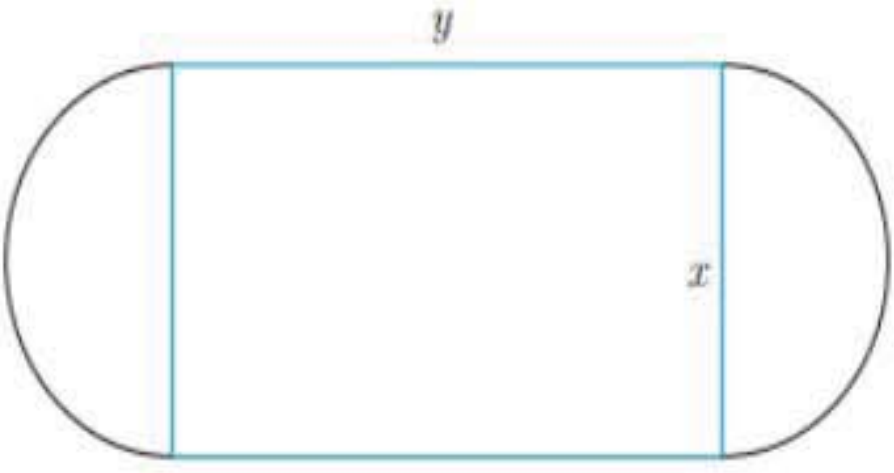
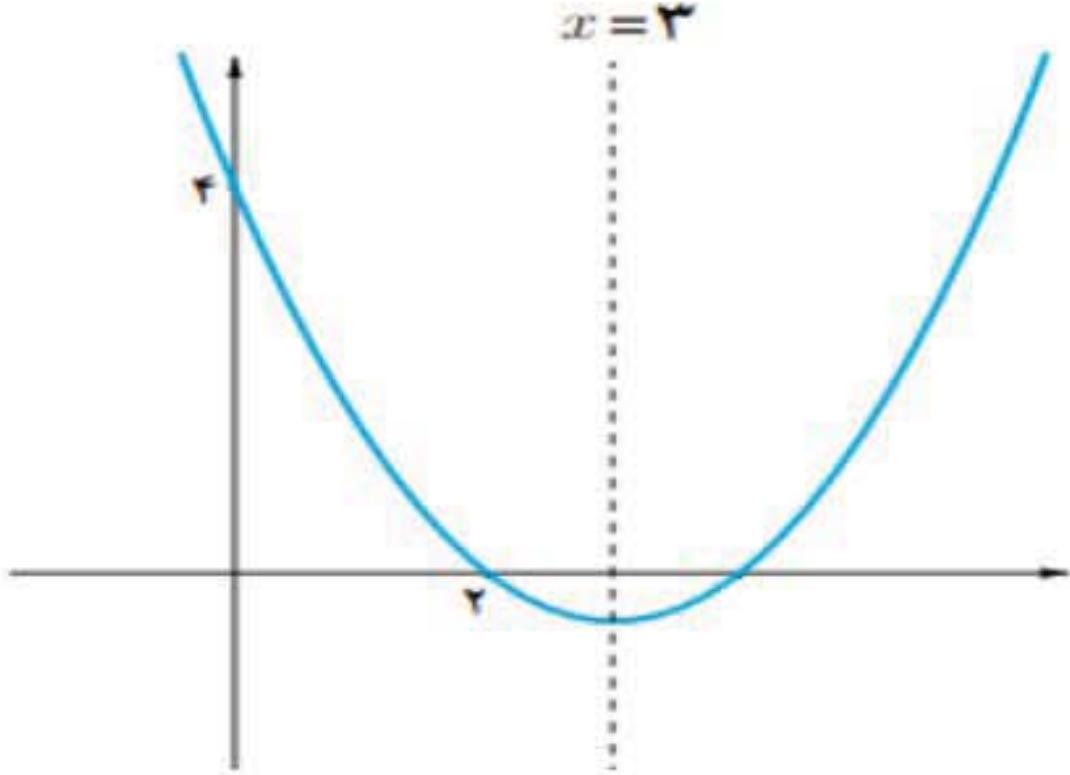


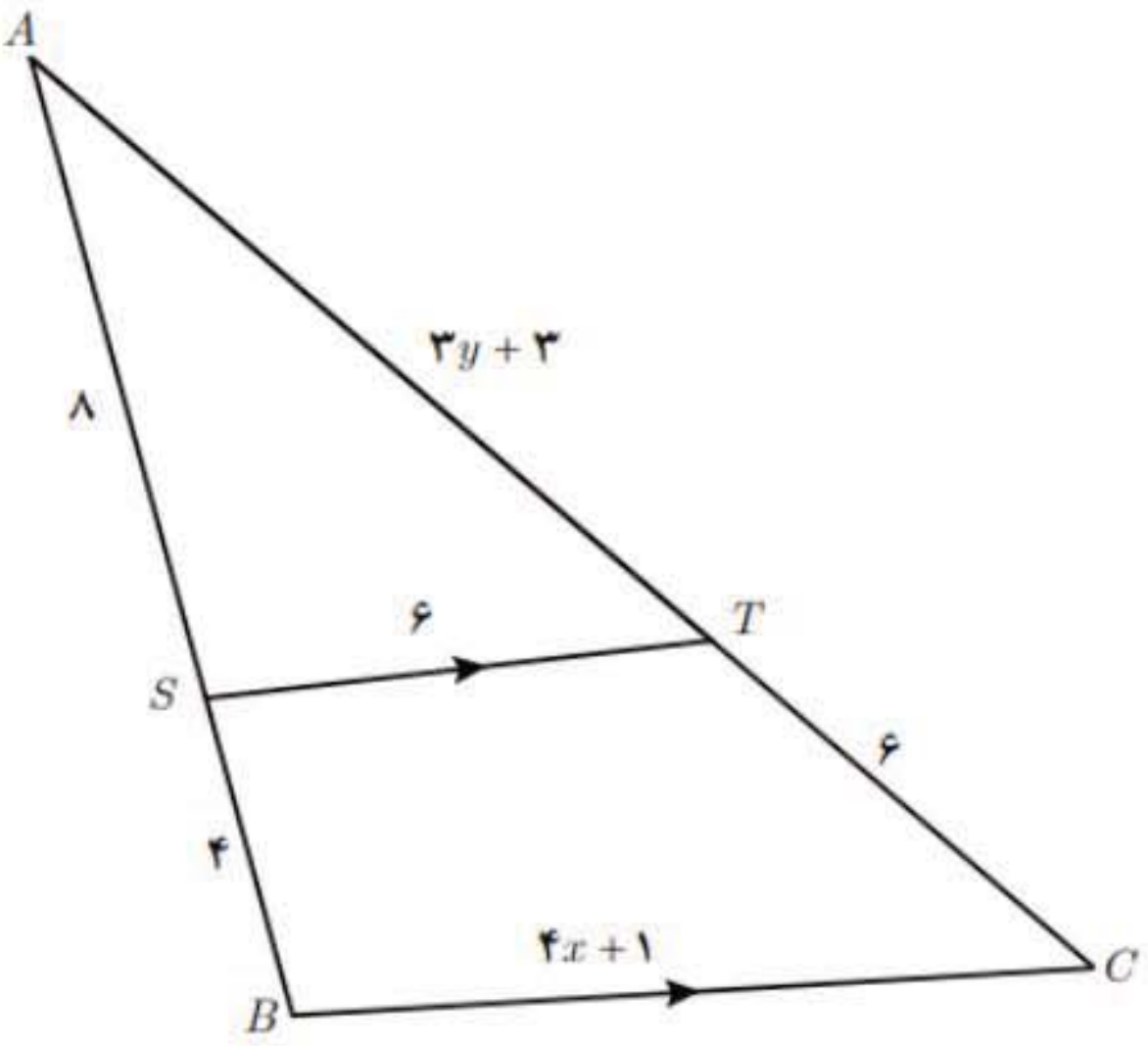
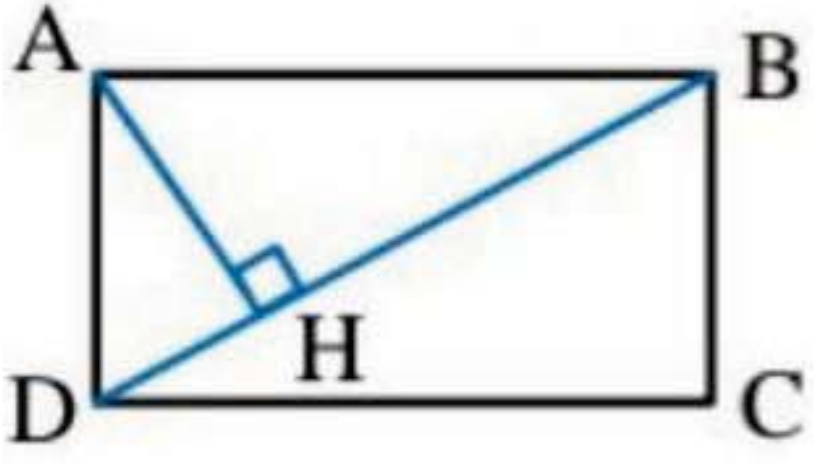
نام و نام خانوادگی:	 وزارت آموزش و پرورش سازمان ملی پرورش استعداد های درخشان اداره کل آموزش و پرورش استان همدان اداره آموزش و پرورش شهرستان تویسرکان دبیرستان علامه حلی <b>امتحان درس ریاضی (۲) (نوبت اول)</b>	نام پدر:
پایه و رشته: یازدهم تجربی		نمره به عدد:
نمره به حروف:		تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/۱۰/۱۵
		ساعت برگزاری: ۸:۳۰ صبح
		مدت پاسخ گویی: ۱۲۰ دقیقه
	تعداد صفحات: ۴	
	تعداد سؤالات: ۱۴	
	دبیر: امیر مال میر	

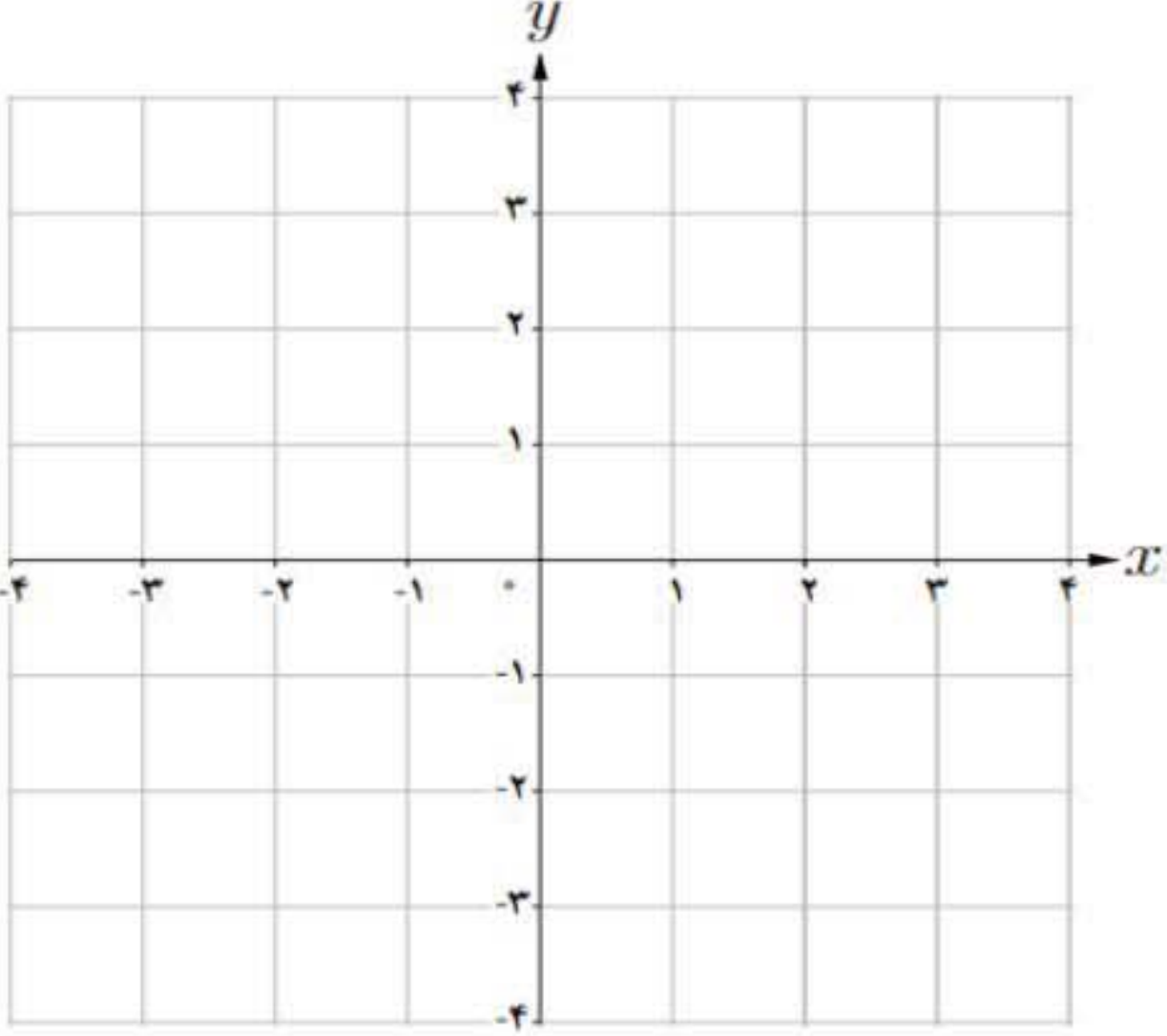
بی ارزش ترین دانش، دانشی است که بر سر زبان است و برترین علم، علمی است که در اعضا و جوارح آشکار است. امام علی (ع)

ردیف	سؤالات - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.	نمره
۱	<p>جملات صحیح را با (ص) و جملات غلط را با (غ) مشخص نمایید. (هر مورد ۰/۲۵ نمره)</p> <p>الف) مجموع صفرهای تابع <math>y = -2x^2 + 8x - 5</math> برابر ۲ است.</p> <p>ب) اگر فرض و حکم یک قضیه را جابه جا کنیم، یک قضیه دو شرطی حاصل می شود.</p> <p>پ) اگر نسبت مساحت های دو مثلث متشابه برابر <math>\frac{1}{9}</math> باشد، نسبت نیم سازه های آن ها برابر <math>\frac{1}{3}</math> است.</p> <p>ت) دو تابع <math>f(x) = \sqrt{x(1-x)}</math> و <math>g(x) = \sqrt{x\sqrt{1-x}}</math> با هم برابرند.</p> <p>ث) تابعی یک به یک نمی توان یافت که دامنه آن شامل چهار عضو و برد آن سه عضو داشته باشد.</p>	۱/۲۵
۲	<p>در جاهای خالی عدد یا کلمه مناسب قرار دهید. (هر مورد ۰/۲۵ نمره)</p> <p>الف) فاصله دو خط موازی <math>5x - 12y - 5 = 0</math> و <math>10x + my - m = 0</math> برابر است با: .....</p> <p>ب) اگر عرض یک مستطیل طلایی برابر <math>1 - \sqrt{5}</math> باشد طول آن برابر ..... است.</p> <p>پ) مرکز دایره ای که سه رأس مثلث روی آن قرار دارند، نقطه برخورد ..... مثلث می باشد.</p> <p>ت) برخی نتایج مهم و پر کاربرد که با استدلال استنتاجی به دست می آیند، ..... نامیده می شوند.</p> <p>ث) اگر تساوی <math>\frac{a}{4+a} = \frac{b}{5+b}</math> برقرار باشد، مقدار عددی نسبت <math>\frac{a}{b}</math> برابر ..... است.</p> <p>ج) نمودار تابع <math>f(x) = -2 + \sqrt{x+3}</math> از ناحیه ..... عبور نمی کند.</p>	۱/۵
۳	<p>گزینه صحیح را انتخاب کنید. (هر مورد ۰/۵ نمره)</p> <p>I. قرینه نقطه <math>C(1,2)</math> نسبت به نقطه <math>M(-1,4)</math> روی کدام خط قرار ندارد؟            (۱) <math>x = -3</math> (۲) <math>y = 6</math> (۳) <math>y = -x + 3</math> (۴) <math>2x - y = 0</math></p> <p>II. اگر دامنه تابع <math>f(x) = \frac{2x-3}{x^2+mx+4}</math> برابر <math>\mathbb{R}</math> باشد، حدود <math>m</math> کدام است؟            (۱) <math> m  \geq 4</math> (۲) <math> m  &lt; 4</math> (۳) <math> m  &gt; 16</math> (۴) <math> m  \leq 16</math></p> <p>III. اگر مجموعه جواب معادله <math>[-x - 1] + [3 - x] = 6</math> به صورت <math>(a, b)</math> باشد مقدار <math>2b - a</math> کدام است؟            ( [ ] نماد جزء صحیح است.)</p> <p>(۱) ۲ (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) -۲</p>	۱/۵



۱	<p>رضا و مهدی با هم یک متن را در ۴ ساعت تایپ می‌کنند. اگر سرعت تایپ مهدی دو برابر سرعت تایپ رضا باشد، در این صورت هر یک از آنها به تنهایی در چند ساعت می‌توانند این کار را انجام دهند؟</p>	۴
۲	<p>معادلات زیر را حل کنید.</p> <p>الف) <math>x^4 + 3x^2 + 2 = 0</math></p> <p>ب) <math>\sqrt{x+1} - \sqrt{2x-5} = 1</math></p>	۵
۱/۵	<p>استادیومی مطابق شکل زیر در حال ساخت است که در آن <math>x \geq 0</math> و <math>y \geq 0</math> و نیم دایره‌ها به شعاع <math>\frac{x}{2}</math> هستند. اگر محیط استادیوم ۱۵۰۰ متر باشد، <math>x</math> و <math>y</math> را طوری بیابید که مساحت استادیوم حداکثر مقدار ممکن شود. (<math>\pi \approx 3</math>)</p> 	۶
۱/۲۵	<p>ضابطه جبری سهمی مقابل را بنویسید.</p> 	۷

۱/۵	<p>۸ فرض کنید نقطه A به فاصله ۶ سانتی‌متر از خط d باشد. روش رسم مثلث متساوی الساقینی به رأس A که قاعده آن منطبق بر خط d و مساحت آن ۴۸ سانتی‌متر مربع باشد را توضیح دهید.</p>	۸
۱	<p>۹ با برهان خلف ثابت کنید نمی‌توان از یک نقطه غیر واقع بر یک خط، دو عمود بر آن خط رسم کرد.</p>	۹
۱	<p>۱۰ در شکل مقابل <math>ST \parallel BC</math> است. مقادیر <math>x</math> و <math>y</math> را به دست آورید.</p> 	۱۰
۱/۲۵	<p>۱۱ در شکل مقابل مستطیل ABCD مفروض است. اگر <math>AB = 6\sqrt{10}</math> و <math>DH = 2</math> باشد، اندازه BC را بیابید.</p> 	۱۱

۱/۵	<p>نمودار تابع <math>y = 1 - 2[x]</math> را در بازه <math>[-1, 2]</math> رسم کنید. ([] نماد جزء صحیح است.)</p> 	۱۲
۲	<p>دو تابع <math>f = \{(0, 0), (5, 0), (-3, 4)\}</math> و <math>g = \{(0, 2), (1, \frac{3}{5}), (-3, \frac{2}{7}), (5, -4)\}</math> را در نظر بگیرید.</p> <p>الف) دامنه تابع <math>f - g</math> را به دست آورید.</p> <p>ب) تابع <math>\frac{g}{f}</math> را به صورت مجموعه‌ای از زوج‌های مرتب بنویسید.</p> <p>پ) مقدار <math>(5)(3f + 2g)</math> را تعیین کنید.</p>	۱۳
۱/۷۵	<p>اگر وارون تابع با ضابطه <math>f(x) = -2x + k</math> از نقطه <math>(\frac{1}{p}, 0)</math> بگذرد، آن گاه مطلوب است:</p> <p>الف) مقدار عددی <math>k</math> را بیابید.</p> <p>ب) ضابطه وارون تابع <math>f</math> را به دست آورید.</p>	۱۴
۲۰	جمع نمره	” همواره موفق و سربلند باشید.“



نام خانوادگی:

نام پدر:

پایه و رشته: یازدهم تجربی

نمره به عدد:

اسم خانوادگی

نمره به حروف:



سازمان آموزش عالی و پرورش

اداره کل آموزش و پرورش استان همدان

اداره آموزش و پرورش شهرستان تویسرکان

دبیرستان علامه حلی

امتحان درس ریاضی (۲) (نوبت اول)

تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/۱۰/۱۵

ساعت برگزاری: ۸:۳۰ صبح

مدت پاسخ گویی: ۱۲۰ دقیقه

تعداد صفحه: ۴

تعداد سؤالات: ۱۴

دبیر: امیر مال میر

بی ارزش ترین دانش، دانشی است که بر سر زبان است و برترین علم، علمی است که در اعضا و جوارح آشکار است. امام علی (ع)

نمره	سؤالات - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.	ردیف
۱/۲۵	<p>جملات صحیح را با (ص) و جملات غلط را با (غ) مشخص نمایید. (هر مورد ۰/۲۵ نمره)</p> <p>الف) مجموع صفرهای تابع <math>y = -2x^2 + 8x - 5</math> برابر ۲ است. <math>\times</math> <math>(S = -\frac{b}{a} = -\frac{8}{-4} = 2)</math></p> <p>ب) اگر فرض و حکم یک قضیه را جابه جا کنیم، یک قضیه دو شرطی حاصل می شود. <math>\times</math> (عکس قضیه)</p> <p>پ) اگر نسبت مساحت های دو مثلث متشابه برابر <math>\frac{1}{4}</math> باشد، نسبت نیم سازه های آن ها برابر <math>\frac{1}{3}</math> است. <math>\checkmark</math> ص</p> <p>ت) دو تابع <math>f(x) = \sqrt{x(1-x)}</math> و <math>g(x) = \sqrt{x}\sqrt{1-x}</math> با هم برابرند. <math>\checkmark</math> ص</p> <p>ث) تابعی یک به یک نمی توان یافت که دامنه آن شامل چهار عضو و برد آن سه عضو داشته باشد. <math>\checkmark</math> ص</p>	۱
۱/۵	<p>در جاهای خالی عدد یا کلمه مناسب قرار دهید. (هر مورد ۰/۲۵ نمره)</p> <p>الف) فاصله دو خط موازی <math>5x - 12y - 5 = 0</math> و <math>-10x + 24y + 10 = 0</math> برابر است با: <math>\frac{24}{25} = \frac{17}{13}</math></p> <p>ب) اگر عرض یک مستطیل طلایی برابر <math>1 - \sqrt{5}</math> باشد طول آن برابر ..... است.</p> <p>پ) مرکز دایره ای که سه رأس مثلث روی آن قرار دارند، نقطه برخورد ..... مثلث می باشد.</p> <p>ت) برخی نتایج مهم و پر کاربرد که با استدلال استنتاجی به دست می آیند، ..... نامیده می شوند.</p> <p>ث) اگر تساوی <math>\frac{a}{4+a} = \frac{b}{5+b}</math> برقرار باشد، مقدار عددی نسبت <math>\frac{a}{b}</math> برابر ..... است.</p> <p>ج) نمودار تابع <math>f(x) = -2 + \sqrt{x+3}</math> از ناحیه ..... عبور نمی کند.</p>	۲
۱/۵	<p>گزینه صحیح را انتخاب کنید. (هر مورد ۰/۵ نمره)</p> <p>I. قرینه نقطه <math>C(1, 2)</math> نسبت به نقطه <math>M(-1, 4)</math> روی کدام خط قرار ندارد؟          (۱) <math>x = -3</math> (۲) <math>y = 6</math> (۳) <math>y = -x + 3</math> (۴) <math>2x - y = 0</math></p> <p>II. اگر دامنه تابع <math>f(x) = \frac{2x-3}{x^2+mx+4}</math> برابر <math>\mathbb{R}</math> باشد، حدود <math>m</math> کدام است؟ (<math>\Delta &lt; 0</math>)          (۱) <math> m  \geq 4</math> (۲) <math> m  &lt; 4</math> (۳) <math> m  &gt; 16</math> (۴) <math> m  \leq 16</math></p> <p>III. اگر مجموعه جواب معادله <math>6 =  3-x  +  -x-1 </math> به صورت <math>[a, b]</math> باشد مقدار <math>2b - a</math> کدام است؟          (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) -۲</p>	۳

$$= [-x] - 1 + 3 + [-x] = 6 \Rightarrow 2[-x] = 4 \Rightarrow [-x] = 2 \Rightarrow 2 \leq -x < 3 \times (-1)$$

$$-3 < x \leq -2 \Rightarrow 2b - a = 2(-2) - (-3) = -4 + 3 = -1$$



$$v_{\text{رضا}} = 2v_{\text{مهدي}} \Rightarrow t_{\text{رضا}} = \frac{1}{2}t_{\text{مهدي}}$$

۱ مهدي با هم یک متن را در ۴ ساعت تایپ می کنند. اگر سرعت تایپ مهدي دو برابر سرعت تایپ رضا باشد، در این صورت هر یک از آنها به تنهایی در چند ساعت می توانند این کار را انجام دهند؟

زمان مهدي:  $t$   
 زمان رضا:  $2t$

توسط مهدي کار انجام می دهد  
 توسط رضا کار انجام می دهد

$$\frac{1}{t} + \frac{1}{2t} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{2+1}{2t} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{3}{2t} = \frac{1}{4} \Rightarrow 3 \cdot 4 = 2t \Rightarrow 12 = 2t \Rightarrow t = 6$$

زمان مهدي:  $t = 6$  ساعت  
 زمان رضا:  $2t = 12$  ساعت

در یک ساعت توسط مهدي کار  $\frac{1}{6}$  انجام می دهد  
 در یک ساعت توسط رضا کار  $\frac{1}{12}$  انجام می دهد

۵ معادلات زیر را حل کنید.

۲ الف)  $x^2 + 3x^2 + 2 = 0$   $\xrightarrow{x^2 = t}$   $t^2 + 3t + 2 = 0$   $\xrightarrow{\text{انفکاج}}$   $(t+1)(t+2) = 0$

$\rightarrow \begin{cases} t+1=0 \rightarrow t=-1 \rightarrow x^2=-1 \text{ غ ق ق } \\ t+2=0 \rightarrow t=-2 \rightarrow x^2=-2 \text{ غ ق ق } \end{cases} \Rightarrow$  معادله ریشه حقیقی ندارد.

ب)  $\sqrt{x+1} - \sqrt{2x-5} = 1 \rightarrow \sqrt{x+1} = \sqrt{2x-5} + 1$  توان ۲  $\rightarrow x+1 = 2x-5 + 2\sqrt{2x-5} + 1$   
 $\Rightarrow 5-x = 2\sqrt{2x-5}$  توان ۲  $\rightarrow 25 - 10x + x^2 = 8x - 20 \Rightarrow x^2 - 18x + 45 = 0$   
 $\Rightarrow (x-3)(x-15) = 0 \Rightarrow \boxed{x=3}$  ( $\sqrt{4} - \sqrt{1} = 1$ ) ✓  
 $x = 15$  غ ق ق ( $\sqrt{14} - \sqrt{25} \neq 1$ ) ✗

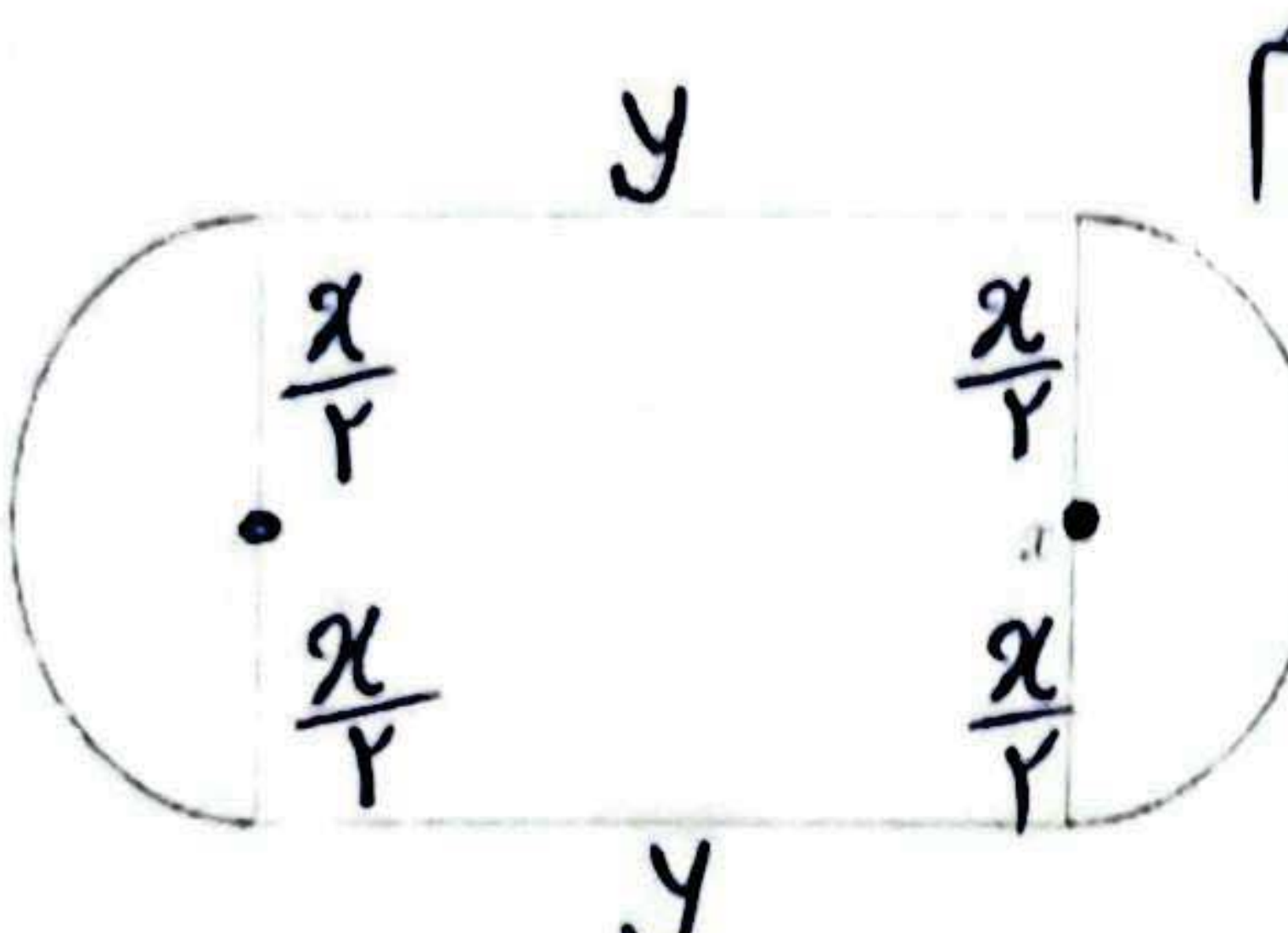
۱/۵ ۶ استادیومی مطابق شکل زیر در حال ساخت است که در آن  $x \geq 0$  و  $y \geq 0$  و نیم دایره ها به شعاع  $\frac{x}{2}$  هستند.

اگر محیط استادیوم ۱۵۰۰ متر باشد،  $x$  و  $y$  را طوری بیابید که مساحت استادیوم حداکثر مقدار ممکن شود. ( $\pi \approx 3$ )

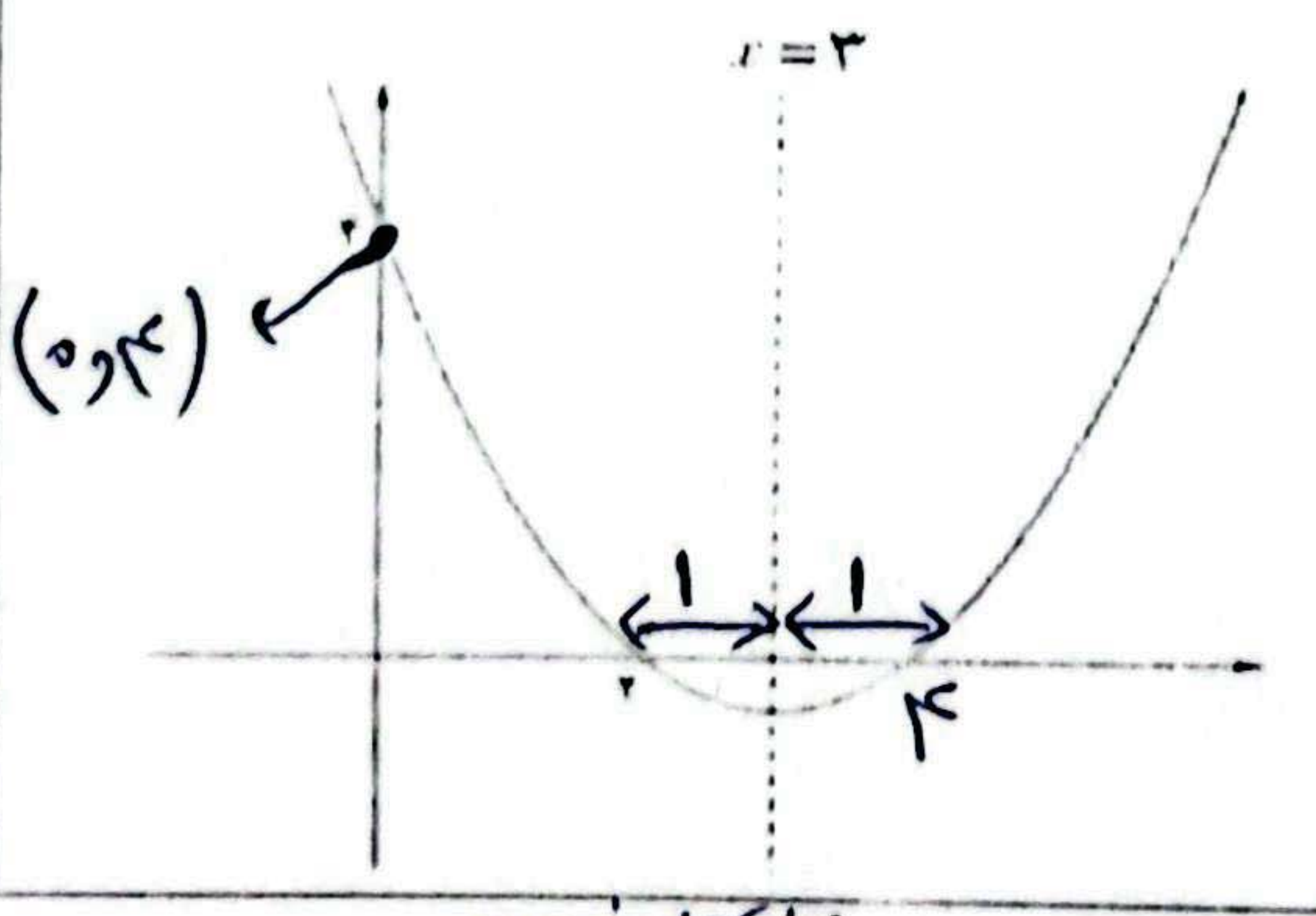
محیط استادیوم  $= 2y + 2(\pi \frac{x}{2}) = 1500 \Rightarrow 2y + \pi x = 1500$   
 $\xrightarrow{\pi \approx 3} y + \frac{3}{2}x = 750 \Rightarrow y = 750 - \frac{3}{2}x$

مساحت استادیوم  $= S_{\text{مستطیل}} + S_{\text{دایره}} = \pi (\frac{x}{2})^2 + xy = \frac{\pi x^2}{4} + x(750 - \frac{3}{2}x)$   
 $\xrightarrow{\pi \approx 3} S_{\text{استادیوم}} = \frac{3}{4}x^2 - \frac{3}{2}x^2 + 750x = -\frac{3}{4}x^2 + 750x$

ماتریس  $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-750}{2(-\frac{3}{4})} = 500 \Rightarrow y = 750 - \frac{3}{2}(500) = 0$



۱/۲۵ ۷ ضابطه جبری سهمی مقابل را بنویسید.



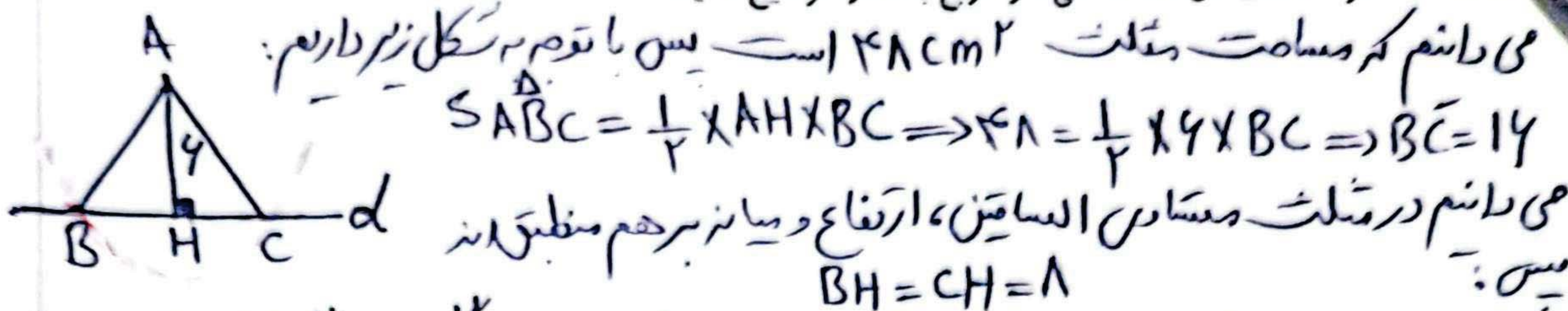
$y = a(x-2)(x-4)$   
 $4 = a(0-2)(0-4) \rightarrow 4 = 8a \rightarrow a = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

$y = \frac{1}{2}(x-2)(x-4) = \frac{1}{2}x^2 - 3x + 4$

ضابطه سهمی



نقطه A به فاصله ۶ سانتی متر از خط d باشد. روش رسم مثلث متساوی الساقین به رأس A که قاعده آن  
 عمود بر خط d و مساحت آن ۴۸ سانتی متر مربع باشد را توضیح دهید.

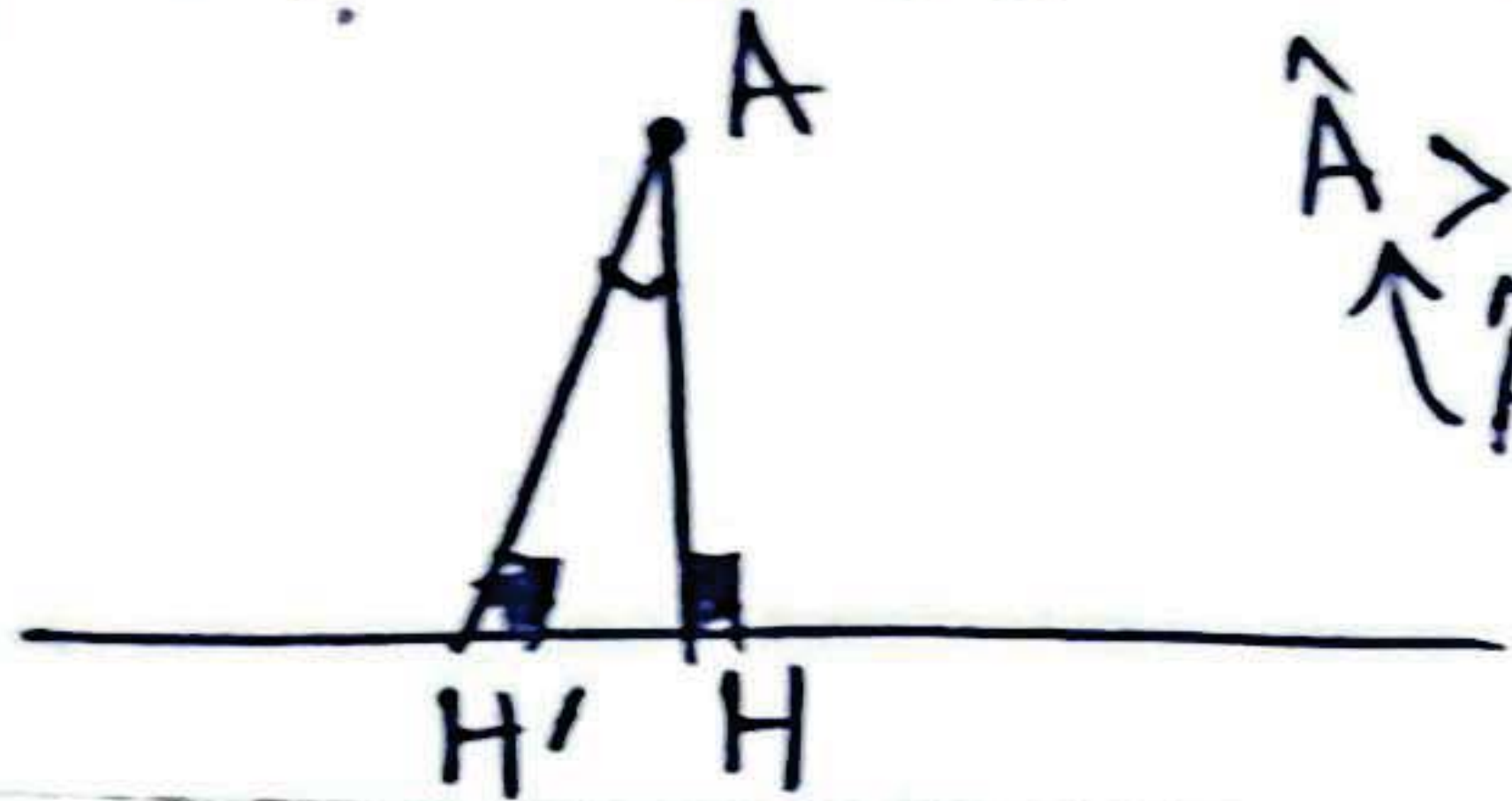


$$AC^2 = AH^2 + HC^2 \Rightarrow AC^2 = 36 + 64 = 100 \Rightarrow AC = 10$$

پس با این کافی است که همان به مرکز A و شعاع ۱۰ cm رسم کنیم تا خط d را در دو نقطه قطع کند. این نقاط همان B و C در مثلث ABC هستند.

با برهان خلف ثابت کنید نمی توان از یک نقطه غیر واقع بر یک خط، دو عمود بر آن خط رسم کرد.

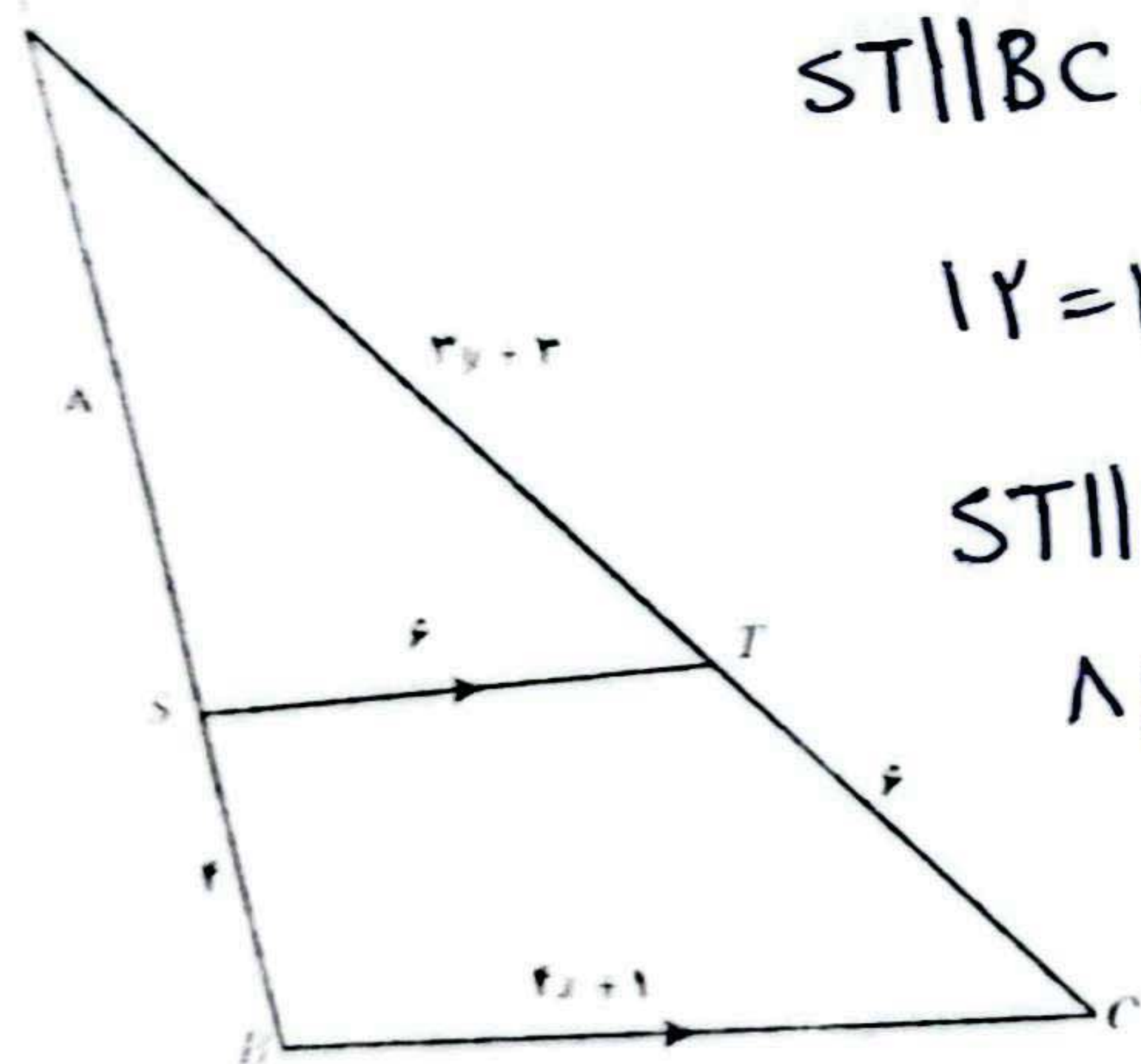
فرض می کنیم حکم نادرست است (فرض خلف) یعنی می توان ۲ خط عمود رسم کرد در این صورت مجموع زوایای داخلی مثلث ایجا شده بیش تر از  $180^\circ$  می شود که غیر ممکن است پس فرض خلف باطل و حکم داده شود درست است.



$$\hat{A} + \hat{H} + \hat{H}' > 180^\circ$$

برابر  $180^\circ$  است.

در شکل مقابل  $ST \parallel BC$  است. مقادیر x و y را به دست آورید.

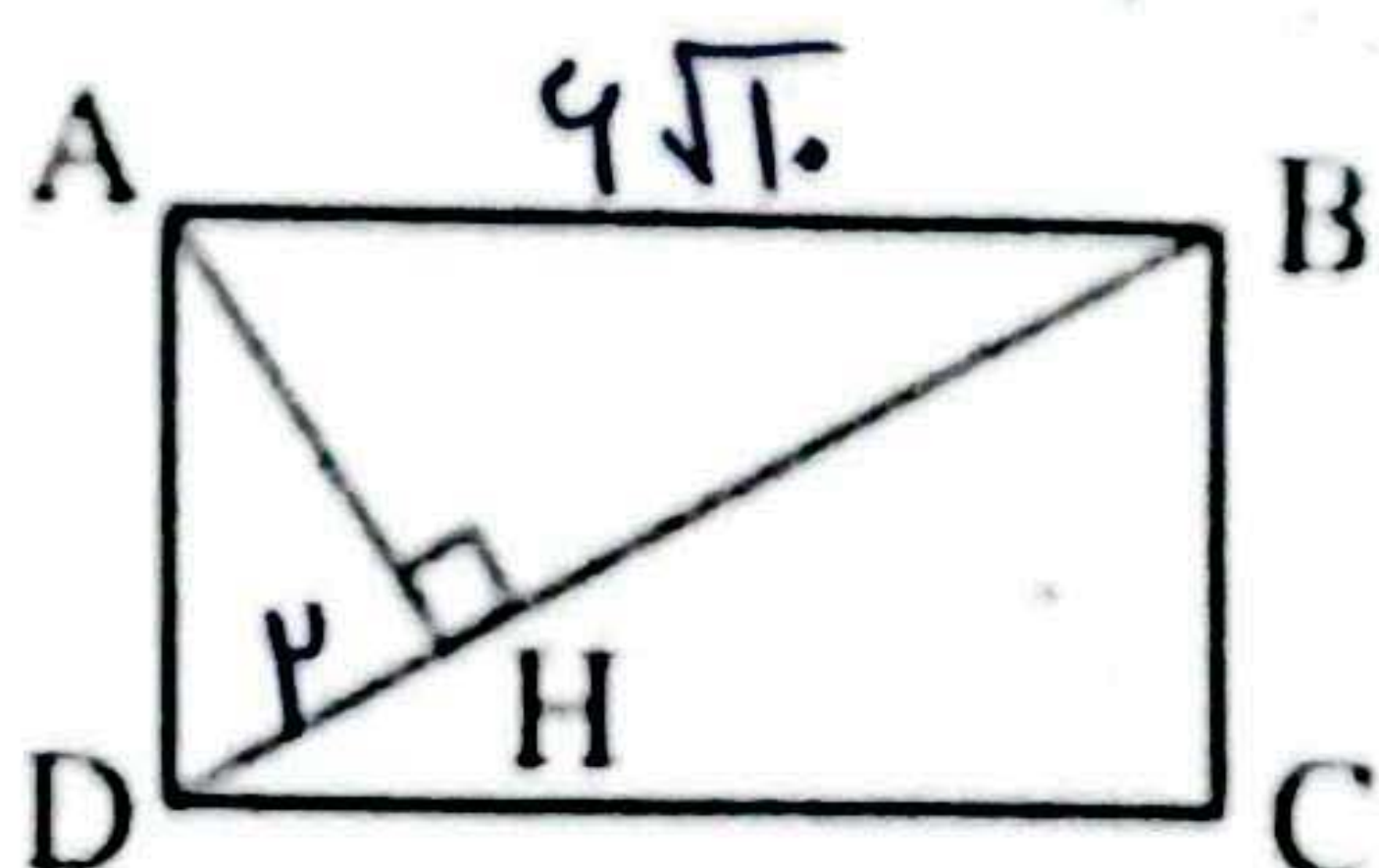


$$12 = 3y + 3 \Rightarrow y = 3$$

$$ST \parallel BC \xrightarrow{\text{طبق قضیه تالس}} \frac{AS}{AB} = \frac{AT}{AC} \Rightarrow \frac{3y+3}{12} = \frac{6}{6x+1}$$

$$6x + 2 = 18 \Rightarrow x = 2$$

در شکل مقابل مستطیل ABCD مفروض است. اگر  $AB = 6\sqrt{10}$  و  $DH = 2$  باشد، اندازه BC را بیابید.



