

مهر آموزشگاه	نمره	دبیرستان امام حسین (ع)		اداره آموزش و پرورش بندرانزلی	
		رشته: ریاضی و فیزیک	پایه: سوم	درس: جبر و احتمال	سؤالات امتحانی نوبت: اول
		مدت امتحان: ۱۱۰ دقیقه		تاریخ آزمون: ۹۵/۱۰/۱۸	شامل ۱۴ سوال در یک صفحه
		نام دبیر	شماره صندلی	شماره کلاسی	نام خانوادگی
	محمد خوشنود				

نمره	سؤالات	ردیف
۱	عبارات درست را با نماد $\checkmark$ و عبارات نادرست را با نماد $\times$ مشخص کنید: <input type="checkbox"/> الف) نتایجی که از طریق استدلال استنتاجی به دست می‌آید قطعی نیستند. <input type="checkbox"/> ب) هر عدد طبیعی را می‌توان به صورت مجموع سه مربع کامل نوشت. <input type="checkbox"/> ج) مجموعه‌ی $P(P(\emptyset))$ دارای ۲ عضو است. <input type="checkbox"/> د) اگر $A$ و $B$ دو مجموعه باشند، آن‌گاه $A \times B \neq B \times A$ .	۱
۲	۱) برای آن که در یک کلاس به یقین حداقل سه نفر وجود داشته باشند که هر سه در یکی از ماه‌های سال متولد شده باشند، حداقل چند دانش‌آموز نیاز داریم؟ <input type="checkbox"/> الف) ۴ <input type="checkbox"/> ب) ۱۳ <input type="checkbox"/> ج) ۲۵ <input type="checkbox"/> د) ۲۸ ۲) در روش اثبات به روش استقرای ریاضی، اگر فرض استقراء $2^n > 4n^2 + 1$ باشد، آن‌گاه ابتدای استقراء کدام عدد است؟ ( $n \in \mathbb{N}$ ) <input type="checkbox"/> الف) ۳ <input type="checkbox"/> ب) ۸ <input type="checkbox"/> ج) ۹ <input type="checkbox"/> د) ۱۱ ۳) اگر دو زوج مرتب $(1 - y, (x + 2)^2)$ و $(0, 3)$ با هم برابر باشند، زوج مرتب $(x, y)$ برابر کدام است؟ <input type="checkbox"/> الف) $(2, 2)$ <input type="checkbox"/> ب) $(2, -2)$ <input type="checkbox"/> ج) $(-2, 2)$ <input type="checkbox"/> د) $(-2, -2)$ ۴) اگر $A'$ متمم مجموعه‌ی $A$ باشد، کدام یک از مجموعه‌های زیر تهی است؟ <input type="checkbox"/> الف) $A \cup A'$ <input type="checkbox"/> ب) $A \cap A'$ <input type="checkbox"/> ج) $A - A'$ <input type="checkbox"/> د) $A' - A$	۲
۱/۵	با استفاده از اصل استقراء برای هر عدد طبیعی $n$ ثابت کنید: $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$	۳
۱/۵	برای عبارت $2^n < n!$ ابتدا عدد طبیعی مناسب $m$ را بیابید و سپس حکم را برای هر عدد طبیعی $n$ ( $n \geq m$ ) ثابت کنید.	۴
۱	با استفاده از استدلال استنتاجی ثابت کنید مجموع دو عدد فرد همیشه زوج است.	۵
۱	برای رد احکام زیر یک مثال نقض پیدا کنید: الف) حاصل جمع دو عدد گنگ، عددی گنگ است.      ب) توان دوم یک عدد مثبت همیشه از آن عدد بزرگ‌تر است.	۶
۲	هر یک از احکام زیر را به روش خواسته شده اثبات کنید: الف) ثابت کنید $\sqrt{3}$ عددی گنگ است. (برهان خلف) ب) برای هر دو عدد حقیقی مثبت $x$ و $y$ نشان دهید $x + y \geq 2\sqrt{xy}$ . (اثبات بازگشتی)	۷
۱/۵	نشان دهید هر زیرمجموعه‌ای از مجموعه‌ی $S = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$ که دارای ۶ عضو باشد، حداقل دو عضو دارد که مجموع آن‌ها برابر ۱۰ است.	۸
۱/۵	اگر $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ، $B = \{3, 4, 5, 6\}$ و $C = \{3, 4, 5, 6\}$ مطلوب است: <input type="checkbox"/> الف) $(A \cup B)'$ <input type="checkbox"/> ب) $B \Delta C$ <input type="checkbox"/> ج) $A' - C$	۹
۱/۵	الف) نشان دهید برای سه مجموعه‌ی $A$ ، $B$ و $C$ اگر داشته باشیم $A \subseteq B$ و $B \subseteq C$ آن‌گاه داریم $A \subseteq C$ . ب) تمام زیرمجموعه‌های مجموعه‌ی $D = \{1, \{2, 3\}\}$ را بنویسید.	۱۰
۱/۵	مجموعه‌های $A = \{x^2   x \in \mathbb{N}, x < 3\}$ و $B = \{2x   x \in \mathbb{Z},  x  \leq 1\}$ مفروضند. مجموعه‌های $A$ و $B$ را با نوشتن اعضا نشان داده و نمودار حاصل ضرب دکارتی $A \times B$ را رسم کنید.	۱۱
۱/۵	اگر $n \in \mathbb{N}$ و $A_n = [-n, \frac{1}{n} + 1]$ باشد، حاصل $\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i$ را به دست آورید.	۱۲
۱/۵	به کمک جبر مجموعه‌ها ثابت کنید $A - B = A - (A \cap B)$ .	۱۳
۱	نمودار رابطه‌ی مقابل را رسم کنید: $R = \{(x, y)   x, y \in \mathbb{R}, x^2 + y^2 \leq 1, y \geq x\}$	۱۴
۲۰	موفق و پیروز باشید	جمع: