



www.riazisara.ir سایت ویژه ریاضیات

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

و...و

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

[@riazisara](https://telegram.me/riazisara)



کانون

فرهنگی

دانلود از سایت ریاضی سرا آموزش

فامچی

www.riazisara.ir

خاص و نامعادله / توابع نمایی
و لگاریتمی / مثلثات
صفحه های ۱ تا ۱۵۸

ریاضی ، ریاضی ۲ ، الگو و دنباله - ۱۳۹۵۰۶۲۶

۷۱- جمله‌ی $(n-1)$ ام دنباله‌ی $3, 5, 7, \dots$ کدام است؟

۲n+1 (۲)

۲n-2 (۱)

6n+2 (۴)

4n-11 (۳)

شما پاسخ نداده اید

۷۲- در یک دنباله‌ی هندسی با جملات متمایز، حاصل ضرب جمله‌ی اول P است. حاصل ضرب جمله‌ی اول در جمله‌ی دهم کدام است؟

P (۴)

 $\sqrt[6]{P}$ (۳) $\sqrt[12]{P}$ (۲) \sqrt{P} (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۲ ، تابع - ۱۳۹۵۰۶۲۶

۷۳- در تابع $f(x) = ax^2 + bx + c$ ، اگر همواره داشته باشیم $a = b$ ، $f(x+1) - f(x) = 8x + 3$ کدام است؟

۲ (۴)

-1 (۳)

5 (۲)

1 (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۲ ، توابع نمایی و لگاریتمی - ۱۳۹۵۰۶۲۶

۷۶- اگر $\log_3 = 0$ باشد، عدد 3^{\log_3} چند رقمی خواهد بود؟

۲۴ رقمی (۴)

۲۳ رقمی (۳)

۵ رقمی (۲)

۵۰ رقمی (۱)

شما پاسخ نداده اید

۷۷- معادله‌ی $\log_{10}(4-x) = \log_{10}(6-x) - \log_{10}x$ چند جواب دارد؟

بی شمار (۴)

۲ (۳)

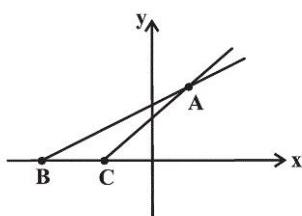
۱ (۲)

هیچ ریشه (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۲ ، توابع خاص- نامعادله و تعیین علامت - ۱۳۹۵۰۶۲۶

۷۸- مطابق شکل زیر، دو تابع خطی با شیب‌های ۲ و ۱، در نقطه‌ی A(1,12) متقاطع‌اند. مساحت مثلث ABC کدام است؟



۳۶ (۱)

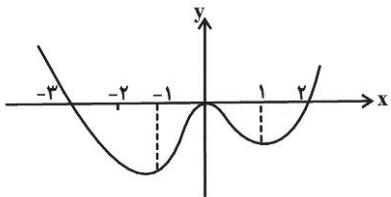
۴۸ (۲)

۷۲ (۳)

۹۶ (۴)

شما پاسخ نداده اید

- ۷۵ - با توجه به شکل رو به رو، دامنه‌ی تابع $\sqrt{(x-1)f(x)}$ کدام است؟



(۱) $[-3, 1] \cup [2, +\infty)$ (۴)

(۲) $[0, +\infty)$ (۳)

(۳) $[-3, 2]$ (۳)

(۴) $[-3, 1] \cup [2, +\infty)$ (۴)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۲ ، مثلثات - ۱۳۹۵۰۶۲۶

- ۷۶ - مجموع تمام مقادیری از θ در فاصله‌ی $\pi < \theta < 0$ که به ازای آن‌ها تابع با ضابطه‌ی $y = \cos^2 \theta$ برابر صفر می‌شود، کدام است؟

(۱) $\frac{2\pi}{3}$ (۴)

(۲) $\frac{\pi}{6}$ (۳)

(۳) $\frac{3\pi}{2}$ (۲)

(۴) $\frac{\pi}{2}$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

- ۷۷ - اگر $\pi/5 \leq x \leq 5\pi/6$ باشد، حدود $A = \sin x$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2} < A \leq 1$ (۴)

(۲) $\frac{1}{2} \leq A \leq 1$ (۳)

(۳) $0 \leq A \leq \sin \frac{\pi}{5}$ (۲)

(۴) $\sin \frac{\pi}{5} \leq A \leq 1$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

- ۷۸ - اگر یکی از زوایه‌های متوازی‌الاضلاعی به اضلاع ۲ و ۴ برابر با 60° باشد، آن‌گاه حاصلضرب دو قطر این متوازی‌الاضلاع چقدر است؟

(۱) $16\sqrt{2}$ (۴)

(۲) $4\sqrt{21}$ (۳)

(۳) $12\sqrt{2}$ (۲)

(۴) $10\sqrt{2}$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، مجموع جملات دنباله‌های حسابی و هندسی ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۵۰۶۲۶

بسط، ب.م.م و د.ب.م.م و معادلات /
ماکریم و می‌بیم توابع درجه دوم،
معادلات شامل عبارات گنگ و گویا
و حل معادلات به روش هندسی)
تابع

- ۷۹ - مجموع جملات یک دنباله‌ی حسابی از رابطه‌ی $S_n = (a-2)n^3 + bn^2 - cn + e - 1$ محاسبه می‌شود. اگر قدرنسبت این دنباله ۲ و جمله‌ی دوم آن ۵ باشد، $a+b+c+e$ کدام است؟

(۱) ۴ (۴)

(۲) ۳ (۳)

(۳) ۲ (۲)

(۴) ۱ (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، تقسیم چند جمله‌ای‌ها و بخش پذیری ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۵۰۶۲۶

(یادآوری و تخمیل، تساوی دو تابع،
تابع چندضابطه‌ای، معادلات و
توابع / رسم نمودار توابع و اعمال
جبری روی توابع / ترکیب توابع،
توابع زوج، فرد و توابع صعودی، و

- ۸۰ - باقی‌مانده‌ی تقسیم چندجمله‌ای $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ بر $-x^2 - 2x - 1$ برابر $-x^2 - 2x - 1$ است. حاصل $a+c+e$ کدام است؟

(۱) ۴ (۴)

(۲) صفر (۳)

(۳) -۱ (۲)

(۴) -۲ (۱)

شما پاسخ نداده اید

نحویه
صفحه‌های ۱ تا ۸۵

-۸۳ - دو چندجمله‌ای $16 - 12x^3 - 2x^2$ و $3x^3$ مفروضند. اگر ب.م.م آن‌ها $f(x)$ و ک.م.م آن‌ها $g(x)$ باشد، خارج قسمت تقسیم $g(x) - f(x)$ بر $x - 2$ به‌ازای $x = -3$ کدام است؟

۴۳ (۴)

۳۶ (۳)

-۳۶ (۲)

-۴۳ (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، ماکسیمم و مینیمم ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۵۰۶۲۶

-۸۴ - نقاط مینیمم و ماکزیمم دو تابع $g(x) = -2x^2 + mx - 1$ و $f(x) = x^2 - (m - 3)x + 1$ هم‌طول می‌باشند. فاصله‌ی ماکزیمم و مینیمم این دو تابع کدام است؟

$\frac{5}{2}$ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

$\frac{11}{4}$ (۲)

$\frac{19}{4}$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، معادلات شامل عبارات گویا و گنگ ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات -

۱۳۹۵۰۶۲۶

-۸۵ - اگر a و b اعداد صحیح و یکی از جواب‌های معادله‌ی $x^4 + ax^3 + b = 0$ به‌صورت $x = \sqrt{3 + \sqrt{2}} + \sqrt{3 - \sqrt{2}}$ باشد، $a + b$ کدام است؟

۴ (۴)

۲ (۳)

-۲ (۲)

-۴ (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، معادلات قدرمطلقی ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۵۰۶۲۶

-۸۶ - معادله‌ی $\frac{x^2 + 1}{|x|} - 1 = 0$ در مجموعه‌ی اعداد حقیقی چند جواب دارد؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

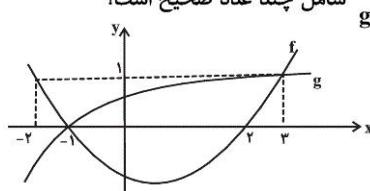
۱) صفر

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، نامعادلات کسری، گنگ و قدمطلقی ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات -

۱۳۹۵۰۶۲۶

-۸۷ - اگر نمودار تابع‌های f و g به‌صورت شکل زیر باشد، مجموعه‌ی جواب نامعادله‌ی $\frac{1-f(x)}{g(x)-f(x)} \leq 0$ شامل چند عدد صحیح است؟



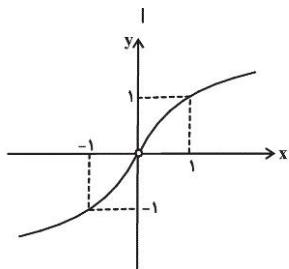
۱) صفر

۲ (۳)

۳ (۴)

شما پاسخ نداده اید

-۸۸- نمودار شکل مقابل متعلق به کدام تابع می‌تواند باشد؟



$$y = \begin{cases} \sqrt{-x} & ; x > 0 \\ \sqrt{x} & ; x < 0 \end{cases} \quad (2) \quad y = \begin{cases} \sqrt{x} & ; x > 0 \\ \sqrt{-x} & ; x < 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$y = \frac{|x|}{x} \times \sqrt{1 - x^2} \quad (4) \quad y = \frac{x}{|x|} \times \sqrt{|x|} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، جبر توابع ، تابع - ۱۳۹۵۰۶۲۶

$$f(x) = \frac{2x+1}{x-1} \quad \text{و} \quad g(x) = \frac{1}{\sqrt{2x}} \quad \text{اگر } g-f \text{ حاصل کدام است؟} \quad -۸۹$$

۷/۲ (۴)

۱/۲ (۳)

۹/۲ (۲)

۵ (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، ترکیب توابع ، تابع - ۱۳۹۵۰۶۲۶

$$f(x) = x + \frac{1}{x} \quad \text{و} \quad g(x - \frac{1}{x}) = x - \frac{1}{x} \quad \text{اگر بازای } x \geq 1 \text{ داشته باشیم؛ مقدار fog(\frac{5}{2}) \text{ کدام است؟} \quad -۹۰$$

۵/۲ (۴)

۷/۲ (۳)

۳/۲ (۲)

۱/۲ (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه‌ی ۲ ، - ۱۳۹۵۰۶۲۶

۱۳۱- در مثلث متساوی‌الاضلاع ABC به ضلع $8\sqrt{3}$ ، اگر فاصله‌ی نقطه‌ی M در داخل مثلث از اضلاع AB و AC بهترین ۳ و ۵ باشد، فاصله‌ی آن از ضلع BC کدام است؟

- ۶ (۲) ۷ (۱)
۳ (۴) ۴ (۳)

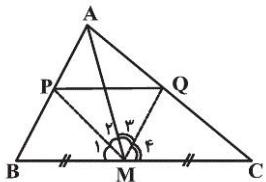
شما پاسخ نداده اید

۱۳۲- در مستطیلی به ابعاد $3\sqrt{2}$ و $4\sqrt{2}$ ، طول ضلع مربعی که از برخورد نیمسازهای داخلی آن بهدست می‌آید، کدام است؟

- $\sqrt{2}$ (۲) ۱ (۱)
۲ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۳۳- در شکل زیر، AM میانه و $\hat{M}_3 = \hat{M}_4 = \hat{M}_1 = \hat{M}_2$ میباشد. اگر $\frac{PQ}{AM}$ چقدر است؟



- $\frac{2}{3}$ (۱)
- $\frac{3}{2}$ (۲)
- $\frac{3}{4}$ (۳)
- $\frac{4}{3}$ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۳۴- در مثلث ABC ، دو میانه $AM = 9$ و $BM' = 12$ معلوم میباشند. ضلع BC چقدر باشد تا مثلث ABC قابل رسم گردد؟

- ۱۰ (۲) ۸ (۱)
- ۲۲ (۴) ۱۶ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۳۵- خط d و نقطه A خارج آن مفروض‌اند. اگر نقطه A به فاصله a واحد از خط d واقع باشد، آن‌گاه چند نقطه در صفحه وجود دارد که از A و

d به فاصله مساوی $\frac{a}{3}$ قرار داشته باشند؟

- ۲ (۲) ۱ (۱)
- ۴ هیچ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۳۶- نقطه P بیرون دایره‌ای به شعاع ۶ قرار دارد. اگر فاصله P از دورترین نقطه دایره ۱۶ باشد، اندازه مماسی که از P بر دایره رسم می‌شود چقدر است؟

- ۸ (۲) $4\sqrt{3}$ (۱)
- ۹ (۴) $2\sqrt{3}$ (۳)

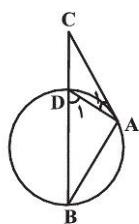
شما پاسخ نداده اید

۱۳۷- نقطه A درون دایره $C(O, 17)$ به گونه‌ای قرار دارد که فاصله آن تا مرکز دایره، برابر ۸ می‌باشد. کدام‌یک از اعداد زیر می‌تواند اندازه وتر گذرنده از نقطه A باشد؟

- ۲۹ (۲) ۲۷ (۱)
- ۳۵ (۴) ۳۲ (۳)

شما پاسخ نداده اید

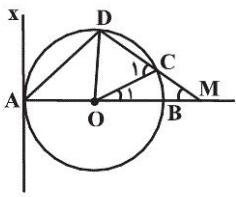
۱۳۸- در دایره‌ی شکل زیر، طول مماس AC و وتر AB برابر است. خط BC دایره را در نقطه D قطع کرده است. اگر $\hat{A}_1 = 20^\circ$ باشد، اندازه \hat{D}_1 چقدر است؟



- 60° (۱)
- 50° (۲)
- 40° (۳)
- 30° (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۳۹- در شکل زیر نقطه‌ی O مرکز دایره و Ax بر قطر AB عمود است. اگر $\hat{M} = 40^\circ$ و $\widehat{CD} = 60^\circ$ چند درجه است؟



۵۵ (۱)

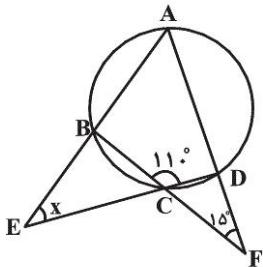
۷۰ (۲)

۶۰ (۳)

۵۰ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۴- در چهارضلعی محاطی $ABCD$ مطابق شکل، امتداد اضلاع AB و CD در E و امتداد اضلاع AD و BC در F متقاطع‌اند. مقدار x کدام است؟



۲۵ (۱)

۲۰ (۲)

۳۰ (۳)

۳۵ (۴)

سدهام آنون گمهان (شاهد) باستفاده از این سه ارادت احتمام است و در تازه کار شما تأثیر ندارد.

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، جبر و احتمال ، - ۱۳۹۵۰۶۲۶

شرطی، اثبات بازگشتی، برهان
خلف و اصل لانه کبوتری)
مجموعه‌ها
(مجموعه، زیرمجموعه و
مجموعه‌ی توانی / نمایش
هندرسی مجموعه‌ها و جبر
مجموعه‌ها)

۱۵۱- در اثبات حکم $(n \geq m) \rightarrow n^m > m^n$ ، شروع استقرا از ... است و نامساوی بدیهی ... به کار می‌رود.

$$3K^3 > (K+1)^3, m=1 \quad (۱)$$

$$(K+1)^3 > K^3, m=1 \quad (۲)$$

$$(K+1)^3 < K^3, m=4 \quad (۳)$$

$$3K^3 > (K+1)^3, m=4 \quad (۴)$$

شما پاسخ نداده اید

صفحه‌های ۱ تا ۵۶

۱۵۲- در اثبات نامساوی $(1 + \sqrt{3})^n \geq 1 + n\sqrt{3}$ به کمک ... به نامساوی بدیهی ... می‌رسیم.

۱) استقرای تعمیم یافته، $k \geq 0$

۲) استقرای تعمیم یافته، $\sqrt{k} \geq 0$

۳) استقرای ریاضی، $\sqrt{k} \geq 0$

۴) استقرای ریاضی، $k \geq 0$

شما پاسخ نداده اید

۱۵۳- اگر فیلم خالی شدن آب از یک ظرف به صورت معکوس پخش شود، ملاحظه می‌شود که ظرف در حال پرشدن است. فردی با این مشاهده، نتیجه می‌گیرد «منفی در منفی می‌شود مثبت» این نمونه‌ای از کدام نوع استدلال است؟

۱) درک شهودی

۲) استقرای

۳) تئوری

۴) استنتاجی

شما پاسخ نداده اید

۱۵۴- اثبات کدام قضیه‌ی زیر احتیاج به استدلال به روش برهان خلف دارد؟

۱) مربع هر عدد فرد به صورت $8k+1$ است.

