردارها: صفحه‌های ۱۲ و ۲۰)

۴

۳

۲

۱

$$\cos \alpha + 1 = 2 \cos \beta \Rightarrow \frac{m}{\sqrt{m^2 + 10}} + 1 = 2 \times \frac{3}{\sqrt{m^2 + 10}}$$

$$\Rightarrow \frac{6 - m}{\sqrt{m^2 + 10}} = 1 \Rightarrow \sqrt{m^2 + 10} = 6 - m$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} m^2 + 10 = 36 - 12m + m^2$$

$$\Rightarrow 12m = 26 \Rightarrow m = \frac{13}{6}$$

چون مقدار به دست آمده کوچکتر از ۶ است، پس قابل قبول می‌باشد.

(هندسه تحلیلی - بردارها؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\mathbf{b} = (4, 2, 4) \Rightarrow |\mathbf{b}| = \sqrt{16 + 4 + 16} = \sqrt{36} = 6$$

$$|\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}| \leq 5 \times 6 \Rightarrow |4x + 6y + 4z| \leq 30$$

$$\Rightarrow \max(4x + 6y + 4z) = 30$$

(هندسه تحلیلی - بردارها؛ مشابه تمرین ۹، صفحه ۲۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$|\sqrt{2}a + \sqrt{3}b| = \sqrt{85} \Rightarrow |\sqrt{2}a + \sqrt{3}b|^2 = 85$$

$$\Rightarrow 4|a|^2 + 12a \cdot b + 9|b|^2 = 85$$

$$\Rightarrow 16 + 12a \cdot b + 45 = 85 \Rightarrow 12a \cdot b = 24 \Rightarrow a \cdot b = 2$$

اگر a' تصویر قائم a بر راستای b باشد، داریم:

$$|a'| = \frac{|a \cdot b|}{|b|} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

(هنرسه تفریلی - بردارها: صفحه‌های ۱۴ تا ۲۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(سید عادل رضا مرتضوی)

$$a = (0, 1, 3), \quad a'' = (-3, -1, 0)$$

$$a'' = 2a' - a \Rightarrow a' = \frac{a'' + a}{2} \Rightarrow a' = -\frac{3}{2}i + \frac{3}{2}k$$

می‌دانیم که بردار a' در راستای بردار b است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$b = ra' \Rightarrow b = -\frac{3}{2}ri + \frac{3}{2}rk$$

از میان بردارهای داده شده، تنها بردار گزینه‌ی «۱» موازی بردار b است. (با

فرض $r = \frac{2}{3}$ ، بردار $b = -i + k$ به دست می‌آید.)

(هنرسه تفریلی - بردارها: صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

۱۲۱-

(مهری زاهدی)

باید عدد یک در مجموعه‌ی ۳ عضوی قرار داشته باشد، بنابراین کنار گذاشته می‌شود و عدد ۶ هم کنار گذاشته می‌شود. در نتیجه باید دو عضو از ۶ عضو

$$\binom{6}{2} = \binom{6}{4}$$

انتخاب شود. داریم:

(ریاضی ۲ - ترکیبیات: صفحه‌های ۱۸۶ تا ۱۹۰)

۱ ۲ ۳ ۴

۱۲۲-

(مهری زاهدی)

هر یک از خودکار، پاک کن و دفتر می‌توانند بین ۵ نفر توزیع شوند یعنی هر کدام ۵ انتخاب دارند. داریم:

$$5 \times 5 \times 5 = 5^3$$

(ریاضی ۲ - ترکیبیات: صفحه‌های ۱۷۶ تا ۱۸۲)

۱ ۲ ۳ ۴

۱۲۳-

(معموررضا اسلامی)

اعداد ۱، ۲ و ۳ قطعاً حضور ندارند و عدد ۴ نیز حتماً باید باشد ولی اعداد ۵، ۶، ۷، ۸، ۹ و ۱۰ هر کدام دو حالت دارند بنابراین $2^6 = 64$ زیر مجموعه وجود دارد.

