



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://t.me/riazisara>



(@riazisara)



دانش آموزان شهرم دیواندره لایق بهترین ها هستند.

عنوان

جزوه کار ریاضی پایه یازدهم
(ویژه رشته تجربی)

نگارش

عادل آخکندی

شماره تماس : ۰۹۱۹۰۶۹۰۰۶۳

دانلود از سایت ریاضی سرا

www.riazisara.ir



صفحه

فهرست

- ۱ فصل اول (هندسه تحلیلی و جبر)..... ۱
- ۲ فصل دوم (هندسه)..... ۱۱
- ۳ فصل سوم (تابع)..... ۲۳
- ۴ فصل چهارم (مثلثات)..... ۳۹
- ۵ فصل پنجم (توابع نمایی و لگاریتمی)..... ۵۰
- ۶ فصل ششم (حد و پیوستگی)..... ۶۴
- ۷ فصل هفتم (آمار و احتمال)..... ۷۷

معذرت

معذرت میخوام فیثاغورس ... چرا که مادر من سخت ترین معادلات است!

معذرت میخوام نیوتن ... چرا که مادر من راز جاذبه است!

معذرت میخوام ارسون ... چرا که مادر من اولین چراغ زندگی من است!

معذرت میخوام افلاطون ... چرا که این مادر من است که شهر فاضله قلب من است!

معذرت میخوام رومیو ... چرا که همه راه ها به عشق مادر من ختم میشوند!

معذرت میخوام ژولیت ... چرا که مادرم عشق من است!

ریاضیات یا ریاضی (در قدیم هم چنین: اینگارش یا مزداهیک) را بیش تر دانش بررسی کمیتها و ساختارها و فضا و دگرگونی (تغییر) تعریف می کنند. دیدگاه دیگری ریاضی را دانشی می داند که در آن با استدلال منطقی از اصول و تعریفها به نتایج دقیق و جدیدی می رسیم (دیدگاههای دیگری نیز در فلسفه ریاضیات بیان شده است). با اینکه ریاضیات از علوم طبیعی به شمار نمی رود، ولی ساختارهای ویژه ای که ریاضی دانان می پژوهند بیشتر از دانشهای طبیعی به ویژه فیزیک سرچشمه می گیرند و در فضایی جدا از طبیعت و محض گونه گسترش پیدا می کنند، به طوری که علوم طبیعی برای حل مسائل خود به ریاضی بازمی گردند تا جوابشان را با آن مقایسه و بررسی کنند.

علوم طبیعی، مهندسی، اقتصاد و پزشکی بسیار به ریاضیات تکیه دارد ولی ریاضی دانان گاه به دلایل صرفاً ریاضی (و نه کاربردی) به تعریف و بررسی برخی ساختارها می پردازند. در اینجا لازم می دانم از دوست گرامی ام آقای رضا نظری که در تهیه ی این جزوات من را بسیار یاری نمودند، کمال تشکر را داشته باشم.

۱ فصل اول (هندسه تحلیلی و جبر)

۱ - نقاط $A(1,6)$ و $B(2,3)$ و $C(5,9)$ سه راس یک مثلث اند. ارتفاع گذرنده از راس A را رسم می کنیم. نقطه برخورد ارتفاع با ضلع مقابل را پیدا کنید.

۲ - نقاط $A(1,-3)$ و $B(1,1)$ و $C(4,1)$ سه راس یک مثلث اند. محیط مثلث را پیدا کنید.

۳ - نقاط $A(1,2)$ و $B(-1,8)$ و $C(-3,4)$ سه راس یک مثلث اند. معادله و طول میانه AM را پیدا کنید.

۴ - نقاط $A(2,3)$ و $B(3,5)$ و $C(-1,7)$ سه راس متوازی الاضلاع $ABCD$ هستند. مختصات راس چهارم و محل برخورد قطرهای متوازی الاضلاع را پیدا کنید.

۵ - قرینه نقطه $A(3,2)$ را نسبت به نقطه $B(5,-1)$ پیدا کنید.

۶ - نقطه ای روی محور y ها بیابید که از دو نقطه $A(1, -3)$ و $B(5, 5)$ به یک فاصله باشد.

۷ - مقدار a را طوری بیابید که سه نقطه $A(3, 4)$ و $B(5, 8)$ و $C(a, -2)$ روی یک خط راست باشند.

۸ - نقاط $A(-1, 2)$ و $B(9, 2)$ دو سر قطر یک دایره اند. مختصات مرکز و شعاع دایره را پیدا کنید. سپس به دلخواه نقطه ای را مشخص کنید که روی این دایره قرار داشته باشد.

۹ - نقاط $A(2, 0)$ و $B(6, 2)$ و $C(0, 2)$ سه راس یک مثلث اند. محل برخورد عمود منصف های مثلث را پیدا کنید.

۱۰ - اگر $A(1, 2)$ مختصات یک راس و $3x + 4y + 4 = 0$ معادله یکی از اضلاع یک مربع باشد. محیط و مساحت مربع را پیدا کنید.

۱۱ - نقطه $A(-1, 1)$ یک راس و نقطه $M(2, 1)$ نقطه برخورد قطرهای یک مربع اند. مختصات سه راس دیگر مربع را پیدا کنید.

۱۲ - نقاط $O(0,0)$ و $A(6,0)$ دو راس یک مثلث متساوی الاضلاع هستند. مختصات راس سوم مثلث را پیدا کنید.

۱۳ - از نقاط $A(1,0)$ و $B(1,1)$ هر کدام یک خط موازی خط $y = \frac{-3}{4}x$ رسم کرده ایم. مساحت مربعی را که دو ضلع مقابلش روی این دو خط قرار دارند، پیدا کنید.

۱۴ - نقاط $A(3,-2)$ و $B(8,1)$ دو راس مربع $ABCD$ هستند. اگر راس D روی محور عرض ها باشد. مختصات راس های C و D را بیابید.

۱۵ - نقاط $A(2,3)$ و $B(3,5)$ و $C(-1,7)$ سه راس متوازی الاضلاع $ABCD$ هستند. مساحت متوازی الاضلاع را پیدا کنید.

۱۶ - معادله های زیر را حل کنید.

الف) $x^4 - x^2 - 12 = 0$

ب) $x^4 - 20x^2 + 64 = 0$

ج) $x^6 + 9x^3 + 8 = 0$

$$د) x^8 - 17x^4 + 16 = 0$$

$$خ) x + 2\sqrt{x} - 8 = 0$$

$$چ) x^{\frac{1}{3}} - x^{\frac{1}{6}} - 6 = 0$$

$$ح) x^{\frac{1}{2}} - 3x^{\frac{1}{4}} + 2 = 0$$

$$ر) x^3 - 5x\sqrt{x} - 24 = 0$$

$$ز) \sqrt[3]{x} - 2\sqrt[6]{x} - 3 = 0$$

$$م) x^5 - 30x^2\sqrt{x} - 64 = 0$$

$$ن) (x^2 + 2x)^2 - 2(x^2 + 2x) - 3 = 0$$

$$ک) (x^2 + 2x + 1)^2 + (x^2 + 2x) - 11 = 0$$

$$گ) (2x^2 - 1)^2 - 6x^2 - 7 = 0$$

$$ج) x^2 + 2x + \frac{1}{x^2 + 2x + 2} =$$

۱۷- در معادله های درجه دوم زیر مقدار m را طوری پیدا کنید که رابطه داده شده بین ریشه های معادله برقرار باشد.

الف) در معادله $x^2 - 2x + m + 2 = 0$ یکی از ریشه ها مجذور دیگری باشد.

ب) در معادله $x^2 - 8x + m + 7 = 0$ یکی از ریشه ها ۲ واحد از دیگری بیشتر باشد.

پ) در معادله $x^2 + 3x + m + 3 = 0$ یکی از ریشه ها ۲ برابر دیگری باشد.

ت) در معادله $(m + 2)x^2 - 10x + 2m + 1 = 0$ یکی از ریشه ها عکس دیگری باشد.

ث) در معادله $x^2 - 3x + m = 0$ مجموع مربعات ریشه ها برابر ۵ باشد.

۱۸- معادله درجه دومی بنویسید که ریشه هایش $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}$ و $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}$ باشد.

۱۹- معادله درجه دومی با ضرایب گویا بنویسید که یکی از ریشه هایش $2 - \sqrt{3}$ باشد.

۲۰- ماکسیمم یا مینیمم تابع های زیر را پیدا کنید.

الف) $f(x) = 2x^2 - x + 1$

ب) $f(x) = -x^2 + 4x + 15$

پ) $f(x) = (3x + 3)(x - 7)$

ت) $f(x) = (x + 2)^2 - (3x - 1)^2$

ث) $f(x) = (x - 1)(x + 3) + (x + 3)(x + 5)$

۲۱ - می خواهیم با طنابی به طول ۲۰ متر دور استادیومی مستطیلی شکل که مطابق شکل دو سر آن نیم دایره است را محصور کنیم. ابعاد مستطیل چقدر باشد تا مساحت مستطیل ماکسیمم باشد؟



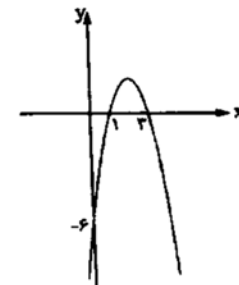
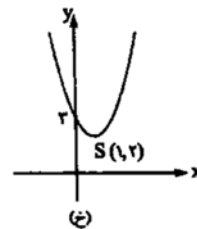
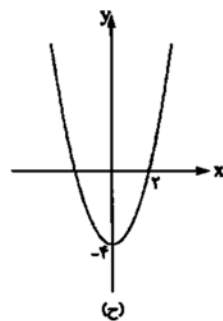
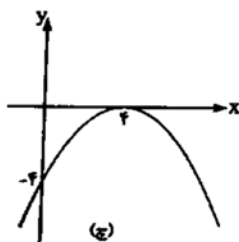
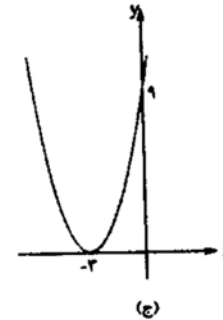
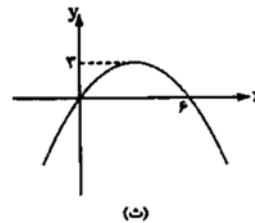
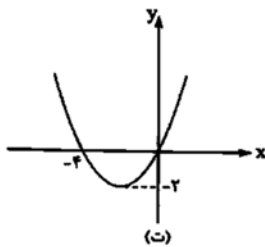
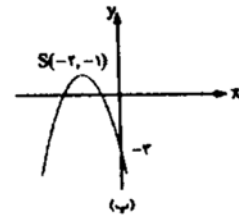
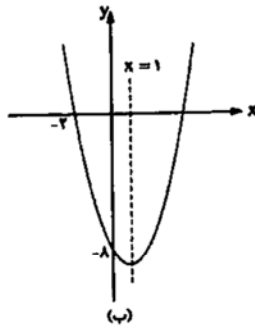
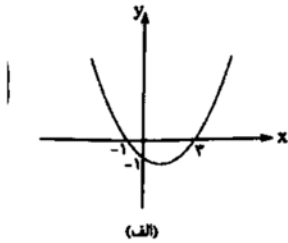
۲۲ - یک موشک به طور عمودی پرتاب شده است و معادله ارتفاع آن t ثانیه پس از پرتاب به صورت $h(t) = -5t^2 + 200t$ است.

الف) چند ثانیه طول می کشد تا موشک به ارتفاع اوج برسد؟

ب) ارتفاع اوج موشک را پیدا کنید.

پ) چند ثانیه پس از پرتاب موشک دوباره به زمین برخورد می کند؟

۲۳ - معادله هر یک از سهمی های زیر را بنویسید.



۲۴ - مسیر حرکت یک گلوله توپ به صورت $y = \frac{-1}{20}x^2 + 10x$ است.

الف) مسیر حرکت گلوله را رسم کنید.

ب) حداکثر ارتفاع گلوله را پیدا کنید.

ج) فاصله نقطه برخورد گلوله با زمین از نقطه شلیک چه قدر است؟

۲۵ - معادله های زیر را حل کنید.

$$\text{الف) } \frac{2x+3}{x-1} - \frac{2x-3}{x+1} = \frac{x}{x^2-1}$$

$$\text{ب) } \frac{x+2}{x-2} + \frac{x-3}{x+3} = \frac{8x+6}{x^2+x-6}$$

$$\text{پ) } \frac{1}{x} + \frac{1}{x+2} = \frac{12}{5}$$

$$\text{ت) } \frac{2}{x-1} + \frac{2x+3}{x^2+x+1} = \frac{5x^2+1}{x^3-1}$$

$$\text{س) } \frac{x+1}{x-2} + \frac{1}{x+2} = \frac{x}{x^2-4}$$

$$\text{ش) } \frac{1}{x^2} - \frac{2}{x} = \frac{1}{2x} - 1$$

۲۶ - معادله های زیر را حل کنید.

الف) $\sqrt{x+3} = 5$

ب) $\sqrt{x+3} + 2x = 4$

پ) $2\sqrt{x-1} - \sqrt{x+2} = 0$

ت) $\sqrt{x-1} + \sqrt{x+4} = \sqrt{2x+15}$

ث) $x + \sqrt{x} = 20$

ج) $\sqrt{x+3} + \frac{2}{\sqrt{x+3}} = 3$

چ) $x + 2\sqrt{x+1} = 7$

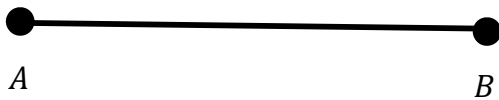
$$\text{ح) } \sqrt{6 + \sqrt{x + 3}} = \sqrt{2x - 3}$$

۲۷ - دو نقاش اگر با هم کار کنند، خانه ای را در ۳ روز رنگ میزنند اما اگر هر کدام به تنهایی کار کنند، نقاش اول خانه را ۸ روز زودتر رنگ میزند. حساب کنید هر کدام از نقاش ها خانه را در چند روز رنگ میزنند؟

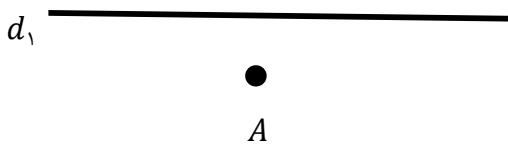
۲۸ - یک حوض می تواند با بازکردن دو شیر آب پر شود. اگر هر دو شیر با هم باز باشند، حوض در ۸ ساعت پر می شود. می دانیم سرعت خارج شدن آب یکی از شیرها دو برابر دیگری است. حساب کنید هر کدام از شیرها به تنهایی حوض را در چند ساعت پر می کنند؟

۲ فصل دوم (هندسه)

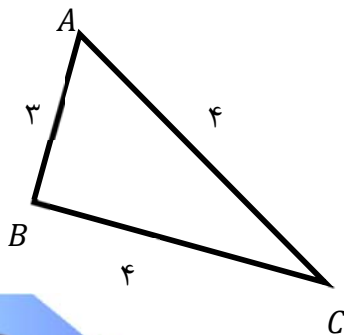
۲۹- در شکل رو به رو پاره خط AB به طول ۶ سانتی متر مفروض است. نقطه ای روی صفحه پیدا کنید که فاصله اش از A برابر ۴ سانتی متر و فاصله اش از B برابر ۳ سانتی متر باشد. سوال چند جواب دارد؟



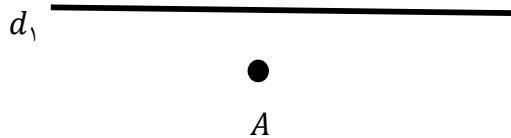
۳۰- در شکل روبه رو خط d_1 و نقطه A به فاصله ۴ سانتی متر از آن مفروض است. نقطه ای روی صفحه پیدا کنید که فاصله اش از خط d و از نقطه A برابر ۵ سانتی متر باشد. سوال چند جواب دارد؟



۳۱- مثلث ABC مطابق شکل با اضلاع ۴ و ۴ و ۳ سانتی متر مفروض است. نقطه ای پیدا کنید که فاصله اش از ضلع AB و AC (یا امتداد آنها) برابر ۱ سانتی متر باشد. مساله چند جواب دارد؟



۳۲ - خط d_1 و نقطه A به فاصله ۲ سانتی متر از آن مفروض است. تنها یک نقطه وجود دارد که فاصله اش از خط d و از نقطه A برابر l است. اندازه l را پیدا کنید. (مساله چند جواب دارد؟)



۳۳ - مثلثی با اضلاع زیر را رسم کنید. کدام یک از موارد زیر جواب ندارد؟

الف) $BC = 5$ و $AC = 4$ و $AB = 3$

ب) $BC = 4$ و $AC = 3$ و $AB = 8$

۳۴ - یک مثلث متساوی الاضلاع به ضلع ۳ سانتی متر رسم کنید.

۳۵ - متوازی الاضلاعی با اضلاع ۶ و ۴ و قطر ۷ سانتی متر رسم کنید.

۳۶ - یک مستطیل با اضلاع ۶ و ۴ سانتی متر رسم کنید.

۳۷ - یک لوزی با طول ضلع ۵ و قطر ۶ سانتی متر رسم کنید.

۳۸ - طریقهٔ رسم عمود منصف یک پاره خط را توضیح دهید.

۳۹ - یک لوزی با طول ضلع ۵ و قطر ۶ سامتی متر رسم کنید.

۴۰ - طریقهٔ رسم نیمساز را توضیح دهید.

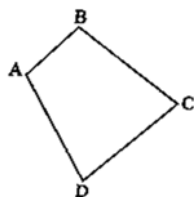
۴۱ - طریقهٔ رسم خط عمود بر یک خط از یک نقطه روی آن را توضیح دهید.

۴۲ - طریقهٔ رسم خط عمود بر یک خط از یک نقطه غیر واقع بر آن را توضیح دهید.

۴۳ - طریقهٔ رسم خط موازی با یک خط از یک نقطه غیر واقع بر آن را توضیح دهید.

۴۴ - ثابت کنید عمود منصف های هر مثلث هم‌رس اند. خاصیت نقطه هم‌رسی عمودمنصف های مثلث چیست؟ اگر به مرکز این نقطه و شعاع فاصله اش تا یک رأس، یک دایره رسم کنیم. دو رأس دیگر نسبت به این دایره چگونه اند؟

۴۵ - ثابت کنید نیمسازهای هر مثلث هم‌رس اند. خاصیت نقطه هم‌رسی نیمسازهای مثلث چیست؟ اگر به مرکز این نقطه و شعاع فاصله اش تا یک ضلع، یک دایره رسم کنیم. دو ضلع دیگر نسبت به این دایره چگونه اند؟



۴۶ - در چهارضلعی رو به رو اگر عمود منصف اضلاع AB و BC و CD در نقطه O هم‌رس باشند. ثابت کنید عمودمنصف ضلع AD هم از نقطه O می‌گذرد.

اگر دایره ای به مرکز O و به شعاع OA رسم کنیم. سه رأس دیگر چهار ضلعی نسبت به این دایره چه وضعیتی دارند؟

۴۷ - خط d و نقطه A به فاصله ۴ سانتی متر از آن مفروض اند.

الف) مثلث متساوی الساقینی رسم کنید که قاعده اش روی خط d و رأسش روی نقطه A و طول ساقش ۶ سانتی متر باشد.

ب) مثلث متساوی الساقینی رسم کنید که رأسش نقطه A و قاعده اش برابر ۶ سانتی متر و روی خط d باشد.

ج) مثلث متساوی الساقینی رسم کنید که قاعده اش روی خط d و رأسش روی نقطه A و مساحتش ۲۰ سانتی متر مربع باشد.

۴۸- استدلال استقرایی را تعریف کنید .

۴۹- استدلال استنتاجی را تعریف کنید .

۵۰- عکس قضیه های زیر را بنویسید .

الف) اگر n^2 مضرب ۵ باشد، آن گاه n مضرب ۵ است .

ب) اگر مجموع دو زاویه از مثلثی با زاویه سوم برابر باشند، آن گاه مثلث قائم الزاویه است .

پ) در یک مستطیل، قطرهای با هم برابرند .

ت) در مثلث قائم الزاویه نقطه همرسی عمودمنصف ها وسط وتر مثلث است .

ث) اگر در یک مثلث مجموع هر دو زاویه از زاویه سوم کوچک تر باشد، تمام زاویه های مثلث حاده است .

۵۱- برای رد کردن هر کدام از حکم های کلی زیر یک مثال نقض بیاورید .

الف) هر چهار ضلعی که قطرهایش بر هم عمود باشند، مربع است .

ب) مربع یک عدد حقیقی بزرگ تر یا مساوی آن عدد است .

پ) در یک مثلث قائم الزاویه هر ضلع از نصف دو ضلع دیگر بزرگ تر است .

ت) مجموع دو عدد اول، یک عدد مرکب است .

ث) در مثلث ، اندازه ی هر ضلع از اندازه ی هر ارتفاع کوچک تر است .

ج) مساحت هر مثلث از محیط آن بزرگ تر است .

$$x \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x} \leq x \text{ (چ)}$$

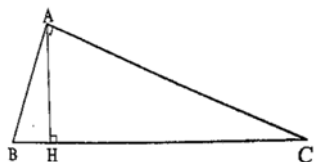
$$a, b \in R \Rightarrow \sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b} \text{ (ح)}$$

۵۲- در هر کدام از موارد زیر نسبت $\frac{a}{b}$ را با استفاده از خواص تناسب پیدا کنید .

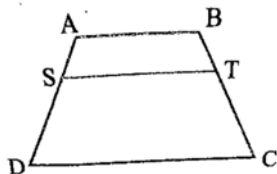
$$\text{الف) } \frac{a+15}{2a+10} = \frac{b+21}{2b+14}$$

$$\text{ب) } \frac{a+6}{b+15} = \frac{3a+2}{3b+5}$$

۵۳- در مثلث قائم الزاویه مقابل ثابت کنید: $AB \times AC = AH \times BC$

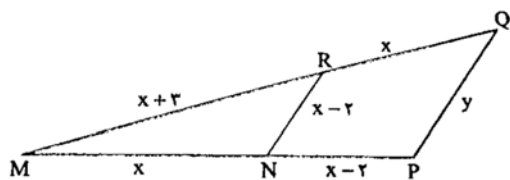


۵۴- در یک مثلث قائم الزاویه اندازه اضلاع قائمه ۵ و ۱۲ سانتی متر است. اندازه ی ارتفاع وارد بر وتر مثلث را پیدا کنید.

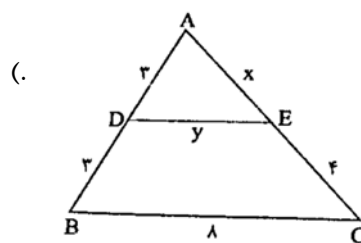


۵۵- در ذوزنقه روبرو $AB \parallel ST \parallel DC$ ، ثابت کنید $\frac{AS}{SD} = \frac{BT}{TC}$.

۵۶- در شکل های زیر، مقدارهای خواسته شده را پیدا کنید. (این مقدارها با حروف x

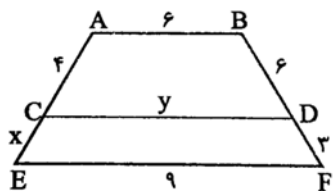


ب) $NR \parallel PQ$

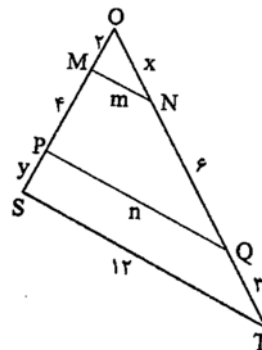


الف) $DE \parallel BC$

و y و m و n مشخص شده اند



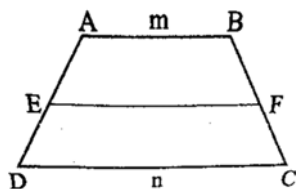
ت) $AB \parallel CD \parallel EF$



پ) $MN \parallel PQ \parallel ST$

۵۷- در ذوزنقه ی روبرو $AB \parallel EF \parallel CD$ و $\frac{AE}{ED} = K$ است. اگر $AB = m$ و $CD = n$ باشد، اندازه EF را بر

حسب m و n پیدا کنید.

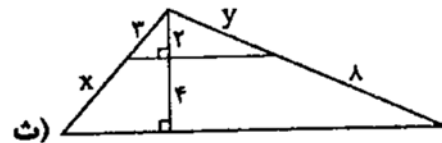
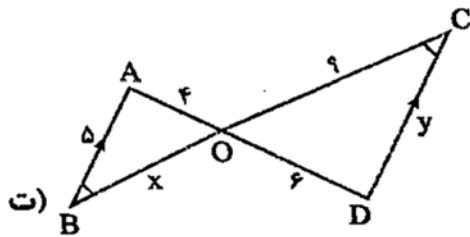
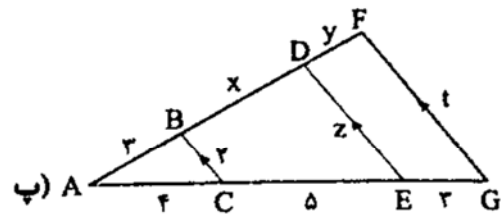
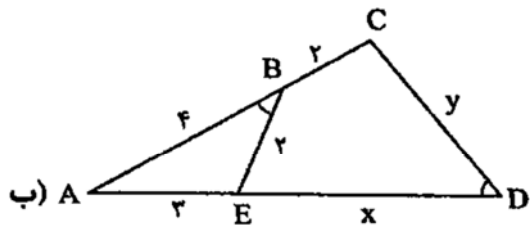
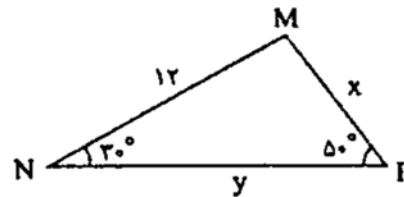
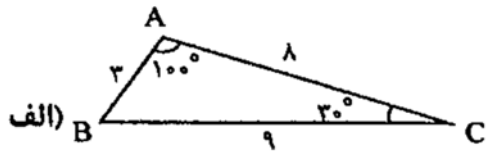


۵۸- با برهان خلف ثابت کنید از یک نقطه غیر واقع بر یک خط نمی توان بیش از یک خط بر آن عمود کرد.

۵۹- با برهان خلف ثابت کنید اگر در مثلث ABC داشته باشیم $AB \neq AC$ آن گاه $\hat{B} \neq \hat{C}$.

۶۰- با برهان خلف ثابت کنید اگر خطی، یکی از دو خط موازی را قطع کند، دیگری را نیز قطع خواهد کرد.

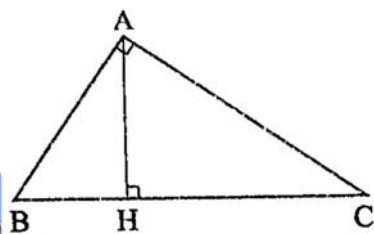
۶۱- در هر کدام از قسمت ها ، مقادیر خواسته شده را پیدا کنید .



۶۲- در مثلث قائم الزاویه ی رو به رو ثابت کنید :

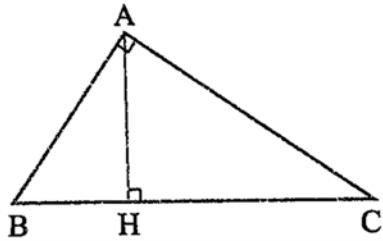
$$AB^2 = BH \times BC$$

$$AC^2 = CH \times BC$$



۶۳- در مثلث قائم الزاویه ی رو به رو ثابت کنید :

$$AH^2 = BH \times HC$$

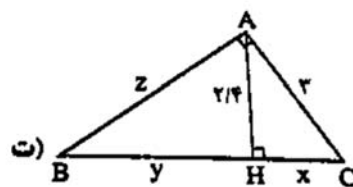
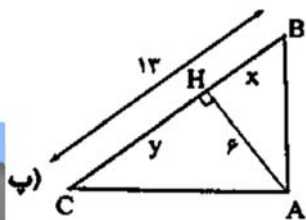
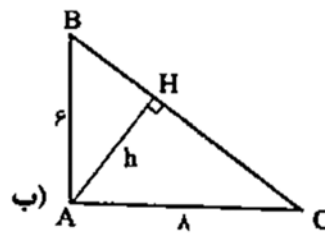
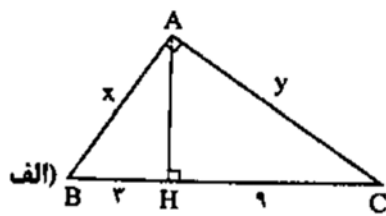


۶۴- در مثلث قائم الزاویه قبل ثابت کنید :

$$AB \times AC = AH \times BC$$

۶۵- درستی رابطه فیثاغورس را در مثلث قائم الزاویه ثابت کنید.

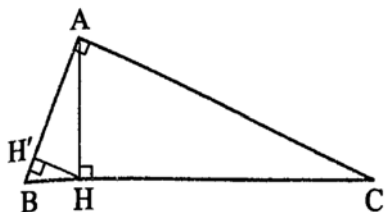
۶۶- در هر کدام از مثلث های قائم الزاویه زیر موارد خواسته شده را پیدا کنید .



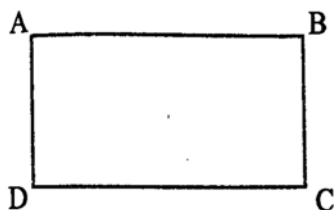
۶۷- در مثلث قائم الزاویه ی ABC ارتفاع AH را رسم می کنیم. سپس ارتفاع HH' از مثلث AHB را رسم می کنیم.

الف) ثابت کنید مثلث $BH'H$ و مثلث ABC متشابه اند.

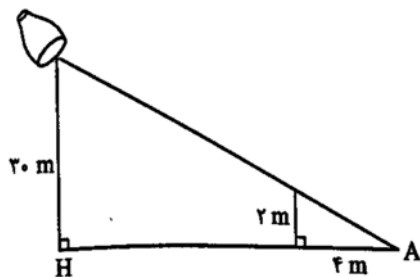
ب) اگر $AB = 5\text{cm}$ و $AC = 12\text{cm}$ باشند، اندازه ی BH' را پیدا کنید.



۶۸- در مستطیل رو به $AB = 8\text{cm}$ است. از نقطه A عمود AH را بر خط BD رسم می کنیم. اگر $DH = \frac{18}{5}\text{cm}$ باشد، اندازه ی قطر مستطیل و اندازه ی عرض مستطیل را پیدا کنید.

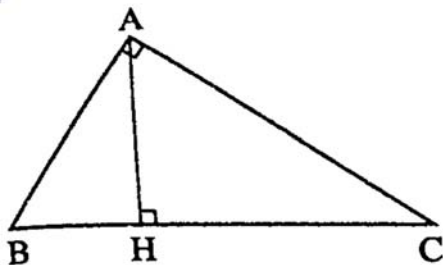


۶۹- در شکل رو به ارتفاع نورافکن ۳۰ متر و سایه یک دیوار ۲ متری برابر ۴ متر است. فاصله ی نقطه ی A تا H چقدر است؟



۷۰- در شکل رو به رو دو مثلث ABC و MNP با نسبت K متشابه اند.

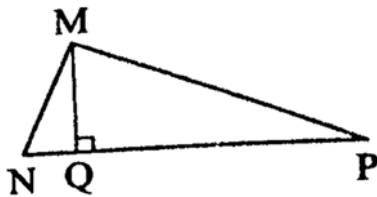
$$\frac{AB}{MN} = \frac{AC}{MP} = \frac{BC}{NP} = K \text{ یعنی}$$



الف) ثابت کنید نسبت دو ارتفاع AH و MQ برابر نسبت تشابه است، یعنی

$$\frac{AH}{MQ} = K$$

ب) نسبت مساحت های دو مثلث را پیدا کنید.



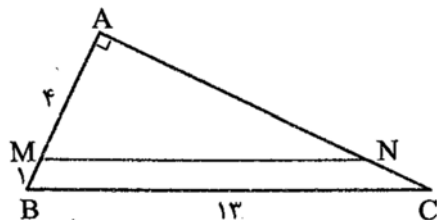
پ) نسبت محیط های دو مثلث را پیدا کنید.

۷۱- در مثلث قائم الزاویه ی رو به رو $MN \parallel BC$ است.

الف) مساحت مثلث ABC را پیدا کنید.

ب) محیط مثلث AMN را پیدا کنید.

پ) مساحت ذوزنقه ی $MNCB$ را پیدا کنید.



۳ فصل سوم (تابع)

۷۲- یک بازیکن فوتبال ده پنالتی زده و ۶۰ درصد آن ها را گل کرده است. اگر این بازیکن بتواند تمام پنالتی هایی که از این به بعد می زند را گل کند:

الف) ضابطه تابعی را که نشان دهنده درصد پنالتی های گل شده بعد از زدن x پنالتی دیگر است، بنویسید.

ب) او حداقل چند پنالتی دیگر بزند تا درصد گل شدن پنالتی هایش بالاتر از ۹۵ درصد باشد؟

۷۳- کدام یک از ضابطه های زیر متعلق به یک تابع گویا است؟

$$\text{الف) } f(x) = \frac{2x^2 - x + 3}{x - \sqrt{2}} \quad \text{ب) } f(x) = \frac{x + 3}{\sqrt{x - 1}} \quad \text{پ) } f(x) = \frac{x + \frac{1}{x}}{x^2 - \frac{1}{x}} \quad \text{ت) } f(x) = \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{x + 1}$$

$$\text{ث) } f(x) = \frac{x}{x + 1} - \frac{x - 1}{x} \quad \text{ج) } f(x) = \left(\frac{\sqrt{x}}{x - 1}\right)^2$$

۷۴- دامنه ی تابع های زیر را پیدا کنید.

$$\text{الف) } f(x) = \frac{2x + 1}{2x^2 + x - 1}$$

$$\text{ب) } f(x) = \frac{x + 3}{x + 1} - \frac{x + 1}{x + 3}$$

$$\text{پ) } f(x) = \frac{1}{x^3 - x}$$

$$\text{ث) } f(x) = \frac{\frac{1}{x}}{\frac{1}{x - 1} - 1}$$

$$\text{ث) } f(x) = \frac{1}{\frac{x-2}{x+1}}$$

$$\text{ج) } f(x) = \frac{x}{x^4 - 5x^2 + 4}$$

۷۵- ضابطه تابع گویایی را بنویسید که دامنه اش مجموعه های زیر باشد.

الف) R

ب) $R - \{-1\}$

پ) $R - \{-2, 2\}$

ت) $R - \{0, 1, -1\}$

۷۶- نمودار تابع های زیر را در بازه های داده شده رسم کنید.

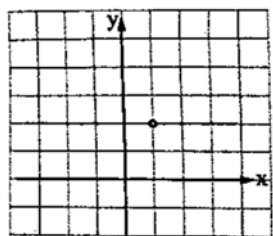
$$\text{الف) } f(x) = \frac{1}{x} \quad [4, -4]$$

$$\text{ب) } f(x) = \frac{2}{x} \quad [4, -4]$$

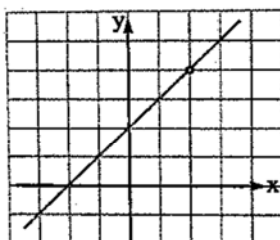
$$\text{ج) } f(x) = \frac{1}{x-3} \quad [-1, 7]$$

$$\text{پ) } f(x) = -\frac{4}{x} \quad [-8, 8]$$

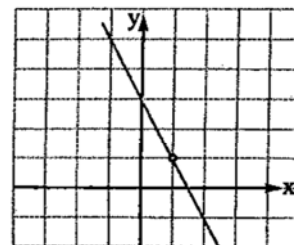
ت) $f(x) = \frac{1}{|x|}$ $[-۳,۳]$



(الف)



(ب)



(پ)

۷۷- ضابطه ی تابع گویایی را بنویسید که نمودارش در زیر داده شده است.

۷۸- دامنه ی تابع های زیر را پیدا کنید.

الف) $f(x) = \sqrt{x-۳} + ۳$

ب) $f(x) = \sqrt{x+۲} - ۱$

پ) $f(x) = \sqrt{۴-x} + ۱$

ت) $f(x) = \sqrt{-۵-x}$

۷۹- نمودار تابع های زیر را رسم کنید.

الف) $f(x) = \sqrt{x+2} + 1$

ب) $f(x) = \sqrt{x-3} - 2$

۸۰- کدام یک از جفت تابع های زیر با هم مساوی اند؟

الف) $f(x) = \frac{x^4 - 1}{x^2 - 1}$, $g(x) = x^2 + 1$

ب) $f(x) = \frac{x^4 - 1}{x^2 + 1}$, $g(x) = x^2 - 1$

پ) $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 1}$, $g(x) = \frac{x^2 - 3x^2 + 3x - 1}{x^2 - 2x + 1}$

ت) $f(x) = \sin^4 x + \cos^4 x + 2 \sin^2 x \cos^2 x$, $g(x) = \frac{x^2}{\sqrt{x^4}}$

ت) $f(x) = \frac{x}{|x|}$, $g(x) = \frac{|x|}{x}$

۸۱- اعضای یک تیم والیبال قرار است به یک مسافرت تفریحی بروند. مربی تیم برای آن که بتواند وضعیت جسمی بازیکنان را کنترل

کند با آن ها قرار می گذارد که بعد از برگشتن به ازای هر کیلو اضافه وزن جریمه بدهند. جدول جریمه ها به صورت زیر است؟

الف) ضابطه ی تابع جریمه را بر حسب x کیلوگرم اضافه وزن بنویسید.

ب) نمودار تابع جریمه را رسم کنید.

از ۵ به بالا	از ۳ تا ۵	از ۲ تا ۳	از ۱ تا ۲	تا ۱	اضافه وزن به کیلوگرم
۵۰۰ هزار	۱۰۰ هزار	۶۰ هزار	۳۰ هزار	۱۰ هزار	جریمه به تومان

۸۲- مقدار جزء صحیح های زیر را تعیین کنید.

الف) $[0/99]$ ب) $[-0/99]$ پ) $[\sqrt{10}]$ ت) $[\sqrt[3]{100}]$

ث) $[(17/2)^2]$ ج) $[(10/1)^3]$ د) $[8/9 \times 9/1]$ ه) $[2/01 \times 2/02]$

۸۳- حاصل عبارت های زیر را بیابید.

الف) $\left[\frac{6}{1}\right] + \left[\frac{6}{2}\right] + \left[\frac{6}{3}\right] + \dots + \left[\frac{6}{600}\right]$ ب) $[10^{-4}] + [10^{-3}] + [10^{-2}] + \dots + [10^4]$

۸۴- اگر $[x] = [y]$ باشد محدوده ی تغییرات $|x - y|$ را تعیین کنید.

۸۵- اگر $[x]^2 - [x] = 0$ باشد، حدود x را پیدا کنید.

۸۶- نمودار تابع های زیر را در بازه های داده شده رسم کنید.

الف) $f(x) = [x - 2]$ ، $[-2, 2]$

ب) $f(x) = x - [x]$ ، $[-3, 3]$

پ) $f(x) = x + [x]$ ، $[-2, 2]$

۸۷- وارون هر کدام از تابع های زیر را بنویسید و بگویید وارون کدام ، یک تابع است؟

الف) $f = \{(2, -1), (-1, 3), (3, 2), (1, 1)\}$

ب) $g = \{(3, 2), (2, 3), (1, 2), (-2, 1)\}$

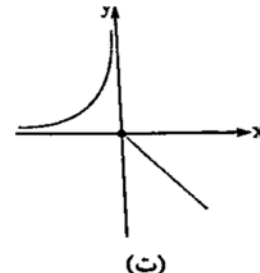
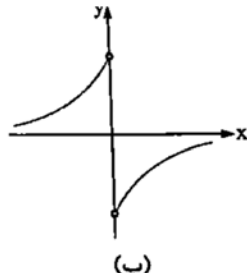
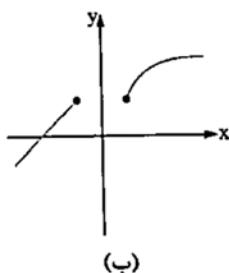
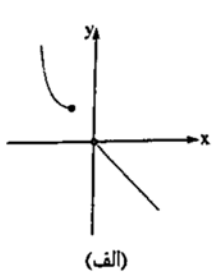
پ) $h = \{(2, \sqrt{2}), (4, \sqrt{4}), (8, \sqrt{8}), (16, \sqrt{16})\}$

۸۸- در هر مورد نمودار تابع های زیر و نمودار وارون آن ها را روی دستگاه مختصات رسم کنید.

الف) $f(x) = \sqrt{x-2} + 1$

ب) $f(x) = \begin{cases} x + 1 & x \leq 0 \\ 2x & x > 0 \end{cases}$

۸۹- کدام تابع یک به یک است؟



۹۰- کدام تابع یک به یک است؟

الف) $f(x) = 3x + 2$

ب) $f(x) = 2x^2 - 1$

پ) $f(x) = \sqrt{x-2}$

ت) $f(x) = \frac{1}{x}$

ث) $f(x) = \begin{cases} 2x & x \leq 1 \\ x-1 & x > 1 \end{cases}$

ج) $f(x) = \begin{cases} x-1 & x \leq 1 \\ 2x & x > 1 \end{cases}$

۹۱- مقدار m و n را طوری پیدا کنید تا $f = \{(1, m+1), (m+3, 3m), (1, m^2+1), (3, n-2)\}$ یک تابع یک به یک باشد.

۹۲- درست یا نادرست بودن گزاره های زیر را تعیین کنید.

الف) یک تابع خطی همواره یک به یک است.

ب) یک سهمی هرگز یک به یک نیست.

پ) یک تابع چندضابطه ای ممکن است یک به یک باشد.

ت) هر تابعی که وارون داشته باشد یک به یک است.

ث) هر تابعی که یک به یک باشد تابع وارون دارد.

۹۳- با رسم نمودار تابع تعیین کنید تابع در کدام یک از بازه های داده شده یک به یک است؟

الف) $f(x) = 3x + 2$ $(-\infty, 0], [0, 1), [-1, 2], [1, +\infty)$

ب) $f(x) = [x] + 1$ $(-\infty, 0], [0, 1), [-1, 2], [1, +\infty)$

پ) $f(x) = x - [x]$ $(-\infty, 0], [0, 1), [-1, 2], [1, +\infty)$

ت) $f(x) = x^2 - 2x$ $(-\infty, 0], [0, 1), [-1, 2], [1, +\infty)$

$$\text{ث) } f(x) = \begin{cases} 2x & x \leq 1 \\ x - 2 & x > 1 \end{cases}$$

$$\text{ج) } f(x) = \frac{1}{|x|} \quad (-\infty, 0], [0, 1), [-1, 2], [1, +\infty)$$

۹۴- تابع f با دامنه ی $[-2, 2]$ به صورت $\begin{cases} -x & x \neq 0 \\ a & x = 0 \end{cases}$ تعریف شده است. a چه اعدادی می تواند باشد تا f یک تابع یک به یک باشد؟

۹۵- تابع f با دامنه ی $[-2, 2]$ و برد $[1, 3]$ مفروض است. چند نمودار برای f می توانید مثال بزنید که f تابعی یک به یک باشد؟ چند تا از این نمودارها خطی اند؟

۹۶- ضابطه ی تابع وارون تابع های زیر را پیدا کنید.