۲) اگر x مضرب ۳ باشد، آن‌گاه $(x-3)x$ مضرب ۱۸ است.

۳) جمع دو عدد گویا، گویا است.

۴) اگر n عدد طبیعی و n^2 فرد باشد، آن‌گاه n فرد است.

شما پاسخ نداده اید

۱۵۵ - ۵۰ ورزشکار مرد در رشته‌های فوتبال، والیبال و بسکتبال از شهرهای تهران، مشهد، اصفهان و بوشهر در یک اردوی ورزشی شرکت کرده‌اند. حداقل چند ورزشکار هم‌رشته و همسه‌های هستند؟

۷ (۴) ۶ (۳) ۵ (۲) ۴ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۵۶ - اگر $A = \{a, \{a\}, \{a, \{a\}\}\}$ آن‌گاه کدام گزینه نادرست است؟

$\{\{a\}\} \subseteq P(A)$ (۳) $\{\{a\}\} \in P(A)$ (۱)
 $\{a, \{\{a\}\}, a\} \subseteq P(A)$ (۴) $\{a, \{a, \{a\}\}\} \in P(A)$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۵۷ - تعداد زیرمجموعه‌های سرهی مجموعه توانی مجموعه A برابر ۲۵۵ است. تعداد اعضای مجموعه A کدام است؟

۹ (۴) ۵ (۳) ۴ (۲) ۳ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۵۸ - اگر $n(A) = 4$ و $B - A = \{1, 2, -1\}$ ، آن‌گاه اجتماع دو مجموعه A و B چند عضو دارد؟

۷ (۴) ۶ (۳) ۵ (۲) ۴ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۵۹ - اگر $A - B = B - A$ باشد، کدام درست است؟

$A' = B$ (۴) $B = \emptyset$ (۳) $A = \emptyset$ (۲) $A = B$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۶۰ - اگر A ، B و C سه مجموعه دلخواه و $\phi = \text{آن‌گاه}$: $(A - B)\Delta(B - C) = \phi$

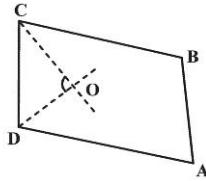
$C \subset B$ (۴) $B \subset A$ (۳) $A = B$ (۲) $A \subset C$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه و استدلال - ۱۳۹۵۰۶۲۶

مسئلهای تصاویری
(تا انتهای اصل کاوالیری)
صفحه‌های ۱ تا ۱۲۸

۱۰۱ - در چهارضلعی شکل زیر، $\hat{B} = 110^\circ$ و $\hat{A} = 40^\circ$ است. زاویه‌ی حاصل از برخورد نیمسازهای درونی C و D چقدر است؟



۷۰° (۲) ۷۵° (۱)
۶۰° (۴) ۶۵° (۳)

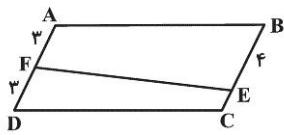
شما پاسخ نداده اید

۱۰۲ - در ذوزنقه‌ی متساوی‌الساقین ABCD طول قاعده‌ی کوچک (CD) با طول ساق‌ها برابر و زاویه‌ی بین دو قطر AC و BD برابر 30° است. زاویه‌ی منفرجه‌ی ذوزنقه چند درجه است؟

۱۳۵ (۲) ۱۲۰ (۱)
۱۶۰ (۴) ۱۵۰ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- در متوازی‌الاضلاع ABCD ، نسبت مساحت ABEF به مساحت FECD کدام است؟



$\frac{7}{5} \quad (2)$

$\frac{7}{4} \quad (1)$

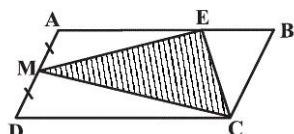
$\frac{8}{5} \quad (4)$

$\frac{6}{5} \quad (3)$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- در متوازی‌الاضلاع ABCD شکل مقابل، $AD = 3BE$ و M وسط ضلع AD است. نسبت مساحت مثلث CME به مساحت متوازی‌الاضلاع

کدام است؟ ABCD



$\frac{7}{16} \quad (2)$

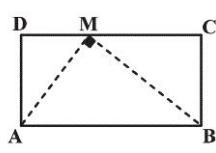
$\frac{7}{8} \quad (1)$

$\frac{3}{16} \quad (4)$

$\frac{3}{8} \quad (3)$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- در شکل زیر، ابعاد مستطيل ۶ و ۱۳ واحد و $\hat{M} = 90^\circ$ است. MA چند برابر $\sqrt{13}$ است؟



$2 \quad (2)$

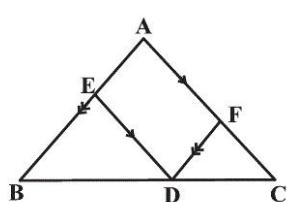
$\frac{2}{3} \quad (1)$

$\frac{3}{2} \quad (4)$

$3 \quad (3)$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- در شکل زیر، طول ضلع AB برابر کدام است؟



$7 \quad (2)$

$4 \quad (1)$

$11 \quad (4)$

$10 \quad (3)$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- در مثلث ABC از نقطه‌ی تلاقی میانه‌ها، دو خط موازی با دو ضلع AB و AC رسم کرده‌ایم تا ضلع BC را به ترتیب در نقاط D و E قطع کنند.

اگر $BC = 24$ باشد، اندازه‌ی DE کدام است؟

$7/2 \quad (2)$

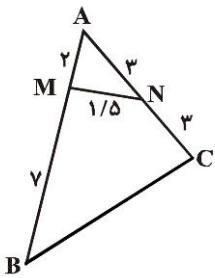
$6 \quad (1)$

$8 \quad (4)$

$7/5 \quad (3)$

شما پاسخ نداده اید

۱۰.۸ - در شکل مقابل اگر $MN = 1/5$ و $AN = NC = 3$ ، آنگاه اندازه $_i$ BC ، کدام است؟



۶/۷۵ (۲)

۵/۲۵ (۱)

۵ (۴)

۴/۵ (۳)

۱۰.۹ - اگر شعاع قاعده $_i$ استوانه $_i$ ، ۲ برابر با ارتفاع آن، نصف شود، حجم و مساحت جانبی آن به ترتیب چند برابر می‌شوند؟

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه $_i$ ۱ ، شکل‌های فضایی - ۱۳۹۵۰۶۲۶

B ✓

۱۰.۹ - اگر شعاع قاعده $_i$ استوانه $_i$ ۲ برابر و ارتفاع آن نصف شود، حجم و مساحت جانبی آن به ترتیب چند برابر می‌شوند؟

۲ برابر- ۲ برابر

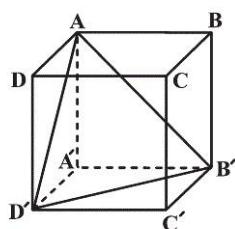
(۱) ۲ برابر- بدون تغییر

۴) بدون تغییر- بدون تغییر

(۳) ۴ برابر- بدون تغییر

شما پاسخ نداده اید

۱۱.۰ - در مکعب زیر، اگر اندازه $_i$ ضلع مکعب برابر $\sqrt{6}$ باشد، اندازه $_i$ مساحت مثلث $AD'B'$ برابر کدام است؟



$\frac{3}{2}\sqrt{3}$ (۲)

$\frac{9}{2}\sqrt{3}$ (۱)

$9\sqrt{3}$ (۴)

$3\sqrt{3}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۲ - سوالات موازی ، الگو و دنباله - ۱۳۹۵۰۶۲۶

نامعادله / توابع نمایی و
لگاریتمی / مثلثات
صفحه‌های ۱ تا ۱۵۸

۹۱ - حاصل ضرب پنج جمله $_i$ اول از یک دنباله $_i$ هندسی برابر ۳۲ است. اگر تفاضل جمله $_i$ سوم از چهارم برابر ۸ باشد، جمله $_i$ اول دنباله کدام است؟

۰/۴ (۲)

۱۰۸ (۱)

۱۰۰ (۴)

۲ (۳)

شما پاسخ نداده اید

- ۹۲ - جمله‌ی اول، دوم و سوم یک دنباله‌ی هندسی به ترتیب از راست به چپ برابر با جمله‌ی اول و سوم و نهم یک دنباله‌ی حسابی است. نسبت جمله‌ی پنجم

به جمله‌ی دهم دنباله‌ی حسابی کدام می‌تواند باشد؟

$\frac{3}{2}$ (۴)

۲ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{2}{3}$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۲ - سوالات موازی ، توابع نمایی و لگاریتمی - ۱۳۹۵۰۶۲۶

- ۹۶ - اگر دامنه‌ی تابع $y = \log(ax^2 - 2x + 1)$ برابر R باشد، حدود تغییرات a کدام است؟

$R - [-1, 1]$ (۴)

$1 < a$ (۳)

$0 < a$ (۲)

$0 < a < 1$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

- ۹۷ - کدام مقدار x در معادله‌ی $\log_{\sqrt[3]{\sqrt[3]{x}}} \frac{\sqrt[3]{x}}{3} = 3$ صدق می‌کند؟

$\frac{1}{3}$ (۴)

۲ (۳)

$\frac{3}{2}$ (۲)

$\frac{2}{3}$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۲ - سوالات موازی ، توابع خاص- نامعادله و تعیین علامت - ۱۳۹۵۰۶۲۶

- ۹۸ - دامنه‌ی تابع $y = \sqrt[3]{\sqrt{1+4x} + \frac{1}{4}}$ کدام است؟

$[\sqrt[3]{\frac{1}{4}}, +\infty)$ (۴)

$[-\frac{1}{4}, +\infty)$ (۳)

$[0, +\infty)$ (۲)

R (۱)

شما پاسخ نداده اید

- ۹۹ - نمودار تابع $y = -(x+2)^3 + 3$ از کدام یک از ناحیه‌های دستگاه مختصات عبور نمی‌کند؟

(۴) از همه‌ی ناحیه‌ها می‌گذرد.

(۳) ناحیه‌ی سوم

(۲) ناحیه‌ی دوم

(۱) ناحیه‌ی اول

شما پاسخ نداده اید

$R - [-2, 0]$ (۴)

$[0, 2]$ (۳)

$(0, 2)$ (۲)

$R - (0, 2)$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۲ - سوالات موازی ، مثلثات - ۱۳۹۵۰۶۲۶

- ۹۸ - اگر مختصات نقطه‌ی انتهایی کمان θ روی دایره‌ی مثلثاتی به صورت $(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{\sqrt{2}}{2})$ باشد، در این صورت $A = \tan(\frac{3\pi}{2} + \theta) - \sqrt{2} \sin(\theta - \pi)$ چقدر

است؟ (کمان θ در موقعیت استاندارد قرار دارد.)

۴ (۴)

۲ (۳)

-۱ (۲)

۱) صفر (۱)

شما پاسخ نداده اید

۹۹- اگر $x = \sin 80^\circ$ و $y = \tan 170^\circ$ و $z = \cos 380^\circ$ ، کدام رابطه برقرار است؟

y > z > x (۴)

x > z > y (۳)

y > x > z (۲)

z > x > y (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۰- در مثلث ABC ، $\hat{A} = 45^\circ$ و $\frac{AC}{AB} = \frac{3}{\sqrt{2}}$ ، اگر مساحت مثلث برابر با $3\sqrt{2}$ باشد، اندازهٔ ضلع AC چقدر است؟

۶ (۴)

۵/۲ (۳)

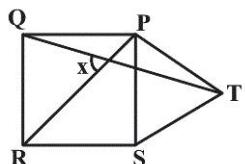
۴/۸ (۲)

۴ (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه‌ی ۱- سوالات موازی ، هندسه و استدلال - ۱۳۹۵۰۶۲۶

۱۱۱- در شکل زیر، PQRS یک مربع و PST یک مثلث متساوی‌الاضلاع است. در این صورت اندازهٔ زوایهٔ X کدام است؟



۶۰° (۲)

۴۵° (۱)

۹۰° (۴)

۷۵° (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- کدامیک از اجزای ذیل، مثلث ABC را در حالت کلی به دو مثلث همنهشت تقسیم می‌کند؟

(۱) نیمساز داخلی زوایهٔ A
BC (۲) ارتفاع وارد بر

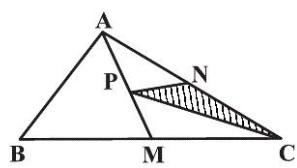
BC (۴) هیچکدام

(۳) میانهٔ وارد بر

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه‌ی ۱- سوالات موازی ، مساحت و قضیهٔ فیثاغورس - ۱۳۹۵۰۶۲۶

۱۱۳- در شکل مقابل N وسط ضلع AC و P وسط میانهٔ AM است، مساحت مثلث PNC چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟



$\frac{1}{6}$ (۲)

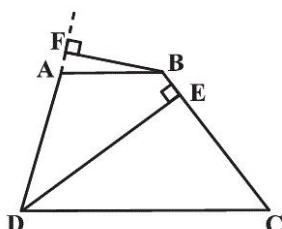
$\frac{1}{4}$ (۱)

$\frac{1}{12}$ (۴)

$\frac{1}{8}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- در ذوزنقه‌ی $ABCD$ ، نسبت قاعده‌ها $\frac{AD}{BC} = \frac{2}{3}$ و نسبت طول عمودهایی که از B و D بر ساق‌های مقابلشان وارد شده $\frac{BF}{DE}$ چقدر است؟



$\frac{1}{2} \quad (2)$

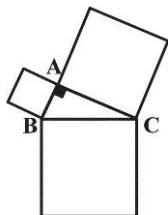
$\frac{1}{4} \quad (4)$

$\frac{3}{4} \quad (1)$

$\frac{2}{3} \quad (3)$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- شکل زیر شامل یک مثلث قائم‌الزاویه است که روی هر ضلع آن یک مربع ساخته شده است. اگر قطرهای دو مربع کوچک‌تر به ترتیب ۳ و ۴ واحد باشند،



قطر مربع بزرگ‌تر چند واحد است؟

$6 \quad (2)$

$8 \quad (4)$

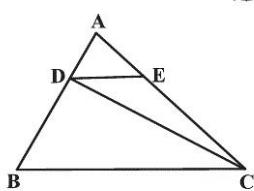
$7 \quad (1)$

$5 \quad (3)$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه‌ی ۱ - سوالات موازی ، تشابه - ۱۳۹۵۰۶۲۶

۱۱۶- در شکل مقابل، اگر $DE \parallel BC$ و $\frac{AD}{AB} = \frac{3}{7}$ آن‌گاه مساحت مثلث DEC چه کسری از مثلث ABC است؟



$\frac{3}{49} \quad (2)$

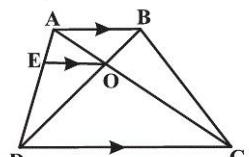
$\frac{12}{49} \quad (4)$

$\frac{3}{7} \quad (1)$

$\frac{1}{7} \quad (3)$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- در ذوزنقه‌ی شکل زیر پاره‌خط OE موازی قاعده‌های آن است. اگر نسبت مساحت مثلث AOE به مساحت مثلث DOE برابر $\frac{2}{3}$ باشد، نسبت



مساحت مثلث AOB به مساحت مثلث DOC کدام است؟

$\frac{2}{5} \quad (2)$

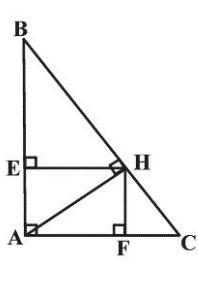
$\frac{4}{25} \quad (4)$

$\frac{2}{3} \quad (1)$

$\frac{4}{9} \quad (3)$

شما پاسخ نداده اید

$25 \quad (1) \quad 9 \quad (1)$



۱۱۸- در شکل مقابل $AF = 2AE$ است، نسبت $\frac{AB}{AC}$ کدام است؟

$\frac{3}{2} \quad (2)$

$\frac{4}{3} \quad (4)$

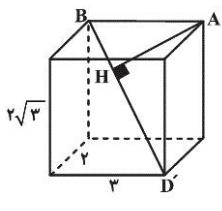
$2 \quad (1)$

$4 \quad (3)$

شما پاسخ نداده اید

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

ریاضی ، هندسه‌ی ۱- سوالات موازی ، شکل‌های فضایی - ۱۳۹۵۰۶۲۶



۱۱۹- ابعاد مکعب مستطیل شکل مقابل ۲، ۳ و $2\sqrt{3}$ است. طول AH کدام است؟

۱) $\frac{12}{5}$ ۲) $\frac{10}{3}$ ۳) $\frac{12}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- قاعده‌ی یک منشور قائم، مثلث متساوی‌الاضلاعی به ضلع ۲ واحد و ارتفاع منشور برابر ارتفاع قاعده‌ی آن است. حجم منشور کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۸

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، جبر و احتمال - گواه ، - ۱۳۹۵۰۶۲۶

۱۶۱- از حرارت دادن میله‌های فلزی مختلف در آزمایشگاه، نتیجه گرفته شده است که میله‌های فلزی در اثر حرارت طولشان زیاد می‌شود. نوع استدلال برای

این نتیجه‌گیری کدام است؟

۱) استنتاجی ۲) استقرایی ۳) تمثیلی ۴) درک شهودی

شما پاسخ نداده اید

۱۶۲- در اصل استقرای تعمیم یافته برای حکم « $n \geq m \Rightarrow n! < 4^n$ »، عدد طبیعی مناسب m کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۵ ۴) ۷

شما پاسخ نداده اید

۱۶۳- در اثبات $n \geq 5 \Rightarrow n^2 > 4^n$ با روش استقراء ریاضی، کدام نامساوی بدیهی به کار می‌رود؟

۱) $(k+1)^2 > 2$ ۲) $(k-1)^2 > 2$ ۳) $2k-1 > 5$ ۴) $k^2 > k$

شما پاسخ نداده اید

۱۶۴- گزاره‌ی «اگر $x > 2$ باشد، آن‌گاه $x^2 > 4$ است» معادل کدام گزاره است؟

۱) اگر $x^2 < 4$ آن‌گاه $x > 2$ ۲) اگر $x \geq 2$ آن‌گاه $x^2 \geq 4$

۳) اگر $x < 4$ آن‌گاه $x^2 < 2$ ۴) اگر $x^2 > 4$ آن‌گاه $x > 2$

شما پاسخ نداده اید

۱۶۵- هر زیرمجموعه‌ی n عضوی $A = \{1, 2, 3, 4, \dots, 23\}$ به طور یقین حداقل دو عضو دارد که مجموع آن دو عضو ۲۴ می‌باشد. حداقل n کدام است؟

۱) ۱۳ ۲) ۱۲ ۳) ۱۰ ۴) ۹

شما پاسخ نداده اید

۱۶۶- اگر مجموعه‌ی A مجموعه‌ی اعداد دو رقمی باشد، آن‌گاه زیرمجموعه‌ای از A که عضوهای آن به صورت $5k$ و $k \in A$ است، چند عضو دارد؟

۱۲ (۴)

۱۱ (۳)

۱۰ (۲)

۹ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۶۷- اگر مجموعه‌ی مرجع، مجموعه‌ی اعداد صحیح باشد و $\{1, 2, 3\} = A'$ و $\{2, 3, 4, 5\} = B$. آن‌گاه $(A \cup B)'$ کدام مجموعه است؟

{۴, ۵} (۴)

{۳, ۴, ۵} (۳)

{۲, ۴, ۵} (۲)

{۲, ۳} (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۶۸- مجموعه‌ی A دارای ۶۲ زیرمجموعه‌ی سرهی ناتهی است، تعداد زیرمجموعه‌های ۴ عضوی A چند برابر تعداد زیرمجموعه‌های ۲ عضوی آن است؟

۴ (۴)

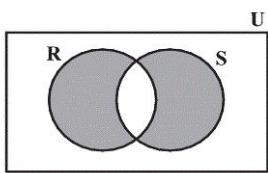
۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۶۹- قسمت هاشورزده در شکل مقابل، تصویر ون مربوط به کدام مجموعه نیست؟



$(R \cup S) \cap (S' \cup R')$ (۱)

$(R \cup S) - (R \cap S)$ (۲)

$(R - S) \cup (S - R)$ (۳)

$(R - S) \cap (S - R)$ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۷۰- مجموعه‌ی $(A - B)' \cap (A \cup B) \cap A'$ برابر کدام است؟

\emptyset (۴)

A' (۳)

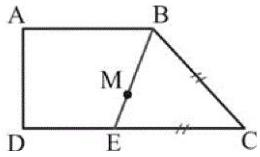
B (۲)

$B - A$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه‌ی ۲ - گواه ، - ۱۳۹۵۰۶۲۶

۱۴۱- در شکل زیر، چهارضلعی $ABCD$ ذوزنقه‌ی قائم‌الزاویه است و $CB = CE$. مجموع فواصل نقطه‌ی M از دو خط CB و CE برابر با کدام است؟



DE (۱)

BC (۲)

BE (۳)

AD (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۴۲- در مستطیلی به ابعاد ۱۵ و ۸ واحد، از تقاطع نیمسازهای داخلی آن یک چهارضلعی حاصل می‌شود، مساحت این چهارضلعی چند واحد مربع است؟

۲۴/۵ (۲)

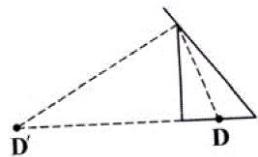
۱۶ (۱)

۳۲/۵ (۴)

۲۸ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۴۳- در مثلثی به اضلاع ۸، ۶ و ۵ واحد، نیمسازهای کوچک‌ترین زاویه‌ی آن ضلع مقابل را در D و D' قطع می‌کنند. اندازه‌ی DD' چهقدر است؟



- | |
|---------|
| ۱۹۵ (۱) |
| ۱۴ (۲) |
| ۱۰۲ (۳) |
| ۱۲۰ (۴) |
| ۱۲۴ (۵) |

شما پاسخ نداده اید

۱۴۴- در مثلث ABC ، به طول اضلاع $AC = 9$ و $BC = 7$ و $AB = 6$ ، طول میانه‌ی وارد بر ضلع سوم کدام می‌تواند باشد؟

- | | |
|--------|-------|
| ۳ (۲) | ۱ (۱) |
| ۱۰ (۴) | ۸ (۳) |

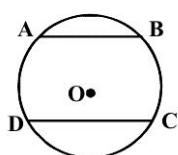
شما پاسخ نداده اید

۱۴۵- با معلومات $AB = 6$ ، $AC = 8$ و $\hat{B} = 30^\circ$ ، چند مثلث غیرهمنهشت ABC می‌توان رسم کرد؟

- | | |
|-------|--------|
| ۱ (۲) | ۱) هیچ |
| ۴ (۴) | ۲ (۳) |

شما پاسخ نداده اید

۱۴۶- مطابق شکل در دایره‌ی به مرکز O و شعاع ۵ واحد، دو وتر موازی $AB = 6$ و $CD = 8$ در طرفین مرکز دایره رسم شده‌اند. مساحت چهارضلعی $ABCD$ کدام است؟



- | |
|--------|
| ۵۶ (۱) |
| ۴۹ (۲) |
| ۴۲ (۳) |
| ۳۵ (۴) |

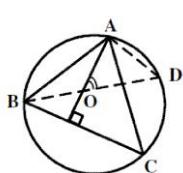
شما پاسخ نداده اید

۱۴۷- یک ذوزنقه‌ی متساوی الساقین بر دایره‌ای به شعاع $R = 3$ محیط است، اگر مساحت ذوزنقه 45 واحد مربع باشد، طول ساق آن کدام است؟

- | | |
|---------|-------|
| ۷/۵ (۲) | ۷ (۱) |
| ۸/۵ (۴) | ۸ (۳) |

شما پاسخ نداده اید

۱۴۸- در شکل زیر، O محل تلاقی ارتفاعهای مثلث ABC است. زاویه‌ی \hat{AOD} برابر کدام است؟



- | |
|----------------|
| ۱) \hat{OBC} |
| ۲) \hat{CAD} |
| ۳) \hat{OAC} |
| ۴) \hat{ADO} |

شما پاسخ نداده اید

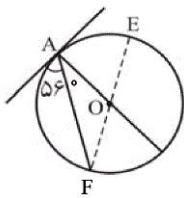
۱۴۹- در شکل زیر O مرکز دایره و زاویه A برابر 56° است. کمان AE چند درجه است؟

۶۸ (۱)

۶۶ (۲)

۶۴ (۳)

۶۲ (۴)



شما پاسخ نداده اید

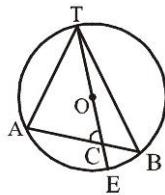
۱۵۰- در شکل مقابل O مرکز دایره، $\hat{B} = 35^\circ$ و $\hat{A} = 65^\circ$ است. زاویه C چند درجه است؟

۶۰ (۱)

۶۱ (۲)

۶۲ (۳)

۶۳ (۴)



شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۱ - گواه ، - ۱۳۹۵۰۶۲۶

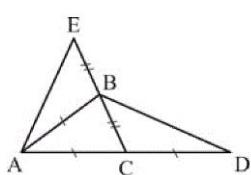
۱۲۱- اگر در شکل مقابل، آنگاه مجموع دو زاویه D و E چند درجه است؟

۳۸ (۱)

۵۲ (۲)

۵۸ (۳)

۶۴ (۴)



شما پاسخ نداده اید

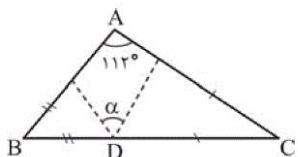
۱۲۲- در شکل مقابل، $\hat{A} = 112^\circ$ و دو مثلث کناری متساوی الساقین‌اند. زاویه α چند درجه است؟

۳۴ (۲)

۳۲ (۱)

۴۸ (۴)

۴۶ (۳)



شما پاسخ نداده اید

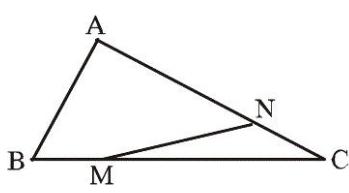
۱۲۳- اگر در شکل زیر $\frac{S_{MNC}}{S_{ABC}}$ کدام است؟

$\frac{1}{4}$ (۲)

$\frac{1}{3}$ (۱)

$\frac{8}{27}$ (۴)

$\frac{2}{9}$ (۳)



شما پاسخ نداده اید

۱۲۴- در مثلث ABC ، $\hat{A} = 90^\circ$ و میانه AM را رسم کرده‌ایم. اگر طول HB و HC به ترتیب 4 و 9 واحد باشد، آنگاه مساحت مثلث AMH کدام است؟

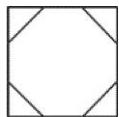
۴/۵ (۱)

۷/۸ (۴)

۶ (۳)

شما پاسخ نداده اید

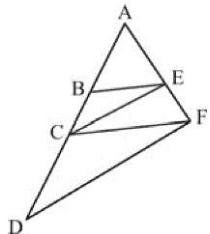
۱۲۵- در شکل مقابل مساحت مربع ۲ واحد مربع است، مساحت هشت ضلعی کدام است؟



- $4(\sqrt{2}-1)$ (۱)
- $4(2-\sqrt{2})$ (۲)
- $2(\sqrt{2}-1)$ (۳)
- $2(2-\sqrt{2})$ (۴)

شما پاسخ نداده اید

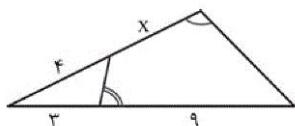
۱۲۶- در شکل مقابل، اگر $AB = 5$ ، $BC = 3$ و $CD \parallel DF$ و $BE \parallel CF$ آن‌گاه اندازه‌ی CE کدام است؟



- $4/5$ (۱)
- $4/8$ (۲)
- $5/4$ (۳)
- $5/6$ (۴)

شما پاسخ نداده اید

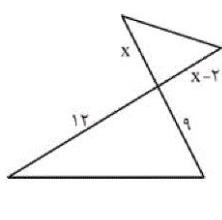
۱۲۷- در شکل مقابل، دو زاویه‌ی مقابل چهارضلعی مکمل‌اند. اندازه‌ی x کدام است؟



- 5 (۱)
- $5/5$ (۲)
- 6 (۳)
- $7/5$ (۴)

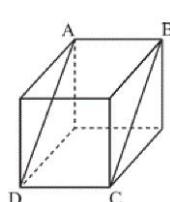
شما پاسخ نداده اید

۱۲۸- در شکل مقابل دو مثلث متشابه‌اند، نسبت مساحت‌های آنها کدام است؟



- | | |
|--------------------|-------------------|
| $\frac{9}{16}$ (۲) | $\frac{4}{9}$ (۱) |
| $\frac{3}{4}$ (۴) | $\frac{2}{3}$ (۳) |

شما پاسخ نداده اید



۱۲۹- در مکعب شکل مقابل، مساحت چهار ضلعی $ABCD$ برابر $3\sqrt{2}$ است. سطح کل مکعب چند سانتی‌متر مربع است؟

- 12 (۱)
- 16 (۲)
- 18 (۳)
- 24 (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۳۰- مساحت کل یک منشور قائم با قاعده‌ی مربع برابر ۱۸۲ واحد سطح است. اگر مجموع ارتفاع و ضلع قاعده‌ی آن 10 واحد باشد، ارتفاع منشور کدام است؟

- | | |
|-------|---------|
| $4/2$ | 3 (۱) |
| $7/4$ | 6 (۳) |

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۲ ، الگو و دنباله - ۱۳۹۵۰۶۲۶

-۷۱

(همیدرضا سبوري)

دنباله‌ی داده شده حسابی است و در آن $a = 4$ و $d = 5 - 1 = 4$ می‌باشد.

جمله‌ی n ام این دنباله از رابطه‌ی $a_n = a + (n-1)d$ به دست می‌آید. برای تعیین

جمله‌ی $(n-1)$ ام کافی است به جای n عبارت $(n-1)$ قرار دهیم، داریم:

$$a_{n-1} = -3 + (n-1-1)(4) = -3 + 4n - 8$$

$$\Rightarrow a_{n-1} = 4n - 11$$

(ریاضی ۲ - الگو و دنباله - صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

-۷۲

(ابراهیم نجفی)

در یک دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی اول a_1 و قدر نسبت q داریم:

$$a_2 = a_1 q$$

$$a_3 = a_1 q^2$$

.

.

$$a_{10} = a_1 q^9$$

$$a_1 \times a_2 \times a_3 \times \dots \times a_{10} = a_1^{10} \times q^{1+2+3+\dots+9}$$

$$a_1 \times a_2 \times a_3 \times \dots \times a_{10} = a_1^{10} \times q^{\frac{9 \times 10}{2}} \Rightarrow a_1 \times \dots \times a_{10} = a_1^{10} q^{45}$$

$$\Rightarrow P = a_1^{10} q^{45} \Rightarrow \sqrt[10]{P} = \sqrt[10]{a_1^{10} q^{45}}$$

$$\Rightarrow \sqrt[10]{P} = a_1 q^9 \Rightarrow a_1 a_{10} = \sqrt[10]{P} \Rightarrow a_1 a_{10} = \sqrt[10]{P}$$

نکته: حاصل $n+1+2+\dots+1$ از رابطه‌ی $\frac{n(n+1)}{2}$ به دست می‌آید.

(ریاضی ۲ - الگو و دنباله - صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

ریاضی ، ریاضی ۲ ، تابع - ۱۳۹۵۰۶۲۶

-۷۳

(دادر بوالحسنی)

$$f(x+1) - f(x) = \lambda x + 3$$

$$[a(x+1)^2 + b(x+1) + 5] - [ax^2 + bx + 5] = \lambda x + 3$$

$$\Rightarrow a[(x+1)^2 - x^2] + b = \lambda x + 3 \Rightarrow 2ax + (a+b) = \lambda x + 3$$

$$2a = \lambda \Rightarrow a = \frac{\lambda}{2}$$

$$a + b = 3 \xrightarrow{a = \frac{\lambda}{2}} b = -1 \Rightarrow a - b = \frac{\lambda}{2} - (-1) = \frac{\lambda}{2} + 1$$

(ریاضی ۲ - تابع - صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۴

۳

۲ ✓

۱

-۷۶

(کبریم نسبیری)

$$\log ۳ = ۰ / ۴۷۷ \Rightarrow ۳ = ۱۰^{\circ} / ۴۷۷ \Rightarrow ۳^{\Delta\circ} = (10^{\circ} / ۴۷۷)^{\Delta\circ} = 10^{23/85}$$

$$10^{23} < 10^{23/85} < 10^{24}$$

از طرفی داریم:

بنابراین $3^{\Delta\circ}$ عددی ۲۴ رقمی است. (ریاضی ۲- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

-۷۷

(حسین ملکشاه)

$$\log_{10}(4-x) = \log_{10} \frac{6-x}{x} \Rightarrow \frac{4-x}{1} = \frac{6-x}{x}$$

$$\Rightarrow 4x - x^2 = 6 - x \Rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$\Rightarrow (x-3)(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=3 \end{cases}$$

هر دو جواب قابل قبول است، پس معادله دو جواب دارد.

