



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara>

(@riazisara)

ریاضی ، ریاضی ، - ۱۳۹۵۰۴۱۸

۱۲۶- جملات دنباله‌ی $2^{1/19}, 2^{1/199}, 2^{1/1999}, \dots$ به عدد ثابت A بسیار نزدیک می‌شود. در این صورت حاصل $\log_A A$ کدام است؟

- ۰/۲ (۱) ۰/۴ (۲) ۰/۶ (۳) ۰/۸ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۷- در بازه‌ی $[a, b]$ نقاط نمودار سهمی $y = \frac{1}{2}x^2 - x + 3$ بالای خط $y = \frac{9}{2}$ قرار ندارند. بیش‌ترین مقدار $b - a$ کدام است؟

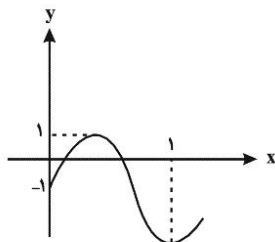
- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۸- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$ باشد، دترمینان ماتریس معکوس A^{-1} کدام است؟

- ۱ (۱) ۹ (۲) $\frac{1}{121}$ (۳) ۱۲۱ (۴)

شما پاسخ نداده اید



۱۲۹- شکل مقابل قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin b \pi x - 1$ است. مقدار $a + b$ کدام می‌تواند باشد؟

- ۲/۵ (۱) ۳ (۲) ۳/۵ (۳) ۴ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۳۰- از هریک از شهرهای تهران، مشهد، اصفهان و تبریز ۵ نفر در یک جمع حضور دارند. به چند طریق می‌توان ۳ نفر از بین این افراد انتخاب کرد به طوری که ۲ نفر آن‌ها از یک شهر و نفر سوم از شهر دیگری باشد؟

- ۴۵۰ (۴) ۵۰۰ (۳) ۶۰۰ (۲) ۷۵۰ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۳۱- داده‌های آماری در ۸ طبقه دسته‌بندی شده‌اند. اگر داده‌ها را در ۹ طبقه دسته‌بندی کنیم، طول طبقه‌ها $\frac{2}{3}$ کم می‌شود. در دسته‌بندی اولیه‌ی داده‌ها، اختلاف بین کران بالای طبقه‌ی دوم و کران پایین طبقه‌ی پنجم چه قدر است؟

- ۱۲ (۱) ۱۸ (۲) ۸ (۳) ۲۴ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۳۲- داده‌ها و زاویه‌ی مرکزی متناظر آن‌ها در نمودار دایره‌ای، در جدول زیر آمده است. اختلاف میانگین و مد چه قدر است؟

x_i	۱	۲	۴	۶	
زاویه‌ی مرکزی	80°	40°	80°	α	۱) صفر
					۲) ۴
					۳) ۲
					۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۳۳- ظرف A شامل ۳ مهره‌ی سفید و ۴ مهره‌ی قرمز و ظرف B شامل ۳ مهره‌ی سفید، ۲ مهره‌ی سیاه و ۴ مهره‌ی سبز است. به تصادف یکی از دو ظرف را انتخاب کرده و ۳ مهره از آن خارج می‌کنیم. با کدام احتمال یک مهره‌ی سیاه و حداکثر ۱ مهره‌ی سفید خارج می‌شود؟

- $\frac{15}{28}$ (۱) $\frac{13}{28}$ (۲) $\frac{3}{7}$ (۳) $\frac{3}{14}$ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۳۴- حاصل $\sin 70^\circ + \cos 70^\circ \tan 10^\circ$ کدام است؟

- ۱ (۱) $\sqrt{2}$ ۲ (۲) $\sqrt{2}-1$ ۳ (۳) $\frac{\sqrt{2}+1}{2}$ ۴ (۴) $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۵- هرگاه $x \xrightarrow{f} (1+\sqrt{x}) \xrightarrow{g} x$ باشد، حاصل عبارت $f(1)+g(2)$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۵ ۲ (۲) ۴ ۳ (۳) ۳ ۴ (۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۱۳۶- اگر تابع $f(x) = \frac{ax + \sqrt{4x^2 + 5}}{bx - 2}$ از نقطه $(1, 2)$ بگذرد و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$ باشد، مقدار a کدام است؟

- ۱ (۱) ۱۱ ۲ (۲) ۸ ۳ (۳) ۵ ۴ (۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۱۳۷- اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + 2, & x < 2 \\ |x^2 - x - 2|, & \text{اگر} \\ k[x] - 3, & x \geq 2 \end{cases}$ در $x = 2$ پیوسته باشد، k کدام است؟ []، نماد جزء صحیح است)

- ۱ (۱) $-\frac{4}{3}$ ۲ (۲) $\frac{4}{3}$ ۳ (۳) $\frac{5}{3}$ ۴ (۴) $-\frac{5}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۸- به ازای کدام مقدار a آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = ax^2 + 3x - 1$ در فاصله $[1, 3]$ با آهنگ لحظه‌ای تغییر $f(x)$ در $x = 3$ برابر است؟

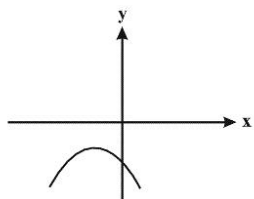
- ۱ (۱) صفر ۲ (۲) ۳ ۳ (۳) ۴ ۴ (۴) ۱

شما پاسخ نداده اید

۱۳۹- یک بسکتبالیست، معمولاً از هر ۱۰ پرتاب خود ۶ پرتاب را داخل سبد می‌اندازد. اگر در ۶ پرتاب متوالی، در آخرین پرتاب، توپ وارد سبد شده باشد، با کدام احتمال در این آزمایش وی نصف توپ‌های پرتابی را با موفقیت به داخل سبد انداخته است؟

- ۱ (۱) $0/43214$ ۲ (۲) $0/3456$ ۳ (۳) $0/27648$ ۴ (۴) $0/2304$

شما پاسخ نداده اید



۱۴۰- به ازای چه حدودی از m ، نمودار تابع با ضابطه $y = mx^2 + 4\sqrt{2}x + m - 2$ به صورت مقابل است؟

- ۱ (۱) $(-\infty, -2)$ ۲ (۲) $(-\infty, -1)$ ۳ (۳) $(4, +\infty)$ ۴ (۴) \emptyset

شما پاسخ نداده اید

۱۴۱- تابع با ضابطه $f(x) = x - |x - 2| + 1$ در بازه‌ای وارون‌پذیر است. ضابطه معکوس آن در بازه‌ی مذکور کدام است؟

- ۱ (۱) $y = \frac{x-1}{2}; x \leq 2$ ۲ (۲) $y = \frac{x+1}{2}; x \leq 2$ ۳ (۳) $y = \frac{x-1}{2}; x \leq 3$ ۴ (۴) $y = \frac{x+1}{2}; x \leq 3$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۲- قیمت یک خودرو پس از t سال از معادله‌ی $f(t) = A \times e^{-0.1t}$ به دست می‌آید که A قیمت اولیه‌ی خودرو است. پس از چند سال، قیمت خودرو نصف می‌شود؟ ($\ln 2 = 0.7$)

- ۱ (۱) ۷ ۲ (۲) ۸ ۳ (۳) ۹ ۴ (۴) ۱۰

شما پاسخ نداده اید

۱۴۳- مجموعه‌ی جواب کلی معادله‌ی $2 \sin^2(\frac{\pi}{4} + x) - \sin x + 1 = 0$ (که $k \in \mathbb{Z}$)

- ۱ (۱) $2k\pi$ ۲ (۲) $2k\pi + \frac{\pi}{4}$ ۳ (۳) $2k\pi - \frac{\pi}{4}$ ۴ (۴) $k\pi + \frac{\pi}{4}$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۴- مشتق تابع $f(x) = \frac{\sin 2x(1 - \tan^2 x)}{1 + \tan^2 x}$ در نقطه‌ی $x = \frac{\pi}{12}$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) -۲

شما پاسخ نداده اید

۱۴۵- خطی با شیب ۲ بر نمودار تابع $y = x + e^x$ مماس است. عرض از مبدأ آن کدام است؟

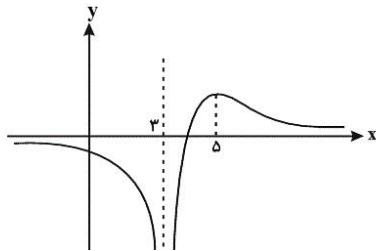
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۴۶- مرکز تقارن نمودار منحنی $f(x) = x^2 - 3ax^2 - 16$ روی محور x ها قرار دارد. a کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) ۳ (۳) -۴ (۴) ۱