(ریاضی ۲ - ترکیبیات: صفحه‌های ۱۸۶ تا ۱۹۰)

۱ ۲ ۳ ۴

۱۲۴-

(مسن فاطمی)

$5^4 = 625 \Rightarrow$ ۵ ۵ ۵ ۵ : کل اعداد ۴ رقمی

$5 \times 4 \times 3 \times 2 = 120 \Rightarrow$ ۵ ۴ ۳ ۲ : اعداد چهار رقمی بدون تکرار

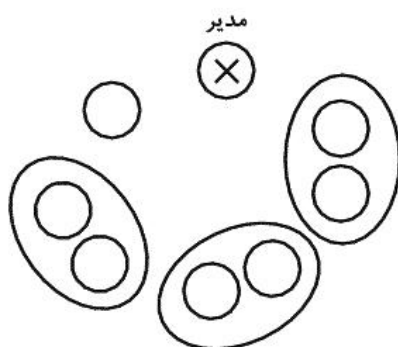
$$625 - 120 = 505$$

(ریاضی ۲ - ترکیبیات: صفحه‌های ۱۷۶ تا ۱۸۶)

۱ ۲ ۳ ۴

۱۲۵-

(امیرمسین ابومحبوب)



ابتدا یکی از اعضای حاضر در جلسه، مثلاً مدیر را ثابت فرض می‌کنیم. چون قرار است دانش‌آموزان هر کلاس، کنار یکدیگر باشند، پس هر دو دانش‌آموز را یک بسته‌ی واحد فرض می‌کنیم که با حضور مشاور پایه، عملاً ۴ گروه در اختیار داریم و تعداد جایگشت‌ها برابر $4! = 24$ است. از طرفی چون جای دو دانش‌آموز هر کلاس می‌تواند با هم عوض شود، پس در هر بسته، ۲! جایگشت وجود دارد. در مجموع تعداد

$$24 \times 2^3 = 192$$

حالت‌ها برابر است با:

(ریاضی ۲ - ترکیبیات: صفحه‌های ۱۸۲ تا ۱۸۶)

۱ ۲ ۳ ۴

-۱۲۶

(امیرحسین ابومحبوب)

تعداد اعداد ۵ رقمی حاصل از ارقام ۱ تا ۵، که رقم ۱، رقم سمت چپ آن‌ها باشد، برابر $4! = 24$ است (تعداد جایگشت‌های ۴ رقم دیگر). به همین صورت تعداد اعداد ۵ رقمی با ارقام ۱ تا ۵، که یکبار رقم ۲ و بار دیگر رقم ۳، رقم سمت چپ آن‌ها باشد، هر کدام برابر ۲۴ است.

۱ ۲ ۳ ۴

-۱۲۷

(هاری پلاور)

عدد مورد نظر ممکن است یک رقمی، دو رقمی یا سه رقمی باشد.

$$4 \times 4 \times 4 = 64 \quad \text{تعداد سه رقمی‌ها}$$

$$4 \times 4 = 16 \quad \text{تعداد دو رقمی‌ها}$$

$$4 = 4 \quad \text{تعداد یک رقمی‌ها}$$

پس کل تعداد اعداد کوچکتر از ۱۰۰۰ با ارقام ۱، ۳، ۷ و ۸ برابر است با:

$$64 + 16 + 4 = 84$$

(ریاضی ۲ - ترکیبیات: صفحه‌های ۱۷۶ تا ۱۸۶)

۱ ۲ ۳ ۴

-۱۲۸

(علی سعیدی زاد)

با توجه به اینکه یکان < دهگان < صدگان است باید سه رقم متمایز داشته باشیم. که کوچکترین آنها در صدگان و بزرگترین آنها در یکان قرار می‌گیرد بنابراین رقم صفر نمی‌تواند انتخاب شود و باید سه رقم از ارقام ۱، ۲، ... تا ۹ انتخاب کنیم و با هر سه رقم انتخابی نیز فقط یک عدد مطابق شرایط مسأله می‌توان ساخت:

$$\binom{9}{3} = 84$$

(ریاضی ۲ - ترکیبیات: صفحه‌های ۱۸۶ تا ۱۹۰)

۱ ۲ ۳ ۴

-۱۲۹

(علی سعیدی زاد)

تعداد زیر مجموعه‌های سه عضوی از اعداد طبیعی یک رقمی برابر است با:

$$\binom{9}{3} = 84$$

از این ۸۴ مجموعه آنهایی که هیچ کدام از اعضایش اول نباشند قابل قبول نیستند و باید حذف شوند که تعداد آنها برابر است با تعداد زیر مجموعه‌های سه عضوی

مجموعه‌ی $\{1, 4, 6, 8, 9\}$ که برابر است با $\binom{5}{3} = 10$ بنابراین پاسخ مسأله

$$\binom{9}{3} - \binom{5}{3} = 84 - 10 = 74$$

برابر است با:

(ریاضی ۲ - ترکیبیات: صفحه‌های ۱۸۶ تا ۱۹۰)

۱ ۲ ۳ ۴

۱۳۰-

(علیرضا سیف)

ابتدا توپ‌های قرمز را می‌چینیم که شرطی ندارند چون توپ‌ها یکسانند. این کار به یک طریق انجام می‌شود، سپس برای آن که توپ‌های آبی کنار هم نباشند باید آن‌ها را در بین توپ‌های قرمز قرار داد. در بین ۶ توپ قرمز و قبل و بعد از آن‌ها، ۷ جای خالی داریم که باید از بین آن‌ها ۳ تا انتخاب کنیم. با این کار جای توپ‌های آبی مشخص می‌شود اما چون توپ‌ها متمایزند خود به ۳! حالت نیز

جایگشت دارند در نتیجه جواب برابر است با: $\binom{7}{3} \times 3! = 210$

(ریاضی ۲ - ترکیبیات: صفحه‌های ۱۸۶ تا ۱۹۰)

۴

۳

۲

۱

ریاضی ، ریاضی پایه ، - ۱۳۹۵۰۷۲۳

۱۰۱-

(سیدمحمودرضا اسلامی)

عدد $\frac{5}{11}$ دارای بسط اعشاری به صورت روبه‌رو است: $\frac{5}{11} = 0.454545\dots$

جمله‌ی یازدهم دنباله‌ی تقریبات اعشاری $\frac{4545\dots454}{11}$ است و مجموع ارقام

آن عبارت است از: $5 \times 5 + 6 \times 4 = 49$

(ریاضی ۲ - الگو و دنباله: صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

۴

۳

۲

۱

$$\begin{cases} a_{\Delta} + a_{\epsilon} = 2 \\ a_{\Delta} - a_{\gamma} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_{\Delta} + a_{\Delta}q = 2 \\ a_{\Delta} - a_{\Delta}q^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_{\Delta}(1+q) = 2 \\ a_{\Delta}(1-q^2) = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{a_{\Delta}(1+q)}{a_{\Delta}(1-q^2)} = 2 \Rightarrow q = \frac{1}{2}$$

$$a_{\Delta} = \frac{2}{1+q} \xrightarrow{\times q^2} a_{\Delta}q^2 = \frac{2q^2}{1+q} \Rightarrow a_{\gamma} = \frac{2q^2}{1+q} = \frac{2\left(\frac{1}{2}\right)^2}{1+\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}$$

(ریاضی ۲ - الگو و دنباله: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$a_1 = t_1, \quad a_1 + 2d = t_1q, \quad a_1 + 6d = t_1q^2$$

$$\Rightarrow (a_1 + 2d)^2 = a_1(a_1 + 6d)$$

$$a_1^2 + 4d^2 + 4a_1d = a_1^2 + 6a_1d \Rightarrow 4d^2 - 2a_1d = 0 \stackrel{d \neq 0}{\Rightarrow} 2d = a_1$$

(ریاضی ۲ - الگو و دنباله: صفحه‌های ۱ تا ۱۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\text{حد مجموع} = \frac{a_1}{1-q} \Rightarrow a_1, a_1q, a_1q^2, \dots \text{ جملات دنباله}$$

$$\text{حد مجموع مربعات} = \frac{a_1^2}{1-q^2} \Rightarrow a_1^2, a_1^2q^2, a_1^2q^4, \dots \text{ مربعات جملات دنباله}$$

$$\frac{a_1}{1-q} = \frac{a_1^2}{1-q^2} \Rightarrow \frac{a_1}{1-q} = \frac{a_1(a_1)}{(1-q)(1+q)} \Rightarrow 1 = \frac{a_1}{1+q} \Rightarrow 1+q = a_1$$

از طرفی باید $|q| < 1$ باشد، در نتیجه:

$$|q| < 1 \Rightarrow -1 < q < 1 \Rightarrow 0 < q+1 < 2 \Rightarrow 0 < a_1 < 2$$

(مسابان - معادلات پیروی، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۲ تا ۶)

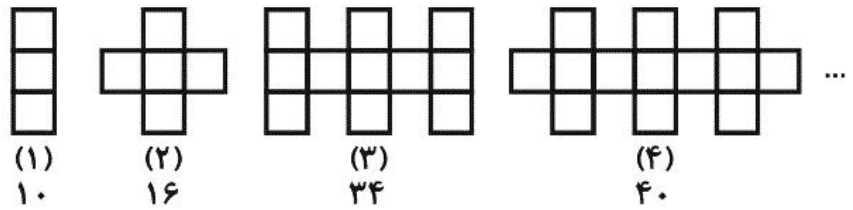
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

با توجه به شکل‌ها داریم:



جملات زوج: ... ۶۴, ۴۰, ۱۶, ۴, ۲
جملات فرد: ... ۵۸, ۳۴, ۱۰

مرحله‌ی یازدهم جزء جملات فرد می‌باشد که جمله‌ی عمومی آن

$$a_{2n-1} = 10 + (n-1) \times 24$$

داریم:

$$2n-1 = 11 \Rightarrow n = 6$$

$$a_{11} = 10 + (6-1) \times 24 = 10 + 5 \times 24 = 130$$

البته توجه کنید که جمله‌ی عمومی جملات زوج $a_{2n} = 16 + (n-1) \times 24$ است.

(ریاضی ۲ - الگو و دنباله: صفحه‌های ۱ تا ۱۰)

 ۴ ۳ ۲ ۱

$$\frac{(a_1 + a_2 + \dots + a_9) + (a_{16} + a_{17} + \dots + a_{24})}{a_1 + a_{11} + \dots + a_{15}}$$

$$= \frac{\frac{9}{2}(a_1 + a_9) + \frac{9}{2}(a_{16} + a_{24})}{\frac{6}{2}(a_1 + a_{15})}$$

$$= \frac{\frac{9}{2}(2a_1 + 8d) + \frac{9}{2}(2a_1 + 38d)}{\frac{6}{2}(2a_1 + 23d)} = \frac{9(2a_1 + 23d)}{3(2a_1 + 23d)} = 3$$

(مسابان - مسابقات جبری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۲ تا ۶)

و ریاضی ۲ - الگو و دنباله: صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

دنباله‌ی تشکیل شده به صورت زیر است:

$$۸, \boxed{}, \boxed{}, \dots, \boxed{}, ۶۳$$

$$\downarrow \qquad \qquad \qquad \downarrow$$

$$a_۲ \qquad \qquad \qquad a_{n-۱}$$

$$a_n - a_1 = ۶۳ - ۸ = ۵۵ \Rightarrow (a_1 + (n-1)d) - (a_1) = ۵۵$$

$$\Rightarrow (n-1)d = ۵۵ \Rightarrow d = \frac{۵۵}{n-1} \quad (۱)$$

$$a_{n-1} - a_۲ = ۳۳ \Rightarrow [a_1 + (n-۲)d] - [a_1 + d] = ۳۳$$

$$\Rightarrow (n-۳)d = ۳۳ \xrightarrow{(۱)} (n-۳) \times \frac{۵۵}{n-1} = ۳۳$$

$$\Rightarrow ۵n - ۱۵ = ۳n - ۳ \Rightarrow ۲n = ۱۲ \Rightarrow n = ۶$$

$$\xrightarrow{(۱)} d = \frac{۵۵}{n-1} = \frac{۵۵}{۶-1} = ۱۱$$

$$a_۵ = a_1 + ۴d = ۸ + ۴۴ = ۵۲$$

(ریاضی ۲ - الگو و دنباله: صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(ممد رضا شوکتی بیرق)