(ریاضی ۲- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۶)

۴

۳ ✓

۲

۱

-۷۸

(ابراهیم نجفی)

راه حل اول: کاملاً مشخص است که شیب خط گذرنده از نقاط A و B کمتر از شیب خط گذرنده از نقاط A و C است.

B و A و y - ۱۲ = ۱(x - ۱) \Rightarrow y = x + ۱۱

$$\frac{B(b, ۰)}{y=۰} \rightarrow b = -۱۱ \Rightarrow B(-11, ۰)$$

C و A و y - ۱۲ = ۲(x - ۱) \Rightarrow y = ۲x + ۱۰

$$\frac{C(c, ۰)}{y=۰} \rightarrow c = -۵ \Rightarrow C(-5, ۰)$$

برای به دست آوردن مساحت مثلث ABC باید ارتفاع و قاعده را داشته باشیم که ارتفاع آن همان عرض نقطه A و قاعدهی آن فاصلهی نقاط B و C است:

$$\text{ABC} = \frac{6 \times 12}{2} = ۳۶ \quad \text{قاعده و } ۱۲ = \text{ارتفاع}$$

راه حل دوم: با توجه به این که شیب خط همان تانزانیت زاویه‌ی بین خط با جهت مثبت محور X هاست، می‌توان نوشت:

$$B = \frac{12}{x_1} = ۱ \Rightarrow x_1 = ۱۲ \quad \text{شیب خط گذرنده از B و A}$$

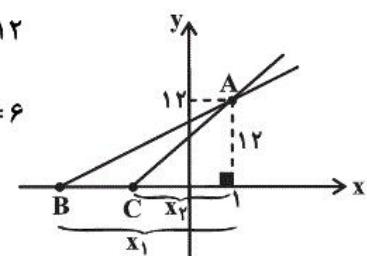
$$C = \frac{12}{x_2} = ۲ \Rightarrow x_2 = 6 \quad \text{شیب خط گذرنده از C و A}$$

$$\Rightarrow \text{قاعده} = x_1 - x_2 = 6 \Rightarrow S = \frac{6 \times 12}{2} = ۳۶$$

(ریاضی ۲- ترکیبی،- صفحه‌های ۱۰۷ تا ۱۰۹ و ۱۱۱)

۴

۳



۱ ✓

x	$-\infty$	-3	0	1	2	$+\infty$
$x - 1$	-	-	-	+	+	+
$f(x)$	+	0	-	0	-	0
$(x-1)f(x)$	-	0	+	0	-	0

$\Rightarrow [-3, 1] \cup [2, +\infty)$ مجموعه جواب

$$(x-1)f(x) \geq 0$$

و $f(x)$ باید هم علامت باشند یا حداقل یکی از آنها صفر باشد.

$$\Rightarrow \begin{cases} x-1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1 \\ f(x) \geq 0 \xrightarrow{x \geq 1} x \geq 2 \quad (1) \\ x-1 \leq 0 \Rightarrow x \leq 1 \\ f(x) \leq 0 \xrightarrow{x \leq 1} -3 \leq x \leq 1 \quad (2) \end{cases}$$

جواب نهایی، اجتماع (1) و (2) است، پس $x \in [-3, 1] \cup [2, +\infty)$ (ریاضی، ترکیب، صفحه‌های ۳۶ و ۵۹) (۱۴۰۲)

۴✓

۳

۲

۱

-۷۸

(مهاری ملاریفانی)

$$\cos 3\theta = 0 \Rightarrow 3\theta = k\pi + \frac{\pi}{2} \quad (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow \theta = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

برای این که $0 < \theta < \pi$ باشد، داریم:

$$\begin{array}{c|ccc} k & 0 & 1 & 2 \\ \hline \theta & \frac{\pi}{6} & \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6} & \frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \end{array} \Rightarrow \begin{array}{c|ccc} k & 0 & 1 & 2 \\ \hline \theta & \frac{\pi}{6} & \frac{\pi}{2} & \frac{5\pi}{6} \end{array}$$

$$=\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2} + \frac{5\pi}{6} = \frac{9\pi}{6} = \frac{3\pi}{2}$$

(ریاضی ۲ - مثلثات - صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۴۳) (۱۴۰۲)

۴

۳

۲✓

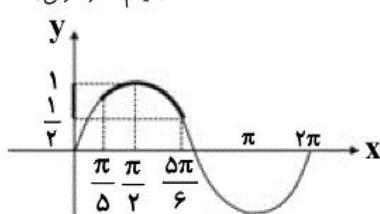
۱

-۷۹

(مینیم فرمولونی)

به نمودار تابع $y = \sin x$ در بازه‌ی

$$[\frac{\pi}{5}, \frac{5\pi}{6}] \text{ دقت کنید:}$$



همان‌طور که در نمودار دیده می‌شود، مقادیر y در بازه‌ی $[\frac{1}{2}, 1]$ قرار می‌گیرند.

پس حدود $A = \sin x$ وقتی $\frac{\pi}{5} \leq x \leq \frac{5\pi}{6}$ به صورت $1 \leq A \leq \frac{1}{2}$ است.

(ریاضی، ۲ - مثلثات - صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۴۳) (۱۴۰۲)

۴

۳✓

۲

۱

-۸۰

(محمد رضا سپوری)

در هر متوازی الاضلاع زوایای مجاور مکمل یکدیگرند، پس $\hat{B} = 60^\circ$ و

$\hat{A} = 120^\circ$ ، با توجه به رابطه‌ی کسینوس‌ها داریم:

$$\Delta ABC: AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2(AB)(BC) \cos \hat{B}$$

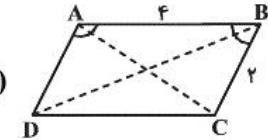
$$\Rightarrow AC^2 = 16 + 4 - 2(4)(2) \cos 60^\circ = 20 - 8 = 12 \Rightarrow AC = \sqrt{12}$$

$$\Delta ABD: BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2(AB)(AD) \cos \hat{A}$$

$$\Rightarrow BD^2 = 16 + 4 - 2(4)(2) \cos 120^\circ = 20 - 16(-\frac{1}{2}) = 20 + 8 = 28 \Rightarrow BD = \sqrt{28}$$

$$AC \times BD = \sqrt{12} \times \sqrt{28} = 4\sqrt{21}$$

(ریاضی ۳ - مثلثات - صفحه‌های ۱۵۲ تا ۱۵۴)



۴

۳ ✓

۲

۱

ریاضی ، حسابان ، مجموع جملات دنباله‌های حسابی و هندسی ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۵۰۶۲۶

-۸۱

(امیر هوشنگ فمسه)

$$S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$$

به دست می‌آید. در رابطه‌ی S_n درجه‌ی n برابر ۲ است و عدد ثابت وجود ندارد. ضمناً ضریب

جمله‌ی n^2 برابر نصف قدرنسبت است.

$$a - 2 = 0 \Rightarrow a = 2$$

$$e - 1 = 0 \Rightarrow e = 1$$

$$b = \frac{d}{2} = 1 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow S_n = n^2 - cn$$

$$S_1 = a_1 = 1 - c \quad a_2 = a_1 + d \Rightarrow a_2 = 1 - c + 2 \Rightarrow c = -2$$

$$a + b + c + e = 2 + 1 - 2 + 1 = 2$$

(حسابان - محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات - صفحه‌های ۲ تا ۶)

۴

۳

۲ ✓

۱

ریاضی ، حسابان ، تقسیم چند جمله‌ای‌ها و بخش پذیری ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۵۰۶۲۶

-۸۲

(محمد طاهر شعاعی)

بنابراین، باقی‌مانده‌ی تقسیم $P(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ بر

$x^2 - 1 - 2x - 1 = (x-1)(x+1)$ برابر است، پس:

$$\begin{cases} P(1) = 2 \times 1 - 1 = 1 \\ P(-1) = 2 \times (-1) - 1 = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b + c + d + e = 1 \\ a - b + c - d + e = -3 \end{cases}$$

از جمع دو تساوی به دست آمده، داریم:

$$\Rightarrow 2a + 2c + 2e = -2 \Rightarrow a + c + e = -1$$

(حسابان - محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات - صفحه‌های ۶ تا ۸)

۴

۳

۲ ✓

۱

ریاضی ، حسابان ، ب.م.م و ک.م.م اعداد و چند جمله‌ای‌ها ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۵۰۶۲۶

ابتدا دو چندجمله‌ای را تجزیه می‌کنیم:

$$2x^3 - 16 = 2(x^3 - 8) = 2(x - 2)(x^2 + 2x + 4)$$

$$3x^3 - 12 = 3(x^3 - 4) = 3(x - 2)(x^2 + 2x + 4)$$

$$\text{ب.م.م.} = f(x) = (x - 2)$$

$$\text{ک.م.م.} = g(x) = 6(x - 2)(x^2 + 2x + 4)$$

$$g(x) - f(x) = (x - 2) \underbrace{(6(x^2 + 2x + 4) - 1)}_{Q(x)}$$

خارج قسمت تقسیم $g(x) - f(x)$ بر $(x - 2)$ برابر با $Q(x)$ است. به ازای $x = -3$ داریم:

$$Q(-3) = 6(-1)(9 - 6 + 4) - 1 = -42 - 1 = -43$$

(حسابان- محاسبات هیری، معادلات و نامعادلات- صفحه‌های ۶ تا ۱ و ۱۵ تا ۲۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

ریاضی ، حسابان ، ماکسیمم و مینیمم ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۵۰۶۲۶

می‌دانیم طول ماقزیم یا مینیمم تابع درجه دوم $h(x) = ax^2 + bx + c$ برابر با

$$\frac{m-3}{2 \times 1} = \frac{m}{4} \Rightarrow 2m - 6 = m \Rightarrow m = 6 \quad x = -\frac{b}{2a} \text{ است.}$$

از طرفی عرض ماقزیم یا مینیمم تابع درجه دوم $h(x)$ از رابطه $h(-\frac{b}{2a})$ یا

$$-\frac{\Delta}{4a} \text{ قابل محاسبه است.}$$

$$f(x) = x^2 - 3x + 1 \Rightarrow y_{\min} = -\frac{\Delta}{4a} \Rightarrow y_{\min} = -\frac{9-4}{4} = -\frac{5}{4}$$

$$g(x) = -2x^2 + 6x - 1 \Rightarrow y_{\max} = -\frac{\Delta}{4a}$$

$$\Rightarrow y_{\max} = -\frac{36-8}{-8} = \frac{28}{8} = \frac{14}{4}$$

$$y_{\max} - y_{\min} = \frac{14}{4} - \left(-\frac{5}{4}\right) = \frac{19}{4}$$

(حسابان- محاسبات هیری، معادلات و نامعادلات- صفحه‌های ۱۸ تا ۲۴)

۴

۳

۲

۱ ✓

ریاضی ، حسابان ، معادلات شامل عبارات گویا و گنگ ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات -

۱۳۹۵۰۶۲۶

$$\Rightarrow x^2 = 6 + 2\sqrt{7} \Rightarrow x^2 - 6 = 2\sqrt{7} \xrightarrow{\text{توان ۲}}$$

$$x^4 - 12x^2 + 36 = 28 \Rightarrow x^4 - 12x^2 + 8 = 0$$

$$\Rightarrow x^4 - 12x^2 + 8 = x^4 + ax^2 + b$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -12 \\ b = 8 \end{cases} \Rightarrow a + b = -4$$

(حسابان- محاسبات هیری، معادلات و نامعادلات- صفحه‌های ۱۵ تا ۲۰)

-۸۶

(محمد مصطفی ابراهیمی)

$$\frac{x^2+1}{|x|}-1=0 \Rightarrow \frac{x^2+1}{|x|}=1 \Rightarrow \frac{x^2}{|x|}+\frac{1}{|x|}=|x|+\frac{1}{|x|}=1$$

$$|x|+\frac{1}{|x|} \geq 2 \quad \text{اگر } a > 0 \text{ باشد، آن‌گاه } 2 \geq a + \frac{1}{a} \text{ است. پس}$$

است و هیچ وقت برابر ۱ نمی‌شود. در نتیجه معادله داده شده جواب ندارد.

(حسابان- محاسبات بیبری، معادلات و نامعادلات- صفحه‌های ۳۵ تا ۳۹)

۴

۳

۲

۱ ✓

۱۳۹۵۰۶۲۶

-۸۷

(ابراهیم نجفی)

$$1-f(x)=0 \Rightarrow f(x)=1 \Rightarrow x=-2, 3$$

$$g(x)-f(x)=0 \Rightarrow g(x)=f(x) \Rightarrow x=-1, 3$$

توجه: وقتی $x < -2$ باشد، نمودار f پایین‌تر از خط $y=1$ است و $1-f(x)$ مثبت می‌شود اما در بقیه‌ی جاها نامثبت است.

وقتی $x < -1$ باشد، نمودار f پایین‌تر از نمودار g است و $g(x)-f(x)$ مثبت می‌شود اما در بقیه‌ی جاها نامثبت است.

با توجه به توضیحات فوق، اگر $A = \frac{1-f(x)}{g(x)-f(x)}$ جدول تعیین علامت بهصورت زیر است:

x	$-\infty$	-2	-1	3	$+\infty$
$1-f(x)$	-	+	+	+	-
$g(x)-f(x)$	-	-	+	+	-
A	+	-	+	+	+

$$A \leq 0 \Rightarrow (-\infty, -2] : \text{مجموعه‌ی جواب}$$

در این بازه فقط عدد صحیح -2 وجود دارد.

(حسابان- محاسبات بیبری، معادلات و نامعادلات- صفحه‌های ۳۹ تا ۴۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

(ابراهیم نجفی)

با توجه به نمودار مشخص است که تابع در نقطه $x = 0$ تعريف نشده است که این شرط در هر ۴ گزینه مشهود است. در گزینه‌ی «۱» مقادیر تابع همواره مثبت است که با نمودار مطابقت ندارد. همچنین در گزینه‌ی «۲» مقادیر تابع همواره منفی است که با نمودار مطابقت ندارد. با توجه به نمودار مشخص است که $f(1) = 1$ و $f(-1) = -1$ ، که این شرط در گزینه‌ی «۴» برقرار نمی‌باشد.

در گزینه‌ی «۳» داریم:

$$y = \frac{x}{|x|} \times \sqrt{|x|} \Rightarrow y = \begin{cases} \sqrt{x} & ; \quad x > 0 \\ -\sqrt{-x} & ; \quad x < 0 \end{cases}$$

گزینه‌ی «۳» می‌تواند ضابطه‌ی تابع داده شده باشد.

(حسابان-تابع-صفحه‌های ۵۰، ۵۱ و ۵۳ تا ۶۴)

۴

۳✓

۲

۱

ریاضی ، حسابان ، جبر توابع ، تابع - ۱۳۹۵۰۶۲۶

(مهدی ملارمنانی)

$$(g-f)(2) = g(2) - f(2) = \frac{(2)(2)+1}{2-1} - \frac{1}{\sqrt{2 \times 2}} = \frac{5}{1} - \frac{1}{2} = \frac{9}{2}$$

(حسابان-تابع-صفحه‌های ۶۹ تا ۷۴)

۴

۳

۲✓

۱

ریاضی ، حسابان ، ترکیب توابع ، تابع - ۱۳۹۵۰۶۲۶

(عباس نسبتیان)

$$\left. \begin{array}{l} f(x + \frac{1}{x}) = x - \frac{1}{x} \\ x + \frac{1}{x} = g(x - \frac{1}{x}) \end{array} \right\} \Rightarrow f(g(x - \frac{1}{x})) = x - \frac{1}{x}$$

$$\xrightarrow{x - \frac{1}{x} = y} f(g(y)) = y \Rightarrow fog(x) = x \Rightarrow fog(\frac{y}{2}) = \frac{y}{2}$$

(حسابان-تابع-صفحه‌های ۶۹ تا ۷۴)

۴✓

۳

۲

۱

ریاضی ، هندسه‌ی ۲ ، - ۱۳۹۵۰۶۲۶

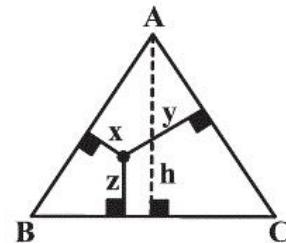
(رضای پورحسینی)

ارتفاع مثلث متساوی الاضلاع به طول ضلع a برابر $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ است.

$$x + y + z = h = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 8\sqrt{3} = 12$$

$$3 + 5 + z = 12 \Rightarrow z = 4$$

(هنرسه -۲ استدلال - صفحه ۲۱)



۴

۳✓

۲

۱

(سروش موئینی)

طول ضلع مربعی که از برخورد نیمسازهای داخلی مستطیلی به ابعاد a و b ایجاد می‌شود، برابر $\frac{\sqrt{2}}{2}(a-b)$ است، پس داریم:

$$x = \frac{\sqrt{2}}{2}(4\sqrt{2} - 3\sqrt{2}) = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \sqrt{2} = 1$$

(هنرسه -۲ استدلال - صفحه ۱)

۴

۳

۲

۱✓

(حسین هاچیلو)

با توجه به قضیه نیمسازها اثبات می‌شود $PQ \parallel BC$ است.

$$PQ \parallel BC \Rightarrow \frac{PQ}{BC} = \frac{AQ}{AC} \quad (\text{تالس I})$$

$$\Delta AMC: \text{نیمساز } MQ \Rightarrow \frac{AQ}{QC} = \frac{AM}{MC} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{AQ}{AC} = \frac{1}{3} \xrightarrow{(\text{I})} \frac{PQ}{BC} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{PQ}{4AM} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{PQ}{AM} = \frac{4}{3}$$

(هنرسه -۲ استدلال - مشابه تمرین ۱۵ - صفحه ۲۲)

۴✓

۳

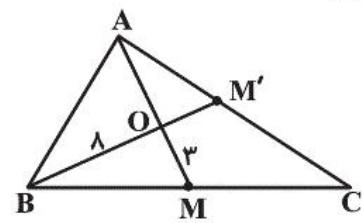
۲

۱

(محسن محمدکریمی)

$$OM = \frac{AM}{3} = 3$$

$$BO = \frac{2}{3}BM' = \frac{2}{3} \times 12 = 8$$

در مثلث BOM داریم:

$$|BO - OM| < BM < BO + OM$$

$$\Rightarrow 5 < BM < 11 \Rightarrow 10 < BC < 22$$

(هنرسهه ۲ - استدلال - صفحه‌های ۲۵ و ۳۶)

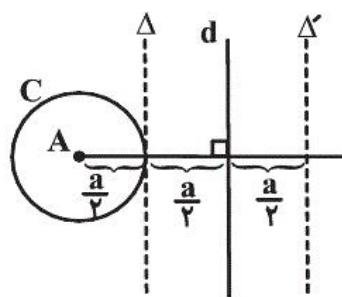
۴

۳✓

۲

۱

(امیرحسین ابومنجوب)



مکان هندسی نقاطی از صفحه که از نقطه‌ی A به فاصله‌ی $\frac{a}{2}$ باشند، دایره‌ای به مرکز A و به شعاع $\frac{a}{2}$ و مکان هندسی نقاطی از صفحه که از خط d به فاصله‌ی

$\frac{a}{2}$ باشند، دو خط موازی d و به فاصله‌ی $\frac{a}{2}$ از آن هستند. مطابق شکل

دایره‌ی C تنها یک نقطه‌ی مشترک با خط Δ دارد که جواب مسئله است.

(هنرسهه ۲ - استدلال - صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹)

۴

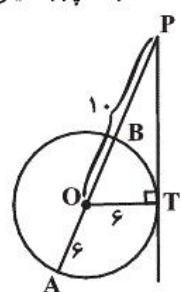
۳

۲

۱✓

(رفنا پورحسینی)

مطابق شکل، مثلث OPT قائم‌الزاویه است و داریم:



$$PT^2 = PO^2 - OT^2 = 100 - 36 = 64$$

$$\Rightarrow PT = 8$$

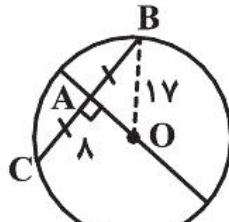
(هنرسهه ۲ - دایره - صفحه‌های ۵۱ و ۵۲)

۴

۳

(مسن محمدکریمی)

بزرگ‌ترین و تر یک دایره همان قطر آن است و کوچک‌ترین و تر گذرنده از یک نقطه است.



$$AB = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15 \Rightarrow BC = 30$$

پس طول وترهای گذرنده از نقطه‌ی A، بزرگ‌تر یا مساوی ۳۰ و کوچک‌تر یا مساوی ۳۴ می‌باشد.

(هنرسهه ۲ - دایره - صفحه‌های ۴۶ تا ۵۰)

۴

۳✓

۲

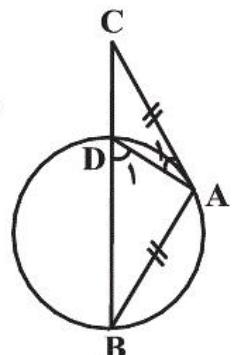
۱

(رضن پورحسینی)

$$\left. \begin{array}{l} AC = AB \Rightarrow \hat{B} = \hat{C} = \frac{\widehat{AD}}{2} \\ \hat{A}_1 = \frac{\widehat{AD}}{2} = 20^\circ \Rightarrow \widehat{AD} = 40^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{C} = 20^\circ$$

$$\Delta ACD : D_1 = \hat{A}_1 + \hat{C} = 20^\circ + 20^\circ = 40^\circ$$

(هنرسهه ۲ - دایره - مشابه تمرین ۹ - صفحه‌ی ۷۳)



۴

۳✓

۲

۱

(محمد ابراهیم گیتیزاده)

$\angle COD$ زاویه‌ی مرکزی و اندازه‌ی آن مساوی اندازه‌ی کمان روبه‌رو است،
 $\angle COD = 60^\circ$. بنابراین مثلث متساوی‌الساقین COD که یک زاویه‌ی

$\hat{C}_1 = 60^\circ = 60^\circ$ دارد، متساوی‌الاضلاع است و $\hat{C}_1 = 60^\circ$.

$$\Delta COM : \text{زاویه‌ی خارجی } \hat{C}_1 = \hat{O}_1 + \hat{M} \Rightarrow 60^\circ = \hat{O}_1 + 40^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{O}_1 = 20^\circ$$

$$\hat{M}OD = \hat{O}_1 + \hat{C}OD = 20^\circ + 60^\circ = 80^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{D}OA = 180^\circ - \hat{M}OD = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{DA} = 100^\circ$$

$\angle DAX$ بر دایره مماس و $\angle DAX$ زاویه‌ی ظلی است،

$$\hat{D}AX = \frac{\widehat{DA}}{2} = \frac{100^\circ}{2} = 50^\circ$$

(هنرسهه ۲ - دایره - صفحه‌های ۴۷ و ۵۶ تا ۵۱)

(محمد طاهر شعاعی)

$$110^\circ = 15^\circ + \hat{D}_2 \Rightarrow \hat{D}_2 = 95^\circ \Rightarrow \hat{D}_1 = 85^\circ$$

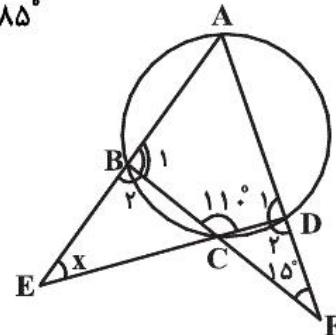
$$\Rightarrow \hat{B}_1 = 95^\circ$$

$$\hat{BCE} = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$$

ΔBCE : زاویه‌ی خارجی $\hat{B}_1 = \hat{BCE} + x$

$$\Rightarrow 95^\circ = 70^\circ + x \Rightarrow x = 25^\circ$$

(هندسه ۲ - دایره - صفحه‌های ۵۱ و ۵۹)



۴

۳

۲

۱✓

ریاضی، جبر و احتمال، - ۱۳۹۵۰۶۲۶

(سروش موئینی)

شروع این استقرا از $m = 4$ است:

$$3^4 > 4^3$$

$$(81 > 64)$$

دقت کنید که حکم در $n = 3$ درست نیست.

نامساوی بدیهی را با تقسیم حکم بر فرض به دست می‌آوریم:

 $3^k > k^3$: فرض $3^{k+1} > (k+1)^3$: حکم

$$\frac{3^{k+1}}{3^k} > \frac{(k+1)^3}{k^3} \Rightarrow 3 > \frac{(k+1)^3}{k^3}$$

$$\Rightarrow 3k^3 > (k+1)^3$$

(جبر و احتمال - استدلال ریاضی - صفحه‌های ۹ تا ۱۱)

۴

۳✓

۲

۱

(رسول محسنی منش)

نامساوی به ازای $n \geq 1$ برقرار است، پس اثبات با استفاده از اصل استقلای ریاضی صورت می‌گیرد. با تقسیم طرفین حکم بر طرفین فرض استقرا داریم:

$$\frac{P(k+1)}{P(k)} : 1 + \sqrt{3} \geq \frac{1 + (k+1)\sqrt{3}}{1 + k\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow 1 + (k+1)\sqrt{3} + 2k \geq 1 + (k+1)\sqrt{3} \Rightarrow 2k \geq 0$$

(جبر و احتمال - استدلال ریاضی - صفحه‌های ۷ تا ۱۱)

۴

۳✓

۲

۱

-۱۵۳

(هنریک سرکیسیان)

با توجه به مثال ۱ از صفحه ۲ کتاب درسی، نوع استدلال تمثیلی است.

(ببرواهتمال-استدلال ریاضی-مثال ا-صفحه ۲)

۴

۳✓

۲

۱

-۱۵۴

(عباس اسدی امیرآبادی)

گزینه‌های «۱» تا «۳» با استدلال استنتاجی اثبات می‌شود:

۱) $a = 2k + 1$

$$\begin{aligned} a^2 &= (2k+1)^2 = 4k^2 + 4k + 1 = \underbrace{4k(k+1)}_{2q} + 1 \\ &= 4(2q) + 1 = 8q + 1 \end{aligned}$$

می‌دانیم حاصل ضرب دو عدد متوالی زوج است.

۲) $x = 3k$

$$\begin{aligned} x(x-3) &= 3k(3k-3) = 3k(3(k-1)) = \underbrace{9k(k-1)}_{2k'} \\ &= 9(2k') = 18k' \end{aligned}$$

۳) $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$ گویا

۴)

برهان خلف

فرض خلف: عدد n فرد نیست یعنی n زوج است.

۴✓

۳

۲

۱

-۱۵۵

(رسول محسنی منش)

رشته و شهر $= 12 = 3 \times 4$ حالت دارد در نتیجه حداقل تعداد ورزشکاران

هم‌رشته و هم‌شهری برابر است با:

$$\left[\frac{50-1}{12} \right] + 1 = 5$$

(ببرواهتمال-استدلال ریاضی-صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

۴

۳

۲✓

۱

-۱۵۶

(سید عادل رضا مرتفعی)

مجموعه‌ی A عضوی است و $P(A) = 8 = 2^3$ عضو خواهد بود و داریم:

$$\begin{aligned} P(A) &= \{\{a\}, \{\{a\}\}, \{\{\{a\}, a\}\}, \{a, \{a\}\}, \{a, \{\{a\}, a\}\} \\ &\quad, \{\{a\}, \{\{a\}, a\}\}, \phi, A\} \end{aligned}$$

گزینه‌ی «۴» نادرست است زیرا $\{a, \{a, \{a\}\}\} \in P(A)$ ، $a \notin P(A)$ باشد.

نمی‌تواند زیرمجموعه‌ی $P(A)$ باشد.

(ببرواهتمال-مجموعه، ضرب دلارتی و رابطه-صفحه‌های ۳۹ تا ۴۲)

۴✓

۳

۲

۱

اگر A دارای n عضوی باشد $P(A) = 2^n$ عضو است ولذا زیرمجموعه‌های سره $P(A)$ برابر $2^n - 1$ است.

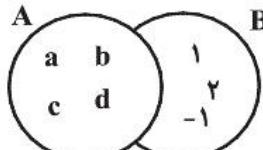
$$2^n - 1 = 255 \Rightarrow 2^n = 256 \Rightarrow 2^n = 2^8 \Rightarrow n = 3$$

(جبر و احتمال - مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه - صفحه‌های ۳۹ تا ۴۲)

 ۴ ۳ ۲ ۱ ✓

«۴-گزینه‌ی ۴» ۱۵۸

با توجه به شکل رویه‌رو $A \cup B$ دارای ۷ عضو است.



(جبر و احتمال - مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه - صفحه‌های ۴۲ تا ۴۴)

 ۴ ✓ ۳ ۲ ۱

$$A - B = B - A \Rightarrow A \cap B' = B \cap A'$$

$$A \cup (A \cap B') = A \cup (B \cap A') \Rightarrow A = A \cup B \Rightarrow B \subset A \quad (1)$$

$$B \cup (A \cap B') = B \cup (B \cap A') \Rightarrow B \cup A = B \Rightarrow A \subset B \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} A = B$$

(جبر و احتمال - مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه - صفحه‌های ۴۲ تا ۴۴)

 ۴ ۳ ۲ ۱ ✓

پس در صورت مسئله لازم است که $A - B = B - C$ یعنی

$A \cap B' = B \cap C'$ کافی است طرفین را با B استراک بگیریم

$$A \cap B' \cap B = B \cap C' \cap B \Rightarrow \phi = B \cap C' \Rightarrow B \subset C \quad (1)$$

لذا سمت چپ نیز برابر ϕ خواهد بود یعنی $A - B = \phi$ پس:

$$A \subset B \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow A \subset C$$

(جبر و احتمال - مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه - صفحه‌های ۴۲ تا ۴۴)

 ۴ ۳ ۲ ۱ ✓

(رضا پورحسینی)

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = 360^\circ$$

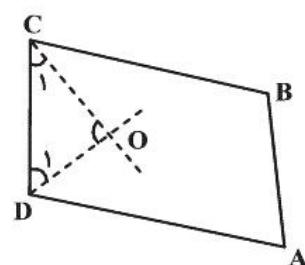
$$\Rightarrow 40^\circ + 110^\circ + \hat{C} + \hat{D} = 360^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{C} + \hat{D} = 210^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{\hat{C}}{2} + \frac{\hat{D}}{2} = \frac{210^\circ}{2} = 105^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{C}_1 + \hat{D}_1 = 105^\circ$$

$$\hat{O} = 180^\circ - 105^\circ = 75^\circ$$



(هندسه‌ی ا- استدلال- صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳)

۴

۳

۲

۱ ✓

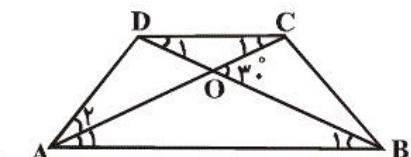
(محمد ابراهیم گلستانی زاده)

-۱۰۲

مثلث ACD متساوی الساقین است، پس $\hat{A}_2 = \hat{C}_1$. دو خط DC و AB باهم موازی‌اند و AC مورب است، پس $\hat{A}_1 = \hat{A}_2 = \hat{C}_1$ و در نتیجهيعنی AC نیمساز زاویه‌ی \hat{A} و به همین دلیل BD نیمساز زاویه‌ی B است.

$$\Delta OAB : \hat{O} = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{B}_1 = \frac{180^\circ - 150^\circ}{2} = 15^\circ$$



$$\Rightarrow \hat{A} = \hat{B} = 30^\circ \Rightarrow \hat{D} = \hat{C} = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$$

(هندسه‌ی ا- استدلال- صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$\frac{S_{ABEF}}{S_{FECD}} = \frac{\frac{3+4}{2} \times h}{\frac{3+2}{2} h} = \frac{7}{5}$$

(هنرسهی ا- مساحت و فیثاغورس - صفحه‌های ۳۸ تا ۴۰)

۱

۲

۳

۴

(مسنون محمدکریمی)

-۱۰۴

اگر AE و BE را به ترتیب برابر $3a$ و a و ارتفاع متوازی‌الاضلاع را برابر h در نظر بگیریم. خواهیم داشت:

$$\left. \begin{array}{l} S_{AME} = \frac{1}{2} \times \frac{h}{2} \times AE \\ S_{MDC} = \frac{1}{2} \times \frac{h}{2} \times CD \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow S_{AME} + S_{MDC} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} h (AE + CD) = \frac{1}{2} S_{AECD}$$

$$\Rightarrow S_{CME} = \frac{1}{2} S_{AECD}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{S_{AECD}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{1}{2} h (3a + 4a)}{h \times 4a} = \frac{7}{8} \\ \frac{S_{CME}}{S_{AECD}} = \frac{1}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{S_{CME}}{S_{ABCD}} = \frac{7}{16}$$

(هنرسهی ا- مساحت و فیثاغورس - صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

۱

۲

۳

۴

-۱۰۵

(حسن نصرتی ناهوک)

اگر $DM = x$ ، آن‌گاه $CM = 13 - x$. می‌دانیم ارتفاع وارد بر وتر،

واسطه‌ی هندسی دو قطعه‌ای است که روی وتر ایجاد می‌کند، بنابراین:

$$AD^2 = DM \cdot CM$$

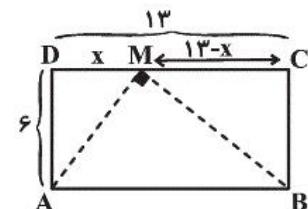
$$6^2 = x(13 - x) \Rightarrow 36 = 13x - x^2 \Rightarrow x^2 - 13x + 36 = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = 4, x_2 = 9 \Rightarrow DM = 4 \Rightarrow CM = 9$$

$$MA^2 = AD^2 + DM^2$$

$$\Rightarrow MA^2 = 6^2 + 4^2 = 36 + 16$$

$$\Rightarrow MA^2 = 52 \Rightarrow MA = 2\sqrt{13}$$



(هندسه‌ی ا-مساحت و فیثاغورس- مشابه تمرین ۱۳- صفحه‌ی ۶۵)

۴

۳

۲✓

۱

ریاضی ، هندسه‌ی ۱ ، تشابه - ۱۳۹۵۰۶۲۶

-۱۰۶

(حسن نصرتی ناهوک)

$DF \parallel AB$ ، $DE \parallel AC \Rightarrow AEDF$ متوازی‌الاضلاع است

$$\Rightarrow AF = DE = 7, DF = AE = 4$$

$$\xrightarrow{\text{قضیه‌ی تالس}} \frac{CF}{AC} = \frac{DF}{AB} \Rightarrow \frac{4}{11} = \frac{4}{AB} \Rightarrow AB = 11$$

(هندسه‌ی ا- تشابه- صفحه‌های ۷۷ و ۸۳)

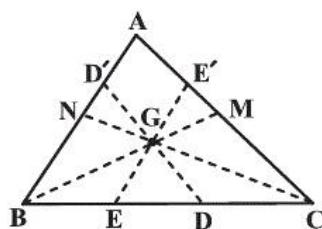
۴✓

۳

۲

۱

می‌دانیم در هر مثلث نقطه‌ی تلاقی میانه‌ها، میانه‌ها را به نسبت ۱ و ۲ تقسیم می‌کند:



$$\frac{BG}{GM} = \frac{2}{1} \text{ یا } \frac{BM}{GM} = \frac{3}{1}$$

$$\text{طبق قضیه‌ی تالس } DD' \parallel AC \Rightarrow \frac{GM}{BM} = \frac{CD}{BC}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{CD}{24} \Rightarrow CD = 8$$

$$\text{طبق قضیه‌ی تالس } EE' \parallel AB \Rightarrow \frac{GN}{CN} = \frac{BE}{BC} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{BE}{24}$$

$$\Rightarrow BE = 8$$

$$DE = BC - (BE + CD) = 24 - 16 = 8$$

(هنرسه‌ی ا- تشابه- صفحه‌های ۵۷ و ۸۳)

۴

۳

۲

۱

$$\Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1/5}{BC} = \frac{1}{3} \Rightarrow BC = 4/5$$

(هنرسه‌ی ا- تشابه- صفحه‌های ۸۳ و ۹۲)

۱

۳

۲

۱

(سعید جلالی)

$$\frac{V'}{V} = \frac{\pi(2r)^2 \frac{h}{2}}{\pi r^2 h} = 2 \quad \text{حجم ۲ برابر}$$

$$\frac{S'}{S} = \frac{2\pi(2r) \frac{h}{2}}{2\pi rh} = 1 \quad \text{بدون تغییر}$$

(هنرسهی ا- شکل‌های فضایی - صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۱۸)

 ۴ ۳ ۲ ۱ ✓

(کاظم باقرزاده)

هر کدام از اضلاع $AD'B'$, $B'D'$, AB' از مثلث $AD'B'$, قطر

یکی از وجههای مکعب هستند، پس داریم:

$$AB' = B'D' = AD' = \sqrt{12}$$

زیرا اگر ضلع مربع برابر a باشد، اندازهی قطر آن $a\sqrt{2}$ خواهد بود.بنابراین مثلث $AD'B'$ یک مثلث متساوی‌الاضلاع با اندازه ضلع $\sqrt{12}$ است با توجه به آن‌که در یک مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع a مساحتبرابر است با $S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$ پس مساحت مثلث $AD'B'$ برابر است

با:

$$S = \frac{(\sqrt{12})^2 \sqrt{3}}{4} = 3\sqrt{3}$$

(هنرسهی ا- شکل‌های فضایی - صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۱۷)

 ۴ ۳ ✓ ۲ ۱

(های پلاور)

$$\frac{a}{q^r}, \frac{a}{q}, a, aq, aq^r$$

جملات را به صورت زیر می نویسیم:
حاصل ضرب جملات برابر است با:

$$\frac{a}{q^r} \times \frac{a}{q} \times a \times aq \times aq^r = a^{\Delta} = ۳۲ \Rightarrow a = ۲$$

$$a_1 - a_r = aq - a = a(q - 1) = ۸ \xrightarrow{a=۲} q - 1 = ۴ \Rightarrow q = ۵$$

$$a_1 = \frac{a}{q^r} = \frac{۲}{۵^2} = \frac{۲}{۲۵} = ۰ / ۰ ۸$$

۴

۳

۲

۱✓

(ریاضی ۲ - الگو و دنباله - صفحه های ۱۰ تا ۱۳)
(معبدی ملار مفنازی)

a_1, a_2, \dots, a_n : دنبالهای حسابی و $t_1, t_2, t_3, \dots, t_n$: دنبالهای هندسی

$$t_1 = a_1, t_2 = a_2, t_3 = a_3$$

اگر سه جمله‌ی a , b و c به ترتیب تشکیل دنباله‌ی هندسی بدeneد، داریم:

$$t_2^r = t_1 t_3 \Rightarrow (a_2)^r = a_1 a_3 \quad b^r = ac$$

$$\Rightarrow (a_1 + ۲d)^r = (a_1)(a_1 + ۳d) \Rightarrow a_1^r + ۴d^r + ۴a_1 d = a_1^r + ۳a_1 d$$

$$\Rightarrow ۴d^r - ۳a_1 d = ۰ \Rightarrow ۴d(d - a_1) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} d = ۰ \\ d = a_1 \end{cases}$$

$$\frac{a_5}{a_1} = \frac{a_1 + ۴d}{a_1 + ۳d} \xrightarrow{a_1 = d} \frac{a_1 + ۴a_1}{a_1 + ۳a_1} = \frac{۵a_1}{۴a_1} = \frac{۱}{۲}$$

(ریاضی ۲ - الگو و دنباله - صفحه های ۱۰ تا ۱۳)

۴

۳

۲✓

۱

ریاضی ۲ - سوالات موازی ، توابع نمایی و لگاریتمی - ۱۳۹۵۰۶۲۶

$$\begin{cases} (-۲)^r - ۴(a)(۱) < ۰ \\ a > ۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۴ - ۴a < ۰ \Rightarrow ۴a > ۴ \Rightarrow a > ۱ \\ a > ۰ \end{cases} \quad (۱)$$

(۲)

از اشتراک جواب‌های به دست آمده نتیجه می‌شود که:

(ریاضی ۲ - ترکیبی - صفحه های ۷۳ تا ۸۳ و ۱۰۰ تا ۱۰۳)

۴

۳✓

۲

۱

(علی احصیر سر آبا (ان))

$$\left\{ \begin{array}{l} \log_{\sqrt[3]{2x}} = \log_{\frac{1}{(2x)^{\frac{1}{3}}}}^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{2}} x \\ \log_{\frac{1}{\sqrt[3]{2x}}} = \log_{\frac{(2x)^{\frac{1}{3}}}{1}}^{-\frac{1}{2}} = \log_{(2x)^{\frac{1}{3}}}^{-\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2} \log_{(2x)^{\frac{1}{3}}} = -\frac{1}{2} \log_{2x} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \log_{\sqrt[3]{2x}} - \log_{\frac{1}{\sqrt[3]{2x}}} = \frac{1}{2} (\log_{2x} + \log_{2x}) = 3$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2} (A + \frac{1}{A}) = 3 \Rightarrow A + \frac{1}{A} = 2 \Rightarrow \frac{A^2 + 1}{A} = 2$$

$$\Rightarrow A^2 - 2A + 1 = 0 \Rightarrow A = 1 \Rightarrow \log_{2x} = 1 \Rightarrow 2x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

(ریاضی -۲- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه های ۶۰ و ۶۱)

۴

۳

۲ ✓

۱

ریاضی ، ریاضی ۲- سوالات موازی ، توابع خاص- نامعادله و تعیین علامت - ۱۳۹۵۰۶۲۶

-۹۳

(کلیم نصیری)

می دانیم که دامنهٔ تابع $f(x) = \sqrt[3]{A}$ با دامنهٔ تابع A یکی است و رادیکال با فرجهٔ فرد، نقشی در تعیین دامنه ندارد. پس کافیست دامنهٔ تابع

$$y = \sqrt[3]{1+4x} + \frac{1}{4}$$

$$1+4x \geq 0 \Rightarrow 4x \geq -1 \Rightarrow x \geq -\frac{1}{4} \Rightarrow x \in [-\frac{1}{4}, +\infty)$$

(ریاضی -۲- ترکیب، - ضعفه های ۳۶ و ۳۷ تا ۴۶)

۴

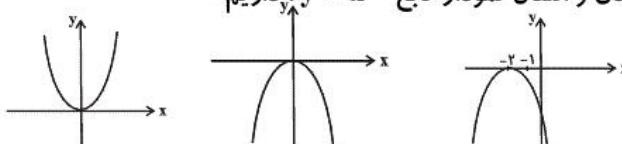
۳ ✓

۲

۱

(کلیم نصیری)

-۹۴

با استفاده از قرینه کردن و انتقال نمودار تابع $y = x^2$ داریم:

$$y = -(x+2)^2 + 3$$

دقت کنید که محل برخورد نمودار با محور y ها به صورت زیر بدست می آید:
 $x = 0 \Rightarrow y = -(0+2)^2 + 3 = -1$

(ریاضی -۲- توابع قابل، نامعادله و تعیین علامت - صفحه های ۶۲ و ۶۳)

۴

۳

۲

۱ ✓

(کریم نصیری)

$$P(x) = \frac{x^2 + 2x}{\sqrt{x^2 - 2x}} \Rightarrow x^2 - 2x > 0$$

باید زیر رادیکال مثبت باشد.

$$x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x(x-2) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ یا } x = 2$$

x	-∞	0	2	+∞
$x^2 - 2x$	+	-	+	+

$$x^2 - 2x > 0 \Rightarrow x < 0 \text{ یا } x > 2 \Rightarrow x \in (-\infty, 0) \cup (2, +\infty) = \mathbf{R} - [0, 2]$$

(ریاضی ۲- ترکیبی- صفحه‌های ۱۳۶ تا ۱۴۰ و ۱۴۴ تا ۱۴۷)

۴✓

۳

۲

۱

ریاضی ۲- سوالات موازی ، مثلثات - ۱۳۹۵۰۶۲۶

(فهیدرخان سیوودی)

می‌دانیم مختصات نقطه‌ی انتهایی کمان θ روی دایره‌ی مثلثاتی به‌صورت

$$A = \tan\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right) - \sqrt{2} \sin(-(\pi - \theta)) = (\cos\theta, \sin\theta)$$

$$\Rightarrow A = -\cot\theta + \sqrt{2} \sin(\pi - \theta) = -\frac{\cos\theta}{\sin\theta} + \sqrt{2} \sin\theta$$

$$A = -\frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{1}{\sqrt{2}}} + \sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = -1 + 1 = 0$$

(ریاضی ۲- مثلثات- صفحه‌های ۱۳۸ تا ۱۴۰)

۴

۳

۲

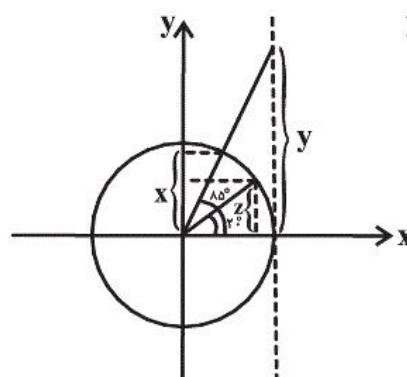
۱✓

(رضی عباسی اصل)

$$x = \sin 105^\circ = \sin(2 \times 36^\circ + 85^\circ) = \sin 85^\circ$$

$$z = \cos 381^\circ = \cos(11 \times 36^\circ - 7^\circ) = \cos 7^\circ = \sin 83^\circ$$

$$y = \tan 170.5^\circ = \tan(9 \times 18^\circ + 85^\circ) = \tan 85^\circ$$

با توجه به شکل واضح است که $y > x > z$ 

(ریاضی ۲- مثلثات- صفحه‌های ۱۳۸ تا ۱۴۰)

۴

۳

۲✓

۱

(فمیدرخانه سیوچی)

$$AB = 2k \quad \text{و} \quad AC = 3k$$

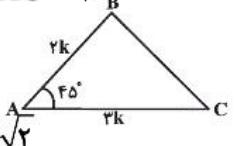
با فرض $\frac{AB}{AC} = \frac{2}{3}$ ، داریم:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin A$$

$$\Rightarrow 3\sqrt{8} = \frac{1}{2} \times 2k \times 3k \times \sin 45^\circ \Rightarrow 6\sqrt{2} = \frac{1}{2} \times 6k^2 \times \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow k^2 = 4 \Rightarrow k = 2 \Rightarrow AC = 3k = 6$$

(ریاضی - ۲ - مثلاً - صفحه های ۱۵۷ تا ۱۵۹)



۴✓

۳

۲

۱

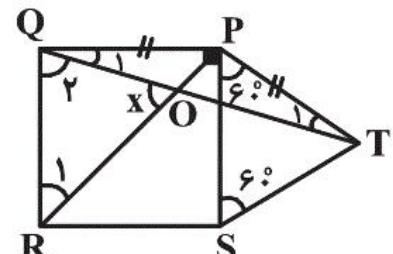
ریاضی ، هندسه‌ی ۱- سوالات موازی ، هندسه و استدلال - ۱۳۹۸۰۶۲۶

(مسین هابیلو)

$$Q\hat{P}T = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ$$

$$Q\hat{P}T + Q_1 + T_1 = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 150^\circ + 2Q_1 = 180^\circ \Rightarrow Q_1 = 15^\circ$$



$$Q_2 + Q_1 = 90^\circ \Rightarrow Q_2 = 75^\circ$$

از طرفی PR قطر مربع باشد و زاویه R را به دو قسمت مساوی

$$R_1 = 45^\circ$$

تقسیم می‌کند، پس داریم:

در مثلث OQR داریم:

$$Q_2 + x + R_1 = 180^\circ \Rightarrow 75^\circ + x + 45^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow x = 60^\circ$$

(هندسه‌ی ۱- استدلال - صفحه های ۱۱۲ تا ۱۱۴)

۴

۳

۲✓

۱

(سیراسره خاطمنی)

