



سازمان ملی پرورش استعدادی دانش

باسمه تعالی

اداره آموزش و پرورش ناحیه ۱ سنندج

دبیرستان استعداد های درخشان شهید بهشتی (دوره دوم)

سوالات امتحان درس ریاضی ۳

تعداد سوالات: ۱۷ تعداد صفحه: ۲ تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/۱۰/۲۴

نام و نام خانوادگی:

پایه: دوازدهم

رشته: علوم تجربی

ساعت شروع: ۸:۳۰

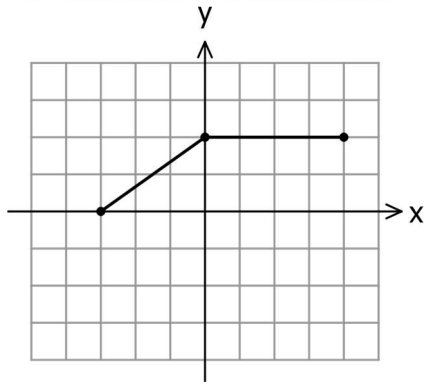
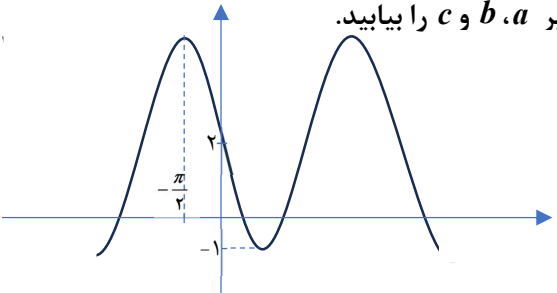
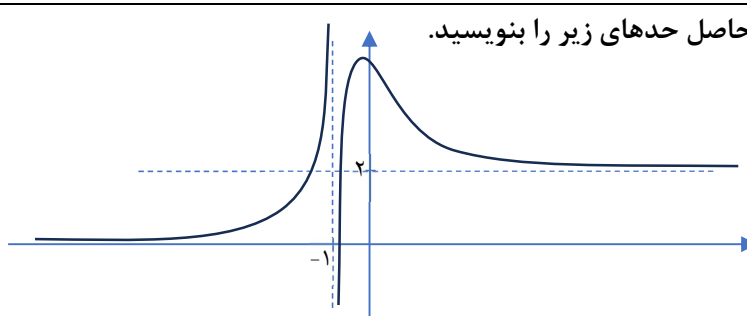
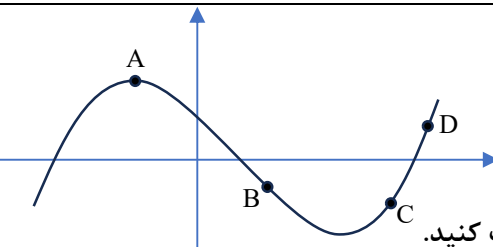
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

نوبت: اول (دی ماه)

طراح سؤال: عزیز اسدی

دانش آموز عزیز جواب سوالات را در پاسخ برگ بنویسید. استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.

بارم	سوالات (صفحه ۱)	ردیف
۱	<p>درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) دامنه تابع $y = f(x)$ همان دامنه تابع $y = k f(x)$ است. (درست - نادرست)</p> <p>ب) هر تابع یک به یک اکیداً یکنواست. (درست - نادرست)</p> <p>ج) دوره تناوب تابع $y = \tan x$ و دوره تناوب تابع $y = \cos x$ باهم برابرند. (درست - نادرست)</p> <p>د) تابع $f(x) = -\tan x$ در هیچ بازه‌ای اکیداً نزولی نیست. (درست - نادرست)</p>	۱
۱/۲۵	<p>جاهای خالی را با عبارت یا عدد مناسب کامل کنید.</p> <p>الف) تابع $f(x) = 3x(x^5 + 2x - 1)^7$ از درجه است.</p> <p>ب) اگر $f(x) = x^2 - 1$ و $g(x) = \sqrt[3]{x+3}$؛ آنگاه $(f \circ g)^{-1}(0) = \dots\dots\dots$.</p> <p>ج) حاصل $\cos^2 22/5^\circ - \sin^2 22/5^\circ$ برابر است.</p> <p>د) باقیمانده تقسیم $f(x) = 2x^5 - 3x^3 - 2x + 4$ بر $x+1$ برابر است.</p> <p>هـ) اگر بتوان مقادیر $f(x)$ را از هر عدد مثبت دلخواهی بزرگتر کرد به شرط آنکه x را با مقادیر بزرگتر از ۲ به قدر کافی به ۲ نزدیک اختیار کنیم، در این صورت می‌گوییم:</p>	۲
۱	<p>در هر مورد گزینه صحیح را مشخص کنید.</p> <p>۱) کدام یک از توابع زیر وارون پذیر است؟</p> <p>الف) $f(x) = x$ ب) $f(x) = -\sin x$ ج) $f(x) = \cos 2x$ د) $f(x) = -\sqrt{x+5}$</p> <p>۲) نمودار تابع $y = -x^3 + 6x^2 - 12x + 9$ از کدام ناحیه دستگاه مختصات عبور نمی‌کند؟</p> <p>الف) ناحیه اول ب) ناحیه دوم ج) ناحیه سوم د) ناحیه چهارم</p> <p>۳) حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{6}{3 + 2^{\tan x}}$ کدام است؟</p> <p>الف) ۲ ب) صفر ج) $+\infty$ د) $-\infty$</p> <p>۴) اگر $a \in \mathbb{R}$، $n \in \mathbb{N}$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^3}{ax^n} = -\infty$، آنگاه کمترین مقدار n و علامت a به ترتیب کدام است؟</p> <p>الف) ۳، منفی ب) ۳، مثبت ج) ۴، منفی د) ۴، مثبت</p>	۳
۱/۵	<p>الف) نمودار تابع روبه‌رو را رسم کنید.</p> <p>ب) بزرگترین بازه‌ای که تابع در آن صعودی است کدام است؟</p> <p>ج) بزرگترین بازه‌ای که تابع در آن نزولی است کدام است؟</p> <p>د) بزرگترین بازه‌ای که تابع در آن اکیداً نزولی است کدام است؟</p> <p>$f(x) = \begin{cases} -2x-3 & x < -3 \\ 2 & -3 \leq x < 2 \\ x-1 & x \geq 2 \end{cases}$</p>	۴
۱	<p>دامنه تابع $y = f(x)$ بازه $(3, 6)$ و برد آن بازه $[-2, 8]$ است. دامنه و برد تابع $y = 2f(3x-1) - 4$ را مشخص کنید.</p>	۵
۱	<p>اگر $f(x) = \sqrt{x-4}$ و $g(x) = \frac{1}{x^2-1}$؛ دامنه تابع $g \circ f(x)$ را با استفاده از تعریف به دست آورید.</p>	۶

ردیف	ادامه سؤالات (صفحه ۲)	بارم
۷	نمودار تابع $f(x)$ به شکل زیر است. نمودار تابع $y = -f(-x+2) + 1$ را با استفاده از انتقال نمودار تابع $f(x)$ رسم کنید.	۱
		
۸	اگر $f(x) = 5 - \sqrt{3x+1}$ ضابطه تابع $f^{-1}(x)$ را به دست آورید و دامنه آن را تعیین کنید.	۱
۹	مقدار $\cos 105^\circ$ را به دست آورید.	۰/۷۵
۱۰	جواب‌های کلی معادلات زیر را بیابید. الف) $\sin^6 x - \cos^6 x = \frac{1}{2}$ ب) $\cos x - 1 = 2 \sin^2 x$	۲
۱۱	نمودار تابع $y = a \sin bx + c$ ($a > 0$) به شکل زیر است. مقادیر a ، b و c را بیابید.	۱/۵
		
۱۲	حاصل‌حدهای زیر را به دست آورید. الف) $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt[3]{x} - 2}{x^2 - 7x - 8}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x + x - 2}{x - 1}$	۱/۵
۱۳	مقادیر a و b را چنان تعیین کنید که $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2a-b)x^7 - 7x + 2}{(a-1)x^7 + 2x^2 + 3} = 2$ باشد.	۱
۱۴	مقادیر m و n را چنان تعیین کنید که $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-6}{x^2 + mx + n} = -\infty$ باشد.	۰/۷۵
۱۵	با توجه به نمودار تابع $f(x)$ (نمودار روبه‌رو)، حاصل‌حدهای زیر را بنویسید. الف) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \dots$ ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \dots$ ج) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = \dots$	۰/۷۵
		
۱۶	اگر $f(x) = \sqrt{x+1}$ ، مقدار $f'(3)$ را با استفاده از تعریف مشتق بیابید. سپس معادله خط قائم بر منحنی نمودار تابع $f(x)$ را در نقطه‌ای به طول $x = 3$ روی نمودار را بنویسید.	۲
۱۷	با توجه به نمودار تابع $f(x)$ (نمودار روبه‌رو)، الف) در کدام‌یک از نقاط مشخص شده $f(x) \cdot f'(x) < 0$ است؟ ب) در کدام نقطه $f'(x) = 0$ است؟ ج) مشتق تابع در کدام دو نقطه هم‌علامت است؟ د) نقاط مشخص شده را بر حسب مقدار مشتق از کوچک به بزرگ مرتب کنید.	۱
		
