



www.riazisara.ir **سایت ویژه ریاضیات**

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara>

(@riazisara)

ریاضی ، ریاضی پیش‌دانشگاهی ، احتمال - ۱۳۹۵۰۶۲۶

۱۰۱- خانواده‌ی «الف» دارای ۳ فرزند و خانواده‌ی «ب» دارای ۴ فرزند است. احتمال این که تعداد فرزندان پسر این دو خانواده برابر باشد، کدام است؟

(۱) $\frac{35}{128}$ (۲) $\frac{23}{128}$ (۳) $\frac{29}{128}$ (۴) $\frac{1}{4}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲- بررسی‌ها نشان می‌دهد که ۳۰ درصد بزرگسالان ساکن یک شهر مبتلا به چاقی هستند. در این شهر ۴ نفر از افراد بزرگسال را به تصادف انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال، در بین افراد انتخاب شده، تعداد افراد چاق بیش‌تر از افراد غیرچاق است؟

(۱) ۰/۰۸۳۷ (۲) ۰/۱۰۲۴ (۳) ۰/۱۳۰۸ (۴) ۰/۱۶۷۴

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- یک دبیرستان فقط در رشته‌های ریاضی و تجربی دانش‌آموز می‌پذیرد. اگر تعداد دانش‌آموزان تجربی این دبیرستان، ۴ برابر تعداد دانش‌آموزان ریاضی آن باشد، با چه احتمالی از میان ۴ دانش‌آموزی که به تصادف از این مدرسه انتخاب می‌شوند، ۳ دانش‌آموز از رشته‌ی تجربی هستند؟

(۱) ۰/۴۰۹۶ (۲) ۰/۰۲۵۶ (۳) ۰/۴۲۱۹ (۴) ۰/۰۴۶۹

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پیش‌دانشگاهی ، تابع ، توابع و معادلات - ۱۳۹۵۰۶۲۶

۱۰۴- کم‌ترین مقدار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x + \frac{2}{x}$ به ازای مقادیر مثبت x کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۴ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $2\sqrt{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- نقطه‌ی می‌نیمم تابع با ضابطه‌ی $f(x) = 2x^2 - 3x + k$ ، روی خط به معادله‌ی $y = 3$ قرار دارد. k کدام است؟

(۱) $\frac{15}{4}$ (۲) $\frac{31}{8}$ (۳) ۴ (۴) $\frac{33}{8}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- اگر مجموعه‌ی $\{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x < 2\}$ ، دامنه‌ی تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x^2 + 3x$ باشد، آنگاه برد تابع با

ضابطه‌ی $y = |f(x)|$ کدام بازه است؟

- (۱) $(-2, 10)$ (۲) $[0, \frac{9}{4}]$ (۳) $[0, 10)$ (۴) $(\frac{9}{4}, 10)$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- اگر x در بازه‌ی (a, b) قرار داشته باشد، آنگاه، $|x-1| + |x-2| < x$ ؛ بیشترین مقدار $b-a$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- مجموعه‌ی جواب معادله‌ی $[x] - [-x] = 3$ کدام است؟ ([] : علامت جزء صحیح است.)

- (۱) $(0, 1)$ (۲) $[1, 2)$ (۳) $\{\frac{3}{2}\}$ (۴) $(1, 2)$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- اگر $[\frac{1-2x}{9}] = -5$ ، آنگاه عبارت $[\frac{11x+1}{3}]$ ، چند مقدار متمایز می‌تواند داشته باشد؟ ([] : جزء صحیح)

- (۱) ۱۴ (۲) ۱۵ (۳) ۱۶ (۴) ۱۷

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- تابع $f(x) = |\sin x|$ مفروض است. در کدام یک از بازه‌های زیر، برای هر x_1 و x_2 عضو این بازه

رابطه‌ی $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$ برقرار است؟

- (۱) $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$ (۲) $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ (۳) $[-\frac{\pi}{2}, 0]$ (۴) $[0, \frac{\pi}{2}]$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه و هندسه ، - ۱۳۹۵۰۶۲۶

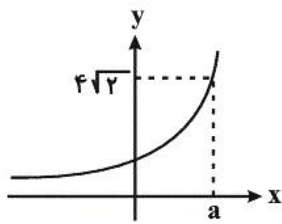
۱۱۳- رابطه‌ی $A = \{(3, m^2), (2, 1), (-3, m), (-2, m), (3, m+2), (m, 4)\}$ به ازای کدام مقدار m ، یک تابع

است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) هیچ مقدار m

شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- نمودار زیر، بخشی از نمودار تابع $f(x) = 2^{x-1}$ را نشان می‌دهد که از نقطه‌ی نشان داده شده می‌گذرد.



