



www.riazisara.ir **سایت ویژه ریاضیات**

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara>

(@riazisara)

خلاصه‌ی فصل اول

* **پدیده‌ی قطعی:** پدیده یا آزمایشی که نتیجه‌ی آن قبل از انجام آزمایش به طور قطع مشخص باشد، پدیده‌ی قطعی نامیده می‌شود.

* **پدیده‌ی تصادفی:** پدیده یا آزمایشی که نتیجه‌ی آن را نتوان قبل از انجام آزمایش به طور قطع پیش بینی کرد، پدیده‌ی تصادفی نامیده می‌شود.

* **فضای نمونه‌ای (S):** مجموعه‌ی تمام حالت‌های ممکن در به وقوع پیوستن یک پدیده‌ی تصادفی را فضای نمونه‌ای آن پدیده‌ی تصادفی گوئیم.

فضای نمونه‌ای گسسته: اگر اعضای فضای نمونه‌ای قابل شمارش باشند، آن را یک فضای نمونه‌ای گسسته می‌نامیم.

* **پیشامد تصادفی:** به هر زیر مجموعه از فضای نمونه‌ای یک پیشامد می‌گوئیم و با حروف ط، آ، ا، ا، نشان می‌دهیم.

* انواع پیشامدها

۱. **پیشامد نشدنی یا غیر ممکن:** به پیشامد φ پیشامد نشدنی گوئیم.

۲. **پیشامد حتمی:** به پیشامد S (فضای نمونه‌ای) یک پیشامد حتمی گوئیم.

۳. **پیشامد ساده:** به هر زیر مجموعه‌ی یک عضوی از فضای نمونه‌ای یک پیشامد ساده گوئیم.

۴. **پیشامد متمم:** پیشامد A' را متمم پیشامد A گوئیم.

$$\begin{cases} A \cup A' = S \\ A \cap A' = \varphi \end{cases}$$

۵. **پیشامدهای ناسازگار:** دو پیشامد A و B را ناسازگار گوئیم هرگاه: $A \cap B = \varphi$

(اگر A و B دو پیشامد ناسازگار باشند، آنگاه: $\begin{cases} P(A \cap B) = 0 \\ P(A \cup B) = P(A) + P(B) \end{cases}$)

۶. **پیشامدهای سازگار:** دو پیشامد A و B را سازگار گوئیم هرگاه: $A \cap B \neq \varphi$

۷. **پیشامدهای مستقل از هم:** دو پیشامد A و B را مستقل از هم گوئیم هرگاه احتمال وقوع یکی بر دیگری

تاثیری نداشته باشد. (اگر A و B دو پیشامد مستقل از هم باشند، آنگاه: $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$)

* اعمال روی پیشامدها:

پیشامد $A \cup B$ وقتی رخ می‌دهد که یا A یا B و یا هر دو رخ دهد. (حداقل یکی رخ دهد)

پیشامد $A \cap B$ وقتی رخ می‌دهد که هم A و هم B رخ دهد.

پیشامد $A - B$ وقتی رخ می‌دهد که A رخ دهد ولی B رخ ندهد. (فقط A رخ دهد)

پیشامد A' وقتی رخ می‌دهد که A رخ ندهد.

* فرمول‌های احتمال:

$$\begin{cases} P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \\ P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \\ P(A') = 1 - P(A) \end{cases}$$

فصل اول: پدیده های تصادفی و احتمال

۱. در جاهای خالی عبارت مناسب قرار دهید.
الف) اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه S باشند و $A \cap B = \varnothing$ ، در این صورت A و B را دو پیشامد می نامیم.

ب) اگر $A \subseteq S$ و A' متمم A باشد، آن گاه $A \cap A' = \dots\dots\dots$ و $A \cup A' = \dots\dots\dots$.

۲. جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

الف) اگر A و B دو پیشامد از هم باشند، آن گاه: $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

ب) پیشامد $A = \varnothing$ را پیشامد و پیشامد $A = S$ را پیشامد می نامیم.

ج) اگر $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ باشد، آن گاه $P(A \cap B) = \dots\dots\dots$.

۳. جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. (خرداد ۹۱)

الف) هر زیر مجموعه‌ی فضای نمونه‌ای را، یک در فضای نمونه‌ای می نامیم.

ب) به پدیده‌هایی که از به وقوع پیوستن آنها اطمینان نداشته باشیم، می گوئیم.

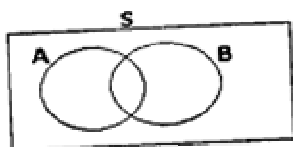
ج) اگر اعضای فضای نمونه‌ای قابل شمارش باشد، آن را یک فضای نمونه‌ای می نامیم.

د) اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه S باشند و $A \cap B \neq \varnothing$ ، در این صورت A و B را دو پیشامد می نامیم.

۴. با توجه به شکل زیر، پیشامد $(A - B) \cup (B - A)$ را هاشور بزنید.



۵. با توجه به شکل زیر، پیشامد $(A - B)'$ را هاشور بزنید.



۶. در کیسه ای ۵ مهره آبی و ۴ مهره سفید متمایز وجود دارد. از میان آنها سه مهره به طور تصادفی انتخاب می کنیم. مطلوب است تعداد اعضای:

الف) پیشامد A که در آن ۲ مهره آبی و ۱ مهره سفید انتخاب شود.

ب) پیشامد B که در آن تمام مهره ها سفید باشند.

ج) پیشامد C که در آن هیچ مهره ای سفید نباشد.

د) پیشامد D که در آن هر سه مهره هم رنگ باشند.

ه) پیشامد E که در آن تعداد مهره های آبی از سفید بیشتر باشد.

و) پیشامد F که در آن حداقل ۲ مهره آبی باشد.

ز) پیشامد G که در آن حد اکثر ۱ مهره سفید باشد.

۷. دو تاس را باهم پرتاب می کنیم. مطلوب است:

الف) تعداد اعضای فضای نمونه ای.

ب) پیشامد A که در آن مجموع اعداد رو شده برابر ۷ باشد.

ج) پیشامد B که در آن مجموع اعداد رو شده مضرب سه باشد.