شما پاسخ نداده اید



۱۴۷- نمودار مقابل مربوط به تابع $y = \frac{ax - 5}{2x^2 + bx + 18}$ است. a کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{11}$ (۲) $-\frac{5}{11}$ (۳) $-\frac{3}{11}$ (۴) $\frac{5}{4}$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۸- اگر $O = (1, 2)$ مرکز و $F = (5, 2)$ یکی از کانون‌های بیضی‌ای باشد که از نقطه‌ی $M = (4, 3)$ عبور می‌کند، خروج از مرکز بیضی کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ (۴) $\frac{\sqrt{5}}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۹- دو ضلع یک مستطیل بر شاخه‌های هذلولی $4x^2 - 5y^2 - 16x + 10y + 31 = 0$ مماس بوده و قطرهای آن منطبق بر مجانب‌های این هذلولی است. طول قطر این مستطیل کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) $2\sqrt{10}$ (۴) ۶

شما پاسخ نداده اید

۱۵۰- حاصل $\int_{-1}^3 (|x| - |x-1|) dx$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۵۱- اگر $\int \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{\sqrt[3]{x^2}} dx = \frac{1}{4} \sqrt[3]{x} f(x) + C$ ، آن‌گاه $f(x)$ کدام است؟

- (۱) $3x - 3$ (۲) $3x - 12$ (۳) $x - 3$ (۴) $x - 4$

شما پاسخ نداده اید

۱۵۲- مثلث ABC ($AB = AC$) متساوی‌الساقین است. B و C را از دو طرف در راستای قاعده به یک اندازه امتداد می‌دهیم و به ترتیب E و D می‌نامیم، اگر $\hat{ADE} + \hat{EAB} = 70^\circ$ باشد، زاویه‌ی A در مثلث ABC چند درجه است؟

- (۱) ۳۵ (۲) ۴۰ (۳) ۷۰ (۴) ۱۱۰

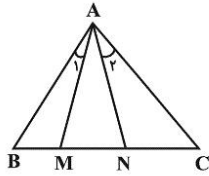
شما پاسخ نداده اید

۱۵۳- در مثلث ABC که $AB = AC = 6$ و $BC = 4$ است، اندازه‌ی ارتفاع وارد بر AB کدام است؟

- (۱) $\frac{8\sqrt{2}}{3}$ (۲) $4\sqrt{6}$ (۳) $4\sqrt{3}$ (۴) $\frac{4\sqrt{2}}{3}$

شما پاسخ نداده اید

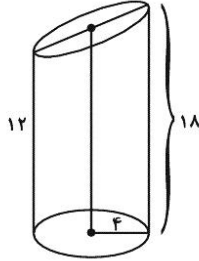
۱۵۴- در مثلث ABC ، پاره‌خط‌های AM و AN را طوری رسم می‌کنیم که $\hat{A}_1 = \hat{C}$ و $\hat{A}_2 = \hat{B}$. اگر $BM = 3$ و $NC = 4$ ، آن‌گاه طول AM کدام است؟



- (۱) $2\sqrt{3}$
- (۲) $\sqrt{3}$
- (۳) ۳
- (۴) $3\sqrt{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۵۵- مطابق شکل، استوانه‌ای را به صورت مقابل برش داده‌ایم. حجم جسم حاصل چقدر است؟



- (۱) 240π
- (۲) 250π
- (۳) 220π
- (۴) 270π

شما پاسخ نداده اید

-۱۲۶

(مسئله اسفیندی)

$$2^{1/19}, 2^{1/199}, 2^{1/1999}, \dots \Rightarrow 2^{1/2} = A$$

$$\log_8 A = \log_{2^3} 2^{1/2} = \frac{1/2}{3} \log_2 2 = 0/4$$

(ترکیبی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶ و ۱۱۰ تا ۱۱۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

-۱۲۷

(سروش موئینی)

$$\frac{1}{2}x^2 - x + 3 \leq \frac{9}{2} \Rightarrow x^2 - 2x + 6 \leq 9$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x - 3 \leq 0$$

$$\Rightarrow (x-3)(x+1) \leq 0 \Rightarrow -1 \leq x \leq 3 \Rightarrow \max(b-a) = 4$$

(توابع فاص - نامعادله و تعیین علامت) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۷۶ تا ۸۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

-۱۲۸

(بهرام طالبی)

$$A^2 = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & -5 \\ -25 & 14 \end{bmatrix}$$

روش اول:

$$\Rightarrow (A^2)^{-1} = \frac{1}{9 \times 14 - 5 \times 25} \begin{bmatrix} 14 & 5 \\ 25 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 & 5 \\ 25 & 9 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow |(A^2)^{-1}| = 14 \times 9 - 5 \times 25 = 1$$

$$|(A^2)^{-1}| = \frac{1}{|A|^2} = \frac{1}{(6-5)^2} = 1$$

روش دوم:

(ماتریس) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۶۸ تا ۱۷۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

اگر $b = \frac{3}{2}$ باشد، مقدار تابع در $x = \frac{1}{3}$ برابر ۱ است:

$$y\left(\frac{1}{3}\right) = a \sin \frac{\pi}{2} - 1 = 1 \Rightarrow a - 1 = 1 \Rightarrow a = 2$$

$$\Rightarrow a + b = 2 + \frac{3}{2} = \frac{7}{2} = 3.5$$

اگر $b = \frac{-3}{2}$ باشد به طور مشابه $a = -2$ به دست می‌آید که $a + b = -\frac{7}{2}$ می‌شود که در گزینه‌ها نیست.

(مثال‌ات) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

-۱۳۰

(مهردار ملونری)

ابتدا شهری که ۲ نفر از آن باید انتخاب شوند را به $\binom{4}{1}$ حالت و سپس شهر نفر

سوم را به $\binom{3}{1}$ حالت انتخاب می‌کنیم.

دو نفر هم‌شهری به $\binom{5}{2}$ حالت و نفر سوم نیز به $\binom{5}{1}$ حالت انتخاب می‌شود.

پس تعداد حالات برابر می‌شود با:

$$\binom{4}{1} \times \binom{3}{1} \times \binom{5}{2} \times \binom{5}{1} = 4 \times 3 \times 10 \times 5 = 600$$

(ترکیبیات) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۸۶ تا ۱۹۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

-۱۳۱

(یغما کلانتریان)

با تغییر تعداد دسته‌ها دامنه‌ی تغییرات تغییری نمی‌کند، اگر C طول دسته باشد،

$$R = nC \text{ می‌دانیم:}$$

$$\begin{cases} R = 8C \\ R = 9\left(C - \frac{2}{3}\right) \end{cases} \Rightarrow 8C = 9\left(C - \frac{2}{3}\right) \Rightarrow C = 6$$

کران بالای طبقه دوم برابر کران پایین طبقه‌ی سوم است و اختلاف کران‌های پایین طبقات پنجم و سوم برابر $2C$ یعنی $12 = 2 \times 6$ است.

(دسته‌بندی داده‌ها و جدول فراوانی) (آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۴۴ تا ۵۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(هسین اسفینی)

می‌دانیم:

$$\text{مجموع زوایا} = 360^\circ \Rightarrow 80^\circ + 40^\circ + 80^\circ + \alpha = 360^\circ \Rightarrow \alpha = 160^\circ$$

مشخص است که فراوانی داده‌ی ۶ از بقیه بیش تر است. پس مد عدد ۶ است.

$$\bar{X} = \frac{80^\circ}{360^\circ} \times 1 + \frac{40^\circ}{360^\circ} \times 2 + \frac{80^\circ}{360^\circ} \times 4 + \frac{160^\circ}{360^\circ} \times 6$$

$$= \frac{80^\circ + 80^\circ + 320^\circ + 960^\circ}{360^\circ}$$

$$\Rightarrow \bar{X} = \frac{1440^\circ}{360^\circ} = 4 \Rightarrow \text{اختلاف مد و میانگین} = 6 - 4 = 2$$

(ترکیبی) (آمار و مدل سازی، صفحه‌های ۹۲ تا ۹۵، ۱۱۴، ۱۱۵ و ۱۲۵ تا ۱۳۳)

۴

۳✓

۲

۱

(هسین اسفینی)

$$A \quad \frac{1}{2}$$

$$B \quad \frac{1}{2} \left(\frac{\binom{4}{1}\binom{3}{1}\binom{2}{1} + \binom{4}{2}\binom{2}{1}}{\binom{9}{3}} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{24 + 12}{9 \times 8 \times 7} = \frac{18}{3 \times 4 \times 7} = \frac{3}{14}$$

(پدیده‌های تصادفی و احتمال) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۹)