$$\triangle ABD: (AB)^2 = BH \times BD \Rightarrow 360 = BH \times (BH + 2) \Rightarrow BH^2 + 2BH - 360 = 0 \Rightarrow (BH + 20)(BH - 18) = 0 \Rightarrow BH = 18$$

$$BH = 18$$

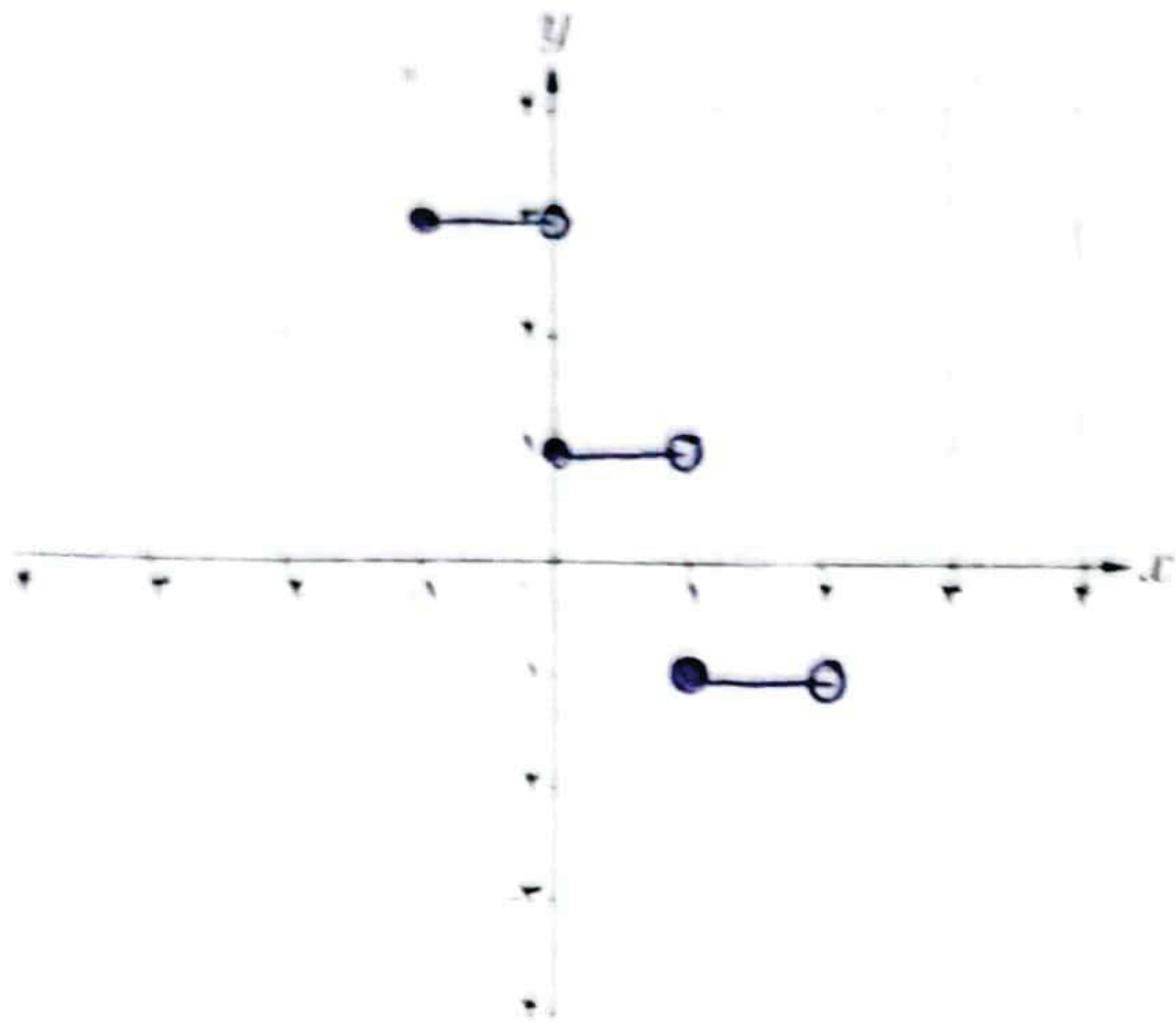
$$BC = AD \Rightarrow \triangle ABD: AD^2 + AB^2 = BD^2 \Rightarrow AD^2 + 360 = 400 \Rightarrow AD = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

عرض مستطیل

$$\Rightarrow BC = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$



تابع  $y = 1 - 2|x|$  را در بازه  $[-1, 2]$  رسم کنید. (|| نماد جزء صحیح است.)



$$-1 \leq x < 0 \Rightarrow [x] = -1 \Rightarrow y = 1 - 2(-1) = 3$$

$$0 \leq x < 1 \Rightarrow [x] = 0 \Rightarrow y = 1 - 2(0) = 1$$

$$1 \leq x < 2 \Rightarrow [x] = 1 \Rightarrow y = 1 - 2(1) = -1$$

۲

دو تابع  $f = \{(0, 0), (5, 0), (-3, 4)\}$  و  $g = \{(0, 2), (1, \frac{2}{5}), (-3, \frac{2}{5}), (5, -4)\}$  را در نظر بگیرید.

۱۳

الف) دامنه تابع  $f - g$  را به دست آورید.

$$D_{f-g} = D_f \cap D_g = \{0, 5, -3\} \cap \{0, 5, -3\} = \{0, 5, -3\}$$

ب) تابع  $\frac{g}{f}$  را به صورت مجموعه‌ای از زوج‌های مرتب بنویسید.

$$D_{\frac{g}{f}} = D_g \cap D_f - \{x \mid f(x) = 0\} = \{0, 5, -3\} - \{0, 5\} = \{-3\}$$

$$\left(\frac{g}{f}\right)(-3) = \frac{g(-3)}{f(-3)} = \frac{\frac{2}{5}}{4} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10} \Rightarrow \frac{g}{f} = \{(-3, \frac{1}{10})\}$$

پ) مقدار  $(3f + 2g)(5)$  را تعیین کنید.

$$(3f + 2g)(5) = 3f(5) + 2g(5) = 3(0) + 2(-4) = \boxed{-8}$$

۱/۷۵

اگر وارون تابع با ضابطه  $f(x) = -2x + k$  از نقطه  $(0, \frac{1}{2})$  بگذرد، آن گاه مطلوب است:

۱۴

الف) مقدار عددی  $k$  را بیابید.

$$\left(0, \frac{1}{2}\right) \in f^{-1}(x) \Rightarrow \left(\frac{1}{2}, 0\right) \in f(x) \Rightarrow 0 = -2\left(\frac{1}{2}\right) + k \Rightarrow 0 = -1 + k \Rightarrow \boxed{k=1}$$

ب) ضابطه وارون تابع  $f$  را به دست آورید.

$$y = -2x + 1 \Rightarrow \frac{y-1}{-2} = x \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x-1}{-2} = \frac{1-x}{2} = \boxed{-\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}}$$