د) پیشامد C که در آن هر دو عدد رو شده اول باشد.

ه) پیشامد D که در آن عدد روی تاس اول زوج و عدد روی تاس دوم بیشتر از ۵ باشد.

و) پیشامد E که در آن مجموع اعداد رو شده مضرب ۵ و عدد روی تاس اول مضرب ۳ باشد.

۸. هر یک از اعداد زوج طبیعی کوچکتر از ۱۹ را روی یک کارت نوشته و یکی را به تصادف برمی داریم:

الف) فضای نمونه ای این آزمایش تصادفی را مشخص کنید.

ب) پیشامد A که در آن عدد روی کارت بر ۵ بخش پذیر باشد مشخص کنید.

ج) پیشامد B را که در آن عدد روی کارت اول یا فرد باشد مشخص کنید.

د) پیشامد $A \cap B$ را مشخص کنید.

۹. هر یک از اعداد دو رقمی را که با اعداد ۳ و ۴ و ۵ و ۶ می توان نوشت، روی کارت نوشته و پس از مخلوط کردن

کارتها، یکی را به تصادف بر می داریم. مطلوب است تعیین:

الف) فضای نمونه ای این تجربه تصادفی.

ب) پیشامد A که در آن عدد روی کارت مضرب ۴ باشد.

ج) پیشامد B که در آن عدد روی کارت اول باشد.

د) پیشامد C که در آن عدد روی کارت زوج و یا مضرب ۳ باشد.

۱۰. ۲ کتاب مختلف ریاضی و ۳ کتاب مختلف فیزیک را به چند طریق می توان در یک قفسه چید به طوری که:

الف) هیچ شرطی در چیدن کتابها اعمال نشود.

ب) هر دو کتاب ریاضی کنار هم قرار بگیرند.

ج) کتابهای ریاضی کنار هم قرار نگیرند.

د) کتابهای ریاضی در ابتدا و انتهای قفسه قرار گیرند.

ه) کتابهای فیزیک کنار هم و کتابهای ریاضی نیز کنار هم قرار گیرند.

و) هیچ دو کتاب ریاضی یا فیزیک کنار هم قرار نگیرد.

۱۱. برای تشکیل تیمی ۶ دانش آموز سال سوم و ۵ دانش آموز سال اول داوطلب شده اند، به تصادف سه دانش آموز

انتخاب می کنیم. احتمال آن را بیابید که:

الف) دو دانش آموز از سال سوم و یک دانش آموز از سال اول باشد.

ب) هر سه دانش آموز از یک کلاس باشند.

ج) حداکثر ۲ دانش آموز از سال اول باشد.

۱۲. یک تاس و یک سکه را باهم پرتاب می کنیم. احتمال آن را بیابید که:

الف) عدد روی تاس بزرگتر از ۵ باشد.

ب) سکه پشت و تاس ۴ بیاید.

ج) سکه پشت یا تاس ۴ بیاید.

د) سکه رو و تاس فرد بیاید.

۱۳. از جعبه‌ای که شامل ۴ مهره‌ی سفید و ۳ مهره‌ی سبز و ۲ مهره‌ی سیاه می‌باشد، ۳ مهره به تصادف خارج می‌کنیم، مطلوب است احتمال آن که: (خرداد ۹۱)
 الف) فقط ۲ مهره سفید باشد.
 ب) حداکثر ۲ مهره سبز باشد.

۱۴. در جعبه A ، ۵ مهره سفید و ۳ مهره سیاه و در جعبه B ، ۴ مهره سفید و ۲ مهره سیاه وجود دارد. یکی از جعبه‌ها را به تصادف انتخاب کرده و یک مهره به تصادف از آن خارج می‌کنیم. چقدر احتمال دارد که این مهره سیاه باشد؟

۱۵. در یک کلاس ۲۵ نفری چقدر احتمال دارد که روز تولد هیچ دو نفری یکسان نباشد؟

۱۶. چقدر احتمال دارد در یک تیم کوهنوردی ۳ نفره:
 الف) همه در تیر ماه متولد شده باشند؟
 ب) هیچ دو نفری در یک ماه از سال متولد نشده باشند؟

۱۷. در یک جمع ۸ نفری چقدر احتمال دارد که:
 الف) ماه تولد هیچ دو نفری یکسان نباشد؟
 ب) هر ۸ نفر در یک روز هفته به دنیا آمده باشند.
 ج) هیچ دو نفری در یک روز از هفته متولد نشده باشند.

۱۸. در یک کلاس ۲۵ نفری چقدر احتمال دارد روز تولد هیچ دو نفری یکسان نباشد؟

۱۹. خانواده‌ای ۳ فرزند دارد: (شهریور ۹۱)
 الف) فضای نمونه‌ای را بنویسید.
 ب) احتمال آن را که خانواده فقط یک دختر داشته باشد محاسبه کنید.
 ج) احتمال آن را که خانواده حداقل ۲ پسر داشته باشد محاسبه کنید.

۲۰. خانواده‌ای دارای چهار فرزند است. مطلوب است احتمال آن که:
 الف) ۲ فرزند این خانواده دختر باشد.
 ب) حداقل ۳ فرزند خانواده پسر باشد.
 ج) تعداد فرزندان پسر بیشتر از تعداد فرزندان دختر باشد.
 د) حداکثر یک فرزند پسر در خانواده باشد.
 ه) دو فرزند اول هم جنس باشند.