۴✓

۳

۲

۱

(مهمدرضا شوکتی بیرق)

$$\sin 7^\circ + \cos 7^\circ \tan 1^\circ = \sin 7^\circ + \cos 7^\circ \times \frac{\sin 1^\circ}{\cos 1^\circ}$$

$$= \frac{\sin 7^\circ \cos 1^\circ + \cos 7^\circ \sin 1^\circ}{\cos 1^\circ}$$

$$= \frac{\sin(7^\circ + 1^\circ)}{\cos 1^\circ} = \frac{\sin 8^\circ}{\sin 8^\circ} = 1$$

(تابع مثلثاتی) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۱ تا ۳۸)

۴

۳

۲

۱✓

-۱۳۵

(یغما کلانتریان)

از قسمت $x \xrightarrow{f} (1 + \sqrt[3]{x})$ می‌فهمیم: $f(x) = 1 + \sqrt[3]{x}$ و از قسمت $x \xrightarrow{f} (1 + \sqrt[3]{x}) \xrightarrow{g} x$ متوجه می‌شویم: $g(f(x)) = x$ است. پس:

$$f(x) = 1 + \sqrt[3]{x} \Rightarrow f(8) = 1 + \sqrt[3]{8} = 3$$

$$g(f(x)) = x \Rightarrow g(1 + \sqrt[3]{x}) = x \xrightarrow{x=1} g(2) = 1$$

$$\Rightarrow f(8) + g(2) = 3 + 1 = 4$$

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۶)

۴

۳

۲ ✓

۱

-۱۳۶

(میثم حمزه‌لویی)

f از نقطه‌ی (۱, ۲) می‌گذرد. بنابراین:

$$f(1) = 2 \Rightarrow \frac{a + \sqrt{9}}{b - 2} = 2 \Rightarrow \frac{a + 3}{b - 2} = 2 \quad (*)$$

از طرفی:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax + \sqrt{4x^2 + 5}}{bx - 2} = 1$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax + 2|x|}{bx} = 1$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax - 2x}{bx} = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(a - 2)x}{bx} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{a - 2}{b} = 1 \Rightarrow b = a - 2 \quad (**)$$

۴

۳

۲

۱ ✓

-۱۳۷

(جمال الدین حسینی)

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(x-1)(x-2)}{|(x+1)(x-2)|} = \lim_{x \rightarrow 2^-} -\frac{(x-1)(x-2)}{(x+1)(x-2)} = -\frac{1}{3}$$

$$f(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} k[x] - 3 = 2k - 3$$

$$2k - 3 = -\frac{1}{3} \Rightarrow k = \frac{4}{3}$$

(هد و پیوستگی) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۹۰ تا ۹۴، ۱۱۵ تا ۱۲۱)

۴

۳

۲ ✓

۱

(جمال الدین حسینی)

$$\begin{aligned} \text{آهنگ متوسط} &= \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{(9a + 9 - 1) - (a + 3 - 1)}{3 - 1} \\ &= \frac{8a + 6}{2} = 4a + 3 \end{aligned}$$

$$x = x_0: \text{آهنگ لحظه‌ای } f'(x_0) = (2ax_0 + 3)|_{x_0=3} = 6a + 3$$

$$4a + 3 = 6a + 3 \Rightarrow a = 0$$

(مشتق) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۳۰)

(بهر ۳۱ طالبی)

احتمال موفقیت و پیروزی این بسکتبالیست $p = \frac{6}{10}$ است، چون وی در پرتاب ششم خود توپ را داخل سبد انداخته است، برای آن که در این ۶ پرتاب ۳ پرتاب موفقیت‌آمیز داشته باشد (نصف پرتاب‌ها)، باید از بین ۵ پرتاب وی، ۲ پرتاب را با موفقیت انجام داده باشد.

$$\begin{aligned} P(X=2) &= \binom{5}{2} \left(\frac{6}{10}\right)^2 \left(\frac{4}{10}\right)^3 = 10 \times \frac{36}{100} \times \frac{64}{1000} \\ &= \frac{2304}{10000} = 0.2304 \end{aligned}$$

(امتعال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۹)

$$-\frac{b}{2a} < 0 \Rightarrow -\frac{4\sqrt{2}}{2m} < 0 \Rightarrow m > 0 \quad (***)$$

از اشتراک (*)، (***) و (***) مجموعه‌ی جواب m ، تهی خواهد بود.