-۱۰۸

مجموع زوایای داخلی یک پنج ضلعی محدب ۵۴۰ درجه است. پس:

$$S_۵ = ۵۴۰^\circ \Rightarrow \frac{۵}{۲}(۲a_1 + ۴d) = ۵۴۰^\circ \Rightarrow ۵(a_1 + ۲d) = ۵۴۰^\circ$$

$$\Rightarrow a_1 + ۲d = ۱۰۸^\circ \xrightarrow{a_1=۹۲^\circ} ۹۲^\circ + ۲d = ۱۰۸ \Rightarrow d = ۸^\circ$$

$$\text{اندازه‌ی بزرگترین زاویه} = a_1 + ۴d = ۹۲^\circ + ۴ \times ۸^\circ = ۱۲۴^\circ$$

(مسابان - مسابقات پیری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۲ تا ۶)

و ریاضی ۲ - الگو و دنباله: صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

همانطور که می بینید خود زاویه ها با هم تشکیل دنباله‌ی هندسی نمی دهند
 {۶۰, ۹۰, ۱۰۵, ...} ولی می توان نوشت:

$$۶۰, ۶۰ + ۳۰, ۶۰ + ۳۰ + ۱۵, ۶۰ + ۳۰ + ۱۵ + ۷/۵, \dots$$

بنابراین زاویه‌ی آخر، جمله‌ی آخر دنباله‌ی بالا است، که آن هم حد مجموع یک

دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی اول ۶۰ و قدرنسبت $q = \frac{1}{2}$ است، پس:

$$a = \frac{a_1}{1-q} = \frac{60}{1-\frac{1}{2}} = \frac{60}{\frac{1}{2}} = 120.$$

بنابراین مساحت خواسته شده برابر خواهد بود با:

$$\frac{120}{180} \times \text{مساحت نیم دایره} = \frac{2}{3} (\text{مساحت نیم دایره})$$

(مسابان - محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۲ تا ۶)

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

(سیرمحمودرضا اسلامی)

$$\Rightarrow \Delta a \frac{1-q^n}{1-q} = 2a \frac{1-q^{12}}{1-q} + 3a \frac{1-q^6}{1-q}; \text{ داریم } S_n = \frac{a(1-q^n)}{1-q}$$

$$\Rightarrow \Delta(1-q^n) = 2(1-q^{12}) + 3(1-q^6) \Rightarrow -\Delta q^n = -2q^{12} - 3q^6$$

$$\Rightarrow 2q^{12} - \Delta q^n + 3q^6 = q^6(2q^6 - \Delta q^n + 3) = 0$$


$$q \neq 0 \Rightarrow 2q^6 - \Delta q^n + 3 = 0 \Rightarrow (2q^6 - 3)(q^6 - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} q^6 = 1 \Rightarrow q^2 = 1 & \text{غ.ق.ق} \\ q^6 = \frac{3}{2} \Rightarrow q^2 = \sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2} \end{cases}$$

(مسابان - محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۲ تا ۶)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

گزاره‌ی (الف) نادرست است زیرا  بسته است اما ساده نیست.

گزاره‌ی (ب) نادرست است زیرا  ساده است اما بسته نیست.

گزاره‌ی (پ) نادرست است زیرا اجتماع دو ناحیه‌ی  به صورت

 می‌شود، که محدب نیست.

(هندسه ۱ - استرلال: صفحه‌های ۲۸ تا ۳۱)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(رضا عباسی اصل)

-۱۳۲

$$\frac{n(n-3)}{2} = 3n \Rightarrow \frac{n-3}{2} = 3 \Rightarrow n = 9$$

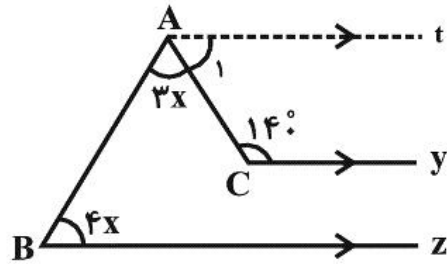
از هر رأس یک n ضلعی محدب، $(n-3)$ قطر رسم می‌شود. پس از هر رأس

یک ۹ ضلعی، ۶ قطر رسم می‌شود.