۲۱. خانواده‌ای دارای سه فرزند است. اگر A پیشامد هم‌جنس بودن دو فرزند اول و B پیشامد وجود یک فرزند پسر در این خانواده باشد: (شهریور ۹۲)
 الف) فضای نمونه‌ای این آزمایش تصادفی را مشخص کنید.
 ب) پیشامد A و B را مشخص کنید.
 ج) آیا دو پیشامد A و B ناسازگارند؟ چرا؟

۲۲. سکه سالمی را سه بار پرتاب می کنیم. اگر A پیشامد برآمدهایی باشد که در آن دومین پرتاب رو است و B پیشامد برآمدهایی باشد که در آن فقط دو رو به صورت متوالی ظاهر شده است. آیا دو پیشامد A و B مستقل هستند؟ چرا؟

۲۳. احتمال آن که دانش آموزی در درس ریاضی قبول شود $۰/۷$ و احتمال آن که در درس شیمی قبول شود $۰/۸۵$ و احتمال آن که در هر دو درس قبول شود $۰/۶$ است. احتمال آن که حداقل در یکی از دو درس ریاضی و شیمی قبول شود چقدر است؟

۲۴. احتمال آن که رضا در کنکور قبول شود $۰/۶$ و احتمال آن که علی در کنکور قبول شود $۰/۳$ است، احتمال آن را که حداقل یکی از آن‌ها در کنکور قبول شود چقدر است؟ (خرداد ۹۱)

۲۵. احتمال این که شخص A تا ۲۰ سال دیگر ناراحتی قلبی پیدا کند $۰/۶$ و احتمال آن که شخص B تا ۲۰ سال دیگر ناراحتی قلبی پیدا کند $۰/۷$ است. چقدر احتمال دارد:
الف) هر دو، تا ۲۰ سال دیگر ناراحتی قلبی پیدا کنند.
ب) حداقل یکی از آن‌ها تا ۲۰ سال دیگر ناراحتی قلبی پیدا کند.
ج) حداقل یکی از آن‌ها تا ۲۰ سال دیگر ناراحتی قلبی پیدا نکند.

۲۶. احتمال این که شخصی گروه خونی B^+ داشته باشد ۳۰% و احتمال این که او ناراحتی کلیه داشته باشد ۱۵% است، چقدر احتمال دارد:
الف) این شخص گروه خونی B^+ و ناراحتی کلیه داشته باشد.
ب) این شخص گروه خونی B^+ یا ناراحتی کلیه داشته باشد.

۲۷. اگر $P(A) = \frac{1}{3}$ و $P(B') = \frac{3}{4}$ و A و B دو پیشامد ناسازگار باشند، حاصل $P(A \cup B)$ را به دست آورید.

۲۸. اگر $P(A') = ۰/۳$ و $P(B) = ۰/۷$ و $P(A \cup B) = ۰/۹$ باشد، آن گاه حاصل $P(A \cap B)$ را به دست آورید.

فصل دوم: تابع

یادآوری و تکمیل

۱. اگر $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x \leq 4\}$ و $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 2\}$ باشند، $A \cup B$ و $A \cap B$ را به صورت بازه نوشته و روی محور اعداد مشخص کنید.

۲. اگر $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x < 3\}$ ، $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 1\}$ و $C = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -1\}$ باشد، حاصل عبارت مقابل را به صورت بازه بنویسید.
 $(A \cup B) \cap C$

۳. اگر $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x < 1\}$ ، $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 4\}$ و $C = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq -1\}$ باشد، حاصل عبارت مقابل را به صورت بازه بنویسید.
 $(A \cap B) \cup C$

۴. اگر $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x < 2\}$ ، $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 1\}$ و $C = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 0\}$ باشند، حاصل $(A \cap B) \cup C$ را به صورت بازه نوشته و روی محور نشان دهید.

۵. فاصله های زیر را به صورت مجموعه نوشته و روی محور اعداد نشان دهید.

۱) $(-\infty, 1]$

۲) $[2, 4]$

۳) $(-2, 3] \cap [3, 5)$

۴) $(-1, 2] \cup [1, 4]$

۵) $(-\infty, 3) \cup (-1, 3]$

۶) $(-2, 1] \cap [-1, 2)$

۶. مجموعه جواب نامعادلات زیر را روی محور اعداد حقیقی مشخص کنید و آن را به صورت بازه (فاصله) نشان دهید.

۱) $-1 < -3x + 2 < 5$

۲) $-1 \leq \frac{x-1}{3} < 2$

۳) $-\frac{1}{2} < 2 - 2x < x - 1$

۴) $0 < -x + 1 \leq 2$

۵) $\frac{4-2x}{3} < 0$

۶) $-3 < \frac{3x+1}{2} < 2$

۷) $\frac{x^2+x-2}{x^2-3x+2} \geq 1$

معادلات و نامعادلات گویا

۱. معادلات زیر را حل کنید.

۱) $\frac{x-3}{x+2} = \frac{x+1}{x-1}$

۲) $\frac{3x-2}{x} + \frac{2x+5}{x+3} = 5$

۳) $\frac{x+2}{x-2} - \frac{x-2}{x+2} = \frac{8}{x^2-4}$

۴) $\frac{x-1}{x-2} - \frac{x^2-2x+2}{x^2-2x} = -\frac{x+1}{x}$

۵) $\frac{x-1}{x} - \frac{1}{x+1} = \frac{x^2-2}{x^2+x}$

۶) $\frac{2x+1}{x-1} + \frac{x^2+2}{x^2+x-2} - \frac{3x}{x+2} = 0$

۷) $\frac{x}{x-1} + \frac{3}{x^2-1} = \frac{x-2}{x+1}$

۲. به ازای چه مقدار k معادله $\frac{k}{x+3} + \frac{x}{x-1} = 1$ دارای مجموعه جواب $\{5\}$ است؟

۳. به ازای چه مقدار a ، معادله $\frac{x}{a-x} + \frac{a-x}{x} = \frac{a}{x}$ دارای جواب $x = 2$ است؟

۴. اگر $x = 2$ یک جواب معادله $\frac{2x^2}{a+x} + \frac{a-x}{x} = \frac{a}{x}$ باشد:

الف) a را تعیین کنید.

ب) به ازای $a = 0$ ریشه‌ی دیگر این معادله را در صورت وجود به دست آورید.