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۰ تا ۲۵)

(سروش موئینی)

$$x - |x - 2| + 1 = \begin{cases} x - (x - 2) + 1 = 3 & , x > 2 \\ x + (x - 2) + 1 = 2x - 1 & , x \leq 2 \end{cases}$$

پس در فاصله‌ی $(-\infty, 2)$ تابع با ضابطه‌ی $y = 2x - 1$ وارون‌پذیر است و داریم:

$$f(x) = 2x - 1 \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x+1}{2}$$

$$f: \begin{cases} \text{دامنه} = D = (-\infty, 2] \\ \text{برد} = R = (-\infty, 3] \end{cases} \Rightarrow D_{f^{-1}} = R_f = (-\infty, 3]$$

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۷ تا ۲۹، ۳۵ تا ۳۹)

(یغما کلاتریان)

$$f(t) = A \times e^{-0/1t} \xrightarrow{f(t)=\frac{A}{2}} \frac{A}{2} = A \times e^{-0/1t} \Rightarrow \frac{1}{2} = e^{-0/1t}$$

$$\xrightarrow{\text{از طرفین Ln می‌گیریم}} \ln\left(\frac{1}{2}\right) = \ln(e^{-0/1 \times t}) \Rightarrow \ln(2^{-1}) = -0/1 \times t \times \ln(e)$$

$$\Rightarrow -\underbrace{\ln 2}_{0/7} = -0/1 \times t \Rightarrow 0/1 \times t = 0/7 \Rightarrow t = 7$$

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۵۲ تا ۵۸)

۴

۳

۲

۱✓

(جمال الدین حسینی)

$$2 \sin^2\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - \sin x + 1 = 0$$

$$2 \cos^2 x - \sin x + 1 = 0$$

$$2(1 - \sin^2 x) - \sin x + 1 = 0$$

$$2 - 2 \sin^2 x - \sin x + 1 = 0$$

$$2 \sin^2 x + \sin x - 3 = 0 \xrightarrow{\text{مجموع ضرایب = 0}}$$

$$\begin{cases} \sin x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \sin x = -\frac{3}{2} \text{ غ.ق.ق} \end{cases}$$

(تابع مثلثاتی) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۴)

۴

۳

۲✓

۱

$$\Rightarrow f'(x) = 2 \cos 4x \Big|_{\frac{\pi}{12}} = 2 \cos \frac{\pi}{3} = 1$$

(مشتق توابع)

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۱ تا ۳۸) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۷۱ تا ۷۴)

۴

۳

۲✓

۱

(مهم‌رضا شوکتی‌بیرق)

$$y = x + e^x \Rightarrow y' = 1 + e^x, m = 2 \Rightarrow 1 + e^x = 2 \Rightarrow e^x = 1$$

$$\Rightarrow x = 0 \Rightarrow y = 1$$

$$\Rightarrow \text{عرض از مبدأ} = 1 : y - 1 = 2(x - 0) \Rightarrow y = 2x + 1$$

(مشتق توابع) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۶۶، ۷۷ تا ۷۹)

۴

۳

۲

۱✓

(معمده مصطفی ابراهیمی)

مرکز تقارن تابع درجه سوم همان نقطه‌ی عطف آن است. برای پیدا کردن نقطه‌ی عطف مشتق دوم را برابر صفر می‌گذاریم:

$$f'(x) = 3x^2 - 6ax \Rightarrow f''(x) = 6x - 6a = 0 \Rightarrow x = a$$

سؤال گفته نقطه‌ی عطف روی محور x هاست، یعنی عرض آن برابر صفر است:

$$f(a) = 0 \Rightarrow a^3 - 3a^3 - 16 = 0 \Rightarrow -2a^3 - 16 = 0 \Rightarrow a^3 = -8 \Rightarrow a = -2$$

(کاربردهای مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۹۰ تا ۹۲)

۴

۳

۲

۱ ✓

(میلار منصوره)

از آن جا که هر دو شاخه‌ی نمودار به طرف منفی بی‌نهایت مجانب قائم هستند، نتیجه می‌گیریم که ریشه‌ی مخرج مضاعف و برابر ۳ است.

$$2x^2 + bx + 18 = 2(x-3)^2 = 2(x^2 - 6x + 9) = 2x^2 - 12x + 18$$

یعنی $b = -12$.