حاصل $\log_{\sqrt{32}}(6a-5)$ کدام است؟

- (۱) $1/2$
- (۲) $1/25$
- (۳) $1/6$
- (۴) 2

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- اگر \hat{A} ، \hat{B} و \hat{C} زوایای یک مثلث باشند و سه جمله متوالی یک دنباله حسابی نیز باشند، حاصل

$\sin 2\hat{A} + \sin 2\hat{C}$ کدام است؟ ($\hat{A} < \hat{B} < \hat{C}$)

- (۱) صفر
- (۲) $\frac{1}{2}$
- (۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- (۴) 1

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$ باشد، وارون ماتریس $A^3 + A^4$ کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$
- (۲) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
- (۳) $\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$
- (۴) وارون پذیر نیست

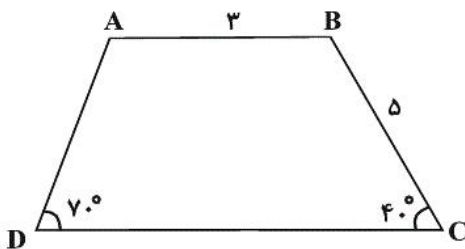
شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- با ارقام $1, 2, 3, \dots, 9$ چند عدد سه رقمی با ارقام متمایز می‌توان نوشت که هم رقم زوج داشته باشد هم رقم فرد؟

- (۱) 408
- (۲) 420
- (۳) 444
- (۴) 480

شما پاسخ نداده اید

۱۱۸- در دوزنقه‌ی شکل زیر، طول قاعده‌ی DC کدام است؟



- (۱) 5
- (۲) 6
- (۳) 8
- (۴) 10

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- در مستطیلی که اندازه‌ی ضلع‌هایش 3 و 4 است، اگر زاویه‌ی بین قطر‌ها را α بنامیم، $\cos \alpha$ کدام است؟

- (۱) $\frac{24}{25}$
- (۲) $\frac{1}{25}$
- (۳) $\frac{7}{25}$
- (۴) $\frac{9}{25}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- اندازه حجم حاصل از دوران مثلث متساوی الاضلاع به ضلع ۱ واحد، حول یکی از اضلاع آن چه قدر است؟

$$\frac{\pi}{4} \quad (۲)$$

$$\frac{\pi}{2} \quad (۱)$$

$$\frac{\pi}{6} \quad (۴)$$

$$\frac{\pi}{3} \quad (۳)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه و هندسه ، نامعادله ، بازه ، معادله و نامعادله - ۱۳۹۵۰۶۲۶

۱۱۲- به ازای کدام مقادیر m ، نمودار تابع با ضابطه $f(x) = mx^2 + 2x$ ، همواره زیر خط به معادله $y = 1$ قرار دارد؟

$$\emptyset \quad (۴)$$

$$m < 0 \quad (۳)$$

$$m < -1 \quad (۲)$$

$$-1 < m < 0 \quad (۱)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه و هندسه ، الگو و دنباله - ۱۳۹۵۰۶۲۶

۱۱۱- در یک دنباله حسابی با قدر نسبت d ($d \neq 0$) به سه جمله اول دنباله به ترتیب از راست به چپ

$\frac{y d}{3}, \frac{2 d}{3}, \frac{d}{3}$ واحد اضافه کرده ایم تا سه جمله اول یک دنباله هندسی حاصل شود. قدر نسبت دنباله ی

هندسی کدام است؟

$$\frac{3}{2} \quad (۴)$$

$$\frac{2}{3} \quad (۳)$$

$$3 \quad (۲)$$

$$2 \quad (۱)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۳ و آمار و مدل سازی ، حد بی نهایت ، حد - ۱۳۹۵۰۶۲۶

۹۶- حد عبارت $\frac{2x - \sqrt{x^2 + 2x - 1}}{x + \sqrt{1 - 2x}}$ وقتی $x \rightarrow -\infty$ کدام است؟

$$4 \quad (۴)$$

$$2 \quad (۳)$$

$$1 \quad (۲)$$

$$3 \quad (۱)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۳ و آمار و مدل سازی ، حد صفر/صفر ، حد - ۱۳۹۵۰۶۲۶

۹۴- اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{a - \cos \pi x}{(x-2)^2} = 2b$ و b یک عدد حقیقی باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax - \sqrt{bx^2 + 3x - 1}}{x + \sqrt{ax^2 + 5x + 3}}$ کدام است؟

$$1 + \frac{\pi}{4} \quad (۴)$$

$$1 - \frac{\pi}{4} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{2} + \frac{\pi}{4} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{2} - \frac{\pi}{4} \quad (۱)$$

ریاضی ، ریاضی ۳ و آمار و مدل سازی ، پیوستگی در نقطه ، پیوستگی - ۱۳۹۵۰۶۲۶

۹۵- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} a + x \cot x & , x \neq 0 \\ 4f\left(\frac{\pi}{4}\right) & , x = 0 \end{cases}$ در نقطه‌ی $x=0$ پیوسته باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) $\frac{1-\pi}{3}$ (۲) $\frac{\pi-1}{3}$ (۳) $\frac{1-\pi}{5}$ (۴) $\frac{\pi-1}{5}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۳ و آمار و مدل سازی ، آمار ، آمار - ۱۳۹۵۰۶۲۶

۹۸- برای داده‌های موجود در نمودار ساقه و برگ زیر، یک جدول فراوانی با ۴ دسته رسم کرده‌ایم. زاویه‌ی مربوط به دسته‌ی سوم، در نمودار دایره‌ای کدام است؟

ساقه	برگ						
۱	۱	۲	۳	۴	۷	۷	۶۰° (۱)
۲	۰	۴	۵	۶	۹		۷۲° (۲)
۳	۱	۲	۵	۵			۸۵° (۳)
							۹۰° (۴)

شما پاسخ نداده اید

۹۹- اگر میانگین چهار درس با ضریب ۱ برابر ۱۵/۵ باشد، نمره‌ی درس پنجم با ضریب ۲ کدام عدد باشد تا معدل ۵ درس برابر ۱۶/۵ گردد؟

- (۱) ۱۸/۵ (۲) ۱۸/۲۵ (۳) ۱۸ (۴) ۱۷/۷۵

شما پاسخ نداده اید

۱۰۰- اگر واریانس و میانگین داده‌های $\frac{x_1+1}{2}, \frac{x_2+1}{2}, \dots, \frac{x_{10}+1}{2}$ به ترتیب ۵ و ۳ باشد، در این صورت حاصل

$x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{10}^2$ کدام است؟

- (۱) ۳۵۰ (۲) ۳۰۰ (۳) ۶۹۰ (۴) ۴۵۰

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۳ و آمار و مدل سازی ، پدیده‌های تصادفی و احتمالی - ۱۳۹۵۰۶۲۶

۹۱- دو تاس را آن قدر با هم پرتاب می‌کنیم تا مجموع دو عدد برآمده برابر ۷ شود. با کدام احتمال این رخداد در بار سوم اتفاق می‌افتد؟

- (۱) $\frac{1}{216}$ (۲) $\frac{5}{216}$ (۳) $\frac{25}{216}$ (۴) $\frac{15}{216}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۳ و آمار و مدل سازی ، تابع - ۱۳۹۵۰۶۲۶

۹۲- اگر دامنه‌ی تابع $f\left(\frac{2x-1}{3}\right)$ برابر $[-1, 5]$ باشد، دامنه‌ی تابع $f\left(\frac{1-x}{2}\right)$ کدام است؟

- (۱) $[-5, 3]$ (۲) $[-1, 5]$ (۳) $[-1, 3]$ (۴) $[-3, 1]$

شما پاسخ نداده اید

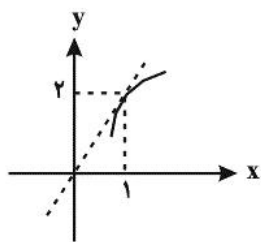
۹۳- اگر $\tan \alpha + \cot \alpha = 4$ باشد، حاصل $\cos \alpha$ کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) $\frac{\sqrt{\sqrt{3}+2}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{2\sqrt{3}-2}}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}+2}{4}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}-2}{4}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۳ و آمار و مدل سازی ، مشتق - ۱۳۹۵۰۶۲۶

۹۷- اگر شکل زیر قسمتی از تابع $f(x)$ باشد، $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^2(x) - 4}{x^2 - 1}$ کدام است؟



- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۴
(۴) ۸

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پیش‌دانشگاهی ، احتمال - ۱۳۹۵۰۶۲۶

-۱۰۱

(معمراً شاعر)

با توجه به مفروضات سؤال در حالت‌های مطلوب، تعداد پسرهای دو خانواده می‌تواند صفر، یک، دو و سه باشد، توزیع احتمال برای تعداد فرزندان یک خانواده، توزیع دو جمله‌ای است.

با توجه به این‌که تعداد فرزندان دو خانواده مستقل از هم است، می‌توان نوشت:

$$\text{احتمال نداشتن پسر در هر خانواده} = \binom{3}{0} \left(\frac{1}{2}\right)^0 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \binom{4}{0} \left(\frac{1}{2}\right)^0 \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{128}$$

$$\text{احتمال داشتن یک پسر در هر خانواده} = \binom{3}{1} \left(\frac{1}{2}\right)^1 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \binom{4}{1} \left(\frac{1}{2}\right)^1 \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{12}{128}$$

$$\text{احتمال داشتن دو پسر در هر خانواده} = \binom{3}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^1 \times \binom{4}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{18}{128}$$

$$\text{احتمال داشتن سه پسر در هر خانواده} = \binom{3}{3} \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^0 \times \binom{4}{3} \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{4}{128}$$

$$\Rightarrow \text{احتمال مطلوب } P = \frac{1+12+18+4}{128} = \frac{35}{128}$$

(امتثال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۷ و ۱۵ تا ۱۹)

۴

۳

۲

۱

-۱۰۲

(مهری ملارمضانی)

برای آن‌که در میان ۴ فرد انتخاب شده تعداد افراد چاق بیش‌تر از افراد غیرچاق باشد باید ۳ یا ۴ فرد چاق انتخاب شده باشد.

اگر متغیر تصادفی X برابر با تعداد افراد چاق در میان $n = 4$ فرد انتخاب شده باشد،

آن‌گاه با توجه به صورت سؤال، X دارای توزیع دو جمله‌ای با احتمال موفقیت $p = \frac{3}{10}$

$$P(X=x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} \quad \text{است.}$$

$$\text{احتمال مورد نظر} = P(X=3) + P(X=4)$$

$$= \binom{4}{3} \left(\frac{3}{10}\right)^3 \left(\frac{7}{10}\right)^1 + \binom{4}{4} \left(\frac{3}{10}\right)^4 \left(\frac{7}{10}\right)^0 = \frac{4 \times 27 \times 7}{10000} + \frac{81}{10000} = 0.0837$$

(امتثال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۹)

۴

۳

۲

۱

۱۰۳-

(مهری ملارمضانی)

تعداد دانش‌آموزان رشته‌ی تجربی را با X و تعداد دانش‌آموزان رشته‌ی ریاضی را با Y نشان می‌دهیم، در این صورت $X = 4Y$ یا $Y = \frac{1}{4}X$ ، از طرفی احتمال آنکه هر دانش‌آموز انتخاب شده، دانش‌آموز تجربی باشد، برابر است با:

$$p = \frac{X}{X+Y} = \frac{X}{X+\frac{1}{4}X} = \frac{1}{1+\frac{1}{4}} = \frac{4}{5} = \frac{8}{10}$$

$$P(X=x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

$$\Rightarrow P(X=3) = \binom{4}{3} \left(\frac{8}{10}\right)^3 \left(1-\frac{8}{10}\right)^{4-3} = 4 \left(\frac{8}{10}\right)^3 \left(\frac{2}{10}\right) = \frac{4 \times 8^3 \times 2}{10000} = 0.4096$$

(احتمال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۹)

۴

۳

۲

۱

ریاضی، ریاضی پیش‌دانشگاهی، تابع، توابع و معادلات - ۱۳۹۵۰۶۲۶

۱۰۴-

(هسین هابیلو)

با توجه به مثبت بودن X داریم:

$$\left(\sqrt{x} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{x}}\right)^2 \geq 0 \Rightarrow x + \frac{2}{x} - 2(\sqrt{x})\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{x}}\right) \geq 0 \Rightarrow x + \frac{2}{x} - 2\sqrt{2} \geq 0 \Rightarrow x + \frac{2}{x} \geq 2\sqrt{2}$$

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۰ تا ۲۵)

۴

۳

۲

۱

۱۰۵-

(آرش رهمی)

می‌دانیم که نقطه‌ی می‌نیمم تابع درجه‌ی دوم، رأس نمودار آن است و در تابع درجه‌ی دوم به

معادله‌ی $f(x) = ax^2 + bx + c$ ، طول رأس برابر با $x = \frac{-b}{2a}$ است، پس داریم:

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{(-3)}{2(2)} = \frac{3}{4} \Rightarrow f\left(\frac{3}{4}\right) = 2\left(\frac{3}{4}\right)^2 - 3\left(\frac{3}{4}\right) + k = \frac{-9}{8} + k$$

از طرفی طبق فرض، رأس سهمی روی خط به معادله‌ی $y = 3$ قرار دارد، پس عرض آن

$$\Rightarrow \frac{-9}{8} + k = 3 \Rightarrow k = \frac{33}{8}$$

برابر با ۳ است:

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۰ تا ۲۵)

۴

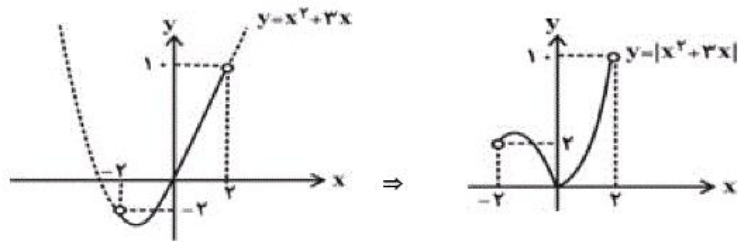
۳

۲

۱

(مسئله فایلو)

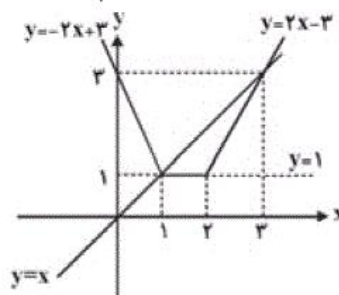
با توجه به شکل زیر، اگر دامنه‌ی تابع با ضابطه‌ی $y = |x^2 + 3x|$ به صورت $\{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x < 2\}$ باشد، برد آن، بازه‌ی $(0, 10)$ است.



(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۰ تا ۲۵ و ۲۷ تا ۲۹)

- ۱ ۲ ۳ ۴

(میثم ممزه لویی)



نمودار $y = |x-1| + |x-2|$ و خط $y = x$ را در یک دستگاه مختصات رسم کرده، نقاط تقاطع آن‌ها را مشخص می‌کنیم: با توجه به نمودار روبه‌رو بزرگ‌ترین بازه‌ای که نامعادله‌ی $|x-1| + |x-2| < x$ در آن برقرار است، بازه‌ی $(1, 2)$ است. پس بیشترین مقدار $b - a$ ، برابر می‌شود با $2 - 1 = 1$.

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۷ تا ۲۹)

- ۱ ۲ ۳ ۴

(بهرام طالبی)

$$[-x] = \begin{cases} -[x] & x \in \mathbb{Z} \\ -[x] - 1 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

نکته:

$$\begin{aligned} x \in \mathbb{Z} \Rightarrow [x] - (-[x]) = 3 &\Rightarrow 2[x] = 3 \Rightarrow [x] = \frac{3}{2} \text{ غ.ق.ق} \\ x \notin \mathbb{Z} \Rightarrow [x] - (-[x] - 1) = 3 &\Rightarrow 2[x] + 1 = 3 \Rightarrow [x] = 1 \\ \Rightarrow 1 \leq x < 2 \xrightarrow{x \notin \mathbb{Z}} x \in (1, 2) \end{aligned}$$

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۲)

- ۱ ۲ ۳ ۴

(بهرام طالبی)

$$\begin{aligned} \left[\frac{1-2x}{9} \right] = -5 &\Rightarrow -5 \leq \frac{1-2x}{9} < -4 \Rightarrow -45 \leq 1-2x < -36 \\ \Rightarrow 45 \geq 2x-1 > 36 &\Rightarrow 46 \geq 2x > 37 \Rightarrow 23 \geq x > \frac{37}{2} \\ \Rightarrow 253 \geq 11x > \frac{407}{2} &\Rightarrow 254 \geq 11x+1 > \frac{409}{2} \\ \Rightarrow \frac{254}{3} \geq \frac{11x+1}{3} > \frac{409}{6} &\Rightarrow 84 \geq \left[\frac{11x+1}{3} \right] \geq 68 \end{aligned}$$

یعنی عبارت مورد نظر می‌تواند هر یک از مقادیر ۶۸، ۶۹، ...، ۸۳ و ۸۴ را داشته باشد که تعداد آن‌ها برابر است با:

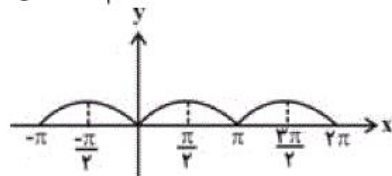
$$(84 - 68) + 1 = 17$$

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۲)

- ۱ ۲ ۳ ۴

-۱۱۰

(میثم غمزه لویی)



تعریف $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$ نشان دهنده‌ی نزولی اکید بودن تابع f در بازه‌ی مورد نظر است. نمودار تابع f به صورت روبه‌رو است:

۴

۳ ✓

۲

۱

ریاضی، ریاضی پایه و هندسه، - ۱۳۹۵۰۶۲۶

-۱۱۳

(سراسری تهرپی قارچ از کشور - ۱۸۵)

برای آنکه رابطه‌ی A یک تابع باشد، باید در آن هیچ دو زوج مرتب متمایزی، مؤلفه‌ی اول برابر نداشته باشند، بنابراین:

$$(3, m^2) = (3, m+2) \Rightarrow m^2 = m+2 \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \\ \Rightarrow (m-2)(m+1) = 0 \Rightarrow m = 2, m = -1$$

با جاگذاری این مقادیر m و تشکیل رابطه داریم:

$$m = -1 \Rightarrow \{(3, 1), (2, 1), (-3, -1), (-2, -1), (3, 1), (-1, 4)\}$$

تابع است.

$$m = 2 \Rightarrow \{(3, 4), (2, 1), (-3, 2), (-2, 2), (3, 4), (2, 4)\}$$

تابع نیست. پس فقط $m = -1$ قابل قبول است.

(تابع) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

-۱۱۴

(نوید مهیدی)

تابع از نقطه‌ی $(a, 4\sqrt{2})$ می‌گذرد، در نتیجه:

$$f(x) = 2^{x-1} \xrightarrow[\text{نقطه‌ی داده شده}]{\text{جاگذاری مختصات}} 2^{a-1} = 4\sqrt{2} \Rightarrow 2^{a-1} = 2^2 (2)^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{5}{2}} \\ \Rightarrow a-1 = \frac{5}{2} \Rightarrow a = \frac{7}{2} \Rightarrow \log_{\sqrt{32}} 6^{a-5} = \log_{\sqrt{32}} (2^{1-5}) = \log_{\sqrt{32}} 16 \\ \log_{\sqrt{32}} 16 = 4 \times \frac{2}{5} \log_{\sqrt{32}} 2 = \frac{8}{5} \times 1 = 1 \frac{1}{5}$$

(توابع نمایی و لگاریتمی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۹۱ تا ۹۷، ۱۱۵ و ۱۱۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

-۱۱۵

(رسول مصنی منش)

$$\begin{cases} \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \\ 2\hat{B} = \hat{A} + \hat{C} \end{cases} \Rightarrow 3\hat{B} = 180^\circ \Rightarrow \hat{B} = 60^\circ$$

بنابراین زوایای مثلث باید به صورت $120^\circ - \hat{A}$ و 60° و \hat{A} باشند، بنابراین داریم:

$$\sin 3\hat{A} + \sin 3\hat{C} = \sin 3\hat{A} + \sin 3(120^\circ - \hat{A}) = \sin 3\hat{A} + \sin(360^\circ - 3\hat{A}) \\ = \sin 3\hat{A} - \sin 3\hat{A} = 0$$

(مثلثات) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۶ تا ۱۰ و ۱۳۴ تا ۱۳۹)

۴

۳

۲

۱ ✓

(مهمرمصطفی ابراهیمی)

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

چون $A^2 = I$ است پس $A^3 = A$ و $A^4 = I$ می‌باشد:

$$A^3 + A^4 = A + I = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$$

چون دترمینان ماتریس فوق برابر صفر است، پس این ماتریس وارون پذیر نمی‌باشد.
(ماتریس) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۶۴ تا ۱۷۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