در حالت کلی، هیچ یک از اجزاء فرعی مثلث (نیمساز، ارتفاع و میانه) مثلث را به دو مثلث همنهشت تقسیم نمی‌کنند و لذا گزینه‌ی «۴» جواب است (واضح است که در مثلث متساوی الساقین اجزاء برای زاویه رأس و در مثلث متساوی الاضلاع برای هر سه زاویه این ویژگی را دارند که مثلث را به دو مثلث همنهشت تقسیم می‌کنند). (هندسه‌ی ۱- استدلال - صفحه های ۱۱۷ تا ۱۲۱)

۴✓

۳

۲

۱

(رسول محسنی منش)

می‌دانیم هر میانه‌ی مثلث، آن را به دو مثلث هم مساحت تقسیم می‌کند.

$$\Delta_{APC} : \text{میانه } PN \Rightarrow S_{\frac{\Delta}{PNC}} = S_{\frac{\Delta}{APN}} \quad \text{لذا داریم:}$$

$$\Rightarrow S_{\frac{\Delta}{PNC}} = \frac{1}{2} S_{\frac{\Delta}{APC}}$$

$$\Delta_{AMC} : \text{میانه } PC \Rightarrow S_{\frac{\Delta}{APC}} = S_{\frac{\Delta}{PMC}}$$

$$\Rightarrow S_{\frac{\Delta}{APC}} = \frac{1}{2} S_{\frac{\Delta}{AMC}}$$

$$\Rightarrow S_{\frac{\Delta}{PNC}} = \frac{1}{2} S_{\frac{\Delta}{AMC}} = \frac{1}{2} S_{\frac{\Delta}{ABC}}$$

(هنرسهی ا - مساحت و قضیه‌ی فیثاغورس - مشابه تمرین ۱۰ - صفحه‌ی ۵۲)

۴

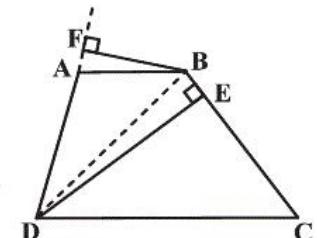
۳✓

۲

۱

$$\frac{S_{ABD}}{S_{BCD}} = \frac{AB}{DC} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{S_{ABD}}{S_{BCD}} = \frac{BF \times AD}{DE \times BC} \Rightarrow \frac{1}{2} = \left(\frac{BF}{DE}\right) \left(\frac{2}{3}\right)$$



$$\Rightarrow \frac{BF}{DE} = \frac{2}{3}$$

(هنرسهی ا - مساحت و قضیه‌ی فیثاغورس - صفحه‌های ۳۶ و ۵۳)

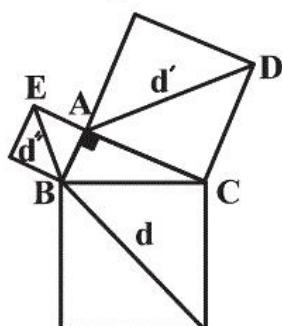
۴

۳

۲

۱✓

(شهرخ محمدی)

در هر مربع به ضلع a و قطر d داریم:

$$d^2 = 2a^2$$

در مثلث قائم‌الزاویه Δ_{ABC} داریم:

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 \Rightarrow \frac{d^2}{2} = \frac{d'^2}{2} + \frac{d''^2}{2}$$

$$\Rightarrow d^2 = d'^2 + d''^2 \Rightarrow d^2 = 4^2 + 3^2 = 25 \Rightarrow d = 5$$

(هنرسهی ا - مساحت و قضیه‌ی فیثاغورس - صفحه‌ی ۵۷)

۴

۳✓

۲

۱

-۱۱۶

(محمد رضا کلیل الرعایا)

$$\frac{AD}{AB} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{AD}{DB} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{S_{DEC}}{S_{ADE}} = \frac{EC}{AE} = \frac{DB}{AD} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{S_{ADE}}{S_{ABC}} = \left(\frac{AD}{AB}\right)^2 = \frac{9}{49}$$

$$\frac{S_{DEC}}{S_{ABC}} = \frac{4}{3} \times \frac{9}{49} = \frac{12}{49}$$

(هندسه‌ی ۱- تشابه - صفحه‌های ۷۷ و ۸۳ و ۹۷)

۴✓

۳

۲

۱

-۱۱۷

(مسنون محمد کریمی)

$$\frac{S_{AOE}}{S_{DOE}} = \frac{AE}{DE} \Rightarrow \frac{AE}{DE} = \frac{2}{3}$$

دو مثلث DOC و AOB متشابه‌اند، پس داریم:

$$\frac{S_{AOB}}{S_{DOC}} = \left(\frac{AO}{OC}\right)^2 = \left(\frac{AE}{DE}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

(هندسه‌ی ۱- تشابه - صفحه‌های ۷۷ و ۸۳ و ۹۷)

۴

۳✓

۲

۱

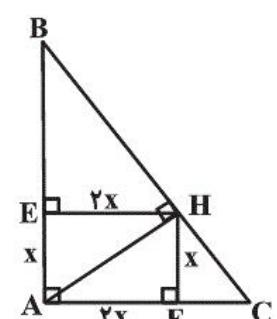
-۱۱۸

(مسنون محمد کریمی)

$$\begin{aligned} \Delta ABH : EH &\sim AE \cdot BE \Rightarrow 4x^2 = x \cdot BE \\ \Rightarrow BE &= 4x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta ABC : EH &\parallel AC \Rightarrow \frac{EH}{AC} = \frac{BE}{AB} \\ \Rightarrow \frac{AB}{AC} &= \frac{BE}{EH} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{4x}{2x} = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta ABC : EH &\parallel AC \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{BE}{EH} = 2 \\ \Rightarrow \frac{AB}{AC} &= \frac{4x}{2x} = 2 \end{aligned}$$



(هندسه‌ی ۱- تشابه - صفحه‌های ۷۷ و ۸۳ و ۹۷)

۴

۳

۲

۱✓

-۱۱۹

(مسین هایپلول)

$$AB = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 2^2} = 4$$

$$BD' = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 3^2 + 2^2} = 5$$

مثلث ABD' در رأس A، قائم الزاويه است و داريم:

$$AH \times BD' = AB \times AD' \Rightarrow AH \times 5 = 3 \times 4 \Rightarrow AH = \frac{12}{5}$$

(هنرسهی ۱- شکل های فضایی - صفحه های ۱۰۶ تا ۱۱۰)

۴

۳

۲✓

۱

-۱۲۰

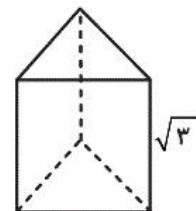
(شاھرخ محمدی)

مساحت مثلث متساوی الاضلاع به ضلع a عبارت است از:

$$S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$a = 2 \Rightarrow S = \frac{2^2 \sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$$

مساحت قاعده



ارتفاع منشور برابر ارتفاع مثلث متساوی الاضلاع یعنی برابر

$$V = Sh = \sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3 \quad \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2 = \sqrt{3}$$

است.

(هنرسهی ۱- شکل های فضایی - صفحه های ۱۲۸ تا ۱۳۳)

۴

۳✓

۲

۱

ریاضی ، جبر و احتمال - گواه ، - ۱۳۹۵۰۶۲۶

-۱۶۱

(سراسری انسانی- ۷۵)

چون بر مبنای مجموعه‌ی محدودی از مشاهدات نتیجه‌گیری شده است،

در نتیجه استدلال استقرایی است.

(جبر و احتمال- استدلال ریاضی- صفحه های ۳ و ۴)

۴

۳

۲✓

۱

-۱۶۲

(سراسری ریاضی- ۸۱)

کافی است گزینه‌ها را امتحان کنیم.

n = 4 \Rightarrow 256 < 120 < 280

n = 5 \Rightarrow 1024 < 720 < 120

n = 6 \Rightarrow 4096 < 5040 < 6048

بنابراین با توجه به گزینه‌ها، برای n \geq 6 برقرار است.

(جبر و احتمال- استدلال ریاضی- صفحه های ۹ تا ۱۱)

۴

۳✓

۲

۱

-۱۶۳-

(سراسری فارج از کشور ریاضی - ۱۶)

$$2^k > k^2 \xrightarrow{\times 2} 2^{k+1} = 2 \times 2^k > 2k^2$$

$$2^{k+1} > (k+1)^2 : \text{حکم استقرارا}$$

باید $(k+1)^2 > 2k^2$ برقرار باشد، پس:

$$2k^2 > k^2 + 2k + 1 \Rightarrow k^2 - 2k - 1 > 0 \Rightarrow k^2 - 2k - 1 + 2 > 2$$

$$\Rightarrow (k-1)^2 > 2$$

(ببرو اهتمال - استدلال ریاضی - صفحه های ۹ تا ۱۱)

۴

۳✓

۲

۱

(سراسری تهری - ۷۳)

-۱۶۴-

هر گزاره شرطی $q \Rightarrow p$ معادل با عکس نقیض خود است یعنی
 $\sim q \Rightarrow \sim p$ ، بنابراین گزینه‌ی (۳) صحیح است.

(ببرو اهتمال - استدلال ریاضی - صفحه های ۲۰ و ۲۱)

۴

۳✓

۲

۱

(سراسری فارج از کشور ریاضی - ۹۲)

-۱۶۵-

۱۱ دسته‌ی $(11, 13), (11, 14), (2, 22), (3, 21), \dots, (10, 14)$ مجموع ۲۴ را می‌دهند. حال اگر زیرمجموعه‌ای شامل یک عضو از هر دسته، به همراه عدد ۱۲ را در نظر بگیریم، هیچ دو عددی مجموع ۲۴ را نمی‌دهد.

۴✓

۳

۲

۱

(سراسری انسانی - ۷۷)

-۱۶۶-

ابتدا مجموعه‌های A و B را با نمایش اعضاء آنها بیان می‌کنیم:

$$A = \{10, 11, 12, \dots, 99\}$$

$$\begin{cases} B = \{5k : k \in A\} \Rightarrow B = \{50, 55, \dots, 95\} \\ B \subseteq A \end{cases}$$

B دارای ۱۰ عضو است $\Rightarrow 10 \leq k \leq 19 \Rightarrow 50 \leq 5k \leq 95$

(ببرو اهتمال - مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه - صفحه های ۳۶ تا ۳۹)

۴

۳

۲✓

۱

(سراسری ریاضی - ۸۴)

-۱۶۷-

$$(A \cup B)' = A' \cap B' = \{1, 2, 3\} \cap \{2, 3, 4, 5\} = \{2, 3\}$$

(ببرو اهتمال - مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه - صفحه های ۴۳ تا ۴۶)

۴

۳

۲

۱✓

(آزاد انسانی - ۷۷)

تعداد زیرمجموعه‌های سرهی هر مجموعه‌ی n عضوی $1 - 2^n$ است و بنابراین تعداد زیرمجموعه‌های سرهی ناتهی برابر است با $2 - 2^n$.
 r عضوی و همچنین $n - r$ عضوی از هر مجموعه‌ی n عضوی با هم برابرند، زیرا:

$$\binom{6}{4} = \binom{6}{2} \text{ و درنتیجه } \binom{n}{r} = \binom{n}{n-r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

(جبر و احتمال - مجموعه، ضرب دلارتی و رابطه - صفحه‌های ۳۶ تا ۴۱)

 ۴ ۳ ۲ ۱ ✓

(سراسری ریاضی - ۷۵)

$$\begin{aligned} & \{x \in M : x \in R - S \text{ یا } x \in S - R\} \\ &= (R - S) \cup (S - R) = (R \cup S) - (R \cap S) \\ &= (R \cup S) \cap (R \cap S)' = (R \cup S) \cap (R' \cup S') \end{aligned}$$

این ناحیه همان $R \Delta S$ (تفاضل متقارن R و S) است.

(جبر و احتمال - مجموعه، ضرب دلارتی و رابطه - صفحه‌های ۴۱ تا ۵۶)

 ۴ ✓ ۳ ۲ ۱

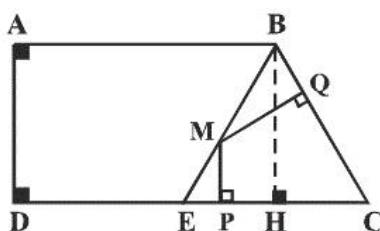
(سراسری ریاضی - ۸۸)

$$\begin{aligned} & (A - B)' \cap (A \cup B) \cap A' = (A \cap B')' \cap (A \cup B) \cap A' \\ &= (A' \cup B) \cap (A \cup B) \cap A' \\ &= [(A' \cap A) \cup B] \cap A' = [\emptyset \cup B] \cap A' = B \cap A' = B - A \end{aligned}$$

(جبر و احتمال - مجموعه، ضرب دلارتی و رابطه - صفحه‌های ۴۳ تا ۵۶)

 ۴ ۳ ۲ ۱ ✓

(سراسری خارج از کشور تهری - ۱۹)



$$MP + MQ = BH \quad \text{وارد بر ساق است، یعنی:}$$

با توجه به نکته‌ی بالا، مجموع فاصله‌های نقطه‌ی M واقع بر قاعده‌ی مثلث متساوی الساقین CBE از BC و CE، برابر با طول BH (ارتفاع) وارد بر ساق است. از طرفی ذوزنقه‌ی ABCD قائم‌الزاویه است، پس مطابق شکل AD و BH برابر فاصله‌ی بین دو پاره‌خط موازی AB و CD هستند، پس:

(هنرسه ۲ - استدلال - صفحه‌ی ۲۱)

۴✓

۳

۲

۱

(سراسری ریاضی - ۱۷)

از برخورد نیمسازهای داخلی زوایای یک مستطیل به اضلاع a و b، مربعی

$$\text{به مساحت } \frac{1}{2}(a-b)^2 \text{ پدید می‌آید.}$$

با توجه به فرض مسئله، مساحت مربع حاصل برابر است با:

$$S = \frac{1}{2}(15-8)^2 = \frac{49}{2} = 24.5$$

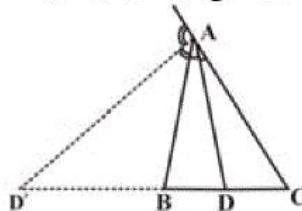
(هنرسه ۲ - استدلال - صفحه‌ی ۲۱)

۴

۳

۲✓

۱



مطابق شکل، AD و $A'D'$ نیمسازهای
داخلی و خارجی زاویه A هستند.

با توجه به فرض $AB = 6$ ، $AC = 8$ و $BC = 5$ ، طبق قضیه نیمسازها داریم:

$$\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

$$\xrightarrow{\text{مجموع در مخرج}} \frac{DB}{BC} = \frac{3}{7} \quad BC=5 \rightarrow DB = \frac{15}{7}$$

$$\frac{D'B}{D'C} = \frac{AB}{AC} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

$$\xrightarrow{\text{تفاضل در مخرج}} \frac{D'B}{BC} = \frac{6}{2} \quad BC=5 \rightarrow D'B = 15$$

$$DD' = DB + D'B = \frac{15}{7} + 15 = \frac{120}{7}$$

پس:

(هنرسه ۲- استدلال- صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۴

۳✓

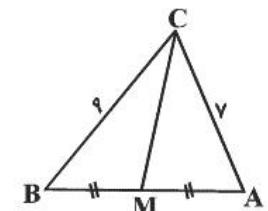
۲

۱

(آزاد ریاضی - ۹۱)

$$\frac{|AC - BC|}{2} < CM < \frac{AC + BC}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{9 - 7}{2} < CM < \frac{9 + 7}{2} \Rightarrow 1 < CM < 8$$



(هنرسه ۲- استدلال- صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

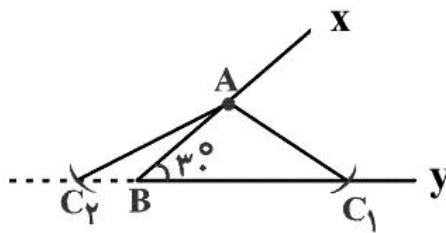
۴

۳

۲✓

۱

(کتاب آبی هنرسه ۲- سوال ۱۱۳- صفحه ۲۷)



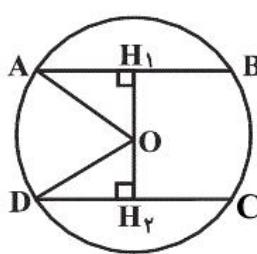
ابتدا زاویه $x\hat{B}y = 30^\circ$ را
رسم کرده و سپس پاره خط
 Bx به طول ۶ را روی نیم خط X
 جدا می‌کنیم.