الف) $f(x) = 5x + 2$

ب) $f(x) = \frac{3}{2}x - \frac{7}{3}$

پ) $f(x) = 2x^3 - 1$

ت) $f(x) = \sqrt{x-2}$

ث) $f(x) = \sqrt{x+1} - 3$

ج) $f(x) = \sqrt[3]{x} + 1$

۹۷- در هر کدام از تابع های زیر بدون پیدا کردن ضابطه ی تابع وارون، دامنه و برد تابع وارون را پیدا کنید.

الف) $f(x) = 3x - 2$

ب) $f(x) = 5 - 2x$

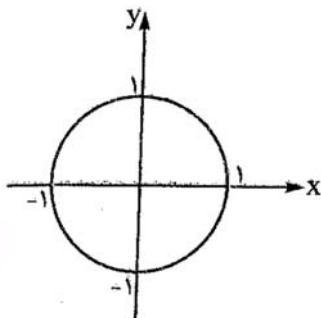
پ) $f(x) = \frac{2}{x}$

ت) $f(x) = \begin{cases} 3x + 1 & x \geq 1 \\ 2x & x < 1 \end{cases}$

۹۸- نشان دهید دو تابع $f(x) = \frac{2x+1}{x-3}$ و $g(x) = \frac{2x+1}{x-2}$ وارون یکدیگرند.

۹۹- رابطه ی $x^2 + y^2 = 1$ نشان دهنده ی دایره ای به مبدا مختصات و شعاع ۱ است. برای هر کدام از بازه های زیر ضابطه ی

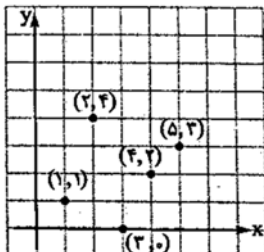
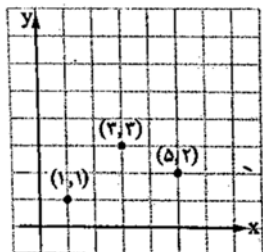
تابعی یک به یک را بنویسید که نمودارش بخشی از دایره باشد:



الف) $[0, 1]$

ب) $[-1, 0]$

۱۰۰- در هر کدام از شکل های زیر ضابطه ی تابعی که به یک را بنویسید که دامنه اش $[1, 5]$ باشد و نمودارش از نقطه ای مشخص شده بگذرد.



۱۰۱- اگر $f = \{(1, -1), (2, -3), (3, 1), (4, 2)\}$ و $g = \{(0, 2), (1, -2), (3, 0), (-1, 1)\}$ باشند، تابع های $f + g$ ، $f \cdot g$ و $\frac{f}{g}$ را به صورت زوج مرتب بنویسید.

۱۰۲- $f = \{(1, 4), (4, -1), (3, 4), (2, 1)\}$ و $g = \{(1, 3), (2, 0), (3, 2), (-1, 2)\}$ باشند، بدون نوشتن تابع های f و g ، دامنه ی تابع های $f + g$ ، $f \cdot g$ ، $\frac{f}{g}$ ، $\frac{f+g}{f-2g}$ را پیدا کنید.

۱۰۳- اگر $f(x) = x - 2$ و $g(x) = 2x + 1$ باشند، دامنه و ضابطه تابع های $f + g$ ، $f \cdot g$ ، $\frac{f}{g}$ ، $\frac{2f}{f-3g}$ را پیدا کنید.

۱۰۴- اگر $f(x) = x^2 + 2$ و $g(x) = 2x + 1$ باشد، مقادیرهای زیر را پیدا کنید.

الف) $(2f + g)(1)$

ب) $f(x) = (f - 2g)(0)$

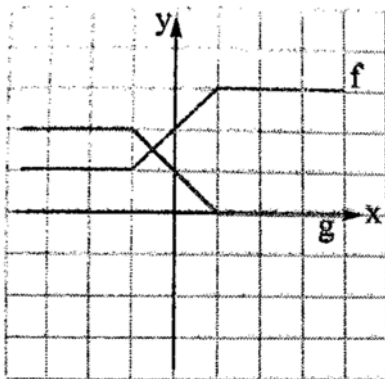
پ) $(2f - g)(-1)$

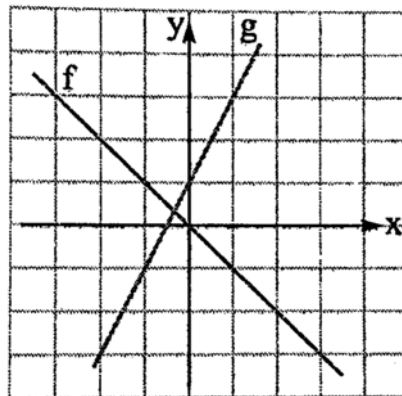
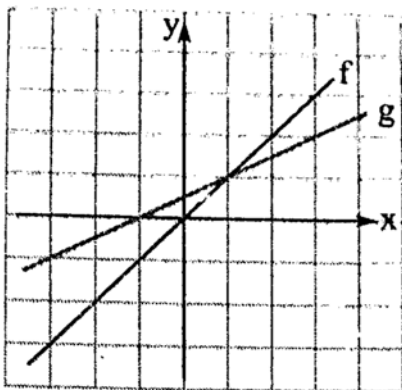
ت) $(\frac{2f + g}{f + 2g})(1)$

ث) $(\frac{f}{f^2 - 3g})(1)$

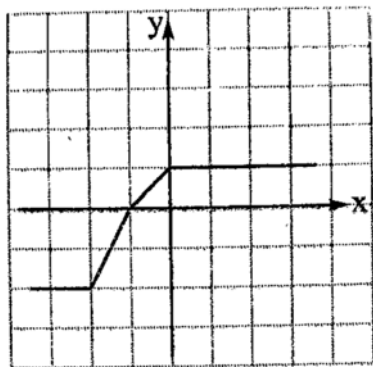
ج) $f(x) = (2f + \sqrt{g})(0)$

۱۰۵- در هر کدام از موارد زیر نمودار تابع های $f + g$ و $f - g$ را با توجه به نمودار توابع f و g رسم کنید.

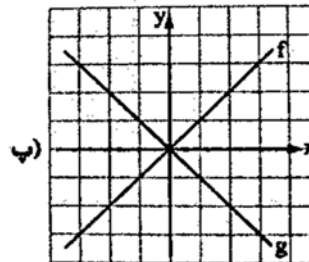
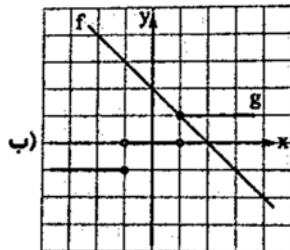
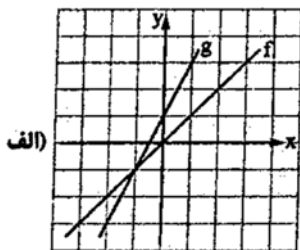




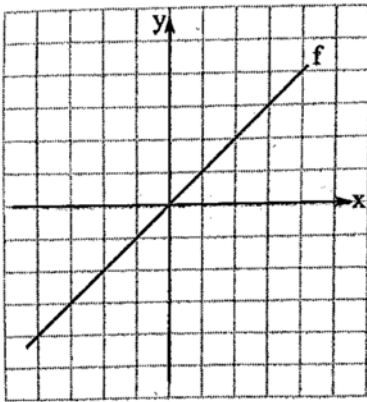
۱۰۶- اگر نمودار تابع f به شکل رو به رو باشد، نمودار تابع های $-f$ ، $2f$ ، $-3f$ را رسم کنید.



۱۰۷- در هر کدام از موارد زیر نمودار تابع $f \cdot g$ را با استفاده از نمودارهای تابع f و g رسم کنید.

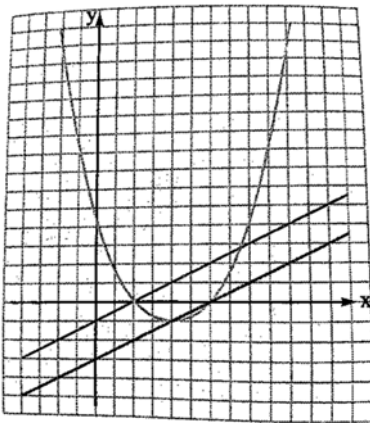


۱۰۸- اگر نمودار تابع f به شکل رو به رو باشد، نمودار تابع های f^2 ، f ، $f^2 - f$ را رسم کنید.



۱۰۹- در شکل رو به رو نمودار سه تابع f ، g و $f \cdot g$ رسم شده است. تعیین کنید هر نمودار متعلق به کدام تابع

است؟



۱۱۰- ابتدا نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{x}$ را رسم کنید و سپس نمودار تابع های زیر را با استفاده از نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{x}$ رسم کنید.

الف) $f(x) = \frac{2}{x}$

ب) $f(x) = -\frac{1}{x}$

ب) $f(x) = \frac{1}{2-x}$

ب) $f(x) = \frac{2x-3}{x-1}$

۱۱۱- ابتدا نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را رسم کنید و سپس نمودارهای تابع های زیر را با استفاده از نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$ ، رسم کنید.

الف) $f(x) = -\sqrt{x}$

ب) $f(x) = \sqrt{4x}$

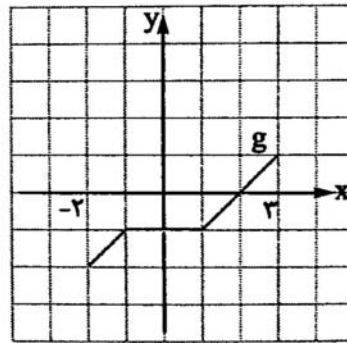
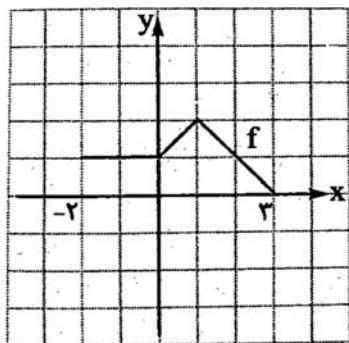
پ) $f(x) = -\sqrt{x-1}$

ت) $f(x) = 3 - \sqrt{x-2}$

پ) $f(x) = -2\sqrt{x+1}$

ت) $f(x) = -\sqrt{-x}$

۱۱۲- اگر شکل های زیر نمایش تابع های f و g در بازه ی $[-2, 3]$ باشند، بیش ترین و کم ترین مقدار تابع های $f + g$ و $f - g$ را با رسم نمودار در بازه ی $[-2, 3]$ پیدا کنید.



۴ فصل چهارم (مثلثات)

۱۱۳- هر یک از زاویه های زیر را به رادیان تبدیل کنید و روی دایره مثلثاتی نشان دهید.

$$\alpha_1 = 12^\circ \quad \alpha_2 = 15^\circ \quad \alpha_3 = 105^\circ \quad \alpha_4 = 135^\circ$$

$$\alpha_5 = 216^\circ \quad \alpha_6 = -225^\circ \quad \alpha_7 = -300^\circ \quad \alpha_8 = -54^\circ$$

$$\alpha_9 = -150^\circ \quad \alpha_{10} = -330^\circ$$

۱۱۴- هر یک از زاویه های زیر را به درجه تبدیل کنید و روی دایره مثلثاتی نشان دهید.

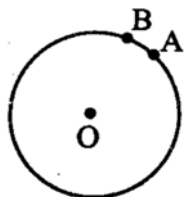
$$\alpha_1 = \frac{\pi}{10} \quad \alpha_2 = \frac{\pi}{18} \quad \alpha_3 = \frac{4\pi}{3} \quad \alpha_4 = \frac{7\pi}{6} \quad \alpha_5 = \frac{11\pi}{12}$$

$$\alpha_6 = -\frac{\pi}{8} \quad \alpha_7 = -\frac{4\pi}{3} \quad \alpha_8 = -\frac{5\pi}{6} \quad \alpha_9 = -\frac{7\pi}{4} \quad \alpha_{10} = -\frac{9\pi}{8}$$

۱۱۵- مجموع دو زاویه بر حسب درجه برابر 60° و تفاضل همان دو زاویه بر حسب رادیان برابر $\frac{\pi}{6}$ رادیان است.

اندازه دو زاویه را بر حسب رادیان پیدا کنید.

۱۱۶- تفاضل دو زاویه متمم برابر $\frac{\pi}{10}$ رادیان است. اندازه دو زاویه را بر حسب درجه پیدا کنید.



۱۱۷- در شکل رو به رو A و B دو نقطه روی دایره مثلثاتی و به ترتیب انتهای کمان های $\frac{\pi}{3}$ و $\frac{5\pi}{12}$ رادیان هستند. مقدار تقریبی طول کمان AB را تا سه رقم اعشار پیدا کنید.

۱۱۸- اندازه زاویه ای بر حسب رادیان برابر $\frac{\pi}{m}$ و بر حسب درجه برابر $m - 3$ درجه است. زاویه را روی دایره مثلثاتی نشان دهید.

۱۱۹- اگر ماهواره امید که در نقطه A روی کره زمین رصد شده است. پس از طی ۳۶۰۰ کیلومتر در نقطه B رصد شود و زاویه مرکزی بین دو شعاع OA و OB که نقاط A و B را به مرکز کره زمین وصل می کند، $\frac{1}{4}$ رادیان باشد، فاصله ماهواره امید از سطح زمین چقدر است؟

۱۲۰- فاصله ماهواره امید تا سطح زمین ۶۰۰ کیلومتر است. حساب کنید، ماهواره امید از نقطه ای بالای استوا تا قطب شمال چه مسافتی را طی می کند؟

۱۲۱- زاویه بین عقربه های ساعت در ساعت ۲:۳۰ برابر چند رادیان است؟

۱۲۲- اندازه زاویه ای را که عقربه ساعت شمار بین ساعت ۲ بعد از ظهر تا ۶ بعد از ظهر حرکت می کند بر حسب رادیان پیدا کنید.

۱۲۳- اگر از زاویه $\frac{\pi}{k}$ رادیان، ۱ درجه کم کنیم $\frac{\pi}{k+2}$ رادیان می شود. مقدار k را تعیین کنید.

۱۲۴- در هر کدام از تمرین های زیر مقدار یکی از نسبت های مثلثاتی و ربعی که زاویه در آن قرار دارد، داده شده است. سایر نسبت های مثلثاتی زاویه را پیدا کنید.