از طرفی $f'(\delta) = 0$ ، پس:

$$f(x) = \frac{ax - \delta}{2(x-3)^2} \Rightarrow f'(x) = \frac{2a(x-3)^2 - 4(x-3)(ax - \delta)}{4(x-3)^4}$$

$$\Rightarrow f'(\delta) = \frac{2a(2)^2 - 4(2)(\delta a - \delta)}{4 \times 2^4} = 0 \Rightarrow 8a - 8(\delta a - \delta) = 0$$

$$\Rightarrow 8a - 4\delta a + 4\delta = 0$$

$$\Rightarrow -32a + 40 = 0 \Rightarrow 32a = 40 \Rightarrow a = \frac{5}{4}$$

(کاربردهای مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۸۷، ۸۸ و ۹۵ تا ۱۰۷)

۴ ✓

۳

۲

۱

(امیر حسین ابومصوب)

با توجه به این که مرکز بیضی، دقیقاً وسط دو کانون آن قرار دارد، پس در صورتی که F' کانون دیگر بیضی باشد، داریم:

$$x_0 = \frac{x_F + x_{F'}}{2} \Rightarrow 1 = \frac{\delta + x_{F'}}{2} \Rightarrow x_{F'} = -3$$

$$y_0 = \frac{y_F + y_{F'}}{2} \Rightarrow 2 = \frac{2 + y_{F'}}{2} \Rightarrow y_{F'} = 2$$

از طرفی $MF + MF' = 2a$ ، پس داریم:

$$MF = \sqrt{(\delta - 4)^2 + (2 - 3)^2} = \sqrt{2}$$

$$MF' = \sqrt{(-3 - 4)^2 + (2 - 3)^2} = 5\sqrt{2}$$

۴

۳

۲ ✓

۱

(رسول مهنسی منش)

معادله‌ی هذلولی را استاندارد می‌کنیم:

$$4(x-2)^2 - 16 - 5(y-1)^2 + 5 + 31 = 0$$

$$\Rightarrow 4(x-2)^2 - 5(y-1)^2 = -20 \Rightarrow \frac{(y-1)^2}{4} - \frac{(x-2)^2}{5} = 1$$

$$\Rightarrow a^2 = 4, b^2 = 5 \Rightarrow c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{9} = 3$$

طول قطر این مستطیل برابر می‌شود با $2c = 6$.

(هنرسه مفصلاتی و منحنی‌های درجه دوم) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۴۰ تا ۱۴۸)

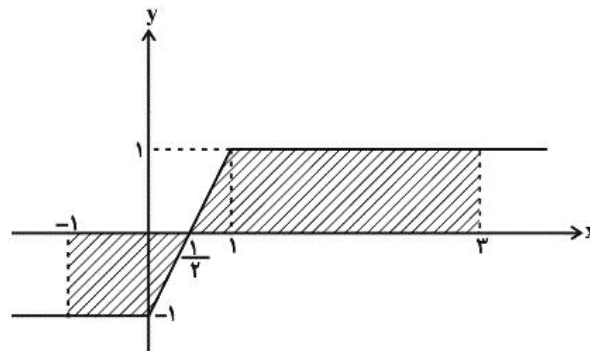
۴ ✓

۳

۲

۱

(سروش موئینی)

راه حل اول: نمودار $|x| - |x-1|$ را رسم می‌کنیم و مساحت هاشورخورده را حساب می‌کنیم:

$$-\frac{(\frac{3}{2}+1)1}{2} + \frac{(\frac{5}{2}+2)1}{2} = -\frac{5}{4} + \frac{9}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

$$\int_{-1}^0 (-1)dx + \int_0^1 (2x-1)dx + \int_1^3 (1)dx$$

راه حل دوم:

$$= -x \Big|_{-1}^0 + (x^2 - x) \Big|_0^1 + x \Big|_1^3$$

$$= (0 - 1) + (0 - 0) + (3 - 1) = 1$$

(انتگرال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۵۱ تا ۱۵۵ و ۱۶۵ تا ۱۷۲)

۴

۳

۲

۱ ✓

(بهرام طالبی)

$$\int \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{\sqrt[3]{x^2}} dx = \int \frac{x-1}{x^{\frac{2}{3}}} dx = \int (x^{\frac{1}{3}} - x^{-\frac{2}{3}}) dx$$

$$= \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} - 3x^{\frac{1}{3}} + C = \frac{3}{4}x\sqrt[3]{x} - 3\sqrt[3]{x} + C = \frac{1}{4}\sqrt[3]{x}(3x-12) + C = \frac{1}{4}\sqrt[3]{x}f(x) + C$$

$$\Rightarrow f(x) = 3x - 12$$

(انتگرال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۶۷ تا ۱۷۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$\left\{ \begin{array}{l} AB = AC \\ BE = CD \\ \hat{B} = \hat{C} \end{array} \right. \xrightarrow{\text{مکمل}} E\hat{B}A = D\hat{C}A \xrightarrow{\text{(ضرض)}} \Delta ABE \cong \Delta ACD \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \\ \hat{E} = \hat{D} \end{array} \right.$$

$$A\hat{D}E + E\hat{A}B = 70^\circ \xrightarrow{E\hat{A}B = D\hat{A}C} A\hat{D}E + D\hat{A}C = 70^\circ$$

$$\Rightarrow D\hat{C}A = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ \Rightarrow B\hat{C}A = C\hat{B}A = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{A} = 180^\circ - (70^\circ + 70^\circ) \Rightarrow \hat{A} = 40^\circ$$