(رسول مصسنی‌منش)

کل اعداد سه‌رقمی با این ۹ رقم برابرند با $9! = 362880$ ، که اعدادی که ۳ رقم آن‌ها فرد یا سه رقم زوج باشند را نمی‌خواهیم، که تعدادشان برابر است با:

$$1 - \text{هر سه رقم فرد باشد؛ از بین ارقام } 1, 3, 5, 7, 9 \text{ سه تا انتخاب داریم: } \binom{5}{3} \times 3! = 60$$

$$2 - \text{هر سه رقم زوج باشد؛ از بین ارقام } 2, 4, 6, 8 \text{ سه تا انتخاب داریم: } \binom{4}{3} \times 3! = 24$$

$$362880 - 60 - 24 = 362880 - 84 = 362796$$

پس این ۸۴ عدد را کم کنیم:

(ترکیبیات) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۸۲ تا ۱۹۰)

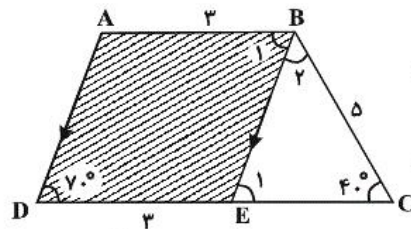
۴

۳

۲ ✓

۱

(رسول مصسنی‌منش)

چون $DC \parallel AB$ است

پس $\hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$ یعنی $\hat{B} = 140^\circ$ است. اگر BE را موازی AD رسم کنیم،

چهارضلعی $ABED$ متوازی‌الاضلاع می‌شود و در آن $DE = 3$ ، $\hat{B}_1 = 70^\circ$ خواهد بود،

چون \hat{B} کلاً 140° بوده و \hat{B}_1 ، 70° درجه می‌شود پس $\hat{B}_2 = 70^\circ$ است.

پس $\hat{E}_1 = \hat{B}_2$ یعنی $\hat{E}_1 = 180^\circ - (70^\circ + 40^\circ) = 70^\circ$ در نتیجه $CB = CE = 5$

$$DC = DE + EC = 3 + 5 = 8$$

خواهد شد، یعنی داریم:

(هندسه و استرلا) (هندسه ۱، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴ و ۲۱ تا ۲۷)

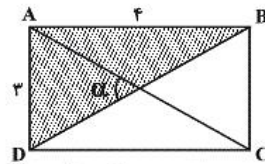
۴

۳ ✓

۲

۱

(رسول مفسنی منش)



یک رابطه‌ی فیثاغورس در مثلث ABD اندازه‌ی قطرهای مستطیل را به ما می‌دهد:

$$BD^2 = 4^2 + 3^2 = 25 \Rightarrow BD = AC = 5$$

مساحت را به دو صورت می‌نویسیم:

$$S = 4 \times 3$$

$$S = \frac{1}{2} AC \times BD \times \sin \alpha$$

$$\Rightarrow 12 = \frac{25}{2} \times \sin \alpha \Rightarrow \sin \alpha = \frac{24}{25}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \left(\frac{24}{25}\right)^2 = \left(1 - \frac{24}{25}\right)\left(1 + \frac{24}{25}\right)$$

داریم:

$$= \frac{1}{25} \times \frac{49}{25} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{7}{25}$$

در گزینه‌ها فقط اعداد مثبت داریم.

(مساحت و قسبه فیثاغورس) (هندسه‌ی ۱: صفحه‌های ۴۶ تا ۵۰ و ۵۳ تا ۶۰)

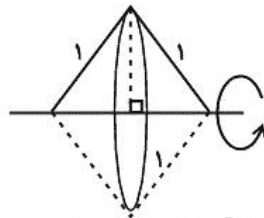
۴

۳

۲

۱

(سروش موئینی)



دو مخروط در قاعده مشترک داریم که شعاع قاعده و ارتفاع آن‌ها به ترتیب ارتفاع مثلث و نصف ضلع آن است.

$$\text{مثلث } r = h = \frac{\sqrt{3}}{2} a = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{ارتفاع هر مخروط } = h = \frac{a}{2} = \frac{1}{2}$$

$$V = 2 \left(\frac{1}{3} \pi r^2 h \right) = \frac{2}{3} \pi \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 \times \frac{1}{2} = \frac{\pi}{4}$$

(شکل‌های فضایی) (هندسه‌ی ۱: صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۳۴)

۴

۳

۲

۱

ریاضی ، ریاضی پایه و هندسه ، نامعادله ، بازه ، معادله و نامعادله - ۱۳۹۵۰۶۲۶

(اسان کریمی)

باید نامعادله‌ی $f(x) < 1$ را حل کنیم، داریم: $mx^2 + 2x - 1 < 0$

برای آن که نامعادله‌ی اخیر همواره برقرار باشد، باید:

$$\begin{cases} m < 0 & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta < 0 \Rightarrow 4 - 4(m)(-1) < 0 \Rightarrow 4 + 4m < 0 \Rightarrow m < -1 & (2) \end{cases}$$

از اشتراک (۱) و (۲) نتیجه می‌شود که $m < -1$.