الف) α_1 در ربع اول و $\sin \alpha_1 = \frac{5}{13}$

ب) $\frac{\pi}{2} < \alpha_2 < \pi$ و $\cos \alpha_2 = -\frac{3}{5}$

پ) α_3 در ربع سوم و $\tan \alpha_3 = 2/4$

ت) $\frac{2\pi}{3} < \alpha_4 < \pi$ و $\cot \alpha_4 = -0.75$

۱۲۵- مقدار عددی هر یک از عبارت های زیر را پیدا کنید.

$$\frac{\sin ۲۲۵^\circ - ۲ \cos ۳۰^\circ}{۲ \tan ۱۳۵^\circ + \cot^۲ ۲۱^\circ} \quad (\text{الف})$$

$$\sin(-۳۰^\circ) \cos(۱۵^\circ) - \cos(-۲۱۰^\circ) \quad (\text{ب})$$

$$\cos \frac{۵\pi}{۴} \cos\left(-\frac{۳\pi}{۴}\right) + \sin \frac{۵\pi}{۴} \sin\left(-\frac{۳\pi}{۴}\right) \quad (\text{پ})$$

$$\frac{\sin \frac{۴\pi}{۳} \cos \frac{۲\pi}{۳} + \cos \frac{۴\pi}{۳} \sin \frac{۲\pi}{۳}}{\cos \frac{۵\pi}{۴} \cos\left(-\frac{۳\pi}{۴}\right) + \sin \frac{۵\pi}{۴} \sin\left(-\frac{۳\pi}{۴}\right)} \quad (\text{ت})$$

$$\sqrt{۲} \sin ۱۳۵^\circ - \sqrt{۳} \cos ۳۰^\circ + ۲\sqrt{۳} \tan ۳۰^\circ \quad (\text{ث})$$

$$\frac{۳ \tan ۴۵^\circ - \tan^۳ ۲۲۵^\circ}{۱ - ۳ \tan^۲ ۱۳۵^\circ} \quad (\text{ج})$$

$$\frac{\sin ۲۴^\circ \cos ۱۲^\circ + \cos(-۹۰^\circ) \sin ۳۱^\circ}{\cos ۲۲۵^\circ \cos(-۱۳۵^\circ) + \tan ۴۵^\circ} \quad (\text{چ})$$

$$\cos ۱۷^\circ + \cos ۲۲۵^\circ + \cos ۱۰^\circ \quad (\text{ح})$$

۱۲۶- درستی روابط زیر را بررسی کنید:

الف) $\sin 200^\circ + 2 \sin 160^\circ - \cos 70^\circ + 3 \sin 340^\circ - 4 \cos 110^\circ = \sin 20^\circ$

ب) $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \cos(\pi - \alpha) - 3 \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) + 2 \cos(\pi + \alpha) + \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos \alpha$

پ) $\frac{\sin 20^\circ - \cos 70^\circ + \cos 20^\circ - \cot 160^\circ}{\cos 200^\circ + \sin 70^\circ + \sin 110^\circ} = 2$

پ) $\frac{\cos 198^\circ + \sin 162^\circ - 3 \cos 72^\circ + \cos(-18^\circ)}{7 \cot 72^\circ - 2 \tan 342^\circ} = -\frac{2}{9} \cos 18^\circ$

ث) $\tan(\alpha - \pi) \cot(\alpha + \pi) - \cos(2\pi - \alpha) \cos(\alpha - 2\pi) = \sin^2 \alpha$

۱۲۷- محل زاویه های هر کدام از جدول های زیر را روی دایره مثلثاتی مشخص کنید، سپس جدول ها را کامل کنید.

	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{11\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{3}$
	30°	150°	210°	330°	45°	135°	225°	315°	60°	120°	240°	300°
sin												
cos												
tan												
cot												

۱۲۸- اگر $\tan 15^\circ = 2 - \sqrt{3}$ باشد حاصل کسر $\frac{3 \sin 75^\circ + 2 \sin 105^\circ}{\cos 165^\circ - \sin 285^\circ}$ را پیدا کنید.

۱۲۹- اگر $\cos \alpha = m$ باشد حاصل $\tan(\frac{\pi}{2} - \alpha) \tan(\pi + \alpha) + \cos(\pi \pm \alpha) \sin(\frac{\pi}{2} + \alpha)$ را پیدا کنید.

۱۳۰- تعیین کنید کدام یک از زاویه های زیر قرینه یکدیگرند.

$$\alpha_1 = \frac{\pi}{12}$$

$$\alpha_2 = 330^\circ$$

$$\alpha_3 = -\frac{4\pi}{3}$$

$$\alpha_4 = \frac{35\pi}{18}$$

$$\alpha_5 = -35^\circ$$

$$\alpha_6 = 75^\circ$$

$$\alpha_7 = \frac{7\pi}{6}$$

$$\alpha_8 = -48^\circ$$

$$\alpha_9 = 6^\circ$$

$$\alpha_{10} = 15^\circ$$

$$\alpha_{11} = \frac{\pi}{3}$$

$$\alpha_{12} = -15^\circ$$

۱۳۱- درستی تساوی های زیر را ثابت کنید.

الف)
$$\sin(\pi - x) \tan(\pi + x) - \cos(\pi + x) = \frac{1}{\cos(2\pi - x)}$$

ب)
$$\frac{1 - \tan(\pi - \alpha)}{1 - \tan\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)} = \tan \alpha$$

پ)
$$\left(\frac{1}{\cos(2\pi + \alpha)} + \cot\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)(1 + \cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right))\right) = \cos \alpha$$

ت)
$$\sin^2(\pi + \alpha) \sin^2\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)(2 + \tan^2\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right))(\cot^2\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)) = 1$$

ث)
$$\sin(-\alpha) \cos(\pi - \alpha)(1 - \tan\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right))(1 + \cot\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)) = (\sin \alpha + \cos \alpha)^2$$

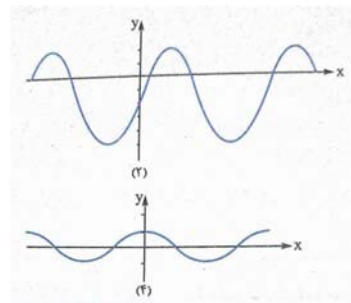
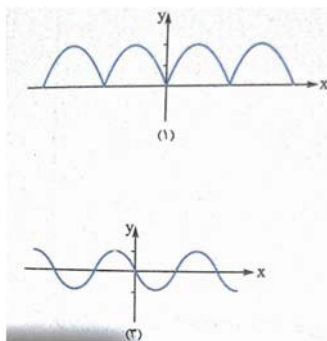
۱۳۲- تعیین کنید هر یک از نمودارهای زیر مربوط به کدام تابع است؟

$$f(x) = -\sin x$$

$$h(x) = |\sin x|$$

$$g(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$k(x) = \sin x - 2$$



۱۳۳- حداقل، حداکثر و برد هر کدام از تابع های زیر را تعیین کنید.

الف) $f(x) = \sin x - 1$

ب) $f(x) = \cos x - 1$

پ) $f(x) = \sin^2 x$

ت) $f(x) = \cos^2 x + 1$

ث) $f(x) = |\sin x - 1|$

ج) $f(x) = |1 - \sin x|$

ح) $f(x) = |3 \sin x - 5|$

ط) $f(x) = |1 - \sin x|$

۱۳۴- نمودار تابع های زیر را رسم کنید.

الف) $f(x) = \sin x$

ب) $f(x) = \cos x - 1$

$$f(x) = \cos(x + 1) + 1 \quad \text{ت} \quad f(x) = \sin(x - 1) \quad \text{پ}$$

$$f(x) = |\sin x + 1| \quad \text{ح} \quad f(x) = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) \quad \text{ع}$$

$$f(x) = \sin\left(-x + \frac{\pi}{4}\right) \quad \text{ج} \quad f(x) = \frac{1}{2} \cos x \quad \text{ث}$$

$$f(x) = |\cos x| + \frac{\pi}{2} \quad \text{د} \quad f(x) = |\sin x| - 2 \quad \text{خ}$$

۱۳۵- پس از رسم نمودار تابع های زیر به صورت کلی طول حداقل و حداکثر تابع را تعیین کنید.

$$y = -\cos x \quad \text{ب} \quad y = 2 \sin x + 1 \quad \text{الف}$$

$$y = -2 \cos x \quad (\text{ت}) \quad y = 3 \cos \left(x + \frac{\pi}{4} \right) \quad (\text{پ})$$

۱۳۶- پس از رسم نمودار تابع های زیر به صورت کلی نقاط برخورد نمودار تابع با محور x ها را تعیین کنید.

$$y = \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right) \quad (\text{ب}) \quad y = 2 \sin x \quad (\text{الف})$$

$$y = \cos \left(x + \frac{\pi}{4} \right) \quad (\text{ت}) \quad y = \frac{1}{2} \cos x \quad (\text{پ})$$

۱۳۷- تعیین کنید کدام جفت از تابع های زیر بر هم منطبق هستند.

$$y = \sin \left(\frac{\pi}{3} + x \right) \quad (\text{ب}) \quad y = \sin x \quad (\text{الف})$$

$$y = \sin(3\pi + x) \quad (\text{ت}) \quad y = \cos(2\pi - x) \quad (\text{پ})$$

$$y = \cos(x + \pi) \quad (\text{ح}) \quad y = \cos \left(\frac{3\pi}{2} - x \right) \quad (\text{ج})$$

$$f(x) = \cos \left(\frac{\pi}{2} - x \right) \quad (\text{ج}) \quad f(x) = \cos(\pi - x) \quad (\text{ث})$$

۱۳۸- پس از رسم نمودار تابع $y = 1 - \sin x$ تعیین کنید نمودار تابع در هر کدام از ربع های دایره مثلثاتی افزایش می یابد یا کاهش؟ (یعنی صعودی است یا نزولی.)

۱۳۹- پس از رسم نمودار تابع $y = 2 \cos x - 1$ تعیین کنید نمودار تابع در هر کدام از ربع های دایره مثلثاتی افزایش می یابد یا کاهش؟ (یعنی صعودی است یا نزولی.)

۵ فصل پنجم (توابع نمایی و لگاریتمی)

۱۴۰- کدام یک از ضابطه های زیر متعلق به یک تابع نمایی است؟

الف) $y = x^4 + 1$

ب) $y = 5^x$

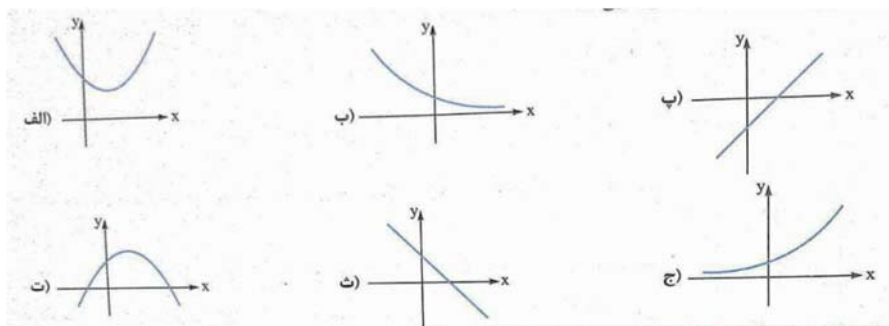
پ) $y + 3x = 2$

ت) $y = x^3 + 8$

ث) $y = 3^x + 2$

ج) $y^2 + x^6 = 2$

۱۴۱- کدام یک از نمودارهای زیر متعلق به یک تابع نمایی است؟



۱۴۲- در هر کدام از تمرین های زیر، مختصات چند نقطه از نمودار تابع داده شده است. جاهای خالی را کامل کنید.

الف) $y = 2^x$ $(0, \dots)$, $(\dots, \frac{1}{2})$, $(\dots, 64)$, $(\dots, 0/125)$

ب) $y = \dots^x$ $(2, 0/25)$, $(-1, 2)$, $(-3, \dots)$, $(\dots, 0/125)$

پ) $y = 3^{2x}$ $(1, \dots)$, $(-2, \dots)$, $(\dots, 81)$, $(\dots, \frac{1}{9})$

۱۴۳- درستی یا نادرستی هر یک از گزاره های زیر را مشخص کنید.

الف) دامنه و برد تابع $y = 2^x$ با هم برابرند.

ب) دامنه دو تابع $y = 4^x$ و $y = x^4$ با هم برابرند.

پ) برد دو تابع $y = x^2$ و $y = 2^x$ با هم برابرند.

ت) نمودار تابع $y = 2^{3x}$ محور x ها را در نقطه $(0, 1)$ قطع می کند.

ث) نمودار تابع $y = (\frac{1}{3})^x$ محور y ها را در یک نقطه قطع می کند.

ج) نمودار تابع $y = 5^{2x}$ محور x ها را در یک نقطه قطع می کند.

۱۴۴- در زیر، ضابطه تابع نمایی را می بینید. تعیین کنید هر کدام از نقاط داده شده روی نمودار کدام تابع قرار دارند.

$$f(x) = (\frac{1}{3})^x$$

$$g(x) = 2^{2x}$$

$$h(x) = (\sqrt{2})^x$$

$$A(-1, \frac{1}{4})$$

$$B(2, 2)$$

$$C(-2, \frac{1}{16})$$

$$D(\frac{1}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3})$$

$$E(\frac{1}{3}, \sqrt[3]{2})$$

$$F(\frac{1}{4}, \sqrt{2})$$

$$G(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$$

$$H(0, 1)$$

$$D(1, \sqrt{2})$$

$$E(-2, \frac{1}{3})$$

۱۴۵- معادلات نمایی زیر را حل کنید.

الف) $2^{3x-1} = (0.25)^{x+2}$

ب) $5^{3x-1} - (0.4)^{x-2} = 0$

پ) $8 \times 4^{x+2} = \frac{1}{4} (0.5)^{2x}$

ت) $(\frac{1}{3})(2^{4x}) - \frac{1}{4}(\frac{1}{3})^{2x} = 0$

ث) $(\sin \frac{\pi}{4})^{2x} = (\cos \frac{\pi}{3})^{2x+1}$

ج) $(\tan \frac{\pi}{6})^{x+2} = (\cot \frac{\pi}{6})^{2x-1}$

۱۴۶- درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را تعیین کنید.

الف) تابع $y = \log_a x$ با شرط $a > 0$ و $a \neq 1$ یک تابع یک به یک است.

ب) تابع $y = \log_a x$ همواره محور y را در نقطه $(1, 0)$ قطع می‌کند.

پ) دامنه تابع $y = \log_a x$ و برد تابع $y = a^x$ با هم مساوی اند.

ت) برد تابع $y = \log_a x$ برابر بازه $(0, +\infty)$ است.

ث) نمودار دو تابع $y = a^x$ و $y = \log_a x$ نسبت به نیمساز ناحیه اول و سوم قرینه اند.