(هندسه ۱ - استرلال: صفحه‌ی ۳۵)

 ۴ ۳ ۲ ۱

At را به موازات Cy و Bz رسم می کنیم، داریم:



$$At \parallel Cy \text{ و } AC \Rightarrow \hat{A}_1 + C = 180^\circ \Rightarrow \hat{A}_1 = 4^\circ$$

$$At \parallel Bz \text{ و } AB \Rightarrow \hat{B} + B\hat{A}t = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 4x + (3x + 4^\circ) = 180^\circ \Rightarrow 7x = 14^\circ \Rightarrow x = 2^\circ$$

(هندسه ۱ - استرلال: صفحه‌ی ۱۰)

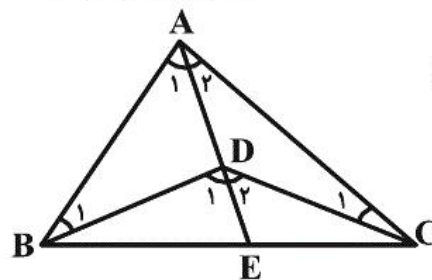
۴

۳✓

۲

۱

(امیرمسین ابومصوب)



مطابق شکل از A به D وصل می کنیم و

امتداد می دهیم تا BC را در نقطه‌ی E

قطع کند. داریم:

$$\Delta ABD: \hat{D}_1 \text{ زاویه‌ی خارجی است} \Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{A}_1 + \hat{B}_1$$

$$\Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{D}_1 - \hat{B}_1 \quad (1)$$

$$\Delta ACD: \hat{D}_2 \text{ زاویه‌ی خارجی است} \Rightarrow \hat{D}_2 = \hat{A}_2 + \hat{C}_1$$

$$\Rightarrow \hat{A}_2 = \hat{D}_2 - \hat{C}_1 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \hat{A}_1 + \hat{A}_2 = (\hat{D}_1 + \hat{D}_2) - (\hat{B}_1 + \hat{C}_1)$$

$$\Rightarrow \hat{A} = x - (y + z) = x - y - z$$

(هندسه ۱ - استرلال: صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

۴

۳

۲

۱✓

در چهار ضلعی محدب $ABCD$ مجموع زاویه‌های خارجی دو زاویه روبه‌رو برابر مجموع دو زاویه داخلی دیگر است، پس داریم:

$$(180^\circ - x) + 90^\circ = 30^\circ + 132^\circ \Rightarrow x = 270^\circ - 162^\circ = 108^\circ$$

(هندسه ۱ - استدلال: مشابه تمرین ۱۲، صفحه ۱۴)

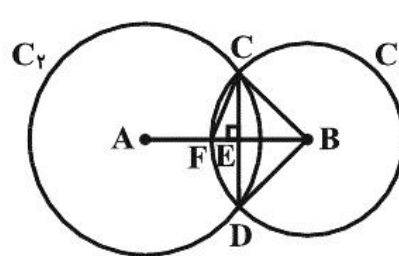
۴

۳

۲✓

۱

با توجه به تمرین ۱۶ صفحه ۲۶ کتاب درسی هندسه «۱»، می‌توان نشان داد که AB عمود منصف CD است در نتیجه $CE = ED$. از طرفی $EB = ED$ ، پس $CE = EB$ و در نتیجه مثلث CEB قائم‌الزاویه



متساوی‌الساقین است، پس $\widehat{FBC} = 45^\circ$.