۵. نامعادله‌های زیر را حل کنید.

$$۱) \frac{6-x^2}{x} > 1$$

$$۳) \frac{x+1}{x-1} \geq \frac{x}{x+1}$$

$$۵) \frac{x^2-6x+12}{x+6} \leq 1$$

$$۷) \frac{x}{x+1} - \frac{x-1}{x} \geq -1$$

$$۹) \left| \frac{1-x}{2x-5} \right| > 1$$

$$۱۱) x - 2 \geq \frac{2x-1}{x+2}$$

$$۲) 1 - \frac{1}{x} < x + 1$$

$$۴) \frac{x+1}{x} - \frac{x}{x-1} \leq 2$$

$$۶) \frac{x}{x-3} - \frac{6}{x+1} \geq \frac{14}{x^2-2x-3}$$

$$۸) x < \frac{4x-3}{x} < x+2$$

$$۱۰) \frac{3}{x-4} + \frac{5}{x+4} > \frac{8}{x^2-16}$$

۶. اگر $A = \left\{ x \mid x \in \mathbb{R}, \frac{5}{x} \geq 2 \right\}$ و $B = (-1, 2)$ باشند:

الف) جواب مجموعه‌ی A را تعیین کنید.

ب) مجموعه‌ی $A \cap B$ را به وسیله‌ی بازه نمایش دهید.

۷. اگر $A = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \frac{2x-2}{3} \geq -2 \right\}$ و $B = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x \leq 7\}$ باشد، مجموعه‌های زیر را به وسیله‌ی

بازه نشان دهید.

۱) A

۲) B

۳) $A - B$

۴) $A \cap B$

روابط مثلثاتی

۱. نسبت‌های مثلثاتی زاویه‌های زیر را بیابید.

۱) 15°

۲) 75°

۳) $22/5^\circ$

۲. فرض کنید $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ ، $\sin \beta = \frac{8}{17}$ و α, β حاده باشند. حاصل $\sin(\alpha - \beta)$ را به دست آورید.

۳. اگر α زاویه‌ای حاده و β زاویه‌ای منفرجه باشد و $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ و $\sin \beta = \frac{2}{5}$ ، آن‌گاه حاصل $\sin(\alpha + \beta)$ را به دست آورید. (دی ۹۱)

۴. اگر $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ و زاویه‌ی α حاده باشد، حاصل $\sin(\alpha + 30^\circ)$ را به دست آورید.

۵. اگر $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ و α منفرجه باشد، مقدار $\sin 2\alpha + \tan \alpha$ را به دست آورید.

۶. اگر $\alpha = 12^\circ$ و $\sin \beta = \frac{4}{5}$ مطلوبست محاسبه‌ی $\cos(\alpha - \beta)$.

۷. هرگاه داشته باشیم $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ و $\tan \beta = \frac{5}{12}$ ، مقدار عددی عبارت $\cos(\alpha + \beta)$ را حساب کنید. (α زاویه‌ی منفرجه و β زاویه‌ی حاده است).

۸. فرض کنید $\tan \alpha = -\frac{1}{2}$ و α زاویه‌ای منفرجه باشد، حاصل عبارت $\cos 2\alpha$ را به دست آورید.

۹. عبارت‌های زیر را ساده کنید.

$$۱) \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$$

$$۲) \cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$۳) \tan\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{4}\right)$$

۱۰. درستی رابطه‌های زیر را ثابت کنید.

$$۱) \sin(\pi + x) = -\sin x$$

$$۲) \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

$$۳) \cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta) = 2 \sin \alpha \sin \beta$$

$$۴) \sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = 2 \sin \alpha \cos \beta$$

$$۵) \sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta) = 2 \cos \alpha \sin \beta$$

$$۶) \sin \alpha = 2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}$$

$$۷) \frac{\sin x}{1 + \cos x} = \tan \frac{x}{2}$$

$$۸) \cos^2 x - \sin^2 x = \cos 2x$$

تابع

۱. اگر $f = \{(2, -1), (3, 5), (2, 6a + 5)\}$ تابع باشد، مقدار a را حساب کنید.

۲. مقادیر a و b را چنان بیابید که مجموعه $g = \{(-1, b + 3), (7, 1), (-1, 4 - a), (7, a)\}$ یک تابع باشد. (خرداد ۹۰)

۳. اگر $f(x) = x^2 + \frac{2}{x}$ حاصل $f(\sqrt{x})$ و $f\left(-\frac{1}{x}\right)$ را حساب کنید. $(x > 0)$

۴. در تابع $y = ax^2 + bx - 2$ مقادیر a و b را چنان بیابید که نمودار تابع از نقطه $(-1, 2)$ گذشته و محور x ها را در نقطه‌ای به طول ۱ قطع کند.

۵. اگر $f(x) = ax^2 + bx + c$ ، مقادیر a ، b و c را طوری بیابید که سهمی محور x ها را در نقطه‌ای به طول ۲ و محور y ها را در نقطه‌ای به عرض ۱- قطع کند و از نقطه $(3, 1)$ بگذرد.

۶. در تابع $y = ax^2 + bx + 1$ ، مقادیر a و b را طوری تعیین کنید تا نمودار تابع از نقطه $(1, 1)$ گذشته و محور x ها را در نقطه‌ای به طول ۱- قطع کند.

۷. منحنی‌های به معادلات $y = x^2 + ax - 3b$ و $y = -x + b$ داده شده اند، a و b را محاسبه کنید به طوری که نمودارهای این دو تابع روی محور x در نقطه‌ای به طول ۱- همدیگر را قطع کنند.

۸. a و b را طوری محاسبه کنید که نمودار دو تابع $y = ax^2 + x + b$ و $y = x + 3a$ یکدیگر را روی محور x ها به عرض ۱- قطع کنند.

۹. اگر $f(x) = ax^2 + bx + c$ باشد، a ، b و c را طوری بیابید که سهمی محور y ها را در نقطه‌ای به عرض ۳ و محور x ها را در نقطه‌ای به طول ۱ قطع کند و از نقطه $A(2, 3)$ نیز بگذرد.

۱۰. مقادیر a و b را طوری تعیین کنید که سهمی $f(x) = ax^2 + bx$ از نقطه $(3, 5)$ بگذرد و تساوی $f(-1) = 3$ برقرار باشد. (دی ۹۱)

۱۱. نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x \geq 0 \\ x + 1 & x < 0 \end{cases}$ را در دستگاه مختصات رسم کنید.