ج) اگر $a > 0$ و $a \neq 1$ آن گاه $\log_a x^n = n \log_a x$.

۱۴۷- جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید تا هر کدام از گزاره‌ها، یک گزاره درست باشند.

الف) دامنه تابع $y = \log_a x$ با شرط $a > 0$ و $a \neq 1$ برابر و بردش برابر است.

ب) نمودار تابع $y = \log_a x$ همواره محور را در نقطه به مختصات قطع می‌کند.

پ) اگر نقطه $(2, 2)$ روی نمودار تابع باشد، حتماً نقطه (\dots, \dots) روی نمودار تابع $y = a^x$ است.

۱۴۸- ضابطه تابع وارون هر کدام از تابع‌های زیر را پیدا کنید.

الف) $y = 5^x$

ب) $y = 2^{x-1}$

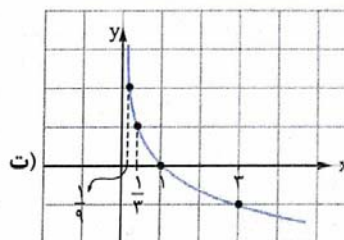
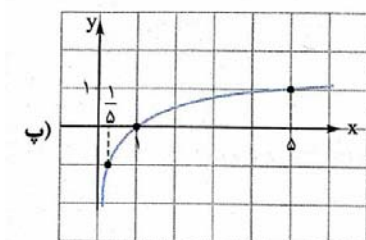
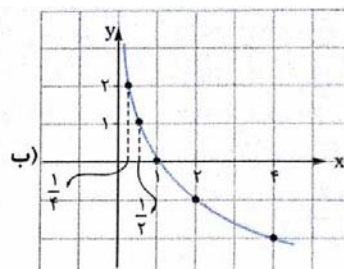
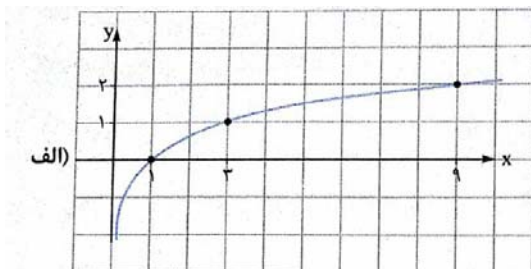
پ) $y = 3^x + 2$

ت) $y = \log_4 x$

ث) $y = (\log_7 x) - 3$

ج) $y = 3 \log_5(x - 1) - 1$

۱۴۹- ضابطه تابع لگاریتمی هر کدام از نمودارهای زیر را بنویسید.



۱۵۰- مقدار تقریبی هر کدام از لگاریتم های زیر را با رسم نمودار پیدا کنید.

الف) $\log_2 5$

ب) $\log_3 3$

۱۵۱- تعیین کنید هر کدام از لگاریتم های زیر بین کدام دو عدد صحیح قرار دارند؟

الف) $\log_2 20$

ب) $\log_3 300$

پ) $\log_3 10$

ت) $\log 0.2$

ث) $\log_{0.2} 100$

ج) $\log_{0.3} 0.01$

ج) $\log_{\sqrt[3]{3}} 729$

ح) $\log 1396$

۱۵۲- مقدار لگاریتم های زیر را پیدا کنید.

الف) $\log_2 2\sqrt{8}$

ب) $\log_4 32$

پ) $\log_{0.001} 0.001$

ت) $\log_{0.008} 25$

ث) $\log_{\sqrt[3]{9}} \sqrt{27}$

ج) $\log_{\sqrt{2}} 0.125$

چ) $\log_{\sqrt[3]{3}} 729$

ح) $\log_{\cos \frac{\pi}{3}} \sin \frac{\pi}{4}$

۱۵۳- در هر کدام از تابع های زیر، مقدر تابع را به ازای عدد داده شده پیدا کنید.

الف) $f(x) = \log_{\frac{1}{5}} \left(\frac{x}{4} + 2 \right) - 1, f(1)$

ب) $f(x) = \log_{\frac{1}{4}}(x + 6) + \log_4 4x, f\left(\frac{1}{4}\right)$

پ) $f(x) = \log_{\frac{1}{3}}(x + 7) - \log_3 3x, f\left(\frac{1}{9}\right)$

ت) $f(x) = \log(x + 9) + \log(x + 99), f(1)$

۱۵۴- در هر کدام از تمرین های زیر، ضابطه یک تابع و مختصات یک نقطه از نمودار آن داده شده است، a را بیابید.

الف) $y = \log_a x, (3, 2)$

ب) $y = \log_a x, (5, -\frac{1}{5})$

پ) $y = \log_a x, (a, \frac{3}{a})$

ت) $y = \log_{\dots} x, (0.1, a)$

۱۵۵- حاصل عبارت های زیر را پیدا کنید.

الف) $\log_5 625 + \log_3 \frac{1}{33} - \log_{\frac{1}{2}}$

ب) $2 \log_3 \sqrt[3]{81} - \log_3 \frac{1}{\sqrt{3}} + \log_5 0.4$

پ) $\log_3 36 + \log_3 15 - \log_3 20$

ت) $2 \log_5 10 + \log_5 5 - 2 \log_5 15 + \log_5 27 - \log_5 30$

ث) $\log (\log_{\frac{1}{5}} \log_{36} \log_{\sqrt{3}} 27)$

ج) $\log_2(\log_{1/5} \frac{1}{4}) + \log_2(\log_{\sqrt[3]{27}} 27 + \log_{\frac{1}{8}} \cdot / \cdot 0.8)$

۱۵۶- تساوی های زیر را ثابت کنید.

الف) $\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}$

ب) $\log_b a = \frac{1}{\log_a b}$

پ) $\log_b a \log_c b \log_d c = \log_d a$

ت) $a^{\log_a b} = b$

ث) $a^{\log_c b} = b \log_c a$

۱۵۷- حاصل عبارت های زیر را پیدا کنید.

الف) $5^{\log_5 2}$

ب) $5^{(\log_{25} 32 - \log_{25} \cdot / \cdot 5)}$

پ) $9^{(\log_3 10 + 2 \log_3 6 - 3 \log_3 2 - 2)}$

ت) $5^{1 + \log_a \cdot / \cdot 2}$

۱۵۸- حاصل عبارت های زیر را پیدا کنید.

الف) $\log_n 2 + \log_n \frac{3}{2} + \log_n \frac{4}{3} + \dots + \log_n \frac{n}{n-1}$

ب) $\log(\tan 1^\circ) + \log(\tan 2^\circ) + \log(\tan 3^\circ) + \dots + \log(\tan 87^\circ) + \log(\tan 88^\circ) + \log(\tan 89^\circ)$

پ) $\frac{1}{1 + \log_3 2} + \frac{1}{1 + \log_2 3}$

۱۵۹- اگر $\log 2 = a$ و $\log 3 = b$ باشد، حاصل عبارت زیر را بر حسب a و b پیدا کنید.

$\log \sqrt[5]{3} + 2 \log 15 + \log \sqrt[3]{2}$

۱۶۰- اگر $\log 2 = a$ باشد، حاصل $\log 3 = 0/4$ باشد، مقدار تقریبی $\log 675$ را پیدا کنید.

۱۶۱- اگر $\log_3 2 = a$ باشد، حاصل $\log_{18} 24$ را بر حسب a پیدا کنید.

۱۶۲- معادلات لگاریتمی زیر را حل کنید.

الف) $2 \log_4 (2x - 1) - 1 = 0$

ب) $\log_5 (x^2 - 2x - 14) = 0$

پ) $\log(\log_2 x^2 + x) = 0$

ت) $\log_4 (\log_3 (\log_2 x)) = 1$

$$\text{ث) } \log(x + 3) + \log(x - 6) = 1$$

$$\text{ج) } \log(3x + 1) + \log(x - 1) = 2 \log(x + 3)$$

$$\text{چ) } \log_{\Delta}(x^2 - x) - \log_{\Delta}(x + 2) = \log_{\Delta}(2x - 6)$$

$$\text{ح) } 2 \log_3(x - 1) - \log_3(x - 7) = 3$$

$$\text{خ) } \log_x(x^2 + 3x) = \log_x(x + 3)$$

$$\text{د) } \log_{(x+2)}(x^3 + 8) = 2$$

۱۶۳- اگر $f(x) = \log_3(x + 1) - 2$ باشد:

الف) مقدار $f(2)$ را پیدا کنید.

ب) اگر $f(x) = -3$ باشد، مقدار x را پیدا کنید.

پ) حاصل $f(11) + f\left(\frac{5}{4}\right)$ را پیدا کنید.

۱۶۴- اگر $f(x) = 2^{-x} + 1$ باشد:

الف) مقدار $f(4)$ را پیدا کنید.

ب) اگر $f(x) = 9$ باشد، x را پیدا کنید.

پ) ثابت کنید $(f(x) - 1)(f(-x) - 1) = 1$.

۱۶۵- نمودار هر دسته از تابع های زیر را در یک دستگاه مختصات رسم کنید.

الف) $y = 2^x$, $y = 2^x - 2$, $y = 2^x + 1$

ب) $y = 2^x$, $y = 2^{x-1}$, $y = 2^{x+2}$

پ) $y = 2^x$, $y = 2^{-x}$, $y = -2^{-x}$

ت) $y = 2^x$, $y = -2^x$, $y = -2^{-x+1}$

۱۶۶- نمودار هر دسته از تابع های زیر را رد یک دستگاه مختصات رسم کنید.

الف) $y = \log_2 x$, $y = (\log_2 x) + 1$, $y = (\log_2 x) - 2$

ب) $y = \log_2 x$, $y = \log_2(x - 2)$, $y = \log_2(x + 1)$

پ) $y = \log_2 x$, $y = \log_2(-x)$, $y = -\log_2(-x)$

ت) $y = \log_2 x$, $y = \log_2(x + 1)$, $y = -\log_2(-x + 1)$

۱۶۷- ابتدا ضابطه هر کدام از تابع های زیر را تا حد امکان ساده کنید و سپس نمودار تابع را رسم کنید.

الف) $y = \frac{2^x + 1}{2^{-x} + 1}$

ب) $y = 3^{-x}(9^x + 3^x)$

پ) $\log_2 8x - 2$

ت) $\log_2 \frac{4}{x} - 1$

۱۶۸- نمودار هر کدام از تابع های زیر را در بازه داده شده رسم کنید.

الف) $y = 2^x - 1 \quad [-2, 2]$

ب) $y = \log_2(x - 2) \quad \left[\frac{5}{2}, 10\right]$

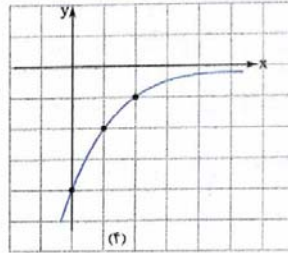
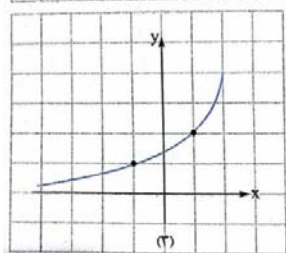
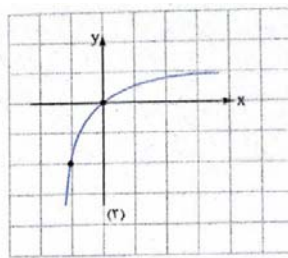
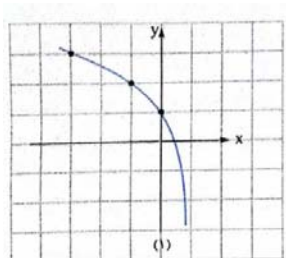
۱۶۹- تعیین کنید هر کدام از نمودارهای زیر، متعلق به تابع با کدام ضابطه است؟

$$f(x) = -3^{-x} + 1$$

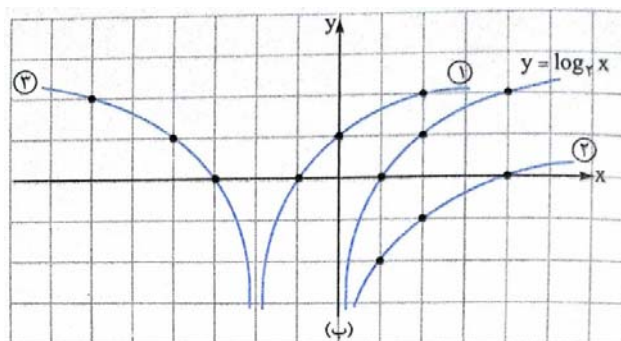
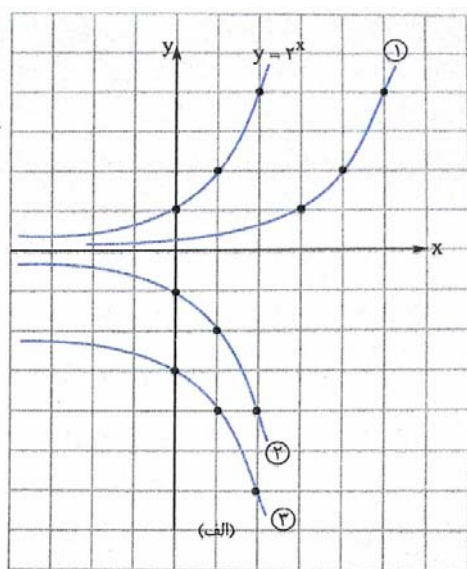
$$g(x) = -\left(\frac{1}{3}\right)^{x-2}$$

$$h(x) = \log_3(-x + 1) + 1$$

$$k(x) = -\log_3(-x + 2) + 2$$



۱۷۰- در هر یک از شکل های داده شده، نمودار یک تابع و تبدیل یافته های آن داده شده است. ضابطه تابع های تبدیل یافته را بنویسید.