حال در دایره C_1 ، BC و BF شعاع‌های دایره‌اند و در نتیجه مثلث BCF متساوی‌الساقین است. پس

$$\widehat{CFB} = \frac{180^\circ - \widehat{FBC}}{2} = \frac{180^\circ - 45^\circ}{2} = 67.5^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{CFA} = 180^\circ - 67.5^\circ = 112.5^\circ$$

(هندسه ۱ - استدلال: مشابه تمرین ۱۶، صفحه ۲۶)

۴

۳✓

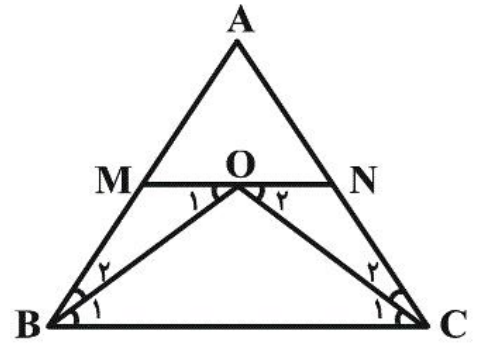
۲

۱

$$\left. \begin{array}{l} MN \parallel BC \\ \text{مورب } OB \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{B}_1$$

$$\xrightarrow{\hat{B}_1 = \hat{B}_2} \hat{O}_1 = \hat{B}_2$$

$$\xrightarrow{\Delta OMB} OM = BM \quad (1)$$



$$\left. \begin{array}{l} MN \parallel BC \\ \text{مورب } OC \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{O}_2 = \hat{C}_1 \xrightarrow{\hat{C}_2 = \hat{C}_1} \hat{O}_2 = \hat{C}_2$$

$$\xrightarrow{\Delta ONC} ON = NC \quad (2)$$

$$\text{محيط مثلث } AMN = AM + MN + AN$$

$$= AM + MO + ON + AN \xrightarrow{(1), (2)} (AM + BM) + (NC + AN)$$

$$= AB + AC = 2 \times 12 = 24$$

(هنر سه ۱ - استرلال: صفحه‌های ۱۰ تا ۲۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

در چهار ضلعی $AHCH'$ ، مجموع زوایا برابر 360° است. با توجه به آن که

$$(1) \quad \widehat{H}AH' + \widehat{C} = 180^\circ \quad \widehat{H} = \widehat{H}' = 90^\circ \text{ داریم؛}$$

از طرفی در متوازی‌الاضلاع، هر دو زاویه‌ی مجاور، مکمل یکدیگرند، پس

$$(2) \quad \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ$$

$$(1), (2) \Rightarrow \widehat{H}AH' = \widehat{B}$$

(هندسه ۱ - استدلال: صفحه‌های ۱۱ و ۳۱ تا ۳۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(امیرمسین ابومصوب)

-۱۳۹

$$\Delta ABM: \widehat{BMC} \Rightarrow \widehat{BMC} = \widehat{A} + \frac{\widehat{B}}{2}$$

$$\Delta BNC: \widehat{ANC} \Rightarrow \widehat{ANC} = \widehat{B} + \frac{\widehat{C}}{2}$$

$$\widehat{BMC} = \widehat{ANC} \Rightarrow \widehat{A} + \frac{\widehat{B}}{2} = \widehat{B} + \frac{\widehat{C}}{2} \Rightarrow \widehat{A} = \frac{\widehat{B}}{2} + \frac{\widehat{C}}{2}$$

$$\Rightarrow 2\widehat{A} = \widehat{B} + \widehat{C} \Rightarrow 3\widehat{A} = \widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{A} = 60^\circ$$

(هندسه ۱ - استدلال: صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(تصیر ممبئی نثر از)

$$\left. \begin{array}{l} AB = AD \\ \widehat{B} = \widehat{D} = 90^\circ \\ BN = DM \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta ABN \cong \Delta ADM \Rightarrow AM = AN$$

(ض ز ض)

$$\Rightarrow \widehat{AMN} = \widehat{ANM} = \alpha$$

$$\left. \begin{array}{l} BC = CD \\ BN = DM \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}} BC - BN = CD - DM \Rightarrow CN = CM$$

$$\xrightarrow{\widehat{C}=90^\circ} \widehat{NMC} = \widehat{CNM} = 45^\circ$$

$$\widehat{AMD} + \widehat{AMN} + \widehat{NMC} = 180^\circ \Rightarrow 90^\circ - \beta + \alpha + 45^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \alpha - \beta = 45^\circ$$

(هنر سه ۱ - استرلال: صفحه‌های ۱۱ تا ۲۱)

۴

۳

۲ ✓

۱

www.kanoon.ir