۱۲. نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} 1 + x^2 & x \geq 0 \\ 1 + \frac{x}{2} & x < 0 \end{cases}$ را رسم کرده و سپس $f(f(-1))$ را به دست آورید.

۱۳. تابع $f(x) = \begin{cases} 1-x^2 & x \geq 0 \\ x-3 & x < 0 \end{cases}$ مفروض است. $(f(2))$ را محاسبه کنید. (شهریور ۹۱)

۱۴. تابع $f(x) = \begin{cases} x^2+2 & x < 0 \\ 2 & x > 0 \end{cases}$ را در نظر بگیرید.

الف) نمودار تابع f را رسم کنید.

ب) دامنه‌ی تابع f را به دست آورید.

۱۵. اگر $f(x) = \begin{cases} ax-3 & x < 0 \\ 2bx^2+5 & x \geq 0 \end{cases}$ ، a و b را طوری بیابید که نمودار تابع f از نقطه‌ی $A(2, -3)$ بگذرد و داشته باشیم $f(-2) = 3$.

۱۶. نمودار تابع $f(x) = -2|x-3|$ را رسم کنید.

۱۷. نمودار تابع $f(x) = |2x-1|$ را رسم کنید.

۱۸. نمودار تابع $f(x) = -3\left|\frac{1}{3}x+6\right|$ را رسم کنید.

۱۹. دامنه‌ی توابع زیر را به دست آورید.

$$۱) f(x) = \log_x(2-x)$$

$$۲) g(x) = \log_x(2x-x^2)$$

$$۳) f(x) = \log(x^2-1)$$

$$۴) g(x) = \log_r \frac{x^2+x}{2}$$

$$۵) f(x) = \log \frac{x-3}{x+4}$$

$$۶) g(x) = \log(3-x)^2$$

$$۷) f(x) = \log(4-x^2)$$

$$۸) f(x) = \log(3-x^2)$$

$$۹) f(x) = \log \frac{2-x}{x}$$

$$۱۰) f(x) = \log_{x-1} x$$

$$۱۱) h(x) = \frac{3x+2}{x^2-3x+2}$$

$$۱۲) f(x) = \frac{x-4}{x^2-5x+6}$$

$$۱۳) h(x) = \frac{2x}{x^2+1}$$

$$۱۴) f(x) = \sqrt{2} - \sqrt{1-x}$$

$$۱۵) f(x) = 2\sqrt{x-2}$$

$$۱۶) f(x) = -3\sqrt{x^2-1}$$

$$۱۷) f(x) = \frac{1+\sqrt{x+2}}{\sqrt{x}}$$

$$۱۸) f(x) = \sqrt{\frac{(2x-5)(x+1)}{x-1}}$$

$$۱۹) h(x) = \frac{2x-1}{|x|-4}$$

$$۲۰) f(x) = \sqrt[2]{\frac{x-2}{x^2+4}}$$

$$۲۱) f(x) = \frac{x-3}{|x|+2}$$

$$۲۲) f(x) = \frac{x}{\sqrt{-x}}$$

$$۲۳) f(x) = \frac{1+\sqrt{x+2}}{\sqrt[3]{x}}$$

$$۲۴) f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{3-x}}$$

$$۲۵) f(x) = \frac{\sqrt{2-x}}{x^2-9}$$

$$۲۶) g(x) = \frac{-5}{\sqrt[3]{x+1}}$$

$$۲۷) f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$۲۸) f(x) = \sin\frac{1}{x+2}$$

$$۲۹) f(x) = \tan\left(3x - \frac{\pi}{6}\right)$$

۲۰. اگر $f(x) = x^2 - 3$ و $g(x) = \sqrt{x+1}$ ، مطلوب است محاسبه‌ی:

الف) $(f - 2g)(3)$ ب) $(f \circ g)(x)$

۲۱. اگر $f(x) = \sqrt{x+7}$ و $g(x) = x^2 - 1$ باشند، مطلوب است:

الف) محاسبه مقدار $(g + 2f)(2)$

ب) تعیین دامنه f و g و دامنه $\frac{f}{g}$ (با استفاده از تعریف)

۲۲. توابع f ، g با ضابطه های $f(x) = \sqrt{x}$ و $g(x) = \frac{1}{x}$ مفروضند، مطلوب است:

الف) $(f + g)(4)$ ب) $D_{\frac{f}{g}}$

۲۳. توابع $f(x) = x + 5$ و $g(x) = \frac{4x}{x^2 - 7x}$ داده شده اند. (شهریور ۹۲)

الف) دامنه‌ی تابع $\frac{g}{f}$ را به دست آورید.

ب) حاصل $(f \cdot g)(1)$ را تعیین کنید.

۲۴. توابع $f(x) = x^2 + 4$ و $g(x) = 3 + 2x^2$ مفروض‌اند، مقدار x را طوری بیابید که رابطه‌ی

$$(g - f)(x) = 0 \text{ برقرار باشد.}$$

۲۵. اگر $f(x) = 2x + 5$ و $g(x) = 9x + 7$ باشد، حاصل $(fog)(x) - (gof)(x)$ را به دست آورید.

۲۶. تابع $f(x) = \frac{1}{2x}$ مفروض است:

الف) $(f \circ f)(x)$ را بیابید. ب) مقدار $f\left(f\left(\frac{1}{4}\right)\right)$ را به دست آورید.

۲۷. اگر $f(x) = 2x - 5$ و $f(g(x)) = 5x + 4$ ، تابع $g(x)$ را محاسبه نمایید.

۲۸. اگر $fog(x) = 8x + 12$ و $f(x) = 2x + 4$ باشند، تابع $g(x)$ را تعیین کنید.

۲۹. اگر $f(x) = 5x + 2$ و $(g \circ f)(x) = 7x - 9$ باشد، آن گاه $g(x)$ را محاسبه کنید.

۳۰. اگر $f(x) = \frac{3x-1}{x+1}$ و $(f \circ g)(x) = \frac{x+5}{x+1}$ ، مطلوب است محاسبه $g(x)$.

۳۱. اگر $f(x) = \cos x$ و $g(x) = \sqrt{1-x^2}$ ، $(f \circ g)(x)$ و $(g \circ f)(x)$ را محاسبه کنید.

۳۲. اگر $f(x) = \sqrt{ax^2 + bx + c}$ و $g(x) = x^2 - 2$ ، مقادیر a ، b و c را طوری بیابید که $(g \circ f)(x) = 3x$.

۳۳. اگر $f(x) = x + a$ و $g(x) = x^2 + bx$ باشد، a و b را طوری تعیین کنید که داشته باشیم: (شهریور ۹۲)
 $(f \circ g)(x) = x^2 + 4x + 1$

۳۴. اگر $f(x) = \frac{-3x+4}{x-2}$ و $g(x) = \sqrt{x-1}$ باشد، دامنه‌ی تابع $\frac{f}{g}$ را محاسبه کنید و به صورت فاصله نمایش دهید.

۳۵. اگر $f(x) = x + 3$ و $g(x) = \sqrt{1-x}$ دو تابع باشند: (خرداد ۹۱)
 الف) دامنه‌ی f و g را به دست آورید.
 ب) دامنه‌ی تابع $g \circ f$ را با استفاده از تعریف محاسبه کنید.
 ج) ضابطه‌ی $f \circ g$ را بنویسید.

۳۶. توابع $f(x) = x + 2$ و $g(x) = \sqrt{1-x^2}$ مفروض‌اند:
 الف) دامنه‌ی $\frac{f}{g}$ را به دست آورید.
 ب) ضابطه‌ی $g \circ f$ را به دست آورید.

۳۷. اگر $g(x) = \sqrt{2x+4}$ و $f(x) = \frac{1}{x^2+2x}$ ، دامنه‌ی تابع $f \circ g$ را به دست آورید.

۳۸. دو تابع f و g روی اعداد حقیقی به صورت $f(x) = x^2 - 1$ و $g(x) = \sqrt{x+1}$ تعریف شده‌اند، ابتدا ضابطه‌ی $f \circ g$ و سپس دامنه‌ی تابع $f \circ g$ را به دست آورید.

۳۹. اگر $f(x) = x - 3$ و $g(x) = \sqrt{x+4}$ ، در این صورت $D_{f \circ g}$ و $D_{g \circ f}$ را به دست آورید.

۴۰. دو تابع $f(x) = \sqrt{1-x}$ و $g(x) = \sqrt{x-1}$ را در نظر بگیرید:
 الف) دامنه‌ی $g \circ f$ را با استفاده از تعریف به دست آورید.
 ب) تابع $p(x) = f(x) + g(x)$ را به دست آورید.

۴۱. اگر $f(x+2) = \frac{x+2}{x}$ ، $f(x)$ را به دست آورید.

۴۲. اگر $f(3x+1) = 4x+5$ ، در این صورت $f(x) = ?$

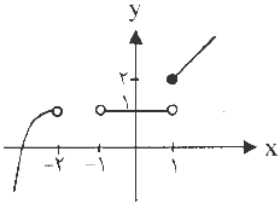
۴۳. اگر تابع $f(x+3) = \frac{2x}{x-1}$ باشد، ضابطه‌ی تابع $f(x)$ را بیابید و سپس $f(-3)$ را به دست آورید.

۴۴. اگر تابع $f(x)$ با ضابطه‌های زیر تعریف شده باشد، مطلوب است محاسبه‌ی $(f \circ f)(-1)$.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x > 0 \\ 2x - 1 & x = 0 \\ 2x + 3 & x < 0 \end{cases}$$

فصل سوم: حد و پیوستگی

۱. نمودار تابع f به صورت زیر است. با توجه به نمودار، حاصل حدهای خواسته شده را به دست آورید. (دی ۹۱)



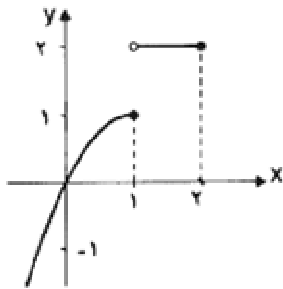
الف) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

ب) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

ج) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

د) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$

۲. با توجه به نمودار f ، حدود زیر را در صورت وجود بیابید.

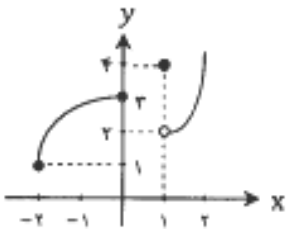


۱) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

۲) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

۳) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

۳. با توجه به نمودار زیر، عبارت خواسته شده را محاسبه کنید.



$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) + f(1)$

۴. نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}x & x \geq 1 \\ 4 - x^2 & x < 1 \end{cases}$ را رسم کنید و به کمک آن وجود حد تابع را در $x = 1$ بررسی کنید.

۵. مقدار a را طوری بیابید که تابع $f(x) = \begin{cases} ax^2 + 1 & x < -2 \\ x^3 + 1 & x > -2 \end{cases}$ در $x = -2$ حد داشته باشد.

۶. تابع $f(x) = \begin{cases} ax + 2b & x > 3 \\ ax^2 + bx + 2 & x < 3 \end{cases}$ مفروض است. عددهای a و b را طوری بیابید که $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 6$ و $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 2$.

۷. تابع $f(x) = \begin{cases} (a+1)x + 3 & x > -3 \\ -2x^2 + b & x \leq -3 \end{cases}$ مفروض است. مقادیر a و b را چنان بیابید که: $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -4$ ، $\lim_{x \rightarrow -3} f(x) = -1$

۸. در صورتی که $f(x+2) = \frac{x+4}{x}$ ، $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ را حساب کنید.

۹. در صورتی که $f(x-3) = \frac{x+5}{x-1}$ ، $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ را حساب کنید.

۱۰. اگر به ازای هر x در بازه $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ داشته باشیم $2+x^2 \leq f(x) \leq 3-\cos^3 x$ مطلوب است محاسبه $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

۱۱. فرض کنید به ازای $-1 \leq x \leq 1$ داشته باشیم: $\sqrt{3-2x^2} \leq f(x) \leq \sqrt{3+x^2}$ ، حد تابع $\frac{1}{f(x)}$ را وقتی $x \rightarrow 0$ تعیین کنید.

۱۲. اگر به ازای هر $x \in (-\pi, \pi)$ داشته باشیم: $3 - \cos^2 x \leq f(x) \leq 4 - \tan\left(\frac{x}{2}\right)$ ، حد تابع $f(x)$ را وقتی $x \rightarrow \frac{\pi}{2}$ بیابید.

۱۳. اگر به ازای هر $x > 0$ داشته باشیم $(x-2)^2 \leq f(x) \leq 4 + \sin x^2$ ، حاصل $\lim_{x \rightarrow +} (3 + f(x))$ را به دست آورید.

۱۴. حد توابع زیر را محاسبه کنید.

$$۱) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - x}$$

$$۲) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 5x + 2}{x^2 - 1}$$

$$۳) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + x - 10}{2x^2 - x - 6}$$

$$۴) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - 9}$$

$$۵) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 2x + 1}{2x^2 - 3x + 1}$$

$$۶) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x^2 - 13x - 10}{x^2 - 6x + 5}$$

$$۷) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{2-x}$$

$$۸) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{3 - \sqrt{x+7}}$$

$$۹) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x - \sqrt{2-x}}$$

$$۱۰) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{9x+7} - \sqrt{15x+1}}{x-1}$$

$$۱۱) \lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sqrt{x+5} - 1}{x^2 + 4x}$$

$$۱۲) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2 - \sqrt{x+5}}{x^2 + 2x + 1}$$

$$۱۳) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{x+6} + x}{x^2 - 4}$$

$$۱۴) \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x+5}{x^2 - 4}$$

$$۱۵) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-5x^2}{x^2 - 4}$$

$$۱۶) \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3}{(x-1)^2}$$

$$۱۷) \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{2x}{(x+1)^2}$$

$$۱۸) \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2}{|x-2|}$$

$$۱۹) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x \sin 3x}{\sin^2 x}$$

$$۲۰) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{4x^2 + 2x}$$

$$۲۱) \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{1 - \cos x}$$

$$۲۲) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 x}{2 \sin x}$$

$$۲۳) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{1 - \cos x}$$

$$۲۴) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\Delta x^2}$$

$$۲۵) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x^2}$$

$$۲۶) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^2}$$

$$۲۷) \lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin(x-a)}{x^2 - a^2}$$

$$۲۸) \lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - a^2}{\sin(2x - 2a)}$$

$$۲۹) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x \sin 2x \sin 3x}{x^3}$$

$$۳۰) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\Delta - \Delta \cos^2 x}{x \sin \frac{x}{2}}$$

$$۳۱) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 4x}{\cos 4x \sin 2x}$$

$$۳۲) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^2}{1 - \cos 2x} \times \tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \right)$$

$$۳۳) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x-2}{\sin x}$$

$$۳۴) \lim_{x \rightarrow \left(\frac{\pi}{4}\right)^+} \tan 2x$$

$$۳۵) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \tan x$$

$$۳۶) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - x + 1 + 3x^2}{1 - x^2}$$

$$۳۷) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - \sqrt{x^2 + 4x}}{1 - x}$$

$$۳۸) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^2 2x}{x^2}$$

$$۳۹) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x + \sqrt{x-2}}{\Delta x^2 - 6x + 1}$$

$$۴۰) \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x^2 + \Delta x - 6}{(\Delta x + 7)^2}$$

$$۴۱) \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x^2 + \sqrt{x-1}}{\Delta x - \sqrt{x}}$$

$$۴۲) \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{4x^{\Delta} + 2x - 3}{3x + 2x^2}$$

$$۴۳) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x + 1}{x + \sqrt{x+1}}$$

$$۴۴) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + \sqrt{x^2 + 3x + 1}}{\Delta x^2}$$

$$۴۵) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + \sqrt{x+1}}{\Delta x + \sqrt{4x^2 + 1}}$$

۱۵. مقدار a را طوری بیابید که $\lim_{x \rightarrow 2a} \frac{x - 2a}{x^2 - 4a^2} = \frac{1}{8}$ باشد.

۱۶. اگر $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{(a-b)x^2 + 4x + 1}{ax^2 + 3} = 1$ ، آنگاه مقادیر a و b را بیابید.

۱۷. پیوستگی تابع $f(x) = \begin{cases} \sin 2x & x > \frac{\pi}{4} \\ \frac{1}{2} + \cos^2 x & x \leq \frac{\pi}{4} \end{cases}$ را در $x = \frac{\pi}{4}$ بررسی کنید.

۱۸. پیوستگی تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} & x \neq 1 \\ \frac{1}{2} & x = 1 \end{cases}$ را در $x = 1$ بررسی کنید.

۱۹. پیوستگی تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{|x-2|}{x-2} & x < 2 \\ -1 & x = 2 \\ 3-x^2 & x > 2 \end{cases}$ را در نقطه‌ی به طول $x = 2$ بررسی کنید.

۲۰. اگر تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{x^2-1} & x \neq 1 \\ a & x = 1 \end{cases}$ پیوسته باشد مقدار a را به دست آورید.

۲۱. اگر تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-9}{|x-3|} & x < 3 \\ 2x^2 + ax & x \geq 3 \end{cases}$ پیوسته باشد مقدار a را به دست آورید.

۲۲. مقادیر a و b را چنان بیابید که تابع $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + 1 & x > 2 \\ 1 & x = 2 \\ x + a & x < 2 \end{cases}$ پیوسته باشد.