۱۷۱- در زلزله ای با بزرگی $5/6$ ، چند ارگ انرژی آزاد می شود؟

۱۷۲- اگر در یک زلزله $10^{22/3}$ ارگ انرژی آزاد شده باشد، بزرگی زلزله چه قدر بوده است؟

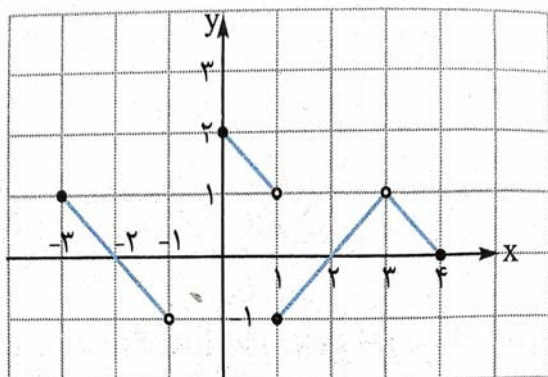
۱۷۳- با کمک ماشین حساب محاسبه کنید که وقتی ۱ واحد به بزرگی زلزله در واحد ریشتر اضافه می شود، انرژی آزاد شده تقریباً چند برابر می شود؟

۱۷۴- جمعیت یک توده باکتری شامل ۱۰۰ باکتری اشرشیا کلی بعد از گذشت ۵ ساعت چه قدر می شود؟

۱۷۵- جمعیت یک نوع توده باکتری بعد از گذشت هر $1/5$ ساعت دو برابر می شود. تعیین کنید پس از گذشت چه زمانی جمعیت یک توده از این باکتری از ۵۰۰ به ۸۰۰۰ می رسد؟

۶ فصل ششم (حد و پیوستگی)

۱۷۶- نمودار تابع f رسم شده است هر کدام از موارد زیر را پیدا کنید.



الف) $f(-3)$

ب) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$

پ) $f(-1)$

ت) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

ث) $f(1)$

ج) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

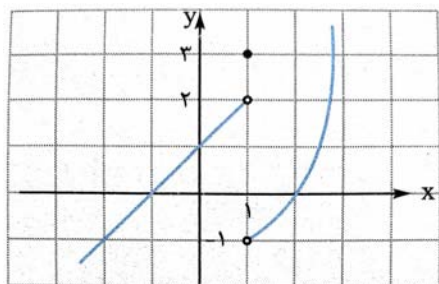
چ) $f(4)$

ح) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

خ) $f(3)$

د) $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$

۱۷۷- نمودار تابع f رسم شده است حاصل $f(1) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) - \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ را پیدا کنید.



۱۷۸- نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq -1 \\ x + 1 & x > -1 \end{cases}$ را رسم کنید و سپس موارد زیر را پیدا کنید.

الف) $f(-1)$

ب) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$

پ) $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x)$

ت) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

۱۷۹- نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq -1 \\ 2x - 1 & x > -1 \end{cases}$ را رسم کنید و سپس موارد زیر را پیدا کنید.

الف) $f(-1)$ ب) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$ پ) $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x)$ ت) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

ث) $f(1)$ ج) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ چ) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ ح) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

۱۸۰- نمودار تابع $f(x) = \frac{|x|}{x}$ را رسم کنید و سپس مقدار حد تابع f را وقتی $x \rightarrow a$ و $a \in R$ مشخص کنید.

۱۸۱- نمودار تابع $f(x) = [x]$ را در بازه $[0, 3]$ رسم کنید و سپس موارد زیر را پیدا کنید.

الف) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ ب) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ پ) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

ث) $\lim_{x \leftrightarrow \frac{3}{2}} f(x)$ ج) $\lim_{x \leftrightarrow \frac{3}{2}} f(x)$ چ) $\lim_{x \leftrightarrow \frac{3}{2}} f(x)$

۱۸۲- نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 4 & x < 0 \\ -x + 4 & 0 < x < 2 \\ x - 1 & x \geq 2 \end{cases}$ را رسم و تعیین کنید تابع در چه نقاطی حد ندارد؟

۱۸۳- تابعی مثال بنویسید که حدش در نقطه ۱- برابر ۱ باشد و نمودار تابع را رسم کنید.

۱۸۴- تابعی مثال بنویسید که حدش در نقطه ۱- برابر ۱ باشد ولی مقدار نداشته باشد و نمودار تابع را رسم کنید.

۱۸۵- تابعی مانند f مثال بنویسید که $f(2) = 1$ ، $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 2$ و $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 3$ و نمودار تابع را رسم کنید.

۱۸۶- تابعی با دامنه R مثال بنویسید که فقط در نقاط ۰ و ۱ حد نداشته باشد.

۱۸۷- نمودار تابع $f(x) = \sqrt{2-x}$ در شکل روبرو داده شده است. موارد زیر را بنویسید.

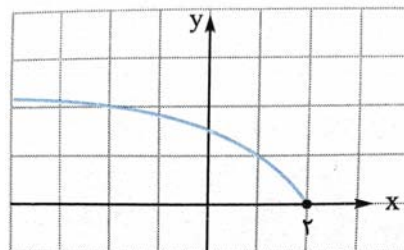
الف) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$

ب) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$

پ) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

ث) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

ج) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$



۱۸۸- اگر $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 1$ و $\lim_{x \rightarrow 3} g(x) = 2$ و $\lim_{x \rightarrow 3} h(x) = 0$ باشد حاصل حد های زیر را پیدا کنید.

الف) $\lim_{x \rightarrow 3} (2f(x) - 3g(x))$

ب) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2f(x) + g(x)}{f(x) - 3g(x)}$

پ) $\lim_{x \rightarrow 3} (2(f(x)))^4$

ت) $\lim_{x \rightarrow 3} ((g(x))^5 + \sqrt[3]{f(x)})$

ث) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)}{g(x)}$

ج) $\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt[3]{h(x)}$

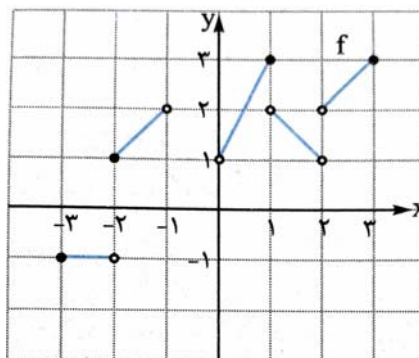
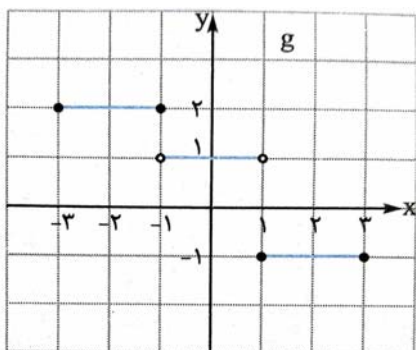
چ) $\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{h(x) + 4}$

ح) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)}{h(x)}$

خ) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) + 5}{4g(x) - 2}$

د) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) + h(x)}{2f(x) - g(x)}$

۱۸۹- با توجه به نمودار f و g حاصل موارد خواسته شده را پیدا کنید.



الف) $\lim_{x \rightarrow -2} (f(x) + 2g(x))$

ب) $\lim_{x \rightarrow 2} (f(x)^2 + g(x))$

پ) $\lim_{x \rightarrow -1} (f(x) - g(x))$

ت) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)g(x)}{f(x) + g(x)}$

۱۹۰- نمودار تابع $f(x) = \frac{|x+1|}{x+1}$ را رسم کنید و بگویید تابع در چه نقاطی حد ندارد.

۱۹۱- نمودار تابع های $f(x) = \frac{|x-2|}{2-x}$ و $g(x) = -1$ را رسم کنید. حد $f(x)$ و $g(x)$ را وقتی $x \rightarrow 2$ پیدا کنید و بگویید در چه نقاطی حد دو تابع با هم برابر و در چه نقاطی با هم متفاوت اند.

۱۹۲- نمودار تابع $f(x) = \frac{|x^2-2x|}{x-2}$ را رسم کنید و بگویید تابع در چه نقاطی حد ندارد.

۱۹۳- حد های زیر را به دست آورید.

الف) $\lim_{x \rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}} 2 - \sqrt{2}$

ب) $\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \sqrt{2}x - 1$

پ) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} x^2 + 2x$

ت) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + x + 3}{x + 1}$

ث) $\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{x^2 + x + 4}$

ج) $\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \frac{\sqrt{x+2} - x}{\sqrt{x-3} + x}$

۱۹۴- حاصل حد های زیر را به دست آورید.

الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{x-2}$

ب) $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{x^2-4}$

پ) $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{x^2-4x+4}$

ت) $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{4x-x^2-4}$

۱۹۵- نمودار هر کدام از تابع های زیر را رسم کنید و حد تابع را در نقطه خواسته شده به دست آورید.

الف) $f(x) = \frac{x^2 - 9}{x + 1}$, $x \rightarrow 3$

ب) $g(x) = \frac{x^2 + x - 20}{x - 4}$, $x \rightarrow 4$

پ) $f(x) = \frac{x^3 - 8}{x - 2}$, $x \rightarrow 2$

ت) $g(x) = \frac{x^3 + x + 2}{x + 1}$, $x \rightarrow -1$

۱۹۶- حاصل حد های زیر را به دست آورید.

الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1}$

ب) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{2x - 6}$

پ) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\frac{1}{x} - \frac{x}{x+6}}{x^2 - 9}$

ت) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x - 2}{x - 1}$

ث) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + x - 10}{x^2 - 8}$

ج) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 + x^2 - 2}{x^3 + x^2 + x - 3}$

۱۹۷- حاصل حد مقابل را به دست آورید.

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^m - 1}{x^n - 1}$

۱۹۸- حاصل حد های زیر را به دست آورید.

الف) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 2x + 1}{(x^2 + x)(x^2 - x - 2)}$

ب) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^2 - 2x + 1}$

۱۹۹- حاصل حد های زیر را به دست آورید.

الف) $\lim_{x \rightarrow 2} 2[x] - 1$

ب) $\lim_{x \rightarrow -2} [x] - 1$

پ) $\lim_{x \rightarrow 2} x[x] - 2[x]$

ت) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{[x] + 2}{x - 1}$

۲۰۰- حاصل حد های زیر را به دست آورید.

پ) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x[x] - 1}{x^2 - 1}$

ت) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - [x]}{x - [x]}$

۲۰۱- حاصل حد های زیر را به دست آورید.

الف) $\lim_{x \rightarrow 2} [2x] - [x]$

ب) $\lim_{x \rightarrow 1} [x] - [x^2]$

۲۰۲- حاصل حد های زیر را پیدا کنید.

الف) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} (\sin x + \cos 2x)$

ب) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\cos x \cos 2x)$

الف ۲۸- $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} (\sin x + \sin 2x + \sin 3x)$

ب) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} (\cos x + \cos 2x + \cos 3x)$

۲۰۳- حاصل حد های زیر پیدا کنید.

الف) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\cos^2 x}{1 - \sin x}$

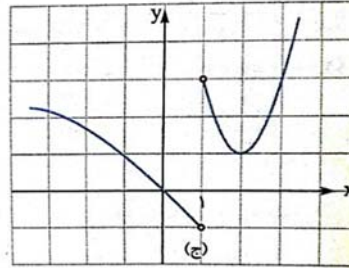
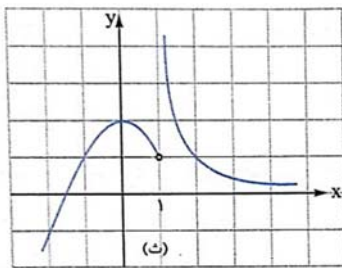
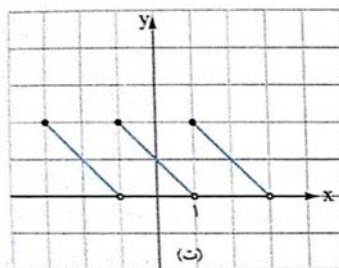
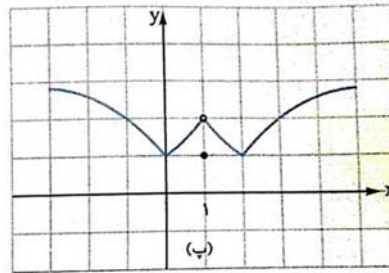
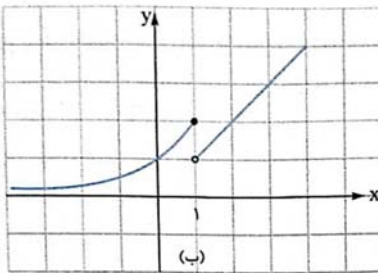
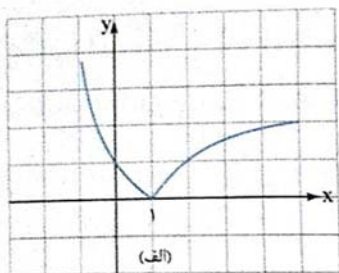
ب) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos x}{\sin^2 x}$

پ) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos^3 x}{\sin^2 x}$

ت) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - 2 \sin x \cos x}{\sin x - \cos x}$

۲۰۴- کدام یک از تابع های زیر در نقطه $x = 1$ پیوسته است؟ بگویید هر کدام از تابع ها از راست پیوسته است یا

چپ؟ کدام تابع ها در نقطه $x = 1$ تعریف شده اند؟



۲۰۵- نمودار هر کدام از تابع های زیر را رسم کنید. بگویید هر تابع در چه نقاطی ناپیوسته است؟ بزرگ ترین بازه هایی را که تابع در آن پیوسته است مشخص کنید.

$$\text{الف) } f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x < 1 \\ 2 & x = 1 \\ 2x & x > 1 \end{cases}$$

$$\text{ب) } f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & x > 1 \\ -1 & x = 1 \\ 2x & x < 1 \end{cases}$$

$$\text{پ) } f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 3 & x < 1 \\ 2 & x = 1 \\ x & x > 1 \end{cases}$$

$$\text{ت) } f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & x < 1 \\ 2 & x = 1 \\ x^2 & x > 1 \end{cases}$$

۲۰۶- نمودار دو تابع $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 3}$ و $g(x) = x - 1$ را رسم کنید و بگویید دو تابع از نظر پیوستگی چه تفاوتی با هم دارند؟

۲۰۷- نمودار تابع های زیر را رسم کنید. سپس تعیین کنید هر تابع در کدام یک از بازه های داده شده پیوسته است؟

$$\text{الف) } f(x) = \frac{x^3 - 2x^2}{x} \quad (0, +\infty), (-1, 1), [1, 3], (-\infty, 0], (-2, 0)$$

$$\text{ب) } f(x) = \begin{cases} |x| & x < -1 \\ x - 1 & -1 \leq x \leq 0 \\ x^2 + 1 & 0 < x < 1 \\ 2x & x \geq 1 \end{cases} \quad (-2, -1], [-1, 0], [1, 2), (0, 1)$$

$$\text{پ) } f(x) = |x - 2| - 1 \quad (0, 2), (0, 3], [0, +\infty), (-\infty, 1), [1, 2)$$

$$\text{ت) } f(x) = [x] \quad (-1, 0), (-1, 1), [1, 2), [1, 2], [0, +\infty)$$

۲۰۸- نمودار دو تابع $f(x) = [x]$ و $g(x) = [-x]$ را رسم کنید. تعیین کنید بازه های پیوستگی این دو تابع چه تفاوتی با هم دارند؟

۲۰۹- تابعی مثال بزنید که :

الف) در نقطه $x = 1$ حدش برابر ۲ و پیوسته باشد.