(توابع قاص - نامعادله و تعیین علامت) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۷۳ تا ۸۴)

۴

۳

۲

۱

ریاضی ، ریاضی پایه و هندسه ، الگو و دنباله - ۱۳۹۵۰۶۲۶

(بغما کلاتریران)

اگر سه جمله‌ی متوالی دنباله‌ی حسابی را $a-d, a, a+d$ بگیریم داریم:

$$(a-d) + \frac{d}{3}, (a) + \frac{2d}{3}, (a+d) + \frac{d}{3} \Rightarrow (a - \frac{2d}{3}), (a + \frac{2d}{3}), (a + \frac{10d}{3})$$

رابطه‌ی ۳ جمله‌ی متوالی دنباله‌ی هندسی $axc=b^2$

$$\rightarrow (a + \frac{2d}{3})^2 = (a - \frac{2d}{3})(a + \frac{10d}{3})$$

$$\Rightarrow a^2 + \frac{4ad}{3} + \frac{4d^2}{9} = a^2 + \frac{8ad}{3} - \frac{20d^2}{9} \Rightarrow \frac{4ad}{9} = \frac{4ad}{3} \Rightarrow 2d^2 = ad \xrightarrow{+d} 2d = a$$

$$\text{جملات دنباله‌ی هندسی: } \frac{4d}{3}, \frac{8d}{3}, \frac{16d}{3} \Rightarrow q = \frac{\frac{8d}{3}}{\frac{4d}{3}} = 2$$

(انگلو و دنباله) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۶ تا ۱۳)

۴

۳

۲

۱ ✓

ریاضی، ریاضی ۳ و آمار و مدل‌سازی، حد بی‌نهایت، حد - ۱۳۹۵۰۶۲۶

(میثم همزه‌لویی)

ابهام حد از نوع $\frac{\infty}{\infty}$ است. پس از هم‌ارزی جمله‌ی بزرگ‌تر برای رفع ابهام استفاده

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - \sqrt{x^2 + 2x - 1}}{x + \sqrt{1 - 2x}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - \sqrt{x^2}}{x}$$

می‌کنیم:

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - |x|}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + x}{x} = 3$$

توجه کنید که: $|\sqrt{x^2}| = |x|$ و وقتی $x \rightarrow -\infty$ داریم: $|x| = -x$.

(مر و پیوستگی) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۱۵)

۴

۳

۲

۱ ✓

ریاضی، ریاضی ۳ و آمار و مدل‌سازی، حد صفر/صفر، حد - ۱۳۹۵۰۶۲۶

(رسول مفسنی منش)

چون مخرج کسر صفر می‌شود، برای رسیدن به مقدار حقیقی b ، باید حالت $\frac{0}{0}$ رخ داده باشد، پس

$$\xrightarrow{x=2} a - \cos \pi(2) = 0 \Rightarrow a - 1 = 0 \Rightarrow a = 1$$

داریم:

حالا باید حاصل حد اول را بیابیم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1 - \cos \pi x}{(x-2)^2} &\xrightarrow{x-2=t} \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(\pi(2+t))}{t^2} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1 - \cos \pi t}{t^2} \\ &= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{(\pi t)^2}{t^2} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\pi^2 t^2}{2t^2} = \frac{\pi^2}{2} = 2b \Rightarrow b = \frac{\pi^2}{4} \end{aligned}$$

حالا برویم سراغ محاسبه‌ی حد مطلوب تست:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax - \sqrt{bx^2 + 3x - 1}}{x + \sqrt{ax^2 + \Delta x + 3}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - \sqrt{\frac{\pi^2}{4}x^2 + 3x - 1}}{x + \sqrt{x^2 + \Delta x + 3}}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - \frac{\pi}{2}x}{x + x} = \frac{1 - \frac{\pi}{2}}{2} = \frac{1}{2} - \frac{\pi}{4}$$

(مر و پیوستگی) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۶ تا ۹۰ و ۱۰۴ تا ۱۱۵)

۴

۳

۲

۱ ✓

ریاضی، ریاضی ۳ و آمار و مدل‌سازی، پیوستگی در نقطه، پیوستگی - ۱۳۹۵۰۶۲۶

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0)$$

در $x = 0$ پیوسته است.

$$\left\{ \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(a + \frac{x}{\tan x} \right) = a + 1 \\ f(0) &= 4f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 4\left(a + \frac{\frac{\pi}{4}}{\tan \frac{\pi}{4}}\right) = 4\left(a + \frac{\pi}{4}\right) = 4a + \pi \end{aligned} \right.$$

$$\Rightarrow a + 1 = 4a + \pi \Rightarrow 3a = 1 - \pi \Rightarrow a = \frac{1 - \pi}{3}$$

(مر و پیوستگی) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۲۱)

۴

۳

۲

۱ ✓

ریاضی، ریاضی ۳ و آمار و مدل‌سازی، آمار، آمار - ۱۳۹۵۰۶۲۶

(رسول مفسنی منش)

$$\text{طول دسته‌ها} = \frac{\text{دامنه‌ی تغییرات}}{\text{تعداد دسته‌ها}} = \frac{۳۵-۱۱}{۴} = \frac{۲۴}{۴} = ۶$$

جدول فراوانی به صورت زیر می‌شود:

دسته	۱۱-۱۷	۱۷-۲۳	۲۳-۲۹	۲۹-۳۵
فراوانی	۴	۳	۳	۵

فراوانی نسبی دسته‌ی سوم $\frac{۳}{۱۵} = \frac{۱}{۵}$ است، پس زاویه‌ی مربوط به آن برابر است با: $\frac{۱}{۵} \times ۳۶۰^\circ = ۷۲^\circ$
 (نمودارها و تحلیل داده‌ها) (آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۴۶ تا ۵۴ و ۹۲ تا ۱۰۳)

۴

۳

۲ ✓

۱

(رسول مفسنی منش)

مجموع نمرات در دروس ضریب یک برابر است با: $۴ \times ۱۵ / ۵ = ۶۲$ ، اگر نمره‌ی درس

$$\frac{\text{مجموع نمرات}}{\text{مجموع ضرایب}} = \frac{۶۲ + ۲x}{۴ + ۲}$$

پنجم x باشد، میانگین جدید برابر می‌شود، با:که این عدد باید $۱۶/۵$ شود، بنابراین داریم:

$$\frac{۶۲ + ۲x}{۶} = ۱۶/۵ \Rightarrow \frac{۳۱ + x}{۳} = ۱۶/۵ \Rightarrow ۳۱ + x = ۴۹/۵ \Rightarrow x = ۱۸/۵$$

(شافه‌های مرکزی) (آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۱۲۵ تا ۱۳۴)

۴

۳

۲

۱ ✓

(میلار منصوری)

میانگین و واریانس x_1, x_2, \dots, x_n را \bar{x} و $\text{var}(x)$ بگیرید. در این صورت:

$$\frac{\bar{x} + ۱}{۲} = ۳ \Rightarrow \bar{x} = ۵, \frac{۱}{۴} \text{var}(x) = ۵ \Rightarrow \text{var}(x) = ۲۰$$

$$\frac{(x_1 - ۵)^2 + (x_2 - ۵)^2 + \dots + (x_n - ۵)^2}{n} = ۲۰$$

لذا:

۴ ✓

۳

۲

۱

ریاضی، ریاضی ۳ و آمار و مدل‌سازی، پدیده‌های تصادفی و احتمالی - ۱۳۹۵۰۶۲۶

(سروش موئینی)

احتمال این که مجموع دو عدد روشده در پرتاب دو تاس برابر ۷ شود، $\frac{۶}{۳۶} = \frac{۱}{۶}$ است.

$$\frac{۵}{۶} \times \frac{۵}{۶} \times \frac{۱}{۶} = \frac{۲۵}{۲۱۶}$$

بار سوم بار دوم بار اول
(احتمال) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۹)

۴

۳ ✓

۲

۱

ریاضی، ریاضی ۳ و آمار و مدل‌سازی، تابع - ۱۳۹۵۰۶۲۶

-۹۲

(میثم ممزه لوی)

دامنه‌ی تابع $f\left(\frac{2x-1}{3}\right)$ برابر $[-1, 5]$ است؛ ابتدا دامنه‌ی تابع $f(x)$ را حساب می‌کنیم:

$$-1 \leq x \leq 5 \Rightarrow -2 \leq 2x \leq 10 \Rightarrow -3 \leq 2x-1 \leq 9 \Rightarrow -1 \leq \frac{2x-1}{3} \leq 3$$

دامنه‌ی تابع $f(x)$ برابر $[-1, 3]$ است. حالا دامنه‌ی $f\left(\frac{1-x}{2}\right)$ را حساب می‌کنیم:

$$-1 \leq \frac{1-x}{2} \leq 3 \Rightarrow -2 \leq 1-x \leq 6 \Rightarrow -3 \leq -x \leq 5 \Rightarrow -5 \leq x \leq 3$$

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۵۱ تا ۵۵ و ۵۹ تا ۶۶)

۴

۳

۲

۱ ✓

-۹۳

(مهوری ملارمضانی)

$$\tan \alpha + \cot \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{2}{\sin 2\alpha}$$

$$\Rightarrow \tan \alpha + \cot \alpha = \frac{2}{\sin 2\alpha} = 4 \Rightarrow \sin 2\alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos 2\alpha = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 \Rightarrow \pm \frac{\sqrt{3}}{2} = 2 \cos^2 \alpha - 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{4}$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \mp \frac{\sqrt{2 \pm \sqrt{3}}}{2}$$

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۱ تا ۳۸)

۴

۳

۲

۱ ✓

ریاضی، ریاضی ۳ و آمار و مدل‌سازی، مشتق - ۱۳۹۵۰۶۲۶

-۹۷

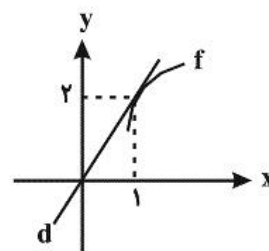
(عمید علیزاده)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^2(x) - 4}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 2}{x - 1} \times \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) + 2}{x + 1}$$

$$= f'(1) \times \frac{2+2}{1+1} = 2f'(1) = 2 \times 2 = 4$$

$$f'(1) = m_d = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2-0}{1-0} = 2: \text{ شیب مماس}$$

(مشتق) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۳۳)



۴

۳ ✓

۲

۱

www.kanoon.ir