(دی ۹۰)

۲۳. در تابع $f(x) = \begin{cases} ax^2 + 2 & x > 1 \\ 3 & x = 1 \\ -3x + b & x < 1 \end{cases}$ مقادیر a و b را طوری بیابید

که تابع در $x = 1$ پیوسته باشد. (شهریور ۹۱)

$$f(x) = \begin{cases} 2ax^2 + bx + 1 & x < 1 \\ |x| & x = 1 \\ a \sin(x-1) + 2b & x > 1 \end{cases} \quad \text{۲۴. در تابع } x=1 \text{ چنان بیابید که تابع در } x=1$$

پیوسته باشد.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|x| + ax}{x} & x < 0 \\ 2 & x = 0 \\ x^2 + 4b & x > 0 \end{cases} \quad \text{۲۵. اعداد } a \text{ و } b \text{ را طوری تعیین کنید که تابع در } x=0 \text{ پیوسته باشد.}$$

$$f(x) = \begin{cases} 2a + x^2 & x \geq 2 \\ x^2 - x & x < 2 \end{cases} \quad \text{۲۶. حدود } a \text{ را طوری تعیین کنید که تابع در } x=2 \text{ پیوسته نباشد. (خرداد)}$$

(۹۰)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+b}{x-1} & x > -1 \\ 0 & x = -1 \\ ax^2 - (a+1)x - 7 & x < -1 \end{cases} \quad \text{۲۷. مقادیر } a \text{ و } b \text{ را چنان بیابید که تابع در نقطه‌ی } x = -1$$

پیوسته باشد.

فصل چهارم: مشتق

۱. با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = 3x - 1$ را در نقطه‌ی $x = -1$ به دست آورید. (شهریور ۹۱)

۲. با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = 4x^2 - 3$ را بیابید.

۳. با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = \frac{1}{x+1}$ را در نقطه‌ی $x_0 = 0$ به دست آورید.

۴. با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = x^2 + 3x$ را در نقطه‌ی $x_0 = 1$ بیابید.

۵. با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = x^2 + 2x$ را در نقطه‌ی $x_0 = -1$ بیابید.

۶. با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را در $x_0 = 1$ به دست آورید.

۷. با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = 2\sqrt{3x}$ را در نقطه‌ی $x_0 = 3$ به دست آورید.

۸. با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = \sqrt{x-1}$ را در نقطه‌ی $x_0 = 5$ به دست آورید.

۹. مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست).

$$۱) f(x) = (4x-1)^2(x^2-x)$$

$$۲) h(x) = \frac{-5x}{x+1}$$

$$۳) y = \frac{1}{x^2+3x+2}$$

$$۴) y = \sqrt{x^2-4x}$$

$$۵) f(x) = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2}$$

$$۶) h(x) = (7-4x^2)^2$$

$$۷) f(x) = \left(\frac{2x+1}{3x+2}\right)^2$$

$$۸) g(x) = 3 + \sqrt{x^2+3}$$

$$۹) f(x) = \sqrt{\frac{x}{1+x}}$$

$$۱۰) f(x) = \frac{4x^2-3x}{(x-1)^2}$$

$$۱۱) f(x) = \frac{1}{2x+1} + (\sqrt{x})(x+5)$$

$$۱۲) g(x) = \left(\frac{3x^2-7}{4x-1}\right)^2$$

$$۱۳) h(x) = \sin 3x \cos 2x$$

$$۱۴) f(x) = \frac{\sin x}{1-\cos x}$$

$$۱۵) f(x) = \tan\left(\frac{\pi}{3} - 3x\right)$$

$$۱۶) f(x) = \tan^2 5x$$

$$۱۷) f(x) = x \cos^2 x + \sin^2 x$$

$$۱۸) g(x) = \sin^2(1-x^2)$$

$$۱۹) g(x) = \tan(2x^2+1) \sin x$$

$$۲۰) g(x) = \cot(2x) + \sin^2(x)$$

$$۲۱) g(x) = 4 \tan\left(\frac{x}{2}\right) + \cos^2(6x)$$

۱۰. دامنه‌ی مشتق‌پذیری توابع زیر را به دست آورید.

$$۱) f(x) = \sqrt{x}$$

$$۲) f(x) = \sqrt{-2x+1}$$

$$۳) f(x) = x + \sqrt{x-1}$$

۱۱. مشتق تابع $f(x) = \sqrt{6-2x}$ را به دست آورده و دامنه‌ی مشتق پذیری آن را مشخص کنید.

۱۲. شیب خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x+5}$ را در نقطه‌ای به طول $x = 4$ به دست آورید. (شهریور ۹۱)

۱۳. شیب خط قائم بر نمودار تابع $y = x^3 - 2x$ را در نقطه‌ی $x = 1$ به دست آورید.

۱۴. تابع $f(x) = x^2 + 3x + 5$ را در نظر می‌گیریم.

الف) آهنگ لحظه‌ای تغییر این تابع را در نقطه‌ی $x = 3$ به دست آورید.

ب) آهنگ متوسط تغییر این تابع را وقتی متغیر از $x = 1$ به $x = 5$ تغییر کند، به دست آورید.

۱۵. متحرکی که بر محور x ها در حرکت است دارای معادله‌ی حرکت $x(t) = 3t^2 - 4t + 1$ می‌باشد. (t بر حسب

ثانیه و x بر حسب سانتی متر است)

الف) سرعت متوسط این متحرک را در فاصله‌ی زمانی $t = 1$ تا $t = 3$ به دست آورید.

ب) سرعت لحظه‌ای آن را در زمان $t = 2$ به دست آورید.

۱۶. معادله‌ی حرکت متحرکی به صورت $f(t) = \frac{1}{4}t^2 - 3t + 1$ می‌باشد: (خرداد ۹۱)

الف) سرعت متوسط این متحرک را در فاصله‌ی زمانی $t = 0$ تا $t = 4$ به دست آورید.

ب) آهنگ آنی تغییرات $f(t)$ را در $t = 7$ بیابید.

۱۷. اگر $p(t) = 3000 + 10t^2$ نمایش جمعیت یک نوع باطری در زمان t باشد (t بر حسب ساعت):

الف) آهنگ متوسط افزایش جمعیت را در ۵ ساعت اول پس از زمان $t = 2$ به دست آورید.

ب) آهنگ لحظه‌ای جمعیت را در $t = 3$ به دست آورید.

۱۸. آهنگ متوسط تغییر تابع $y = \frac{x}{4} + 1$ را به ازای $x_1 = 2$ و $h = 0/2$ ، به دست آورید.

فصل	نوبت اول	نوبت دوم و شهریور
اول	۸	۴
دوم	۱۲	۷
سوم	-	۵
چهارم	-	۴
جمع	۲۰	۲۰