ب) در نقطه $x = 1$ حدش برابر ۲ و ناپیوسته باشد.

پ) در نقطه $x = 1$ حدش راستش برابر ۲ و حد چپش برابر ۱ و از راست پیوسته باشد.

ت) در نقطه $x = 1$ حدش راستش برابر ۲ و حد چپش برابر ۱ و از چپ پیوسته باشد.

ث) در نقطه $x = 1$ حدش راستش برابر ۲ و حد چپش برابر ۱ و نه از راست پیوسته باشد و نه از چپ.

۲۰۹- در تابع $x \neq 1$ و $f(x) = \frac{x^3 + x - 2}{x - 1}$ مقدار تابع را در نقطه $x = 1$ طوری تعریف کنید که تابع در تمام R پیوسته باشد.

۲۱۰- مقدار a و b را طوری تعیین کنید که تابع های زیر در R پیوسته باشد.

$$\text{الف) } f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x < -1 \\ ax + & x \geq -1 \end{cases}$$

$$\text{ب) } f(x) = \begin{cases} ax^2 + 1 & x < -1 \\ x + b & -1 \leq x \leq 0 \\ ax^2 - x + 3 & x > 0 \end{cases}$$

$$\text{پ) } f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 2x - 3}{x - 1} & x < 1 \\ ax + b & x = 1 \\ \frac{x^2 - 1}{x - 1} + b & x > 1 \end{cases}$$

$$\text{ت) } f(x) = \begin{cases} |x - a| & x < 1 \\ 2x - 1 & x = 1 \\ ax^2 + b & x > 1 \end{cases}$$

۲۱۱- تعیین کنید تابع $f(x) = [x]$ در چه نقاطی پیوسته و در چه نقاطی ناپیوسته است؟

۲۱۲- تعیین کنید تابع $f(x) = [x]$ در چه بازه هایی پیوسته است؟

۲۱۳- پیوستگی هر کدام از تابع های زیر را در بازه های داده شده بررسی کنید.

الف) $f(x) = x[x] - ۲[x]$, $x \in [۱, ۲]$ ب) $g(x) = \frac{[x] + x}{x - ۱}$, $x \in [۲, ۳]$

۲۱۴- مقدار a و b را طوری تعیین کنید که هر کدام از تابع های زیر در R باشد.

الف) $f(x) = \begin{cases} a + \cos x & x < ۰ \\ ۲ \sin x - a & x \geq ۰ \end{cases}$

ب) $f(x) = \begin{cases} \cos x + a & x < ۰ \\ a \sin x + b \cos x & ۰ \leq x < \frac{\pi}{۲} \\ \cos^۲ x - b & x \geq \frac{\pi}{۲} \end{cases}$

۲۱۵- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} [x] + a & x < 0 \\ x^2 - [x] & 0 \leq x < 1 \\ [2x] + b & x \geq 1 \end{cases}$ در نقاط $x = 0$ و $x = 1$ پیوسته باشد، مقدار a و b را تعیین کنید.

۷ فصل هفتم (آمار و احتمال)

۲۱۶ - دو تاس را پرتاب می کرده ایم. اگر بدانیم مجموع دو عدد رو شده ۹ است، احتمال آنکه یکی از تاس ها ۴ آمده باشد چقدر است؟

۲۱۷ - دو تاس را پرتاب کرده ایم. اگر بدانیم مجموع دو عدد رو شده زوج است، احتمال آن که دو تاس یکسان آمده باشند چه قدر است؟

۲۱۸ - در یک کیسه ۵ مهره آبی، ۲ مهره قرمز و ۱ مهره سبز وجود دارد. دو مهره به تصادف از کیسه خارج می کنیم:

الف) اگر بدانیم رنگ دو مهره متفاوت است، احتمال اینکه یکی از مهره ها سبز باشد چه قدر است؟

ب) اگر بدانیم دو مهره هم رنگ اند، احتمال آنکه آبی باشند چه قدر است؟

۲۱۹ - در یک خانواده دو فرزندی می دانیم حداقل یکی از فرزندان پسر است. احتمال آن را حساب کنید که این خانواده فرزند دختر داشته باشد.

۲۲۰ - یک تاس را پرتاب کرده ایم و می دانیم که عدد رو شده مضرب ۳ نیست. احتمال آن را حساب کنید که ۲ آمده باشد.

۲۲۱- در یک مسابقهٔ موتورسواری احتمال آنکه موتور سوار در مسابقه صدمه نبیند $\frac{3}{10}$ و احتمال آن که در طول مسیر صدمه نبیند و در مسابقه اول شود $\frac{12}{10}$ است. اگر بدانیم یک موتور سوار در مسابقه صدمه نمی بیند، احتمال آنکه در مسابقه اول شود چه قدر است؟

۲۲۲- دو تاس را پرتاب می کنیم. اگر بدانیم حداقل یکی از تاس ها ۲ آمده است. احتمال آنکه مجموع اعداد دو تاس بر ۳ بخش پذیر باشد، چه قدر است؟

۲۲۳- در یک کیسه ۳ مهرهٔ آبی و ۲ مهرهٔ قرمز و ۳ مهرهٔ سبز داریم. ۳ مهره به تصادف از کیسه خارج می کنیم. اگر بدانیم یکی از مهره ها آبی است. احتمال آنکه هر سه مهره ناهم رنگ باشند چه قدر است؟

۲۲۴- سه تاس را پرتاب می کنیم. اگر بدانیم هر سه عدد رو شده یکسان نیستند، احتمال آنکه یکی از تاس ها ۶ آمده باشد چه قدر است؟

۲۲۵- احتمال سرایت نوعی بیماری در یک کشور ۶ درصد و احتمال اینکه فردی به این بیماری مبتلا و درمان شود $\frac{1}{5}$ درصد است. اگر فردی به این بیماری مبتلا شده باشد احتمال اینکه درمان شده باشد چه قدر است؟

۲۲۶- روی نه کارت اعداد ۱ تا ۹ را نوشته ایم. ۳ کارت به تصادف از بین آنها انتخاب می کنیم. اگر حاصل ضرب اعداد روی سه کارت زوج باشد، احتمال آنکه یکی از کارت ها عدد ۵ باشد چه قدر است؟

۲۲۷- احتمال آنکه تیم آرژانتین، تیم برزیل را ببرد ۶۰ درصد و احتمال آنکه تیم آرژانتین در مسابقات جام جهانی اول شود ۴۰ درصد و احتمال اینکه بعد از بردن تیم برزیل در جام جهانی اول شود، ۵۰ درصد است. با کدام احتمال حداقل یکی از این دو اتفاق برای تیم آرژانتین می افتد؟

۲۲۸- در پرتاب یک تاس تعیین کنید هر کدام از پیشامدهای زیر (دو به دو) نسبت به هم چه وضعیتی دارند؟ (مستقل، وابسته یا ناسازگار)

A: پیشامد آن که عدد رو شده بزرگتر از ۴ باشد.

B: پیشامد آن که عدد رو شده فرد باشد.

C: پیشامد آن که عدد رو شده بر ۳ بخش پذیر باشد.

D: پیشامد آن که عدد رو شده اول باشد.

۲۲۹- در پرتاب دو تاس تعیین کنید هر کدام از پیشامدهای زیر (دو به دو) نسبت به هم چه وضعیتی دارند؟

A: پیشامد آن که مجموع اعداد دو تاس برابر ۷ باشد.

B: پیشامد آن که تاس اول ۲ یا ۵ باشد.

C: پیشامد آن که حاصل ضرب اعداد دو تاس برابر ۱۲ باشد.

۲۳۰- یک سکه را چهار بار پرتاب می کنیم. اگر در پرتاب اول، دوم و سوم پشت بیاید احتمال آنکه در پرتاب چهارم رو بیاید چه قدر است؟

۲۳۱- احتمال آنکه ماندانا در امتحان ریاضی ۲۰ شود، ۷۰ درصد و احتمال آنکه پدرش نماینده شورای شهر شود ۲۰ درصد است. با کدام احتمال حداقل یکی از این دو اتفاق برای ماندانا می افتد؟

۲۳۲- احتمال آنکه رضا در امتحان ریاضی ۲۰ شود، سه برابر احتمال آن است که امید در این امتحان ۲۰ شود. اگر احتمال آن که حداقل یکی از این دو در امتحان ۲۰ شوند، ۶۸ درصد باشد. احتمال ۲۰ شدن هر کدام در امتحان چه قدر است؟

۲۳۳- تانیا به احتمال $\frac{6}{10}$ برای تیم والیبال مدرسه انتخاب می شود و به احتمال $\frac{8}{10}$ برای اجرای مراسم جشن درخت کاری دعوت می شود. احتمال آن را بدست آورید که:

الف) برای هر دو کار انتخاب شود.

ب) برای هیچ کدام انتخاب نشود.

پ) فقط برای تیم والیبال انتخاب شود.

ت) حداقل برای یکی از این دو کار انتخاب شود.

ث) فقط برای یکی از این دو کار انتخاب شود.

۲۳۴- ثابت کنید که اگر دو پیشامد A و B مستقل باشند پیشامدهای A, B' و B, A' و A', B' نیز مستقل اند.

۲۳۵- اگر $p(A) = 0.3$ و $p(B) = 0.6$ و $p(A|B) = 0.25$ باشد مقادیر $p(A \cap B)$ و $p(A \cup B)$ و $p(A - B)$ را به دست آورید.

۲۳۶- اگر $p(A) = 0.6$ و $p(B) = 0.4$ و A و B مستقل باشند مقادیر $p(A \cap B)$ و $p(A \cup B)$ و $p(A - B)$ را به دست آورید.

۲۳۷- اگر $p(A) = 0.4$ و $p(A - B) = 0.28$ و A و B مستقل باشند مقدار $p(A \cup B)$ را به دست آورید.

۲۳۸- اگر $p(A|B) = p(A)$ باشد. آنگاه $p(A - B)$ برابر کدام است؟

الف) $p(A)p(B)$ ب) $p(A)p(B')$ ج) $p(A')p(B)$ د) $p(A')p(B')$

۲۳۹- درستی یا نادرستی گزاره های زیر را تعیین کنید.

الف) اگر میانگین داده ها برابر یکی از آن ها باشد تمام داده ها با هم برابرند.

ب) میانه داده ها همواره برابر یکی از آن هاست.

پ) چارک اول میانه داده های قبل از میانه است.

ت) میانگین قدر مطلق اختلاف داده ها از میانگین، همواره برابر صفر است.

ث) واحد ضرب تغییرات همان واحد داده هاست.

ج) بهترین شاخص برای ارزیابی پراکندگی، ضرب تغییرات است.

چ) اگر داده های دور افتاده باشیم، میانگین شاخص بهتری نسبت به میانه است.

۲۴۰- ضریب تغییرات هر یک از داده های زیر را به دست آورید:

- الف) ۳, ۴, ۴, ۴, ۶, ۷ ب) ۸, ۱۰, ۱۲, ۱۴ پ) ۱, ۲, ۳, ۴, ۵ ت) ۱, ۳, ۵, ۷, ۹

۲۴۱- در داده های x_1, x_2, \dots, x_n داریم:

- میانگین = ۱۶ ، دامنه تغییرات = ۱۵ ، واریانس = ۱۶ ، انحراف معیار = ۴ ، ضریب تغییرات = $0/25$.
میانگین ، دامنه تغییرات ، واریانس ، انحراف معیار و ضریب تغییرات هر کدام از داده های زیر را پیدا کنید.
- الف) $x_1 + 2, x_2 + 2, \dots, x_n + 2$ ب) $3x_1, 3x_2, \dots, 3x_n$

- پ) $\frac{1}{4}x_1 - 3, \frac{1}{4}x_2 - 3, \dots, \frac{1}{4}x_n - 3$ ت) $-2x_1 + 1, -2x_2 + 1, \dots, -2x_n + 1$

۲۴۲- میانگین داده های $a, 3, 4, 8, 10$ برابر با ۸ است. واریانس داده های $a, 13, 17, 3, 4, 8, 10$ را به دست آورید.

۲۴۳- میانگین ۷ داده برابر ۲۴ است و میانگین ۵ داده دیگر برابر ۳۶ است. میانگین تمام این داده ها را پیدا کنید.

۲۴۴- پراکندگی کدام گروه از داده های زیر از همه بیشتر و پراکندگی کدام گروه از همه کم تر است؟

- A) ۲۱, ۲۲, ۲۴, ۲۵ B) ۲۱, ۲۳, ۲۵, ۲۷ C) ۴۱, ۴۳, ۴۵, ۴۷

۲۴۵- انحراف معیار داده های $x_1, x_2, \dots, x_9, 10$ برابر صفر است. میانگین داده های آماری ۱۶، x_1, x_3, x_5, x_7, x_9 را پیدا کنید.

۲۴۶- درستی یا نادرستی گزاره های زیر را تعیین کنید.

الف) اگر تمام داده ها با عدد ثابت C جمع شوند، انحراف معیار با \sqrt{C} جمع می شود.

ب) اگر تمام داده ها با عدد ثابت C جمع شوند، ضریب تغییرات کوچک تر می شود.

پ) اگر تمام داده ها در عدد ثابت C ضرب شوند، ضریب تغییرات در C ضرب می شود.

ت) اگر تمام داده ها با عدد ثابت C جمع شوند، میانه با عدد C جمع می شود.

ث) اگر تمام داده ها بر عدد ثابت C تقسیم شوند، انحراف معیار بر عدد C تقسیم می شود.

ج) اگر تمام داده ها در عدد ثابت C ضرب شوند، میانگین در C ضرب می شود.

۲۴۷- جدول زیر پول تو جیبی هفتگی ۵ دوست نزدیک بابک و رضا را نشان می دهد.

برای این که ببینید برنامه ریزی برای تفریحات مشترک برای رضا ساده تر است یا بابک، کدام شاخص آماری را محاسبه می کنید؟ با محاسبه این شاخص نظر خود را در این باره اعلام کنید.

بابک	۶۰	۸۰	۷۰	۱۸۰	۱۱۰
رضا	۸۰	۷۰	۱۱۰	۱۰۰	۹۰

۲۴۸- سارا برای خرید باتری موبایل خود دو گزینه دارد. یکی باتری برند A با میانگین طول عمر ۱۵۰۰۰ و انحراف معیار ۳۰۰۰ ساعت و دیگری باتری برند B با میانگین طول عمر ۱۴۰۰۰ ساعت و انحراف معیار ۲۰۰۰ ساعت. به نظر شما سارا بهتر است کدام باتری را انتخاب کند؟ چرا؟