۴

۳

۲✓

۱



$$\begin{aligned} OH_1 &= \sqrt{OA^2 - AH_1^2} = \sqrt{5^2 - \left(\frac{6}{2}\right)^2} = 4 \\ OH_2 &= \sqrt{OD^2 - DH_2^2} = \sqrt{5^2 - \left(\frac{8}{2}\right)^2} = 3 \\ \Rightarrow H_1H_2 &= OH_1 + OH_2 = 4 + 3 = 7 \end{aligned}$$

مساحت ذوزنقه ABCD برابر است با:

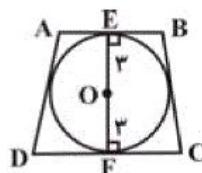
$$S_{ABCD} = \frac{H_1H_2 \times (AB + CD)}{2} = \frac{7 \times (6 + 8)}{2} = 49$$

۱

۲

۳✓

۴



چون چهار ضلعی ABCD محیطی است، در نتیجه:

$$\begin{aligned} AB + CD &= AD + BC \xrightarrow{AD=BC} AB + DC = 2AD \\ \Rightarrow AD &= \frac{AB + CD}{2} \end{aligned}$$

از طرفی EF هم قطر دایره محاطی و هم ارتفاع ذوزنقه است و در نتیجه

داریم:

$$S(ABCD) = \frac{EF \times (AB + DC)}{2}$$

$$EF \times \left(\frac{AB + DC}{2} \right) = EF \times AD \Rightarrow 45 = 6 \times AD$$

$$\Rightarrow AD = \frac{45}{6} = 7.5$$

۱

۲

۳✓

۴

$$\left. \begin{array}{l} \Delta AOH' : A\hat{O}D + C\hat{A}O = 90^\circ \\ \Delta ACH : A\hat{C}H + C\hat{A}O = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow A\hat{O}D = A\hat{C}H$$

$$\frac{A\hat{C}H = A\hat{D}O = \frac{1}{2}\widehat{AB}}{\Rightarrow A\hat{O}D = A\hat{D}O}$$

چون زاویه‌ی A یک زاویه‌ی ظلی است، داریم:

$$\hat{A} = \frac{\widehat{AF}}{2} \Rightarrow \frac{\widehat{AF}}{2} = 56^\circ \Rightarrow \widehat{AF} = 112^\circ$$

و چون FE قطر دایره است، در نتیجه:

$$\widehat{EF} = 180^\circ \Rightarrow 112^\circ + \widehat{AE} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{AE} = 180^\circ - 112^\circ = 68^\circ$$

(هندسه - ۲ - دایره - صفحه‌های ۶۰ و ۶۱)

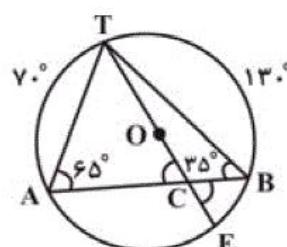
۴

۳

۲

۱ ✓

چون هر زاویه‌ی محاطی نصف کمان مقابل



خود است در نتیجه $\widehat{TB} = 130^\circ$ و

است. از طرفی چون $\widehat{AT} = 70^\circ$

از دایره است، دایره را به دو کمان 180°

تقسیم کرده است، یعنی :

$$\widehat{TB} + \widehat{BE} = 180^\circ \Rightarrow 130^\circ + \widehat{BE} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{BE} = 50^\circ$$

حال به سراغ محاسبه‌ی زاویه‌ی C می‌رویم:

$$\hat{C} = \frac{\widehat{AT} + \widehat{BE}}{2} = \frac{70^\circ + 50^\circ}{2} = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$$

(هندسه - ۲ - دایره - صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸ و ۶۱)

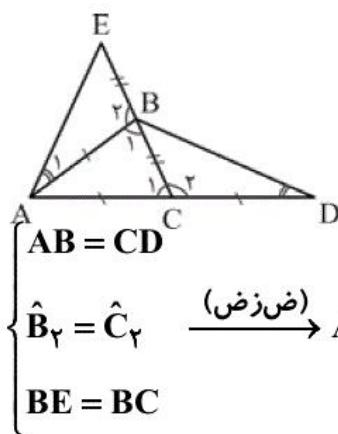
۴

۳

۲

۱ ✓

(سراسری فارج از کشور تهری - ۸۹)

مثلث ABC ، متساوی الساقین است. پس:

$$\begin{aligned}\hat{B}_1 &= \hat{C}_1 \\ \Rightarrow 180^\circ - \hat{B}_1 &= 180^\circ - \hat{C}_1 \\ \Rightarrow \hat{B}_2 &= \hat{C}_2\end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} AB = CD \\ \hat{B}_2 = \hat{C}_2 \\ BE = BC \end{array} \right. \xrightarrow{\text{(ضض)}} \Delta ABE \cong \Delta DCB \Rightarrow \hat{D} = \hat{A}_1 \quad (*)$$

همچنین، از متساوی الساقین بودن مثلث ABC ، نتیجه می شود که:

$$\hat{B}_1 = \frac{180^\circ - \hat{BAC}}{2} = \frac{180^\circ - 52^\circ}{2} = 64^\circ \quad (**)$$

از طرفی:

$$\begin{aligned}\Delta ABE: \hat{B}_1 &= \hat{A}_1 + \hat{E} \xrightarrow{\text{(*)}} \hat{B}_1 = \hat{D} + \hat{E} \\ \xrightarrow{\text{(**)}} \hat{D} + \hat{E} &= 64^\circ\end{aligned}$$

(هنرسهی - استدلال - مشابه تمرین ۵۶ - صفحه ۳۶)

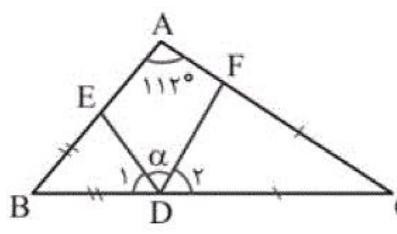
۴✓

۳

۲

۱

(سراسری تهری - ۸۵)

در مثلث متساوی الساقین BDE ، داریم:

$$\hat{D}_1 = \frac{180^\circ - \hat{B}}{2} \quad (1)$$

در مثلث متساوی الساقین CDF ، داریم:

$$\hat{D}_2 = \frac{180^\circ - \hat{C}}{2} \quad (2)$$

$$\hat{D}_1 + \alpha + \hat{D}_2 = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 180^\circ - (\hat{D}_1 + \hat{D}_2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} 180^\circ - \left(\frac{180^\circ - \hat{B}}{2} + \frac{180^\circ - \hat{C}}{2} \right) = \frac{\hat{B} + \hat{C}}{2} = \frac{68^\circ}{2} = 34^\circ$$

(هنرسهی - استدلال - مشابه تمرین ۳۷ - صفحه ۳۷)

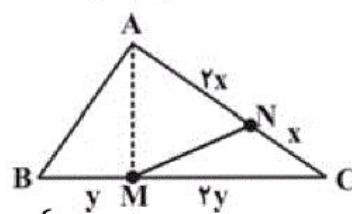
۴

۳

۲✓

۱

(آزاد ریاضی - ۸۴)



از A به M وصل می‌کنیم. با توجه به این که نسبت مساحت دو مثلث که دارای ارتفاع‌های برابر هستند برابر است با نسبت قاعده‌های نظیر، می‌توان گفت:

$$\begin{cases} \frac{S(MNC)}{\Delta} = \frac{NC}{AC} = \frac{x}{2x} = \frac{1}{2} \\ S(AMC) \\ \frac{S(AMC)}{\Delta} = \frac{MC}{BC} = \frac{2y}{3y} = \frac{2}{3} \\ S(ABC) \end{cases}$$

$$\Rightarrow S(MNC) = \frac{1}{2} \left(\frac{2}{3} S(ABC) \right) = \frac{2}{9} S(ABC)$$

(هنرسهی ا- مساحت و فیثاغورس- صفحه‌های ۳۶ و ۵۳)

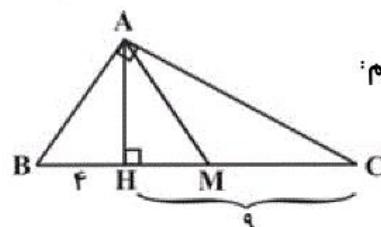
۴

۳✓

۲

۱

(سراسری ریاضی - ۸۴)



چون AH ارتفاع وارد بر وتر است، داریم:

$$AH^2 = BH \times HC = 4 \times 9 = 36 \Rightarrow AH = 6$$

از طرفی چون AM میانه‌ی وارد بر وتر است، پس

$$BM = MC = \frac{13}{2} \quad \text{در نتیجه داریم:}$$

$$HM = BM - BH = \frac{13}{2} - 4 = \frac{5}{2}$$

$$S(AHM) = \frac{1}{2} AH \times HM = \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{5}{2} = 15 / 2$$

(هنرسهی ا- مساحت و فیثاغورس- صفحه‌های ۳۱ و ۶۵)

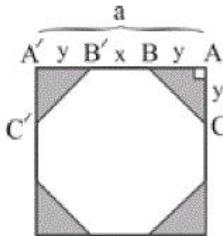
۴✓

۳

۲

۱

(سراسری ریاضی - ۸۱۶)



طول ضلع مربع را a و طول ضلع هشت ضلعی منتظم را با x نشان می‌دهیم، با توجه به این که مساحت مربع برابر ۲ است، پس:

$$a^2 = 2 \Rightarrow a = \sqrt{2}$$

$$a = (1 + \sqrt{2})x \Rightarrow \sqrt{2} = (1 + \sqrt{2})x$$

$$\Rightarrow x = \frac{\sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} + 1} \times \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} - 1} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2} - 1)}{2 - 1} = 2 - \sqrt{2}$$

با توجه به شکل، با فرض $AB = A'B' = y$ ، داریم:

$$x + 2y = a \Rightarrow y = \frac{a - x}{2} = \frac{\sqrt{2} - (2 - \sqrt{2})}{2} = \sqrt{2} - 1$$

مساحت هشت ضلعی منتظم را با S و مساحت مربع را با S' نشان می‌دهیم، با توجه به این که چهار مثلث سایه خورده در شکل بالا با هم همنهشت هستند،

$$S = S' - 4S(\Delta ABC) \Rightarrow S = 2 - 4\left(\frac{1}{2}y^2\right) = 2 - 2y^2 \quad \text{داریم:}$$

$$\Rightarrow S = 2 - 2(\sqrt{2} - 1)^2 = 2 - 2(2 + 1 - 2\sqrt{2}) \\ = 4\sqrt{2} - 4 = 4(\sqrt{2} - 1)$$

(هنرسهی ۱ - مساحت و فیثاغورس - مقدمهی ۷۷)

۴

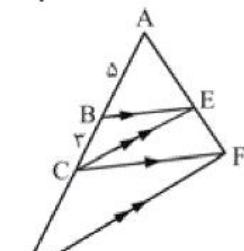
۳

۲

۱✓

(سراسری تبریز - ۸۱۶)

چون $BE \parallel CF$ ، با به کار بردن قضیهٔ تالس در مثلث ACF ، داریم:



$$\frac{AB}{BC} = \frac{AE}{EF} \quad (*)$$

چون $CE \parallel DF$ ، با به کار بردن قضیهٔ تالس در مثلث ADF ، داریم:

$$\frac{AC}{CD} = \frac{AE}{EF} \quad (**)$$

$$\xrightarrow{(*), (**)} \frac{AB}{BC} = \frac{AC}{CD} \Rightarrow \frac{5}{3} = \frac{5+3}{CD} \Rightarrow CD = \frac{3 \times 8}{5} = 4.8$$

(هنرسهی ۱ - تشابه - مشابه تمرین ۱۳ - مقدمهی ۷۷)

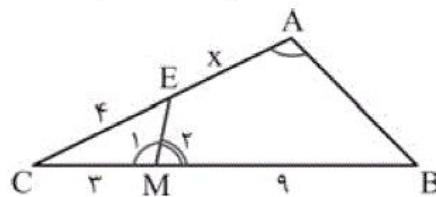
۴

۳

۲✓

۱

(سراسری قارچ از کشور تبریز - ۱۸۵)



$$\begin{cases} \hat{A} + \hat{M}_1 = 180^\circ & \text{طبق فرض} \\ \hat{M}_1 + \hat{M}_2 = 180^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{M}_1 = \hat{A}$$

$$\begin{cases} \hat{M}_1 = \hat{A} \\ \hat{C} = \hat{C} \end{cases} \xrightarrow{\text{تساوی زاویه‌ها}} \Delta ABC \sim \Delta MEC$$

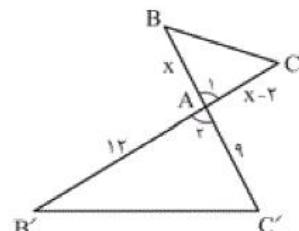
۴

۳

۲

۱✓

(سراسری تبریز - ۱۸۳)



چون دو زاویه‌ی A_1 و A_2 متقابله به رأس و در نتیجه با هم مساوی‌اند، پس در دو مثلث متشابه $B'C'$ و BC ، ABC و $AB'C'$ هم هستند، از طرفی چون:

$$\begin{cases} AC = x - 2 < AB = x \\ AC' = 9 < AB' = 12 \end{cases}$$

پس AC' و AC با هم و AB' و AB متناظرند، داریم:

$$\frac{AB}{AB'} = \frac{AC}{AC'} \Rightarrow \frac{x}{12} = \frac{x-2}{9} \Rightarrow \frac{x}{4} = \frac{x-2}{3} \Rightarrow 3x = 4(x-2) \Rightarrow x = 8$$

$$\Rightarrow k = \frac{AB}{AB'} = \frac{x}{12} \underset{x=8}{=} \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow k^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

(هنرمه‌ی آن-تشابه-مساحت‌های ۱۰۳ تا ۱۸۳)

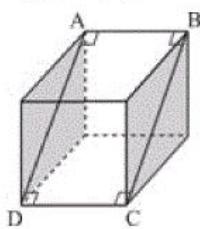
۴

۳

۲

۱✓

(سراسری تهری - ۸۰)



در مکعب شکل مقابل، دو یال AB و CD بر صفحه‌های وجههای سایه خورده عمودند، پس هر چهار زاویه‌ی چهار ضلعی $ABCD$ قائم‌اند و این چهار ضلعی مستطیل است.

طول یال مکعب را a در نظر می‌گیریم، در مستطیل $ABCD$ ، دو ضلع AD و AB با یال‌های مکعب برابرند و طول آنها a است، دو ضلع BC و CD قطرهای مکعب هستند، پس طول آنها $\sqrt{2}a$ است و داریم:

$$\begin{aligned} S(ABCD) &= 3\sqrt{2} \Rightarrow AB \times BC = 3\sqrt{2} \\ \Rightarrow (a)(\sqrt{2}a) &= 3\sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{2}a^2 = 3\sqrt{2} \Rightarrow a^2 = 3 \quad (*) \\ \Rightarrow S &= 6a^2 \quad (*) \end{aligned}$$

(هنرسهی - شکل‌های فضایی - صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶)

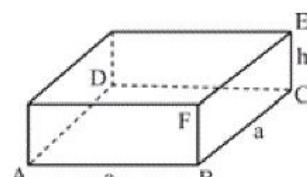
۴

۳ ✓

۲

۱

(سراسری تهری - ۸۱)



طول ضلع قاعده را a و ارتفاع منشور را h نامیم. طبق فرض سؤال، چهارضلعی $ABCD$ که قاعده‌ی منشور است، مربع است، پس:

$$\begin{aligned} S &= 4S(BCEF) + 2S(ABCD) \quad (*) \\ S(BCEF) &= ah \quad S(ABCD) = a^2 \quad \text{و طبق فرض مسئله} \\ S &= 182 \quad \text{پس از (*) نتیجه می‌شود که:} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 182 = 4ah + 2a^2 \Rightarrow 91 = 2ah + a^2 \\ : \text{فرض مسئله } a + h = 10 \Rightarrow a = 10 - h \\ \Rightarrow 91 = 2(10 - h)h + (10 - h)^2 \\ \Rightarrow 91 = (20h - 2h^2) + (100 - 20h + h^2) \Rightarrow h^2 = 9 \\ \Rightarrow h = 3 \end{cases}$$

(هنرسهی - شکل‌های فضایی - صفحه‌های ۱۷ تا ۲۲)

۴

۳

۲

۱ ✓