(هندسه و استدلال) (هندسه ا، صفحه‌های ۱۷ تا ۲۶)

۴

۳

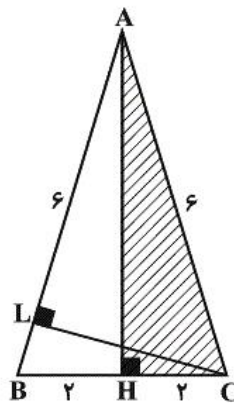
۲✓

۱

-۱۵۳

(رسول مفسنی منش)

اندازه‌ی CL را می‌خواهیم. ارتفاع AH را رسم می‌کنیم که اندازه‌ی آن برابر است با: (می‌دانیم در مثلث متساوی‌الساقین، ارتفاع وارد بر قاعده، میانه و نیمساز نیز هست.)



$$AH^2 = 6^2 - 2^2 \Rightarrow AH = \sqrt{32}$$

بنابراین مساحت مثلث ABC به دست می‌آید:

$$S = \frac{AH \times BC}{2} = \frac{\sqrt{32} \times 4}{2} = 8\sqrt{2}$$

مساحت را می‌توان به روش دیگر محاسبه کرد:

$$S = \frac{CL \times AB}{2} \Rightarrow 8\sqrt{2} = \frac{CL \times 6}{2} \Rightarrow CL = \frac{8\sqrt{2}}{3}$$

(مساحت و قضیه‌ی فیثاغورس) (هندسه ا، صفحه‌های ۴۶، ۴۷ و ۵۷)

۴

۳

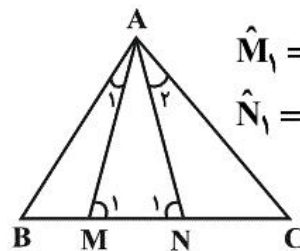
۲

۱✓

-۱۵۴

(رسول مفسنی منش)

\hat{M}_1 و \hat{N}_1 زاویه‌ی خارجی‌اند، پس:



$$\left. \begin{array}{l} \hat{M}_1 = \hat{A}_1 + \hat{B} \\ \hat{N}_1 = \hat{A}_2 + \hat{C} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{C} \\ \hat{A}_2 = \hat{B} \end{array} \rightarrow \hat{M}_1 = \hat{N}_1 \Rightarrow AM = AN$$

از طرفی داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{C} \\ \hat{B} = \hat{A}_2 \end{array} \right. \xrightarrow{\text{تساوی دو زاویه}} \Delta ABM \sim \Delta ANC \Rightarrow \frac{AM}{NC} = \frac{BM}{AN}$$

$$\xrightarrow{AM=AN} AM^2 = BM \cdot NC$$

$$\Rightarrow AM^2 = 3 \times 4 \Rightarrow AM = 2\sqrt{3}$$

(تشابه) (هندسه ا، صفحه‌های ۱۱، ۱۳، ۱۶ و ۱۷)

۴

۳

۲

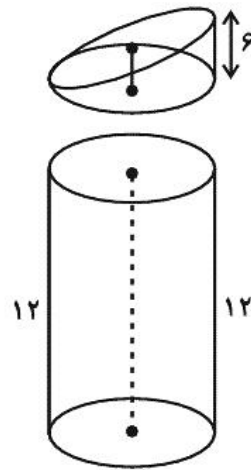
۱✓

(جمال الدین حسینی)

مطابق شکل، حجم شکل برابر است با:

$$V = ۱۲ \times ۱۶\pi + \frac{۶ \times ۱۶\pi}{۲}$$

$$= ۱۲ \times ۱۶\pi + ۳ \times ۱۶\pi = ۱۵ \times ۱۶\pi = ۲۴۰\pi$$



(شکل‌های فضایی) (هندسه ا، صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۶)

۴

۳

۲

۱ ✓

www.kanoon.ir