۲۰	موفق باشید.	جمع بارم



سازمان ملی پرورش استعداد های دانش

محل مهر
امتحانات آموزشگاه

باسمه تعالی

اداره آموزش و پرورش ناحیه ۱ سنندج

دبیرستان استعداد های درخشان شهید بهشتی (دوره دوم)

سؤالات امتحان درس ریاضی ۳

تعداد سوالات: ۱۷ تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/۱۰/۲۴

نام و نام خانوادگی:

پایه: دوازدهم

رشته: علوم تجربی

ساعت شروع: ۸:۳۰

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

نوبت: اول (دی ماه)

دبیر: عزیز اسدی

ردیف	دانش آموز عزیز پاسخ سؤالات را در محل تعیین شده و در مقابل شماره سؤالات بنویسید.	بارم
۱	درستی یا نادرستی عبارات را مشخص کنید. الف) ب) ج) د)	۱
۲	جاهای خالی را با عبارت یا عدد مناسب کامل کنید. الف) ب) ج) د) ه)	۱/۲۵
۳	در هر مورد گزینه صحیح را مشخص کنید. ۱) ۲) ۳) ۴)	۱
۴	الف) ب) ج) د)	۱/۵
۵ = دامنه = برد	۱
۶	۱
۷	۱

نمره تصحیح اول

--	--

با عدد با حروف

نام و نام خانوادگی و امضاء
مصحح اول:

.....

نمره تصحیح دوم

--	--

با عدد با حروف

نام و نام خانوادگی و امضاء
مصحح دوم:

.....

نمره تصحیح سوم
(در صورت مغایرت تصحیح ۱ و ۲ و عدم توافق آنها)

--	--

با عدد با حروف

نام و نام خانوادگی و امضاء
مصحح سوم:

.....

تجدید نظر نهایی پس از رسیدگی به اعتراضات

--	--

با عدد با حروف

نام و نام خانوادگی و امضاء
تجدید نظر کننده:

.....

توجه

دانش آموزان عزیز، در صورتی که فضای در نظر گرفته شده برای سؤالی ناکافی بود می توانید با ذکر شماره سؤال در صفحه چهارم که برای همین منظور در نظر گرفته شده است، استفاده نمایید.

بارم	دانش آموز عزیز پاسخ سوالات را در محل تعیین شده و در مقابل شماره سوالات بنویسید.	ردیف
۱		۸
۰/۷۵		۹
۲	<p>(الف)</p> <p>(ب)</p>	۱۰
۱/۵		۱۱

ردیف	دانش آموز عزیز پاسخ سوالات را در محل تعیین شده و در مقابل شماره سوالات بنویسید.	بارم
۱۲		۱/۵ (الف) (ب)
۱۳		۱
۱۴		۰/۷۵
۱۵	(الف) (ب) (ج)	۰/۷۵
۱۶		۲
۱۷	(الف) (ب) (ج) (د) < < <	۱
	موفق باشید.	جمع باریم ۲۰



بارم	راهنمای تصحیح (صفحه ۱)	ردیف
۱	(هر مورد ۰/۲۵ نمره) درست (ج) نادرست (د)	۱
۱/۲۵	(هر مورد ۰/۲۵ نمره) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = +\infty$ (هـ) ۷ (د) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (ج) -۲ (ب) ۳۶ (الف)	۲
۱	(هر مورد ۰/۲۵ نمره) ج (۴) الف (۳) ج (۲) د (۱)	۳
۱/۵	الف) رسم هر قسمت از نمودار ۰/۲۵ نمره ب) $(2, +\infty)$ (۰/۲۵) ج) $(-\infty, 2]$ (۰/۲۵) د) $(-\infty, -3]$ (۰/۲۵)	۴
۱	(هر مورد ۰/۲۵ نمره) دامنه: $(\frac{4}{3}, \frac{7}{3})$ برد: $[-8, 12]$	۵
۱	$D_{gof} = \underbrace{\{x \in D_f\}}_1 \mid \underbrace{f(x) \in D_g\}}_2$ (۰/۲۵) $\boxed{1}: x \in [4, +\infty)$ (۰/۲۵) $\boxed{2}: \sqrt{x-4} \neq \pm 1 \rightarrow x-4 \neq 1 \rightarrow x \neq 5$ (۰/۲۵) $D_{gof} = \boxed{1} \cap \boxed{2} = [4, +\infty) - \{5\}$ (۰/۲۵)	۶
۱	$y = f(x+2)$ $y = f(-x+2)$ $y = -f(-x+2)$ $y = -f(-x+2)+1$ 	۷
۱	$y = 5 - \sqrt{3x+1} \rightarrow \sqrt{3x+1} = 5 - y$ (۰/۲۵) $3x+1 = (5-y)^2 \rightarrow x = \frac{(5-y)^2 - 1}{3}$ (۰/۲۵) $f^{-1}(x) = \frac{(5-x)^2 - 1}{3}$ (۰/۲۵) $D_{f^{-1}} = (-\infty, 5]$ (۰/۲۵)	۸
۰/۷۵	$\underbrace{\cos^2 105^\circ = \frac{1 + \cos 210^\circ}{2}}_{(۰/۲۵)} = \frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} \xrightarrow{\cos 105^\circ < 0} \underbrace{\cos 105^\circ = -\sqrt{\frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}{2}}}_{(۰/۲۵)} = -\frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2}$	۹

بارم	راهنمای تصحیح (صفحه ۲)	ردیف
۲	$\sin^2 x - \cos^2 x = (\sin^2 x - \cos^2 x)(\sin^2 x + \cos^2 x) = (\sin^2 x - \cos^2 x) = \frac{1}{2} \quad (۰/۲۵)$ $\underbrace{-\cos^2 x = \frac{1}{2}}_{(۰/۲۵)} \longrightarrow \underbrace{\cos^2 x = -\frac{1}{2} = \cos \frac{2\pi}{3}}_{(۰/۲۵)} \longrightarrow \underbrace{2x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}}_{(۰/۲۵)} \longrightarrow \underbrace{x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}}_{(۰/۲۵)}$ <p style="text-align: right;">(ب)</p> $\underbrace{\cos x - 1 = 2(1 - \cos^2 x)}_{(۰/۲۵)} \rightarrow 2\cos^2 x + \cos x - 3 = 0 \longrightarrow \begin{cases} \cos x = 1 \rightarrow x = 2k\pi & (۰/۲۵) \\ \cos x = -\frac{3}{2} & \text{غ.ق.ق} \quad (۰/۲۵) \end{cases}$	۱۰ الف
۱/۵	$f(0) = 0 \rightarrow c = 2 \quad (۰/۲۵)$ $c = \frac{\max + \min}{2} \rightarrow 2 = \frac{\max - 1}{2} \rightarrow \max = 5$ $\underbrace{ a = \frac{\max - \min}{2} = \frac{5 - (-1)}{2} = 3}_{(۰/۲۵)} \xrightarrow{a < 0} \underbrace{a = -3}_{(۰/۲۵)}$ $\frac{T}{4} = \frac{\pi}{2} \rightarrow T = 2\pi = \frac{2\pi}{ b } \xrightarrow{b > 0} \underbrace{b = 1}_{(۰/۲۵)}$	۱۱
۱/۵	<p>الف) $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt[3]{x} - 2}{x^2 - 7x - 8} = \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\cancel{x-8}}{\underbrace{(x-\cancel{8})(x+1)(\sqrt[3]{x^2+2\sqrt[3]{x}+4})}_{(۰/۵)}} = \frac{1}{\underbrace{(9)(4+4+4)}_{(۰/۲۵)}} = \frac{1}{108}$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x + [x] - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x - 2}{x - 1} = \frac{-1}{0^-} = \frac{+\infty}{(۰/۲۵)}$</p>	۱۲
۱	$\underbrace{a - 1 = 0}_{(۰/۲۵)} \longrightarrow \underbrace{a = 1}_{(۰/۲۵)} \quad \frac{2a - b}{2} = 2 \xrightarrow{a=1} \underbrace{b = -2}_{(۰/۲۵)}$	۱۳
۰/۷۵	$\underbrace{(x-3)^2 = x^2 + mx + n}_{(۰/۲۵)} \longrightarrow x^2 - 6x + 9 = x^2 + mx + n \longrightarrow \begin{cases} m = -6 & (۰/۲۵) \\ n = 9 & (۰/۲۵) \end{cases}$	۱۴
۰/۷۵	<p>الف) ۲ ب) ۰ ج) $-\infty$ (هر مورد ۰/۲۵ نمره)</p>	۱۵
۲	$f'(3) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\cancel{x+1} - 4}{\underbrace{(x-\cancel{3})(\sqrt{x+1}+2)}}_{(۰/۲۵)} = \frac{1}{\underbrace{4}_{(۰/۲۵)}}$ <p>$x = 3 \rightarrow y = 2 \longrightarrow$ شیب خط قائم بر منحنی در نقطه $A(3, 2) \longrightarrow m = \frac{-1}{f'(3)} = -4$</p> <p>معادله خط قائم بر منحنی در نقطه A: $y - 2 = -4(x - 3) \longrightarrow y = -4x + 14$</p>	۱۶
۱	<p>الف) C ب) A ج) D, C ج) $B < A < C < D$ (هر مورد ۰/۲۵ نمره)</p>	۱۷

نظر همکاران محترم بر کلید ارجحیت دارد.